فصل چهارم: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

مقدمه:

حلقه‌ی رسانایی را داخل یک میدان مغناطیسی در نظر می‌گیریم.

آزمایش نشان می‌دهد:

۱- اگر مساحت حلقه تغییر یابد، در حلقه جریان الکتریکی تولید می‌شود!

۲- اگر اندازه‌ی میدان مغناطیسی در محل حلقه تغییر یابد، در حلقه جریان الکتریکی به وجود می‌آید! (آزمایش مایکل فاراده انگلیسی در سال ۱۸۳۱ و تقریباً همزمان جوزف هانری آمریکایی)

۳- اگر حلقه در میدان بچرخد، در حلقه جریان الکتریکی جاری می‌شود!

به چنین جریانی، جریان القایی می‌گوییم.

اولاً مثال‌های فوق در ادامه‌ی درس به تفصیل بررسی خواهند شد؛ ثانیاً با تأمل در این آزمایش‌ها پی می‌بریم که در هر یک از آنها تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر یافته است.

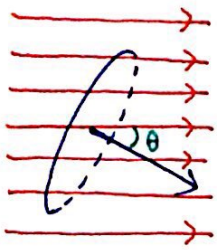
به این ترتیب در صدد برمی‌آییم کمیتی را تعریف کنیم که نشان دهنده‌ی تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از حلقه است. یعنی کمیتی که هر سه کمیت مساحت (A)، میدان مغناطیسی (B) و زاویه (θ) را در دلِ خود دارد. به چنین کمیتی شار مغناطیسی گفته و آن را با حرفِ یونانیِ Φ (فی) نشان می‌دهیم.

اکنون می‌توانیم بگوییم:

اگر شار مغناطیسیِ گذرنده از یک حلقه‌ی رسانا تغییر یابد در آن جریان الکتریکی القا می‌شود.

Scanned with CamScanner

شار مغناطیسی: کمیتی است که معرف تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از یک حلقه‌ی بسته است. اگر حلقه‌ی بسته، تخت بوده و درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت باشد شار مغناطیسی گذرنده از آن از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:



$\Phi = AB\cos\theta$

A: مساحت حلقه (m^2)
θ: زاویه‌ی بین نیم‌خط عمود بر حلقه و خطوط میدان مغناطیسی
Φ: شار مغناطیسی ($T.m^2 = Wb$)
B: اندازه‌ی میدان مغناطیسی یکنواخت (T)

به این ترتیب واژه‌ی «شار مغناطیسی» باید برای ما تداعی کننده‌ی تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از حلقه باشد.

تذکر: اگر میدان مغناطیسی، یکنواخت نباشد، و یا حلقه، مسطح نباشد باز هم از حلقه، شار مغناطیسی عبور می‌کند اما مقدار آن از رابطه‌ی فوق به دست نمی‌آید.

تذکر: واحد شار مغناطیسی در SI، $T.m^2$ است که به آن Wb (وبر) می‌گوییم.

تعریف وبر (واحد شار مغناطیسی در SI):

یک وبر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ی بسته‌ای است به مساحت یک متر مربع، وقتی به‌طور عمودی درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی یک تسلا واقع می‌شود.

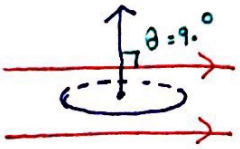
$\Phi = AB\cos\theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} 1Wb = 1m^2 \times 1T \times 1$

تذکر: شار مغناطیسی یک کمیت نرده‌ای است.

نکات مهم:

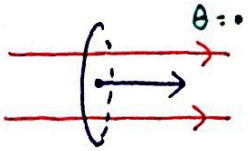
۱- در مسائل، معمولاً زاویه‌ی بین حلقه و میدان داده می‌شود. θ، متمم این زاویه است.

۲- اگر حلقه، موازی خطوط میدان مغناطیسی باشد، شاری از آن عبور نمی‌کند.



$\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos\theta = 0 \Rightarrow \Phi_{min} = 0$

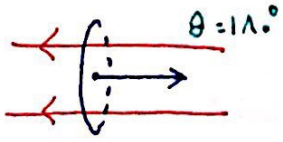
۳- اگر حلقه، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد، شار گذرنده از آن بیشینه است.



$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = +1$

$\Rightarrow \Phi_{max} = +AB$

شار بیشینه‌ی مثبت



$\theta = 180^\circ \Rightarrow \cos\theta = -1$

$\Rightarrow \Phi_{max} = -AB$

شار بیشینه‌ی منفی

Scanned with CamScanner

۴- شار مغناطیسی مثبت به این معنا است که θ، حاده است:

$\Phi > 0 \xrightarrow{\Phi = AB\cos\theta} \cos\theta > 0 \Rightarrow 0 \leq \theta < 90^\circ$

۵- شار مغناطیسی منفی به این معنا است که θ، منفرجه است:

$\Phi < 0 \xrightarrow{\Phi = AB\cos\theta} \cos\theta < 0 \Rightarrow 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

۶- نیم‌خط عمود بر حلقه را از هر دو وجه حلقه می‌توانیم به دلخواه رسم کنیم؛ اما با چرخش حلقه، نیم‌خطِ عمود بر آن نیز دوران می‌یابد.

مثال ① یک پیچه به مساحت $100cm^2$ که دارای ۱۰۰ دور حلقه است، عمود بر یک میدان مغناطیسی به بزرگی $0/1T$ قرار دارد. شار مغناطیسی‌ای که از پیچه می‌گذرد، چند وبر است؟

۱) 10^{-3} ۲) 10^{-2}

۳) 10^{-1} ۴) ۱۰

$\Phi = AB\cos\theta^{\uparrow 0} = 100\times10^{-4}\times10^{-1}\times1 = \boxed{10^{-3}Wb}$

مثال ② آیا تعداد حلقه‌های پیچه در مقدار شار مغناطیسی گذرنده از آن مؤثر است؟ چرا؟

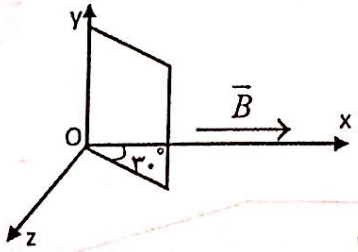
خیر . شار مغناطیسی، معرّفِ تعداد خطوط میدان گذرنده از پیچه است؛ لذا تعداد حلقه‌های پیچه هرچه که باشد همان تعداد خط میدان عبور می‌کند.

مثال ③ شار مغناطیسی عبوری از سطح یک قاب مستطیل شکل به ابعاد ۸۰cm و ۵۰cm را که خط عمود بر سطح آن با میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۲۵۰ گاوس؛ زاویه 53° می سازد، چند وبر است؟

$\Phi = AB\cos\theta = \underbrace{80\times50\times10^{-4}}_{A} \times \underbrace{250\times10^{-4}}_{B} \times 0/6 = 6\times10^{-3}Wb = 6mWb$

(A: ab، $\theta = 53^\circ$)

مثال ④ در شکل روبه رو ، در صورتی که بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ برابر ۰/۰۳ تسلا در جهت محور x باشد شار مغناطیسی عبوری از صفحه مستطیل به ابعاد ۵ و ۱۰ سانتی متر چند وبر است؟



زاویهٔ بین صفحه و میدان $= 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$

$\Phi = AB\cos\theta^{\uparrow 60^\circ} = \underbrace{5\times10\times10^{-4}}_{A} \times \underbrace{3\times10^{-2}}_{B} \times \frac{1}{2} = 75\times10^{-6}Wb$

$= 75\mu Wb$

(A: ab)

Scanned with CamScanner

تغییر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ی بسته

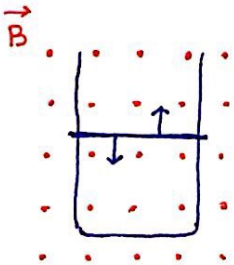
مقدمه:

همانگونه که در مقدمه‌ی اولِ فصل ذکر شد، صِرفِ عبورِ شارِ مغناطیسی از یک حلقه سبب القای جریان الکتریکی نمی‌شود، بلکه شارِ مغناطیسیِ گذرنده از حلقه باید تغییر یابد؛ لذا راه‌های مختلف تغییرِ شار، به معنای راه‌های مختلفِ تولید برق می‌باشد.

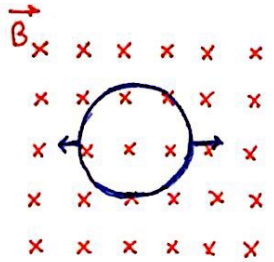
با تغییر هر یک از سه کمیت مساحت حلقه (A)، میدان مغناطیسی (B) و θ، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر می‌یابد. ما تنها به بررسی حالت‌هایی می‌پردازیم که فقط یکی از این سه کمیت تغییر می‌یابد:

۱) تغییر مساحت حلقه:

مثال۳: ورود قاب به میدان مغناطیسی و خروج قاب از میدان مغناطیسی



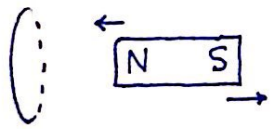
مثال۲: مدار ناقص L شکل با یک میله متحرک کامل شده است.



مثال۱: حلقه‌ٔ انعطاف پذیر درون میدان مغناطیسی

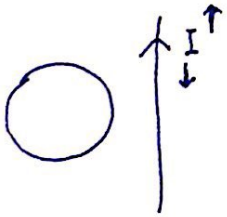
۲) تغییر میدان مغناطیسی:

مثال (۱):



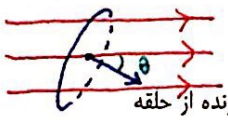
اگر یکی از قطب‌های یک آهن‌ربا را به یک حلقه نزدیک کرده و یا از آن دور کنیم میدان مغناطیسی در محل حلقه تغییر کرده و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر می‌یابد.

مثال (۲):



حلقه را در مجاورت یک سیم حامل جریان قرار دارد. اگر جریانِ سیم را تغییر دهیم، میدان مغناطیسی در محل حلقه و در نتیجه شارِ مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر می‌یابد.

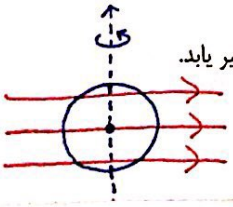
۳) تغییر زاویه‌ی θ: با دوران حلقه در میدان مغناطیسی شار مغناطیسی گذرنده از آن تغییر می‌یابد.



تذکر: اگر حلقه حول نیم‌خط عمود بر خود دوران یابد (یعنی در سطح خود دوران یابد)، θ ثابت مانده و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر نمی‌یابد.

تذکر: اگر حلقه حول یکی از خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت دوران یابد، θ ثابت مانده و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه بدون تغییر باقی می‌ماند. (به شرط آنکه حلقه در حین دوران از میدان مغناطیسی خارج نشود.)

تذکر: معمولاً حلقه حول محوری موجود در سطح خود (مثلاً حول یکی از قطرهای خود) دوران می‌یابد تا لحظه به لحظه θ تغییر یابد.



Scanned with CamScanner

مثال ① جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

الف) اگر شار مغناطیسی از یک مدار بسته ..... در آن مدار ..... به‌وجود می‌آید.

ب) شار مغناطیسی کمیتی ..... (برداری- نرده‌ای) است و یکای آن در SI ..... است.

آموزنا پ) اگر یک مغناطیس را به حلقه‌ای نزدیک کنیم شار مغناطیسی حلقه ..... می‌شود. (زیاد- کم)

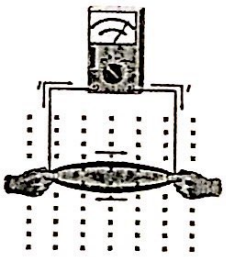
ت) بیش‌ترین شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه هنگامی رخ می‌دهد که حلقه ..... میدان مغناطیسی باشد. (موازی با - عمود بر)

مثال ② صفحه‌ای مربع شکل به ضلع ۸۰cm در میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه‌ی ۰/۴T و عمود بر آن قرار دارد. صفحه را به موازات خود انتقال می‌دهیم. تغییر شار در این انتقال چقدر است؟

۱) ۱/۵ وبر ۲) ۳/۲ وبر ۳) $۳/۲\times۱۰^{-۲}$ وبر ۴) ۰

$\Phi = AB\cos\theta = \text{ثابت} \Rightarrow \Delta\Phi = ۰$

مثال ③ سطح یک حلقه دایره‌ای قابل انعطاف به شعاع $۱۰cm$ با میدان مغناطیسی یکنواخت ۰/۰۴T زاویه ۳۰° می‌سازد. اگر حلقه را از دو طرف بکشیم تا بدون اینکه زاویه سطح آن با میدان تغییر نماید مساحت آن نصف گردد. تغییر شار مغناطیسی را حساب کنید. ($\pi \simeq ۳$)



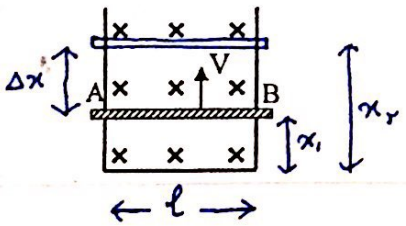
زاویه‌ی حلقه و میدان $= ۳۰° \Rightarrow \theta = ۶۰°$

$$\begin{cases} A_۱ \\ A_۲ = A_{۱/۲} \end{cases} \Rightarrow \Delta A = -\frac{A_۱}{۲} = -\frac{\pi r^۲}{۲} = -\frac{۳\times۱۰^{-۲}}{۲} = -۳/۲\times۱۰^{-۲}\ m^۲$$

$$\Delta\Phi = \Delta(AB\cos\theta) = \Delta A \times B\cos\theta^{۶۰} = -۳/۲\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۲}\times\frac{۱}{۲}$$

$$= -۳\times۱۰^{-۴}\ Wb$$

مثال ④ در شکل مقابل میدان مغناطیسی B، عمود بر کاغذ برقرار است. اگر میله‌ی AB را روی قسمت ⌊ ⌋ شکل با سرعت ثابت Ⓥ حرکت دهیم، تغییر شار مغناطیسی را که از سطح بسته می‌گذرد در مدت زمان Ⓣ، به‌دست آورید.



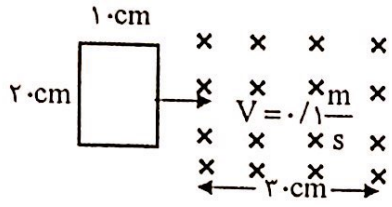
$$\Delta\Phi = \Delta(AB\cos\theta) = \Delta A \times B \times \cos\theta^{۱}$$

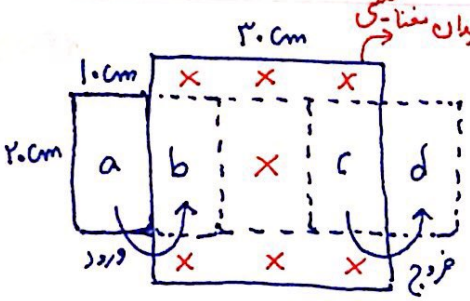
$$\left.\begin{aligned} &= \underbrace{\ell\times\Delta x}_{\Delta A}\times B \\ &\Delta x = v\times t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\Phi = \ell\, v\, t\, B$$

عرض مدار ناقص U شکل

Scanned with CamScanner

مثال ⑤ مطابق شکل مقابل سیم‌پیچ مستطیل شکل با سرعت ثابت $0/1\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی درونسو به شدت $B=10^{-2}$ تسلا می‌شود و سپس از آن خارج می‌گردد. نمودار تغییرات اندازه‌ی شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌پیچ بر حسب زمان را رسم کنید.





$\Phi_a = 0$

$\Phi_b = AB\cos 0 = 200\times10^{-4}\times10^{-2} = \boxed{2\times10^{-6}\,Wb}$

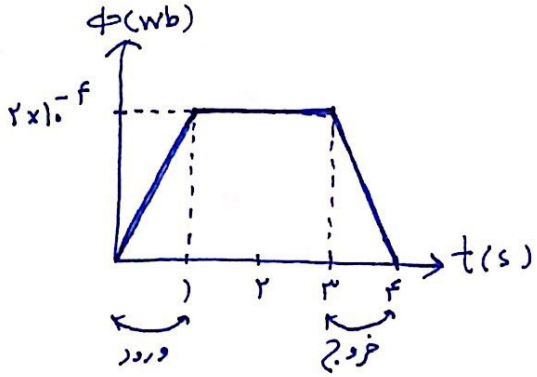
$\Phi_c = \boxed{2\times10^{-6}\,Wb}$

$\Phi_d = 0$

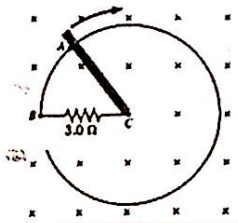
مرحلهٔ (۱) (ورود) (a→b): پیشروی $10\,cm$ $\Rightarrow \Delta x_1 = v\Delta t_1 \Rightarrow 0/1 = 0/1\Delta t_1 \Rightarrow \boxed{\Delta t_1 = 1\,s}$

مرحلهٔ (۲) (b→c): پیشروی $20\,cm$ $\Rightarrow \Delta x_2 = v\Delta t_2 \Rightarrow 0/2 = 0/1\Delta t_2 \Rightarrow \boxed{\Delta t_2 = 2\,s}$

مرحلهٔ (۳) (خروج) (c→d): پیشروی $10\,cm$ $\Rightarrow \Delta x_3 = v\Delta t_3 \Rightarrow 0/1 = 0/1\Delta t_3 \Rightarrow \boxed{\Delta t_3 = 1\,s}$



مثال ⑥ مطابق شکل میله‌ی رسانای AC حول مرکز سیم بدون روپوش دایره‌ای شکل در هر ثانیه 30° دوران می‌کند. تغییر شار مغناطیسی در قسمت بسته در واحد زمان چند وبر است؟ $B=0/1\,T$ و $AC=1\,m$



$\Delta\Phi = \underbrace{\Delta A}_{\frac{1}{12}A} \times B \times \overbrace{\cos 0}^{1} = \frac{1}{12}\pi r^2 \times B$

$= \frac{1}{12}\times\pi\times1^2\times10^{-1}$

$= \boxed{\frac{\pi}{120}\,Wb}$

مثال ⑦ حلقه‌ای به شعاع $40\,cm$ با خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0/2\,T$ زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازد. اگر حلقه در وضعیتی قرار گیرد که بر خطوط میدان عمود باشد تغییر شار چقدر است؟

(۱) زاویهٔ حلقه و میدان $= 30^\circ$ ، $\theta_1 = 60^\circ$

(۲) زاویهٔ حلقه و میدان $= 90^\circ$ ، $\theta_2 = 0$

$\Delta\Phi = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = \pi\times16\times10^{-2}\times0/2\times\frac{1}{2}$

($A=\pi r^2$، $\cos 0 = 1$، $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$)

$= \boxed{16\pi\times10^{-3}\,Wb}$

Scanned with CamScanner

مثال (۸) در شکل زیر سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است. اگر این حلقه را حول محور OO' (که منطبق بر یکی از قطرهای حلقه است) 180° بچرخانیم، تغییر شار مغناطیسی کدام است؟ (مساحت حلقه، A و اندازه‌ی میدان مغناطیسی، B است.)

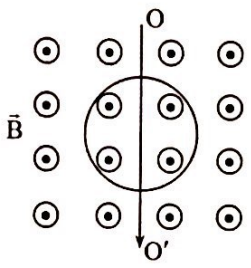
۱) AB

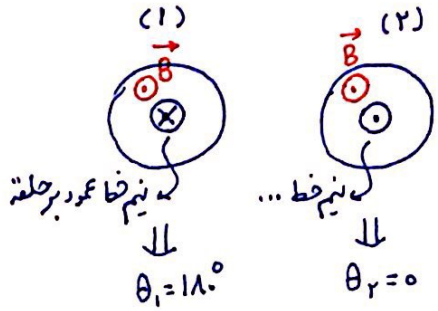
۲) $\frac{AB}{2}$

۳) $2AB$

۴) صفر

(۷)





$\theta_1 = 180^\circ$ ، $\theta_2 = 0$

$\Delta\Phi = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$\cos\theta_2 = 1$ ، $\cos\theta_1 = -1$

$\Rightarrow \Delta\Phi = 2AB$

(۱)

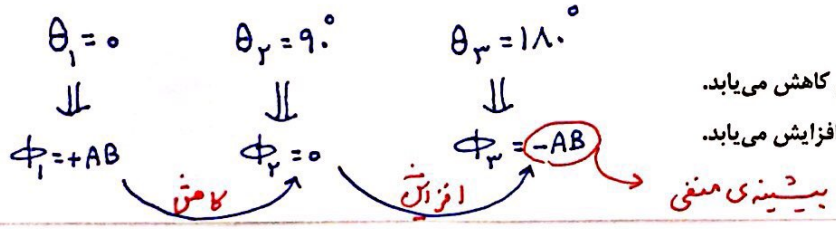
مثال (۹) با افزایش زاویه‌ی بین نیم‌خط عمود بر سطح پیچه و میدان مغناطیسی محیط، از صفر تا ۱۸۰ درجه، اندازه‌ی شار گذرنده از پیچه چگونه تغییر می‌کند؟

۱) فقط کاهش می‌یابد.

۲) فقط افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

۴) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد.



Scanned with CamScanner

قوانین القای الکترومغناطیسی

مقدمه: آزمایش نشان می‌دهدکه با تغییر شار گذرنده از یک حلقه‌ی رسانا جریانی در آن القا می‌شود به نام جریان القایی. ما در فصل مدار یاد گرفته‌ایم که جریان را ناشی از نیروی محرکه در نظر بگیریم؛ لذا جریان القایی را نیز ناشی از یک نیروی محرکه‌ی غیبی در نظر می‌گیریم به نام نیروی محرکه‌ی القایی. قوانینِ القای الکترومغناطیسی، راجع به نیروی محرکه‌ی القایی هستند. موضوع قانونِ اول (قانونِ فاراده) ، اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی و موضوع قانونِ دوم (قانونِ لنز) جهت نیروی محرکه‌ی القایی می‌باشد.

موضوع ← اندازه‌ی ع القایی

۱- قانون فاراده: با تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه‌ی بسته نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که مقدارِ متوسطِ آن متناسب است با آهنگ متوسطِ تغییر شار مغناطیسی.

$$\bar{\mathcal{E}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\bar{\mathcal{E}}$: نیروی محرکه‌ی القایی ($\frac{Wb}{s} = V$) — $\Delta\Phi$: تغییر شار گذرنده از حلقه (Wb) — Δt: مدت زمان تغییر شار (s)

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$: آهنگ متوسطِ تغییر شار مغناطیسی

تذکر: علامت منفی در رابطه‌ی فوق معرّف قانون لنز است که در ادامه‌ی درس خواهیم خواند.

تذکر: در رابطه‌ی فوق $\frac{Wb}{s}$ همان ولت است:

$$\frac{Wb}{s} \xrightarrow{\Phi = AB\cos\theta} \frac{T.m^2}{s} \xrightarrow{F = IlB\sin\theta} \frac{N/A.m \times m^2}{s} = \frac{N.m}{A.s} \xrightarrow{W = F.d.\cos\theta \Rightarrow J = N.m} \xrightarrow{q = I.t \Rightarrow C = A.s} \frac{J}{C} = V$$

$Wb = T.m^2$ — $T = N/A.m$

تذکر: چنانچه به جای حلقه یک پیچه‌ی مسطح داشته باشیم نیروی محرکه‌ی القایی متوسط با تعداد حلقه‌های پیچه نیز نسبت مستقیم خواهد داشت:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

N: تعداد حلقه‌ها (پیچه‌ی مسطح)

تذکر: اگر شار مغناطیسی گذرنده از پیچه با آهنگ ثابت تغییر یابد، نیروی محرکه‌ی القایی عدد ثابتی بوده و علامت متوسط بر روی آن لازم نیست.

مثال ① شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه در مدت ۰/۲۵ ثانیه از ۰/۲- وبر به ۱/۲ وبر می‌رسد. نیروی محرکه‌ی القایی متوسط چند ولت است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۸ ۳) ۵/۶ ۴) ۶/۴

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{1/2 - (-0/2)}{1/4} = -5/6\,V$$

Scanned with CamScanner

مثال (۲) از سیمی به طول ۶۲/۸cm حلقه‌ای دایره‌ای شکل ساخته و آنرا به طور عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه‌ی $\frac{0/2}{\pi}$ تسلا قرار می‌دهیم. الف) شار مغناطیسی‌ای که از حلقه می‌گذرد را بدست آورید. ب) اگر سطح حلقه پس از ۰/۰۱ ثانیه با خطوط میدان مغناطیسی هم جهت شود، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط چقدر است؟ ($\pi = 3/14$)

الف) $N = \frac{L}{2\pi R} \Rightarrow 1 = \frac{62/8}{2\times 3/14 \times R} \Rightarrow R = 10cm$

$\Phi_1 = AB\cos\theta = \pi \times 10^{-2} \times \frac{0/2}{\pi} \Rightarrow \boxed{\Phi_1 = 2\times 10^{-3} Wb}$ ($A = \pi R^2$)

ب) $\Phi_2 = 0$

$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{0 - 2\times 10^{-3}}{10^{-2}} \Rightarrow \boxed{\overline{\varepsilon} = 0/2V}$

مثال (۳) سیمی به طول ۸۰cm را به شکل یک پیچه‌ی مربع شکل شامل ۲ حلقه درآورده‌ایم. پیچه را به طور عمود بر میدان مغناطیسی ۰/۵ تسلایی قرار داده‌ایم. الف) شار مغناطیسی‌ای که از هر حلقه می‌گذرد چقدر است؟ ب) اگر در مدت ۰/۲ ثانیه اندازه‌ی میدان مغناطیسی به صفر برسد، نیروی محرکه‌ی القایی متوسط چقدر است؟

الف) $L = 4a \Rightarrow 80 = 4a \Rightarrow a = 10cm$ (L: طول سیم، a: ضلع مربع)

$A = a^2 = 100cm^2$

$\Phi_1 = AB\cos\theta = 10^{-2} \times 0/5 = \boxed{5\times 10^{-3} Wb}$

ب) $B_2 = 0 \Rightarrow \Phi_2 = 0$

$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -2 \times \frac{0 - 5\times 10^{-3}}{2\times 10^{-1}}$

$= \boxed{+5\times 10^{-2} V}$

مثال (۴) یک حلقه به مساحت $100cm^2$ عمود بر یک میدان مغناطیسی به بزرگی ۰/۲ تسلا قرار دارد. اگر حلقه را حول محوری در سطح پیچه در مدت ۲ میلی‌ثانیه به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه بچرخانیم، نیروی محرکه‌ی القایی متوسط تولید شده در حلقه چند ولت می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۰/۲ ۴) ۰/۴

$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{2AB}{\Delta t} = -1 \times \frac{2\times 10^{-2} \times 2\times 10^{-1}}{2\times 10^{-3}} = \boxed{-2V}$

مثال (۵) شار مغناطیسی‌ای به معادله‌ی $\Phi = 4t + 5$ از ۲۰۰ حلقه‌ی قاب می‌گذرد. نیروی محرکه‌ی القایی چند ولت است؟

از آنجایی که Φ تابع درجهٔ ۱ نسبت به t است (با آهنگ ثابت در حال تغییر است)، نیروی محرکهٔ القایی، عددی ثابتی است، لذا بازهٔ زمانی Δt را هرچه که انتخاب کنیم اعداد یکسانی به دست می‌آید:

$t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = 5$

$t_2 = 1 \Rightarrow \Phi_2 = 9$ $\quad \varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -200 \times \frac{4}{1} = \boxed{-800(V)}$

مثال (۶) شار مغناطیسی‌ای به معادله‌ی $\Phi = 2t^2 + 3$ از یک حلقه می‌گذرد. نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در ۳ ثانیه‌ی اول بر حسب ولت برابر است با:

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۵ ۴) ۶

$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{18}{3} = \boxed{-6(V)}$

۳ ثانیهٔ اول یعنی $\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = 3 \\ t_2 = 3s \Rightarrow \Phi_2 = 21 \end{cases}$

Scanned with CamScanner

مثال (۷) شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای مطابق رابطه‌ی $\phi = (8t^2 - 4t + 1) \times 10^{-2}$ در (SI) تغییر می‌کند.

الف) بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در سه ثانیه اول ثانیه چقدر است؟

ب) اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در ثانیه‌ی دوم چند ولت است؟

الف)
$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = 1 \times 10^{-2} \\ t_2 = 3 \Rightarrow \Phi_2 = 61 \times 10^{-2} \end{cases}$$

$$|\bar{\mathcal{E}}| = N \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = 1 \times \left|\frac{61 \times 10^{-2} - 1 \times 10^{-2}}{3}\right|$$

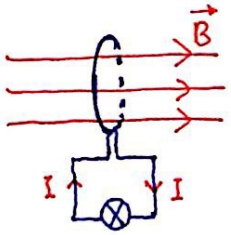
$$= \frac{60 \times 10^{-2}}{3} = \boxed{0,2\,V}$$

ب)
$$\begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow \Phi_1 = 5 \times 10^{-2} \\ t_2 = 2 \Rightarrow \Phi_2 = 25 \times 10^{-2} \end{cases}$$

$$|\bar{\mathcal{E}}| = N \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = 1 \times \left|\frac{25 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-2}}{1}\right|$$

$$= 20 \times 10^{-2} = \boxed{0,2\,V}$$

تذکر: اگر مقاومت الکتریکی پیچه‌ای که شار مغناطیسی گذرنده از آن تغییر می‌یابد برابر R باشد، جریان الکتریکی القایی متوسط از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

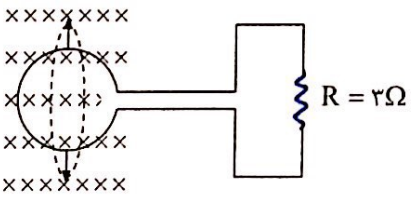


$$\bar{I} = \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} \xrightarrow{\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \bar{I} = -\frac{N}{R} \times \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

مقاومت الکتریکی مدار

در اینجا نیز اگر شار مغناطیسی با آهنگ ثابت تغییر یابد، جریان القایی عدد ثابتی بوده و علامت متوسط را از روی آن برمی‌داریم.

مثال (۱) حلقه‌ی قابل انعطاف دایره‌ای به قطر ۰/۱ متر در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۱/۲ تسلا مطابق شکل واقع است. دو طرف حلقه را که با دو پیکان مشخص شده‌اند می‌کشیم و در مدت ۰/۲ ثانیه سطح آنرا به صفر می‌رسانیم. نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در مدار و شدت جریان متوسط در مقاومت ۳ اهمی چقدر است؟



$$\Phi_1 = AB\cos 0 = \pi \times \left(\frac{1}{20}\right)^2 \times 1,2 = \pi \times \frac{1}{400} \times \frac{6}{5} = 3\pi \times 10^{-3}\,Wb$$

($A = \pi r^2$)

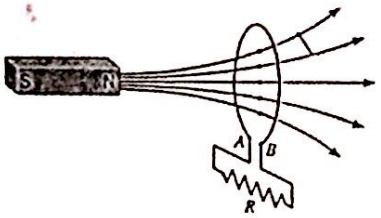
$$\Phi_2 = 0$$

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{0 - 3\pi \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-1}} = \boxed{+1,5\pi \times 10^{-2}\,(V)}$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} = \frac{1,5\pi \times 10^{-2}}{3} = \boxed{+0,5\pi \times 10^{-2}\,A}$$

Scanned with CamScanner

مثال ۲ یک پیچه مسطحی به مساحت ۶۰۰ سانتی‌متر مربع و دارای ۱۰۰ حلقه به مقاومت ۶ اهم است. اگر پیچه به‌طور عمود در میدان واقع شود و بزرگی میدان در مدت ۰/۱ ثانیه از ۰/۴ تسلا به صفر برسد مطلوبست:



الف) تغییر شار مغناطیسی

ب) نیروی محرکه ی القایی متوسط

پ) شدت جریان القایی متوسط

الف) $\Delta\Phi = A \times \Delta B \times \cos\theta$

$= 600\times10^{-4} \times (0-0/4)\times 1$

$= -6\times10^{-2} \times 4\times10^{-1}$

$= -24\times10^{-3}\,Wb = -24\,mWb$

ب) $|\bar{\mathcal{E}}| = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

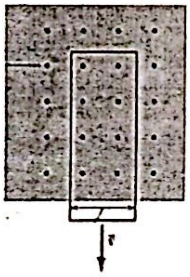
$= 100 \times \frac{24\times10^{-3}}{10^{-1}}$

$= 24\,(V)$

پ) $|\bar{I}| = \frac{|\bar{\mathcal{E}}|}{R}$

$= \frac{24}{6} = \boxed{4A}$

مثال ۳ مطابق شکل پیچه ای به شکل مستطیل به مساحت $400\,cm^2$ در عمود بر میدان مغناطیسی درون سو قرار دارد. در مدت ۰/۲s تمام پیچه به موازات سطح خود با سرعت ثابت از میدان خارج می شود. اگر تعداد حلقه‌های پیچه ۱۰۰ دور و مقاومت الکتریکی آن ۰/۵Ω و جریان متوسط القایی در پیچه هنگام خروج از میدان 2A باشد، بزرگی میدان مغناطیسی چند تسلا است؟



؟!

$|I| = \frac{N}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \Rightarrow |I| = \frac{N}{R}\left|\frac{0 - AB\cos0}{\Delta t}\right|$

$\Rightarrow B = \frac{|I|\times R\times\Delta t}{N\times A} = \frac{2\times0/5\times0/2}{10^2\times400\times10^{-4}} = \boxed{\frac{1}{20}\,T} = \boxed{0/05\,T}$

مثال ۴ یک پیچه با مساحت $10^{-2}\,m^2$ و مقاومت 4Ω و ۲۰۰ دور، عمود بر یک میدان مغناطیسی قرار دارد. اندازه‌ی میدان مغناطیسی با چه آهنگی تغییر کند تا جریانِ ۲ میلی‌آمپر به وجود آید؟

$\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right| = ?$ $\quad |I| = \frac{N}{R}\times\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \Rightarrow |I| = \frac{N}{R}\left|\frac{A\times\Delta B\times\cos0}{\Delta t}\right| \Rightarrow \left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right| = \frac{2\times10^{-3}\times4}{200\times10^{-2}} \Rightarrow \left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right| = \boxed{4\times10^{-3}\,\frac{T}{s}}$

مثال ۵ یک پیچه‌ی مسطح به مساحت ۰/۰۴ متر مربع و تعداد حلقه‌های ۱۰۰ دور از سیمی به مقاومت ۳ اهم ساخته شده است. این پیچه در یک میدان مغناطیسی طوری قرار گرفته که سطح پیچه با خطوط میدان زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی با آهنگ ۰/۶ تسلا بر ثانیه تغییر کند، در این صورت بزرگی جریان القایی در پیچه چقدر خواهد بود؟

زاویه پیچه با میدان مغناطیسی $= 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$

آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $= \left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right| = 0/6$

$|I| = \frac{N}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{N}{R}\left|\frac{A\times\Delta B\times\cos60}{\Delta t}\right| = \frac{100}{3}\times4\times10^{-2}\times6\times10^{-1}\times\frac{1}{2}$

$= 4\times10^{-1} = \boxed{0/4A}$

Scanned with CamScanner

مثال ۶ یک پیچه به مساحت $50cm^2$ شامل ۱۰۰ دور سیم است. میدان مغناطیسی‌ای عمود بر سطح آن با رابطه‌ی $B = 0/2t - 1$ تغییر می‌کند. اگر مقاومت پیچه 20Ω باشد، اندازه‌ی جریان القایی چند میلی آمپر است؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۱۰

$t_1 = 0 \Rightarrow B_1 = -1$

$t_2 = 1 \Rightarrow B_2 = -0/8$ $\Rightarrow \Delta B = +0/2$

$$I = -\frac{N}{R} \times \frac{A\Delta B\cos 0}{\Delta t} = \frac{-50\times10^{-4}\times 0/2}{1} = \frac{1}{1}\times10^{-3} = \boxed{-1mA}$$

مثال ۷ از پیچه‌ای با ۲۰۰ حلقه شار مغناطیسی بر حسب زمان از رابطه‌ی $\phi = 5\sin \pi t$ تغییر می‌کند اگر مقاومت پیچه و مدار ۱۰ اهم باشد:

الف) نیروی محرکه القایی متوسط پیچه.

ب) جریان القایی متوسط پیچه را در بازهٔ صفر تا $\frac{1}{2}s$ به‌دست آورید.

الف) $\phi = 5\sin \pi t$

$t_1 = 0 \Rightarrow \phi_1 = 5\sin 0 = 0$

$t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi_2 = 5\sin\frac{\pi}{2} = 5$

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -200\times\frac{5-0}{1/2} = \boxed{-2000V}$$

ب) $\bar{I} = \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} = \frac{-2000}{10} = \boxed{-200A}$

بار الکتریکی شارش یافته در پیچهٔ مسطح در اثر القای الکترومغناطیسی

$$|\bar{I}| = \frac{N}{R}\times\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| \xrightarrow{\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}} \left|\frac{\Delta q}{\Delta t}\right| = \frac{N}{R}\times\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| \Rightarrow \boxed{|\Delta q| = \frac{N}{R}\times|\Delta\phi|}$$

مقاومت الکتریکی مدار

مثال ۱ قابی به مساحت $100cm^2$ و مقاومت 1Ω از ۵۰ حلقه تشکیل شده است. این قاب عمود بر میدان $1G$ قرار دارد. اگر قاب را به اندازه‌ی 180° بچرخانیم، مقدار بار الکتریکی القا شده در قاب چند کولن است؟

۱) 10^{-3} ۲) 10^{-4}

۳) 10^{-5} ۴) 10^{-2}

$$|\Delta q| = \frac{N}{R}|\Delta\phi| = \frac{N}{R}|2AB| = \frac{50\times2\times100\times10^{-4}\times10^{-4}}{1} = \boxed{10^{-6}C}$$

مثال ۲ پیچه‌ای به مقاومت ۶۰۰ اهم از ۱۰۰ حلقه به قطر $6cm$ تشکیل شده است. این پیچه بین دو قطب یک آهن‌ربا چنان قرار گرفته است که شار مغناطیسی گذرنده از سطح آن بیشینه است. اگر پیچه را از میدان مغناطیسی خارج کنیم، بار الکتریکی 10^{-4} کولن در مدار متصل به پیچه شارش می‌کند. میدان مغناطیسی بین دو قطب آهنربا چند گاوس است؟

۱) ۰/۲۱۲ ۲) ۲۱/۲

۳) ۲۱۲ ۴) ۲۱۲۰

$\phi_2 - \phi_1 = 0$

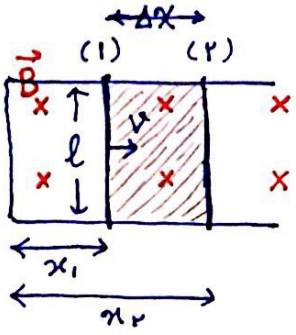
$$|\Delta q| = \frac{N}{R}|\Delta\phi| \Rightarrow |\Delta q| = \frac{N}{R}|AB\cos 0| \Rightarrow B = \frac{|\Delta q|\times R}{N\times\pi r^2} = \frac{10^{-4}\times600}{100\times3/14\times9\times10^{-4}} = \frac{2}{3/14\times3} = 0/212T = \boxed{2120G}$$

Scanned with CamScanner

نیروی محرکه‌ی القاییِ دو سرِ میله:

میله‌ای را در نظر می‌گیریم که مدار ناقصی را کامل کرده است. این مدار درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت و عمود بر آن قرار دارد.

چنانچه میله با سرعت ثابت v جابه‌جا شود نیروی محرکه‌ای در دو سر آن القا می‌شود که از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:



$$|\mathcal{E}| = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = 1\times\left|\frac{\Delta A\times B\times\cos 0}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\ell\,\Delta x\times B}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\mathcal{E}| = \ell v B$$

- $|\mathcal{E}|$: نیروی محرکه‌ی القا شده در دو سرِ میله (V)
- ℓ: طول میله (عرض قاب) (m)
- v: تندی میله ($\frac{m}{s}$)
- B: بزرگی میدان مغناطیسیِ یکنواخت (T)

تذکر: حتی اگر میله، مدار ناقصی را کامل نکرده باشد (به تنهایی در میدان مغناطیسی حرکت کند) به دو سرِ آن نیروی محرکه القا می‌شود؛ اما جریانی در آن جاری نمی‌شود. (مانند مولدِ منفرد که هنوز در مدار قرار نگرفته است.)

تذکر: شرایط استفاده از رابطه‌ی فوق به شرح زیر است:

۱- میله، راست باشد.

۲- میدان مغناطیسی، یکنواخت باشد.

۳- میله و بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ دو به دو بر هم عمود باشند.

مثال ①

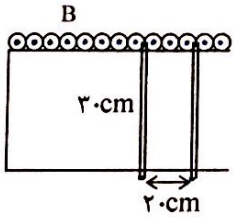
سیم راستی به طول ۴۰cm عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۰/۰۰۵T$ قرار دارد. سیم را با چه سرعتی (بر حسب متر بر ثانیه) عمود بر خطوط میدان حرکت دهیم تا اختلاف پتانسیل بین دو سر آن ۰/۰۲V شود؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

$$|\mathcal{E}| = \ell v B \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲} = ۴\times۱۰^{-۱}\times v\times ۵\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \boxed{v = ۱۰\ \frac{m}{s}}$$

مثال ②

مطابق شکل یک قطعه سیم، مدار ناقصی را کامل کرده است. این قطعه سیم را در مدت ۰/۱ ثانیه به اندازه‌ی ۲۰cm به طور یکنواخت به طرف راست می‌کشیم. اگر میدان مغناطیسی ۱/۵T عمود بر سطح کاغذ و به طرف بیرون باشد، نیروی محرکه‌ی القا شده در دو سر مدار چند ولت است؟



$$|\mathcal{E}| = \ell v B = ۰/۳\times۲\times۱/۵ = ۰/۹\,(V) \qquad v = \Delta x/\Delta t = ۰/۲/۰/۱ = ۲\ m/s$$

Scanned with CamScanner

نمودار $\Phi - t$

می دانیم اگر شار گذرنده از پیچه با آهنگ ثابت تغییر یابد نیروی محرکهٔ القایی، عدد ثابتی بوده و نیازی به علامت متوسط ندارد:

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{E} = -N \times \frac{\Phi - \Phi_0}{t - t_0} \Rightarrow \Phi - \Phi_0 = -\frac{\mathcal{E}}{N}t$$

t_0: خودمان صفر اختیار می‌کنیم

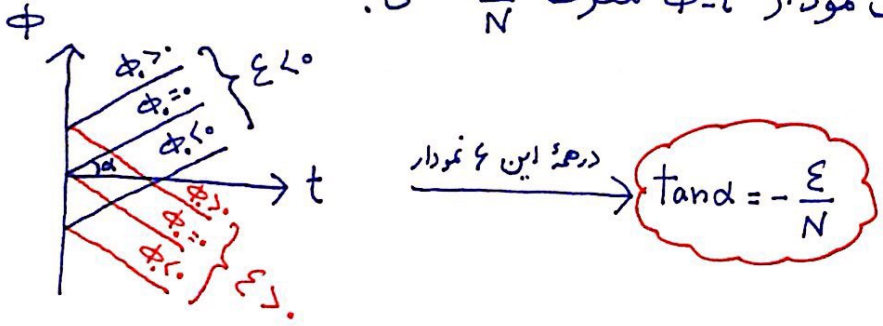
$$\Rightarrow \Phi = \left(-\frac{\mathcal{E}}{N}\right)t + \Phi_0$$

$$y = a\,x + b$$

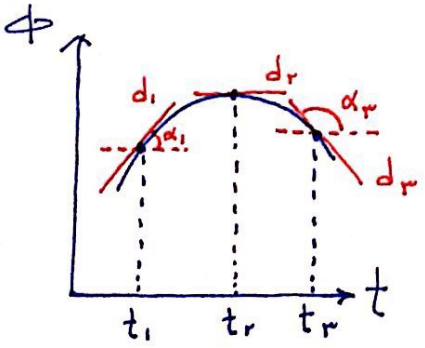
a: شیب خط — b: عرض از مبدأ

به این ترتیب:

شیب نمودار $\Phi - t$ معرّف $-\frac{\mathcal{E}}{N}$ می‌باشد.



تذکر: حتی اگر شار گذرنده از پیچه با آهنگ ثابت تغییر نکند (نمودار $\Phi - t$ خط راست نباشد) شیب نمودار در هر لحظه (شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه) معرّف $-\frac{\mathcal{E}}{N}$ است:



$$\underbrace{d_1 \text{ شیب}}_{+} = \tan\overset{\text{حاده}}{\uparrow}\alpha_1 = -\frac{\mathcal{E}_1}{N} \Rightarrow \mathcal{E}_1 < 0$$

$$\underbrace{d_2 \text{ شیب}}_{0} = \tan\overset{0}{\uparrow}\alpha_2 = -\frac{\mathcal{E}_2}{N} \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 0$$

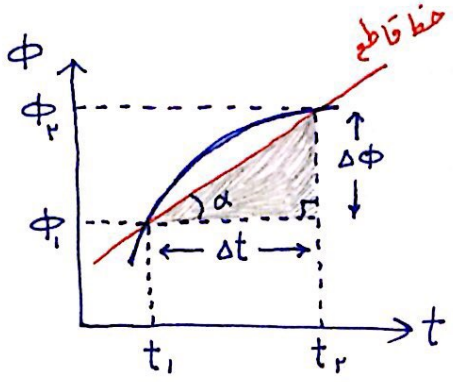
$$\underbrace{d_3 \text{ شیب}}_{-} = \tan\overset{\text{منفرجه}}{\uparrow}\alpha_3 = -\frac{\mathcal{E}_3}{N} \Rightarrow \mathcal{E}_3 > 0$$

$t < t_2$: شیب (کاهش) $\Rightarrow |\mathcal{E}|\downarrow$

$t > t_2$: شیب (افزایش) $\Rightarrow |\mathcal{E}|\uparrow$

Scanned with CamScanner

تذکر : در نمودار $\Phi-t$ در حالت کلی اگر شیب خط قاطع بین دو لحظهٔ معین را پیدا کنیم :



شیب خط قاطع $= \tan\alpha = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$\bar{\varepsilon} = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{\bar{\varepsilon}}{N}$

$\tan\alpha = -\dfrac{\bar{\varepsilon}}{N}$

نیروی محرکهٔ القایی متوسط بین لحظات t_1 تا t_2

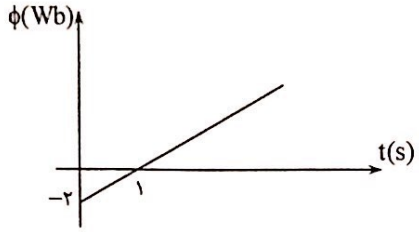
شیب خط قاطع بین لحظات t_1 تا t_2

تعداد حلقه‌های پیچه

Scanned with CamScanner

مثال ①

نمودار تغییرات شار مغناطیسی‌ای که از یک حلقه می‌گذرد برحسب زمان مطابق شکل مقابل است. اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در لحظه‌ی $t = 3s$ چند برابر اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در لحظه‌ی $t = 2s$ است؟



۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

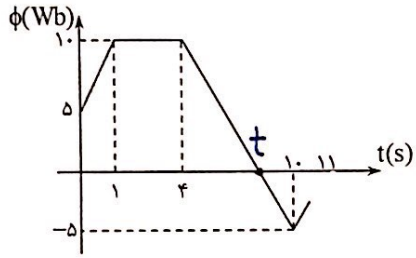
۳) ۲

۴) $\frac{۵}{۲}$

مطابق نمودار، ϕ با آهنگ ثابت در حال تغییر است بنابراین نیروی محرکه‌ی القایی، عددی ثابتی بوده و در همه‌ی لحظات، یکسان است.

مثال ②

شکل زیر نمودار تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه را بر حسب زمان نشان می‌دهد. در لحظه‌ای که شار مغناطیسی برای اولین بار صفر می‌شود، نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه چند ولت است؟



۱) ۵

۲) -۵

۳) ۲/۵

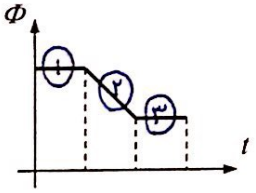
۴) -۲/۵

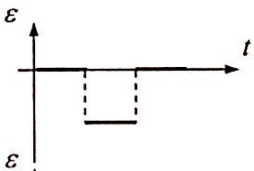
بین لحظات $t=4$ و $t=10$ آهنگ تغییر شار، ثابت است؛ لذا در این بازه‌ی زمانی، نیروی محرکه‌ی القایی، ثابت بوده و با متوسطش برابر است:

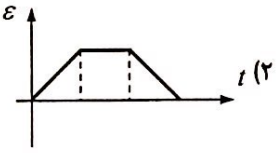
$$\mathcal{E}_t = \overline{\mathcal{E}}_{4\to10} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -1\times\frac{-5-10}{6} \overset{(\circ)}{=} -1\times\frac{-15}{6} = \boxed{+2/5V}$$

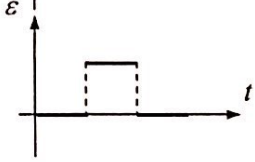
مثال ③

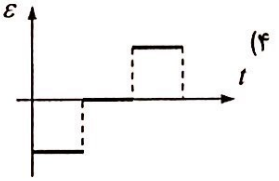
شکل روبرو نمودار تغییرات شار مغناطیسی‌ای که از یک مدار می‌گذرد نسبت به زمان را نشان می‌دهد. کدامیک از نمودارهای زیر تغییرات نیروی محرکه‌ی القا شده در دو سر این مدار را بر حسب زمان درست نشان می‌دهد؟



۱)


۲)


۳)


۴)


مراحل ① و ③ : $\phi =$ ثابت $\Rightarrow \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_3 = 0$

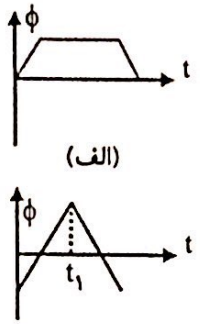
مرحله‌ی ② : $\phi\downarrow \Rightarrow \Delta\phi < 0 \xrightarrow{\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}} \mathcal{E}_2 > 0$

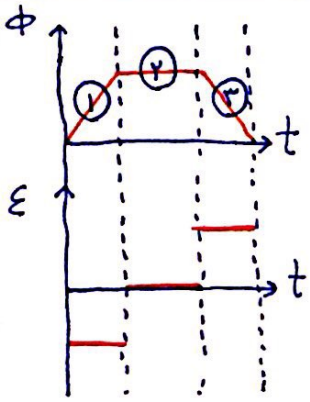
$\mathcal{E}_2 =$ ثابت $\Rightarrow$ نمودار، خط راست است

$\Rightarrow$ گزینه‌ی ③ صحیح است.

Scanned with CamScanner

مثال ④ نمودار شار مغناطیسی بر حسب زمان که از یک حلقه عبور می‌کند در دو حالت مختلف مطابق شکل‌های مقابل است. نمودار کیفی نیروی محرکه‌ی القایی مدار بر حسب زمان را رسم کنید.





① : $\phi^{\uparrow} \Rightarrow \Delta\phi > 0$

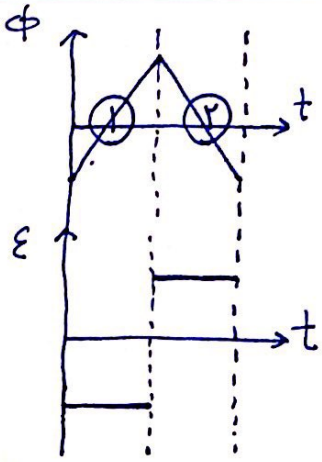
$\Rightarrow \varepsilon_1 < 0$ ، $\varepsilon_1 =$ ثابت

② : $\phi =$ ثابت $\Rightarrow \Delta\phi = 0$

$\Rightarrow \varepsilon_2 = 0$

③ : $\phi_{\downarrow} \Rightarrow \Delta\phi < 0$

$\Rightarrow \varepsilon_3 > 0$ ، $\varepsilon_3 =$ ثابت



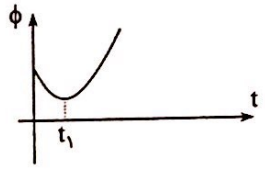
① : $\phi^{\uparrow} \Rightarrow \Delta\phi > 0$

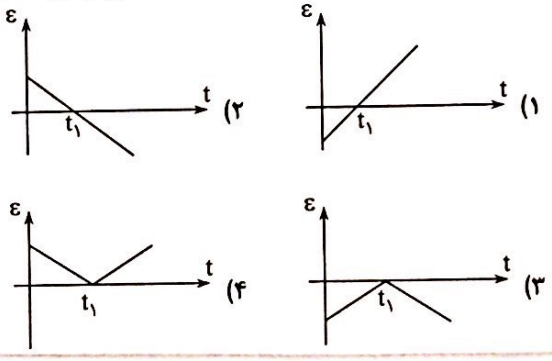
$\Rightarrow \varepsilon_1 < 0$ ، $\varepsilon_1 =$ ثابت

② : $\phi_{\downarrow} \Rightarrow \Delta\phi < 0$

$\Rightarrow \varepsilon_2 > 0$ ، $\varepsilon_2 =$ ثابت

مثال ⑤ اگر نمودار تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از یک پیچه‌ی بسته بر حسب زمان به صورت سهمی مقابل باشد، کدام‌یک از نمودارهای زیر، نمودار نیروی محرکه‌ی تولید شده در پیچه بر حسب زمان خواهد بود؟





۱/ $0 \le t < t_1$: نزولی، حظ‌ماس $\Rightarrow$ شیب حظ‌ماس $< 0 \Rightarrow \varepsilon > 0$

$|\varepsilon|_{\downarrow} \Rightarrow$ شیب خطوط مماس در حال کاهش

۲/ $t = t_1$: افقی : حظ‌ماس $\Rightarrow$ شیب حظ‌ماس $= 0 \Rightarrow \varepsilon = 0$

۳/ $t > t_1$: صعودی : حظ‌های مماس $\Rightarrow$ شیب حظ‌ماس $> 0 \Rightarrow \varepsilon < 0$

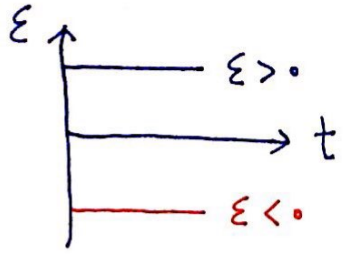
$|\varepsilon|^{\uparrow} \Rightarrow$ شیب خطوط مماس در حال افزایش

$\Rightarrow$ گزینه‌ی (۲) صحیح است.

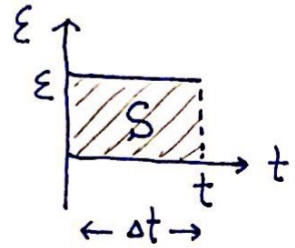
Scanned with CamScanner

نمودار $\varepsilon - t$

می دانیم اگر شار گذرنده از پیچه با آهنگ ثابت تغییر یابد نیروی محرکه‌ٔ القایی عدد ثابتی خواهد بود ؛ لذا نمودار $\varepsilon - t$ یک خط راست به موازات محور زمان می‌شود :



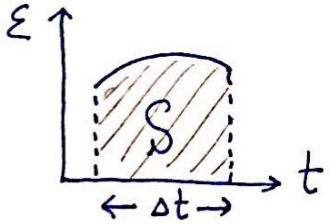
در اینصورت مساحت سطح زیر نمودار برابر خواهد شد با :



$$S = \varepsilon \cdot t = \varepsilon \times \Delta t = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow S_{\varepsilon - t} = -N \Delta\Phi$$

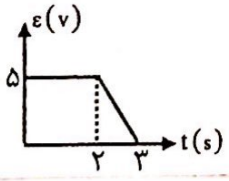
تذکر : ثابت می‌شود در حالت کلّی ، حتی اگر نیروی محرکه‌ٔ القایی ، ثابت نباشد ، باز هم مساحت سطح زیر نمودار $\varepsilon - t$ برابر $-N\Delta\Phi$ می‌شود :



$$S_{\varepsilon - t} = -N \Delta\Phi$$

مثال ①

شکل مقابل نمودار نیروی محرکه بر حسب زمان یک پیچه با ۵۰ دور حلقه است. تغییر شار مغناطیسی در سه ثانیه اول چند وبر است؟



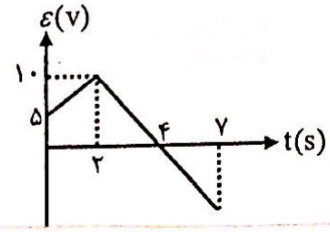
$$S = -N\Delta\Phi \Rightarrow \frac{(۲+۳)\times ۵}{۲} = -۵۰ \times \Delta\Phi \Rightarrow \Delta\Phi = -\frac{۵}{۲۰} = \boxed{-\frac{۱}{۴}\,Wb} = \boxed{-۰,۲۵\,Wb}$$

مثال ②

نمودار محرکه‌ی القایی در یک پیچه که ۱۰۰ حلقه دارد مطابق شکل مقابل است. در مدت $t = ۰$ تا $t = ۷$ کنید.

الف) تغییر شار مغناطیسی گذرنده از پیچه چند وبر است؟

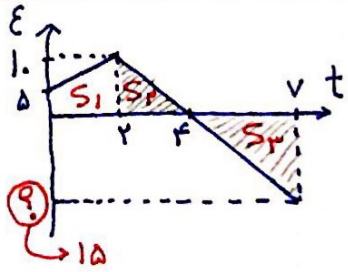
ب) نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در پیچه چند ولت است؟



الف) $S_۱ + S_۲ + S_۳ = -N\Delta\Phi$

$$\Rightarrow \frac{(۵+۱۰)\times ۲}{۲} + \frac{۱۰\times ۲}{۲} - \frac{۱۵\times ۳}{۲} = -۱۰۰\Delta\Phi$$

$$\Rightarrow ۱۵+۱۰-۲۲,۵ = -۱۰۰\Delta\Phi \Rightarrow \boxed{\Delta\Phi = -۲,۵\times ۱۰^{-۲}\,Wb}$$



ب) $\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$= -۱۰۰ \times \frac{-۲,۵\times ۱۰^{-۲}}{۷}$$

$$= \boxed{+\frac{۵}{۱۴}\,(V)}$$

Scanned with CamScanner

۲- قانون لنز: جهت نیروی محرکه‌ی القایی (جهت جریان الکتریکی القایی) همواره به گونه‌ای است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با عامل بوجود آورنده‌ی خود یعنی تغییرات شار مغناطیسی مخالفت می‌کند.

تذکر: لنز، فیزیکدان آلمانیِ روس تبار این قانون را در سال ۱۸۳۴ کشف کرد.

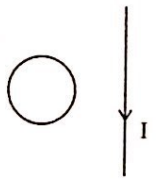
نحوه‌ی استفاده از قانون لنز:

میدان مغناطیسی خارجی را با B نشان می‌دهیم. در اثر تغییر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه، یک جریان الکتریکی در حلقه القا می‌شود به نامِ I'. میدان مغناطیسی ناشی از این جریان را با B' نمایش می‌دهیم. یکی از دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

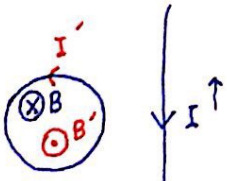
۱- چنانچه شار گذرنده از حلقه در حال افزایش باشد جهت جریان القایی به گونه‌ای خواهد بود که B' در خلاف جهت B ایجاد شود تا آهنگ افزایش شار، کند شود.

۲- چنانچه شار گذرنده از حلقه در حال کاهش باشد جهت جریان القایی به گونه‌ای خواهد بود که B' هم‌جهت B ایجاد شود تا آهنگ کاهش شار، کند شود.

مثال ① **جهت جریان القا شده در حلقه را با ذکر دلیل در دو حالت تعیین کنید: الف) وقتی شدت جریان افزایش می‌یابد. ب) وقتی شدت جریان کاهش می‌یابد.**

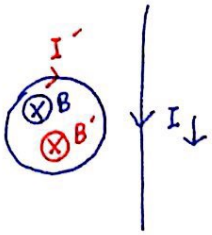


(الف)



$I \uparrow \Rightarrow B \uparrow \Rightarrow \Phi \uparrow \Rightarrow B'$ خلاف جهت B ایجاد می‌شود. $\Rightarrow I'$ پادساعتگرد القا می‌شود.

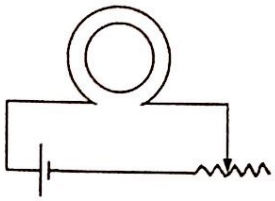
(ب)

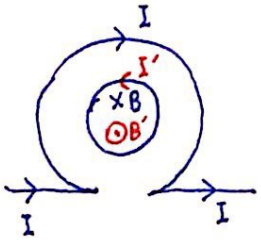


$I \downarrow \Rightarrow B \downarrow \Rightarrow \Phi \downarrow \Rightarrow B'$ هم جهت B ایجاد می‌شود. $\Rightarrow I'$ ساعتگرد القا می‌شود.

Scanned with CamScanner

مثال ۲ در شکل روبرو مقاومت رئوستا در حال کاهش است. با ذکر دلیل جهت جریان القا شده در حلقه دایره‌ای را تعیین کنید؟



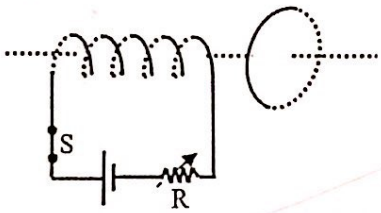


$R_{\downarrow} \Rightarrow I^{\uparrow} \Rightarrow B^{\uparrow} \Rightarrow \Phi^{\uparrow} \Rightarrow$ B' برعکس B ظاهر می‌شود

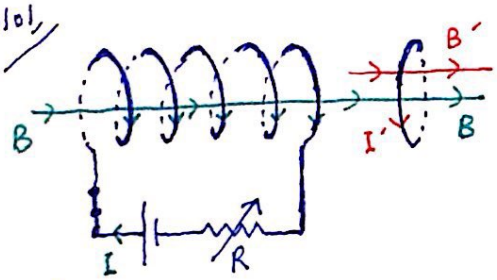
$\Downarrow$

I' ، پادساعتگرد القا می‌شود

مثال ۳ در شکل مقابل اگر مقاومت رئوستا را زیاد کنیم جهت جریان القایی در حلقه‌ی را تعیین کنید.



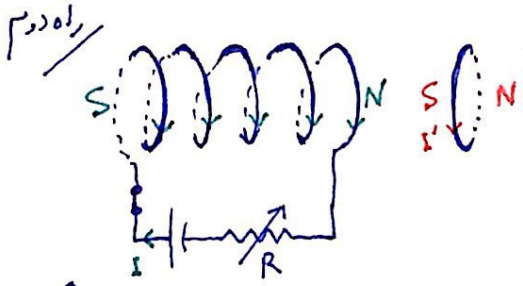
راه اول



$R^{\uparrow} \Downarrow I_{\downarrow} \Downarrow B_{\downarrow} \Downarrow \Phi_{\downarrow} \Downarrow B'$ هم جهت B $\Downarrow$ I' ازدیاد ما

رو به پایین القا می‌شود.

راه دوم



$R^{\uparrow} \Downarrow I_{\downarrow} \Downarrow B_{\downarrow} \Downarrow \Phi_{\downarrow}$

بین سیملوله و حلقه نیروی جاذبه مغناطیسی ظاهر می‌شود.

$\Downarrow$

وجه سمت چپ حلقه، S می‌شود

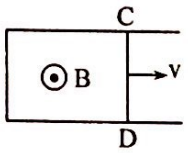
$\Downarrow$

I' ازدیاد ما پادساعتگرد القا می‌شود.

Scanned with CamScanner

مثال ④

مطابق شکل، سیم راست CD به طول ۲۰cm با سرعت ثابت $5\frac{m}{s}$ عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت برونسویی به شدت ۰/۳T در جهت نشان داده شده حرکت می‌کند. آهنگ تغییر شار مغناطیسی چند وبر بر ثانیه و جهت جریان کدام است؟



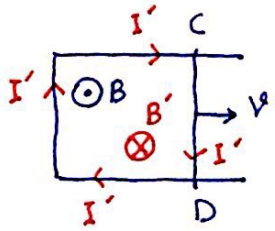
۱) ۰/۳، ساعتگرد

۲) ۰/۳، پادساعتگرد

۳) ۱/۵، ساعتگرد

۴) ۱/۵، پادساعتگرد

$|\varepsilon| = |\varepsilon| \Rightarrow N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = lvB \Rightarrow \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = 0/2 \times 5 \times 0/3 = 0/3 \left(\frac{Wb}{s}\right)$ (V)



A ↑

⇓

Φ ↑

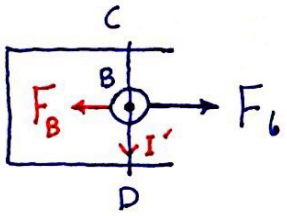
⇓

B' برعکس B به وجود می‌آید.

⇓

I' ساعتگرد القا می‌شود.

راه دوم: ما میلهٔ CD را با نیروی خودمان (F_0) به طرف راست می‌کشیم



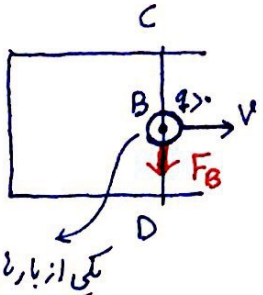
⇓

نیروی F_B (نیروی مقاوم - نیروی مزاحم) به طرف چپ ظاهر می‌شود.

⇓

برای آن که F_B به طرف چپ وارد شود باید I' (جریان القایی) روبه پایین باشد. (طبق قاعدهٔ دست راست)

راه سوم: ما میلهٔ CD را با سرعت v به طرف راست می‌کشیم



⇓

همهٔ بارها + فرضی درون میله با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کنند.

⇓

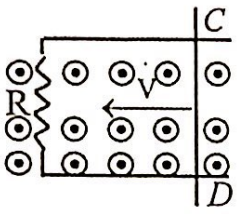
به تمامی آنها نیروی مغناطیسی F_B روبه پایین اثر می‌کند.

⇓

همین نیرو سبب حرکت بارهای + به طرف پایین میله می‌شود.

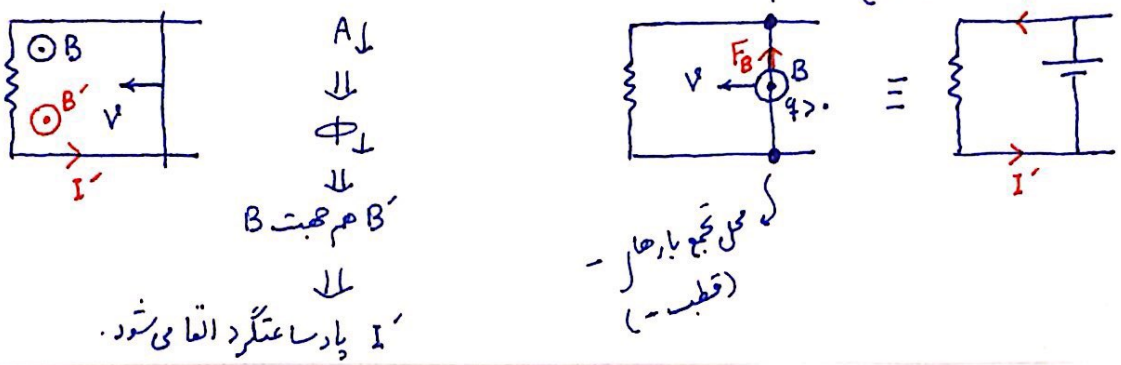
Scanned with CamScanner

مثال ⑤



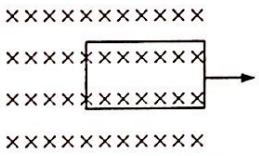
مطابق شکل مقابل، میله فلزی CD با سیم‌های رابط و مقاومت R مدار بسته‌ای را تشکیل می‌دهد. میله CD با سرعت $V = 4\,m/s$ در جهت نشان داده شده حرکت می‌کند. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت و عمود بر سطح مدار به طرف بیرون صفحه و اندازه آن برابر $0/5\,T$ باشد، اندازه و جهت جریان القایی در مدار را معین کنید. (مقاومت کل مدار برابر 6Ω و $CD = 30\,cm$ است)

$$|I| = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{lvB}{R} = \frac{0/3 \times 4 \times 0/5}{6} = 0/1\,A$$



مثال ⑥

مطابق شکل مقابل تمام پیچه‌ای به شکل مستطیل به مساحت $400\,cm^2$ در سطح افقی در میدان مغناطیسی درونسو قرار دارد. در مدت ۰/۲ ثانیه تمام پیچه به موازات سطح خود با سرعت ثابت از میدان خارج می‌شود. اگر تعداد حلقه‌های پیچه ۱۰۰ دور و مقاومت الکتریکی آن $0/5\Omega$ و جریان متوسط القایی در پیچه A ۲ باشد، معین کنید: الف) بزرگی میدان مغناطیسی ب) جهت جریان القایی در پیچه.



الف/ $\Phi_1 = AB\cos 0^\circ$

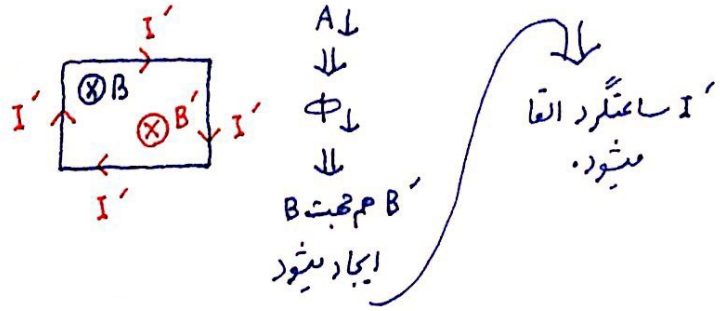
$\Phi_2 = 0$

$$|\bar{I}| = \frac{N}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{I}| = \frac{N}{R}\left|\frac{0 - AB}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow B = \frac{|\bar{I}| \times R \times \Delta t}{N \times A} = \frac{2 \times 0/5 \times 0/2}{100 \times 4 \times 10^{-2}} = \frac{2}{40}\,T$$

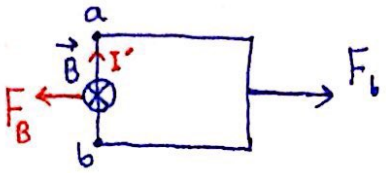
$$= \frac{1}{20}\,T = 0/05\,T$$

ب/



Scanned with CamScanner

ب) راه دوم :



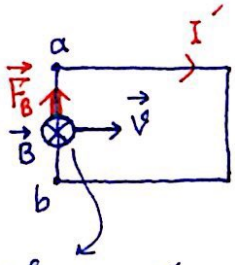
F_b به سمت راست

F_B (مقاوم ـ مزاحم)

به سمت چپ ظاهر میشود

برای آنکه F_B به طرف چپ باشد، I' باید در ضلع ab به طرف بالا باشد.

ب) راه سوم :



یکی از بارهای مثبت فرضی درون ضلع ab

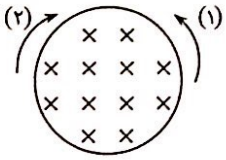
قاب و در نتیجه ضلع ab با سرعت v توسط ما به طرف راست حرکت می کند.

هر یک از بارهای + فرضی ضلع ab با سرعت v به طرف راست حرکت می کنند.

به تک تک این بارهای +، نیروی مغناطیسی به طرف بالا اثر کرده و همین نیروی مغناطیسی باعث به جریان افتادن این بارهای + به صورت ساعتگرد میشود.

مثال (۷)

حلقه‌ای مطابق شکل عمود بر میدان مغناطیسی B که جهت آن به سمت داخل صفحه می‌باشد، قرار دارد. اگر میدان به طور یکنواخت از $\vec{B}$ به $-\vec{B}$ تغییر کند، شدت جریان القایی در حلقه در کدام جهت خواهد بود؟

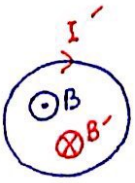


۱) (۱)

۲) ابتدا (۲) و سپس (۱)

۳) ابتدا (۱) و سپس (۲)

۴) (۲)

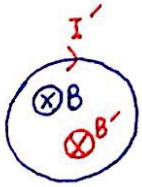


B ↑

Φ ↑

B' برعکس B ایجاد میشود.

I' ساعتگرد القا میشود.



B ↓

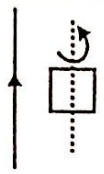
Φ ↓

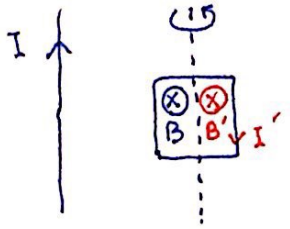
B' هم جهت B ایجاد میشود.

I' ساعتگرد القا میشود.

Scanned with CamScanner

مثال ⑧ در هر یک از شکل‌های مقابل جهت جریان القایی را در حلقه تعیین کنید.





$\Phi \downarrow$: با چرخش قاب

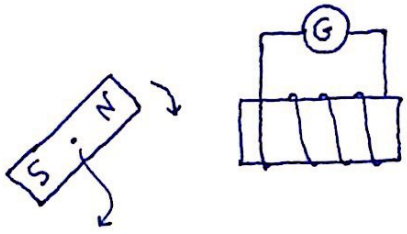
$\Downarrow$

B' هم جهت B شکل می‌گیرد.

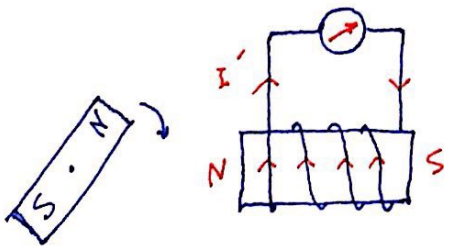
$\Downarrow$

I'، ساعتگرد القا می‌شود.

مثال ⑨ در شکل زیر آهن‌ربای میله‌ای در مقابل دهانهٔ سیملوله در حال چرخش است. در لحظهٔ نشان داده شده جهت جریان القایی در سیملوله چگونه است؟



چرخش، حول این نقطه صورت می‌گیرد.



قطب N آهن‌ربا در حال نزدیک شدن به دهانهٔ سیملوله است.

$\Downarrow$

$B \uparrow$

$\Downarrow$

$\Phi \uparrow$

$\Downarrow$

بین سیملوله و آهن‌ربا نیروی دافعهٔ مغناطیسی ظاهر می‌شود.

$\Downarrow$

دهانهٔ سمت چپ سیملوله، N می‌شود.

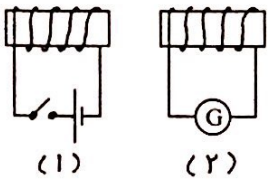
$\Downarrow$

I'، ساعتگرد القا می‌شود.

Scanned with CamScanner

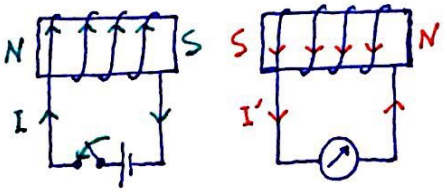
مثال ۱۰ دو سیم پیچ به شکل مقابل، نسبت به هم جابجا نمی‌شوند. در کدام مورد گالوانومتر عبور جریان الکتریکی را نشان می‌دهد؟

۱) فقط در لحظه‌ی قطع کلید
۲) در لحظه‌ی قطع و وصل کلید
۳) از لحظه‌ی وصل تا قطع کلید
۴) فقط در لحظه‌ی وصل کلید



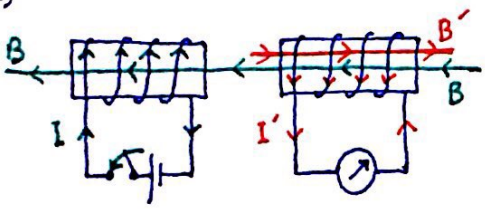
جریان سیملولهٔ (۱) در لحظهٔ وصل کلید از ۰ به I و در لحظهٔ قطع کلید از I به ۰ تغییر می‌یابد. در این دو بازهٔ زمانی بسیار کوتاه، میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) و در نتیجه شار مغناطیسی گذرندهٔ از سیملولهٔ (۲) تغییر یافته و در این سیملوله، جریان الکتریکی القا می‌شود؛ یعنی اگر به جای گالوانومتر، لامپ می‌بود، هم موقع وصل کلید و هم موقع قطع کلید، چشمک می‌زد. تا وقتی جریان سیملولهٔ (۱)، ثابت و برابر I است، پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی در سیملولهٔ (۲) نداریم.

راه دوم



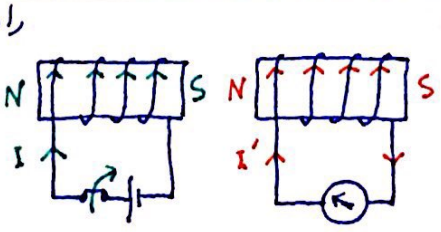
با وصل کلید: $I\uparrow$
$\Downarrow$
$B\uparrow$
$\Downarrow$
$\Phi\uparrow$
$\Downarrow$
بین سیملوله‌ها نیروی دافعهٔ مغناطیسی ظاهر می‌شود
$\Downarrow$
دهانهٔ چپ سیملولهٔ (۲)، S می‌شود $\Leftarrow$ I' پادساعتگرد القا می‌شود.

راه اول



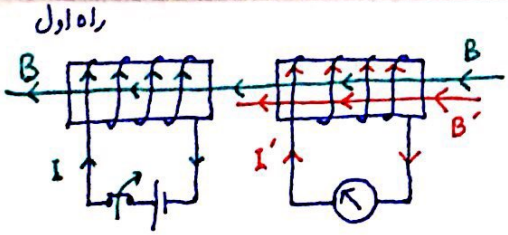
با وصل کلید: $I\uparrow$
$\Downarrow$
$B\uparrow$
$\Downarrow$
$\Phi\uparrow$
$\Downarrow$
B' برعکس B خلق می‌شود
$\Downarrow$
I' پادساعتگرد القا می‌شود.

راه دوم



با قطع کلید: $I\downarrow$
$\Downarrow$
$B\downarrow$
$\Downarrow$
$\Phi\downarrow$
$\Downarrow$
بین سیملوله‌ها نیروی جاذبهٔ مغناطیسی ظاهر می‌شود.
$\Downarrow$
دهانهٔ چپ سیملولهٔ (۲)، N می‌شود $\Leftarrow$ I' ساعتگرد القا می‌شود.

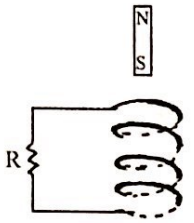
راه اول



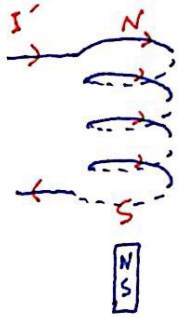
با قطع کلید: $I\downarrow$
$\Downarrow$
$B\downarrow$
$\Downarrow$
$\Phi\downarrow$
$\Downarrow$
B' هم جهت B ایجاد می‌شود
$\Downarrow$
I' ساعتگرد القا می‌شود.

Scanned with CamScanner

مثال (۱۱) مطابق شکل دو سر سیملوله‌ای به مقاومت R متصل است. آهنربایی را از بالا درون آن رها می‌کنیم. شتاب حرکت آهنربا را از قبل از ورود به سیملوله تا بعد از خروج از آن بررسی کنید.



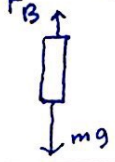
تا وقتی آهن ربا در حال دور شدن از سیملوله است.



$B\downarrow \Rightarrow \Phi\downarrow \Rightarrow$ بین آهن ربا و سیملوله نیروی جاذبه ظاهر میشود.

$\Downarrow$

$a_3 < g$



تا وقتی آهن ربا به طور کامل درون سیملوله است.

$\Downarrow$

Φ = ثابت

$\Downarrow$

I' القایی نداریم

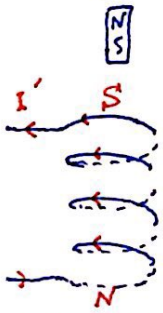
$\Downarrow$

سیملوله + آهن ربا ساکنند

$\Downarrow$

$a_2 = g$

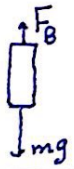
تا وقتی آهن ربا در حال نزدیک شدن به سیملوله است.



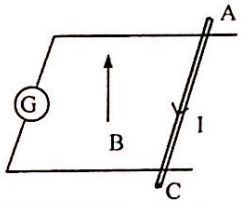
$B\uparrow \Rightarrow \Phi\uparrow \Rightarrow$ بین آهن ربا و سیملوله نیروی دافعه ظاهر میشود.

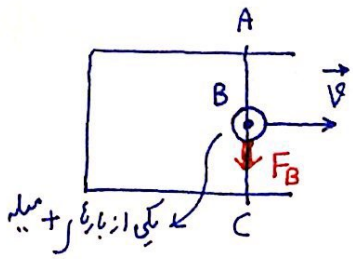
$\Downarrow$

$a_1 < g$



مثال (۱۲) با توجه به شکل زیر میله‌ی رسانای AC روی دو میله رسانای موازی در صفحه‌ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت B می‌لغزد. با توجه به جهت جریان القایی در مدار و ذکر دلیل، جهت حرکت میله‌ی AC را مشخص کنید.





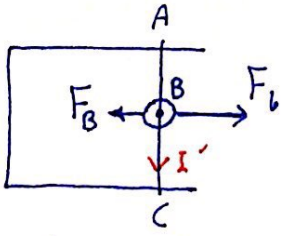
I' القایی به طرف پایین است

$\Downarrow$

به بار + میله، F_B به طرف پایین وارد می‌شود

$\Downarrow$

قطعاً میله به همراه بارهای مثبتش با سرعت v در حال انتقال به سمت راست است.



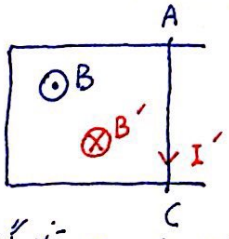
به میله‌ی حامل جریان I' در میدان B

F_B (نیروی مقاوم - نیروی مزاحم)

به طرف چپ وارد میشود

$\Downarrow$

نیروی خارجی (F_h) در حال کشیدن میله به طرف راست است.



B' در خلاف B شکل گرفته است

$\Downarrow$

$\Phi\uparrow$

$\Downarrow$

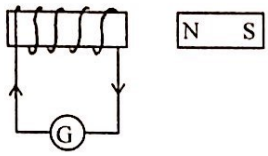
$A\uparrow$

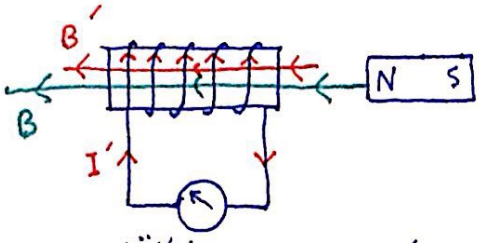
$\Downarrow$

شخصی در حال کشیدن میله به طرف راست است.

Scanned with CamScanner

مثال (۱۳) در شکل زیر، آهنربای میله‌ای نسبت به سیملوله در حال نزدیک شدن است، یا دور شدن؟ دلیل خود را بیان نمایید.



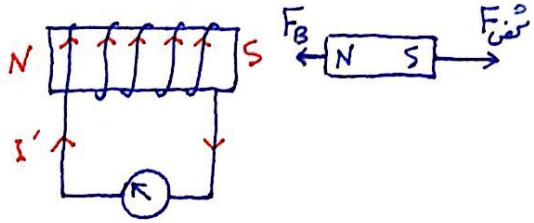


B' هم جهت B ایجاد شده است

$\Phi_B \downarrow$

$B \downarrow$

تحفی در حال دور کردن آهن ربا از سیملوله است.

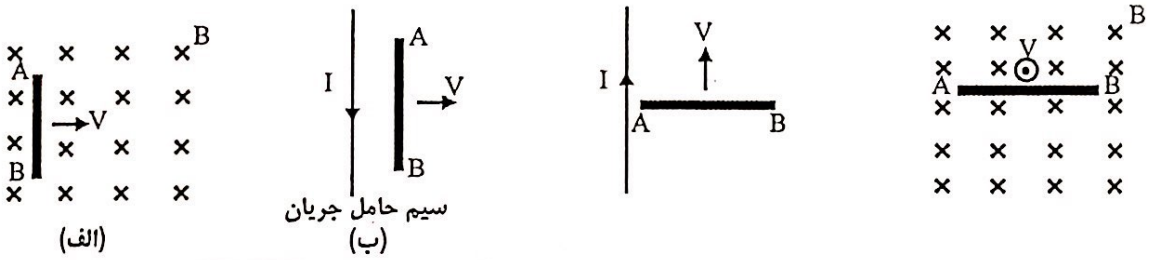


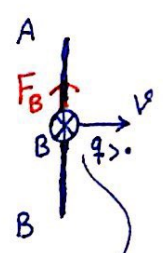
سیملوله، حامل جریان القایی بوده و آهن ربا است.

بنابر قانون لنز بین سیملوله و آهن ربا، جاذبه است.

تحفی با نیروی خود در حال دور کردن آهن ربا از سیملوله است.

مثال (۱۴) در هر یک از شکل‌های زیر یک میله‌ی رسانا را در جهت نشان داده شده با سرعت V حرکت می‌دهیم. با ذکر دلیل بار الکتریکی که در هر نقطه‌ی A و B به‌وجود می‌آید را مشخص کنید.

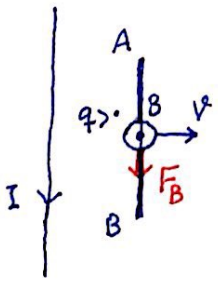




یکی از بارها + فرضی میله

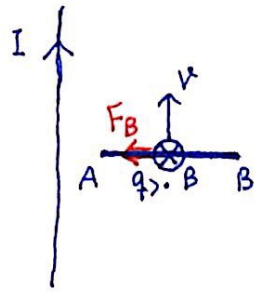
A: محل تجمع بارهای +

B: " " " : −



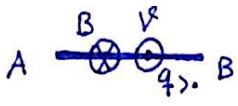
A: محل تجمع بارهای −

B: " " " : +



A: محل تجمع بارهای +

B: " " " : −



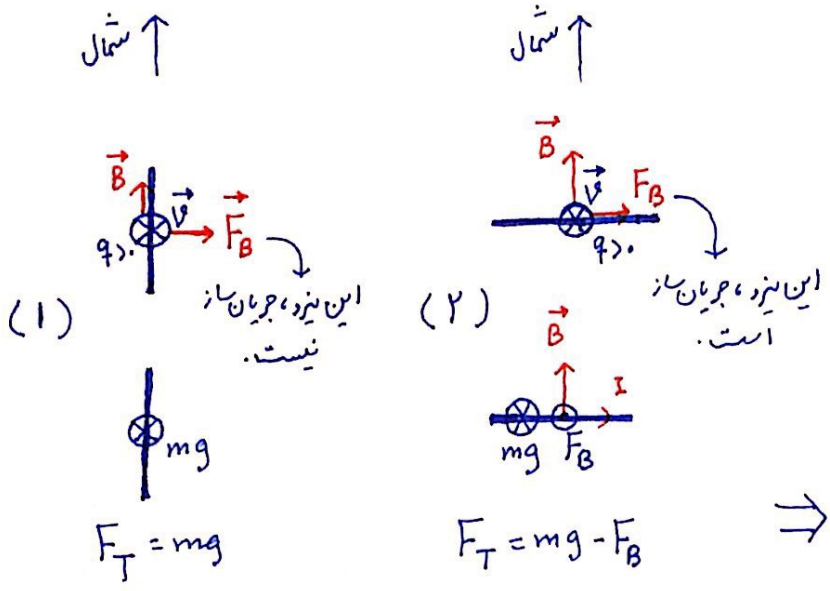
$\theta_{\vec{V},\vec{B}} = 180^\circ$

$F_B = 0$

A و B: هردو، خنثی

Scanned with CamScanner

مثال (۱۵) دو میله‌ی رسانا، هم طول و هم جرم را هم‌زمان از یک نقطه رها می‌کنیم، اگر امتداد یک میله در راستای شمال- جنوب و دیگری در راستای شرق- غرب باشد کدام میله زودتر به زمین می‌رسد؟ (میدان مغناطیسی زمین افقی است)



$\Rightarrow$ میلهٔ (۱) زودتر به زمین می‌رسد.

Scanned with CamScanner

خود-القاوری (خودالقایی):

حلقه، پیچه‌ی مسطح، سیملوله و یا هر سیم‌پیچ دیگری را در نظر می‌گیریم که به یک مولد، متصل بوده و از آن جریان الکتریکی عبور می‌کند؛ در نتیجه درون قطعه‌ی مذکور، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود؛ یعنی از درونِ آن شار مغناطیسی عبور می‌کند. چنانچه به هر دلیلی این شار مغناطیسی تغییر نماید نیروی محرکه‌ای در آن القا می شود. به نام نیروی محرکه‌ی خودالقاوری. در این مبحث چیزی به اسم جریانِ خودالقاوری وجود ندارد، بلکه فقط نیروی محرکه‌ی خودالقاوری داریم که روی جریانِ موجود تأثیر می‌گذارد.

القاگر (خودالقا): به قطعه‌هایی مانند حلقه، پیچه‌ی مسطح، سیملوله و یا هر سیم‌پیچ دیگری که امکان تولید نیروی محرکه‌ی خودالقایی در آنها وجود دارد القاگر می‌گوییم.

تذکر: شکل ~~~ در مدارهای الکتریکی نه فقط نماد سیملوله، بلکه نماد همه‌ی القاگرها است.

ضریب القاوری (ضریب خودالقایی): قدرت یک القاگر با ضریبی مشخص می‌شود به نام ضریب القاوری. ضریب القاوریِ یک القاگر به ساختمان آن القاگر بستگی داشته و آن را با L نمایش می‌دهیم.

ضریب القاوریِ سیملوله:

می‌دانیم ضریب القاوری القاگر به ساختمان القاگر بستگی دارد. از طرفِ دیگر متداول‌ترین نوع القاگر، سیملوله می‌باشد؛ لذا به سراغ جواب این پرسش می‌رویم که « مشخصاً ضریب القاوریِ سیملوله به چه عواملی از ساختمانِ آن بستگی دارد؟»

ثابت می‌شود ضریب القاوریِ سیملوله از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$L = \frac{k\mu_0 N^2 A}{l}$$

(k: ضریب القاوری سیملوله، μ_0: تراوایی مغناطیسی خلأ ($\frac{T.m}{A}$)، N: تعداد حلقه‌ها، A: مساحت هر حلقه (m^2)، l: طول سیملوله (m)، k: تراوایی نسبی مغناطیسی هسته (بدون یکا))

تذکر: این رابطه نشان می‌دهد: ضریب خودالقاوریِ سیملوله اولاً با مجذور تعداد دورها و مساحت هر حلقه از سیملوله رابطه‌ی مستقیم دارد، ثانیاً با طول سیملوله رابطه‌ی عکس دارد و ثالثاً به جنس هسته بستگی دارد.

تذکر: واحد ضریب القاوری در SI ، $\Omega.s$ می‌باشد که به آن H (هانری) می‌گوییم.

$$L = \frac{k\mu_0 N^2 A}{l} \Rightarrow [L] = \frac{\frac{T.m}{A} \times m^2}{m} = \frac{T.m^3}{A.m} = \frac{T.m^2}{A} = \frac{\frac{N}{A.m} \cdot m^2}{A} = \frac{N.m}{A.A}$$

$$= \frac{J}{C/s.A} = \frac{J.s}{C.A} = \frac{V.s}{A} = \Omega.s = H$$

(J: V، C: Ω)

Scanned with CamScanner

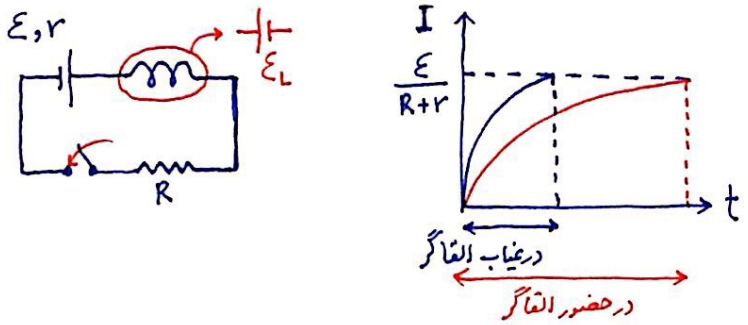
مثال‌هایی از پدیده‌ی خود-القاوری:

مثال (۱):

مدار تک حلقه‌ای را در نظر می‌گیریم که شامل یک باتری، یک مقاومت، یک القاگر و یک کلید است. نیروی محرکه‌ی خودالقاوریِ ایجاد شده در القاگرِ این مدار را در دو لحظه‌ی وصل و قطع کلید بررسی می‌کنیم:

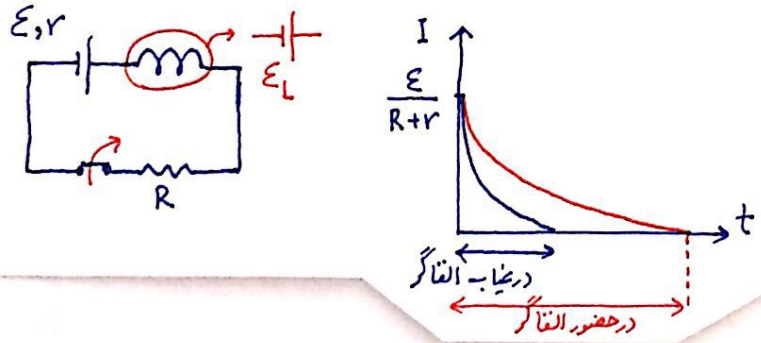
الف) لحظه‌ی وصل کلید:

وقتی کلید S را می‌بندیم جریان می‌خواهد از صفر به حداکثر مقدار خود برسد. بنابراین نیروی محرکه‌ی خودالقاوری در القاگر به‌گونه‌ای ایجاد می‌شود که از افزایش جریان جلوگیری کند. (نیروی ضد محرکه‌ی خودالقاوری علیه باتری ایجاد می‌شود.) یعنی آهنگ افزایش جریان مدار کند می‌شود. در نتیجه جریانِ مدار در مدت زمان طولانی‌تری به حداکثر مقدار خود می‌رسد. نمودار $I-t$ مدار در لحظه‌ی وصل کلید به صورت زیر است:



۲) لحظه‌ی قطع کلید:

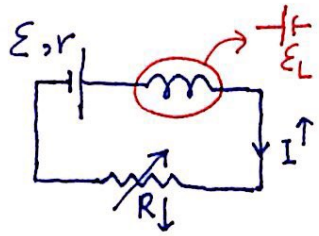
با باز شدن کلید S جریان مدار می‌خواهد از حداکثر مقدار خود به صفر برسد. در نتیجه نیروی محرکه‌ی خودالقاوری در القاگر طوری ایجاد می‌شود که از کاهش جریان جلوگیری کند. (نیروی محرکه‌ی خودالقاوری کمک باتری ایجاد می‌شود.) در نتیجه آهنگ کاهش جریان کند شده و جریان مدار در مدت زمان طولانی‌تری به صفر می‌رسد. شکل زیر نمودار $I-t$ را برای لحظه‌ی قطع کلید نشان می‌دهد:



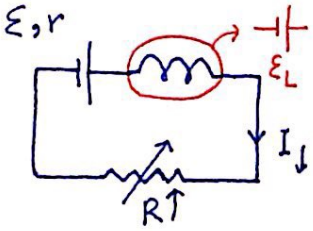
Scanned with CamScanner

مثال (۲):

مدار تک حلقه‌ای را شامل یک باتری، یک رئوستا و یک القاگر در نظر می‌گیریم. نیروی محرکه‌ی خودالقاوری را موقع کاهش و افزایش مقاومتِ رئوستا بررسی می‌کنیم:



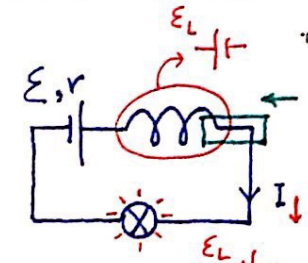
تا وقتی مقاومتِ رئوستا را کاهش می‌دهیم جریانِ مدار، افزایش می‌یابد بنابراین میدان مغناطیسی القاگر و در نتیجه شار گذرنده از آن افزایش می‌یابد لذا نیروی ضد محرکه‌ٔ خودالقاوری در خلاف جهت مولد در القاگر القا می‌شود. به این ترتیب آهنگ افزایش جریان، کند می‌شود.



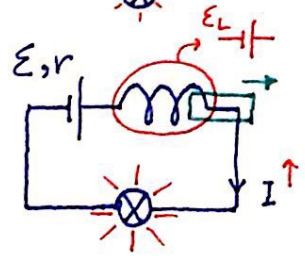
تا وقتی مقاومت رئوستا را افزایش می‌دهیم جریان مدار، کاهش می‌یابد بنابراین میدانِ مغناطیسی القاگر و در نتیجه شار گذرنده از آن کاهش می‌یابد لذا نیروی محرکه‌ٔ خودالقاوری در جهت مولد در القاگر القا می‌شود. به این ترتیب آهنگ کاهش جریان، کند می‌شود.

مثال (۳):

مدار تک حلقه‌ای را شامل یک باتری، یک سیملوله و یک لامپ در نظر می‌گیریم. لامپ روشن است. نیروی محرکه‌ی خودالقاوریِ سیملوله را موقع ورود هسته‌ی آهنی به سیملوله و موقع خروج هسته‌ی آهنی از سیملوله بررسی می‌کنیم.



تا وقتی هستهٔ آهنی در حال ورود به سیملوله است میدان مغناطیسی سیملوله و در نتیجه شار گذرنده از آن رو به افزایش بوده و در آن یک نیروی ضد محرکه‌ٔ خودالقاوری در خلاف جهت مولد القا می‌شود لذا جریان کاهش یافته و لامپ، کم نور می‌شود.



تا وقتی هستهٔ آهنی در حال خروج از سیملوله است میدان مغناطیسی سیملوله و در نتیجه شار گذرنده از آن رو به کاهش بوده و در آن یک نیروی محرکه‌ٔ خودالقاوری در جهت مولد القا می‌شود؛ لذا جریان افزایش یافته و لامپ، پرنور می‌شود.

نکته‌ای در مورد مثال‌های یاد شده:

در مثال‌های ۱ و ۲ جریان در مدار در حال تغییر است لذا القاگر بنا به قانون لنز آهنگِ تغییر جریان را کند می‌کند یعنی جلوی افت و خیز ناگهانی جریان را می‌گیرد؛ در صورتی که در مثال ۳ جریان در حال تغییر نبوده است و با دست بردن در ساختمان القاگر، نیروی محرکه‌ی خودالقاوری، به وجود آمده و روی جریان موجود تأثیر گذاشته و آن را افزایش یا کاهش می‌دهد. (در مثال‌های ۱ و ۲، تغییرِ جریان، عاملِ پدیده‌ی خودالقاوری است اما در مثال ۳ تغییرِ جریان، نتیجه‌ی پدیده‌ی خودالقاوری است.)

Scanned with CamScanner

مثال ۱ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) یکای ضریب خودالقاوری در SI ..... H (هانری) ..... است.

ب) نیروی محرکه‌ی خودالقاوری همواره در خلاف جهت ..... است. (نیروی محرکه‌ی مدار- تغییر نیروی محرکه‌ی مدار)

پ) جریان خودالقاوری در یک القاگر ..... (مخالف جریان مدار است- به‌وجود نمی‌آید)

ت) ضریب خودالقاوری از مشخصه‌های ساختاری ..... القاگر ..... است.

ث) اگر تعداد حلقه‌های سیملوله سه برابر شود ضریب خودالقاوری آن ..... ۹ ..... برابر می‌شود.

ج) ضریب خودالقاوری یک القاگر به مقدار جریان گذرنده از القاگر بستگی ..... (دارد- ندارد)

مثال ۲ اگر تعداد حلقه‌های یک سیملوله را ۲ برابر و سطح حلقه‌ها را نصف و طول سیم‌لوله را ۲ برابر کنیم، ضریب القاوریِ سیملوله چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) تغییر نمی‌کند.

$L = \frac{k\mu_0 N^2 A}{\ell}$ (N^2 ۴ برابر، A ۲ برابر، ℓ ۲ برابر) $\Rightarrow$ L ثابت می‌ماند.

مثال ۳ درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

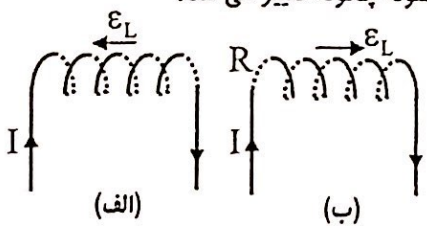
الف) ضریب خودالقاوری سیملوله با طول سیملوله نسبت مستقیم دارد.

ب) هسته‌ی فلزی سبب ضعیف شدن میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود.

پ) اگر از پیچه جریان مستقیم عبور دهیم در آن اثر خودالقاوری پدید می‌آید.

الف) غلط ب) غلط پ) غلط

مثال ۴ در شکل‌های زیر ε_L جهت نیروی محرکه‌ی خودالقاوری است جریان گذرنده از سیملوله چگونه تغییر می‌کند؟



(الف)

ε_L علیه جریان مدار (علیه مولد مدار) ایجاد شده است

$\Downarrow$

Φ ضمناً ↑

$\Downarrow$

I ضمناً ↑

(ب)

ε_L در جهت جریان مدار (کمک مولد مدار) ایجاد شده است

$\Downarrow$

Φ ضمناً ↓

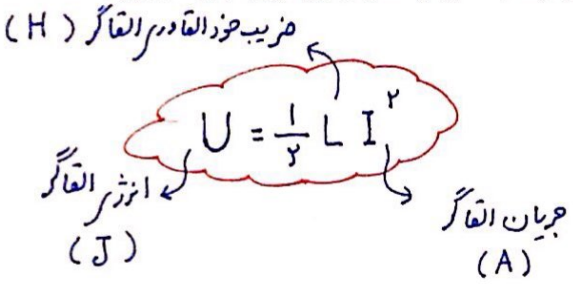
$\Downarrow$

I ضمناً ↓

Scanned with CamScanner

انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر:

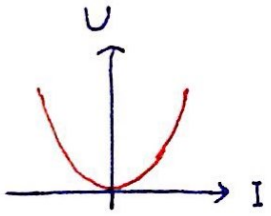
همانگونه که در فنر، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود $(U = \frac{1}{2}kx^2)$ ، همانگونه که در خازن، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره می‌شود $(U = \frac{1}{2}CV^2)$ ، در القاگر، انرژی پتانسیل مغناطیسی ذخیره می‌شود. ثابت می‌شود اندازه‌ی این انرژی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

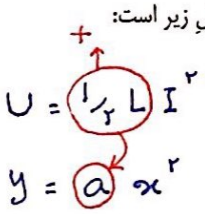


این انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود.

تذکر: این انرژی هنگامی در القاگر ذخیره شده است که جریان القاگر از صفر به I رسیده است؛ زیرا در آن زمان مانند نیروی ضد محرکه عمل کرده است و هنگامی آزاد می‌شود که جریان القاگر رو به کاهش باشد؛ زیرا در آن زمان مانند نیروی محرکه عمل می‌کند.

تذکر: نمودار $U - I$ برای القاگر، یک سهمی به شکلِ زیر است:





جریان مدار، چه مثبت باشد و چه منفی (چه ساعتگرد باشد و چه پادساعتگرد) این انرژی در القاگر ذخیره می‌شود، لذا نیمه‌ی چپِ نمودار نیز معنی دار است.

تمرین: نشان دهید هانری (واحد L در SI)، برابر $\frac{Wb}{A}$ و برابر $\Omega.s$ است.

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow L = \frac{2U}{I^2} \Rightarrow [L] = \frac{J}{A^2} = \frac{N.m}{A^2}$$

$$Wb = T.m^2 = \frac{N}{A.m}.m^2 = \frac{N.m}{A}$$

$$\Rightarrow [L] = \frac{Wb}{A} = H$$

Scanned with CamScanner

مثال ① انرژی ذخیره شده در سیملوله‌ای به ضریب القاوری $0/2H$ برابر $0/9J$ است. جریانی که از سیملوله می‌گذرد چند آمپر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/9=\frac{1}{2}\times 0/2\, I^2 \Rightarrow I^2=9 \Rightarrow \boxed{I=3A}$$

مثال ② القاگری به مقاومت 5Ω و ضریب القاوری $0/3H$ را به دو سر مولدی به نیروی محرکه‌ی $12V$ و مقاومت درونی 1Ω وصل می‌کنیم. انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر را محاسبه کنید.

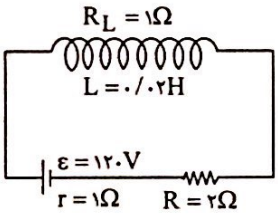
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}=\frac{12}{5+1}=2A \qquad U=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\times 0/3\times 4=\boxed{0/6J}$$

مثال ③ یک سیملوله به مقاومت ۵ اهم را به یک باتری ۲۰ ولتی می‌بندیم اگر ضریب خودالقاوری سیملوله برابر $0/2H$ باشد انرژی مغناطیسی ذخیره شده در سیملوله چند ژول است؟

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r} \xrightarrow[\text{ایده‌آل است}\ (r=0)]{\text{به نظر می‌آید باتری}} I=\frac{20}{5+0}=4A$$

$$U=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\times 0/2\times 16=\boxed{1/6J}$$

مثال ④ انرژی ذخیره شده در سیملوله‌ی شکل روبرو چند ژول است؟



۱) ۹
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۳۲

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+R_L+r}=\frac{120}{2+1+1}=30A \qquad U=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\times 2\times 10^{-2}\times 900=\boxed{9J}$$

مثال ⑤ طول سیموله ای $30cm$ و سطح مقطع آن $5cm^2$ می باشد. اگر با عبور جریان ۲۰ آمپر، انرژی ذخیره شده در آن $0/1$ ژول باشد، تعداد حلقه‌های سیملوله را به‌دست آورید. $(\pi=3)$

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/1=\frac{1}{2}\times L\times 400 \Rightarrow L=\frac{0/1}{200}=0/5\times 10^{-3}H=5\times 10^{-4}H$$

$$L=\frac{k\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow N^2=\frac{L\times \ell}{k\mu_0\times A}=\frac{5\times 10^{-4}\times 3\times 10^{-1}}{1\times 4\pi\times 10^{-7}\times 5\times 10^{-4}}=\frac{1}{4}\times 10^6$$

$$\Rightarrow N=\frac{1}{2}\times 10^3=\boxed{500}$$

Scanned with CamScanner

مثال (۶) یک سیملوله حامل جریان مستقیم را نصف می‌کنیم. اگر جریان گذرنده از یک نیمه‌ی آن ثابت بماند انرژی ذخیره شده در این نیمه چند برابر می‌شود؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

$L = \frac{k\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow L$ ۱/۲ برابر (N: ۱/۲ برابر، ℓ: ۲ برابر، A: ۱/۲ برابر)

$U = \frac{۱}{۲} L I^2 \Rightarrow U$ ۱/۲ برابر می‌شود ($\frac{۱}{۲}$: ثابت، L: ۱/۲ برابر، I^2: ثابت)

مثال (۷) از یک اگر سیم‌لوله به ضریب خودالقایی ۰/۱ هانری جریانی به‌صورت $I = ۳t^2 - ۲t$ آمپر عبور کند. انرژی مغناطیسی سیم‌لوله در لحظه‌ی $t = ۱$ ثانیه چند ژول است؟

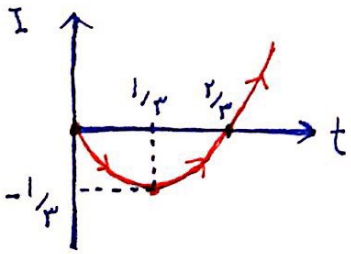
$I = ۳t^2 - ۲t \xrightarrow{t=۱} I = ۳ - ۲ = ۱A$

$U = \frac{۱}{۲} L I^2 = \frac{۱}{۲} \times ۰/۱ \times ۱ = \frac{۱}{۲۰} J = ۰/۰۵ J$

$I = ۳t^2 - ۲t = ۰ \Rightarrow t(۳t-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰ \\ t = ۲/۳ \end{cases}$

رأس سهمی: $t = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۲)}{۲ \times ۳} = \frac{۱}{۳} s$

$t = \frac{۱}{۳} s \Rightarrow I = ۳ \times \frac{۱}{۹} - ۲ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳} - \frac{۲}{۳} = -\frac{۱}{۳}$



در القاگر: نیروی محرکه‌ی خودالقایی $\Rightarrow |I| \uparrow : ۰ < t < \frac{۱}{۳}$

علیه باتری پدید می‌آید.

در القاگر: نیروی محرکه‌ی خودالقایی $\Rightarrow |I| \downarrow : \frac{۱}{۳} < t < \frac{۲}{۳}$

کمک باتری پدید می‌آید.

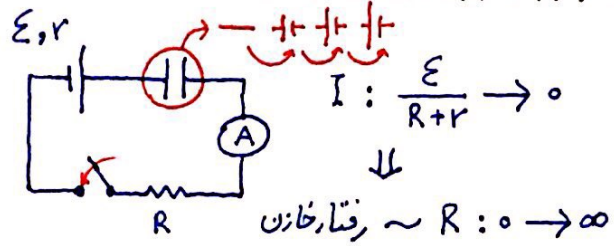
در القاگر: نیروی محرکه‌ی خودالقایی $\Rightarrow |I| \uparrow : t > \frac{۲}{۳}$

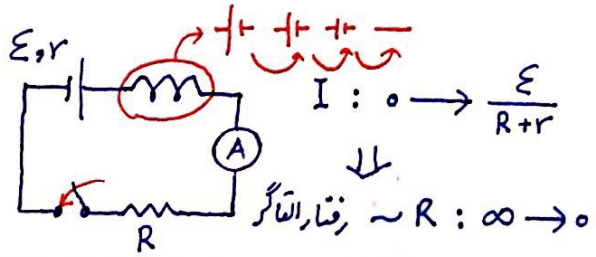
علیه باتری پدید می‌آید.

Scanned with CamScanner

رفتار القاگر در لحظه‌ی وصل کلید:

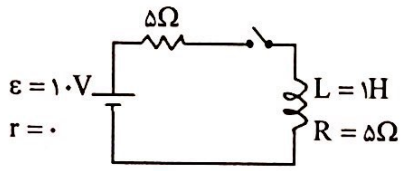
القاگر در لحظه‌ی وصل کلید بر عکس خازن رفتار می‌کند. یعنی در ابتدای لحظه‌ی وصل مانند مقاومت ∞ و از وقتی جریان به مقدار ثابتی می‌رسد مانند مقاومت صفر رفتار می‌کند. (اگر خازن، با وصل کلید، شبیه سدّی است که به تدریج شکل گرفته و جلوی جریان را می‌گیرد، القاگر، با وصل کلید، شبیه سدّی است که به تدریج فرو ریخته و در نهایت چیزی از آن باقی نمی‌ماند.)





مثال ① در مدار زیر درست بلافاصله پس از بستن کلید جریان مدار چند آمپر و اختلاف پتانسیل دو سر سیملوله چند ولت است؟

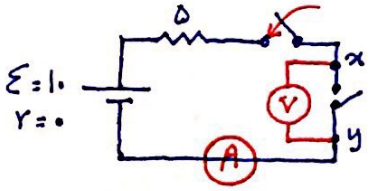
۱) ۲ و ۱۰ ۲) صفر و ۱۰
۳) ۲ و صفر ۴) ۰/۵ و ۵



(۱) به محض بسته شدن کلید

القاگر ~ R = ∞ (کلید قطع)

$I = 0$

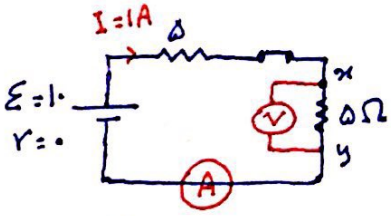


$V_y + 10 = V_x \Rightarrow V_{xy} = 10\ (V)$

(۲) در وضعیت تعادل

القاگر ~ R = ۰ (سیم)

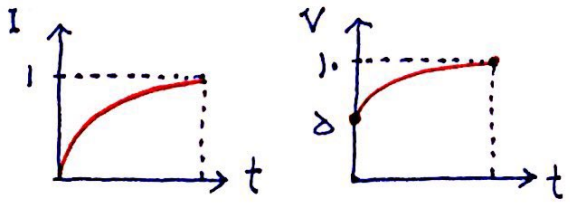
$I = \frac{\varepsilon}{\sum R + r} = \frac{10}{5+5+0} = 1A$



$V_{xy} = I \times 5 = 5\ (V)$

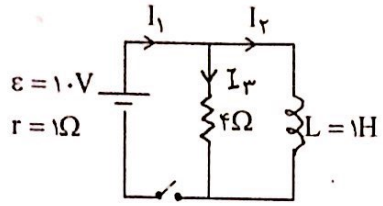
↓

۱



Scanned with CamScanner

مثال (۲) در مدار زیر جریان‌های I_1 و I_2 درست به محض بستن کلید s چه اندازه‌ای دارند؟



به محض بسته شدن کلید

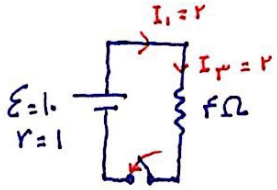
القاگر $\sim R = \infty$

$\Downarrow$

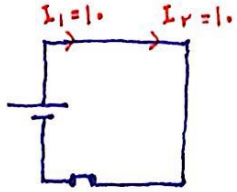
$I_2 = 0$

I_3

$I_1 = \frac{10}{4+1} = 2A$



در وضعیت تعادل



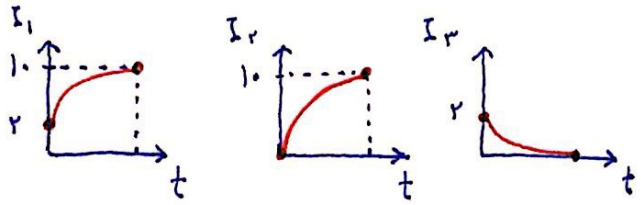
القاگر $\sim R = 0$

$\Downarrow$

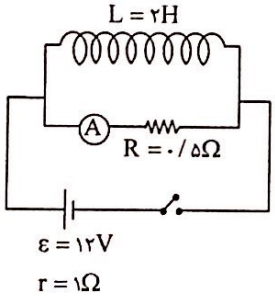
مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه می‌شود

$\Downarrow$

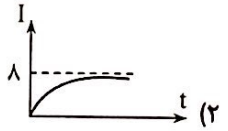
$I_1 = I_2 = \frac{10}{1} = 10A$

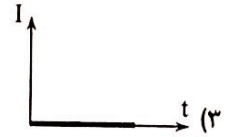


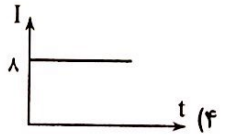
مثال (۳) در مدار شکل مقابل، با وصل کلید تغییراتی که آمپرسنج نشان می‌دهد، مطابق کدام گزینه است؟



۱)

۲)


۳)


۴)


در حالت تعادل

القاگر $\sim R = 0$

$\Downarrow$

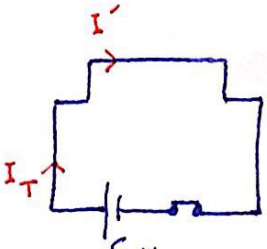
۰/۵ اهمی اتصال کوتاه می‌شود

$\Downarrow$

$I = 0$

$\Downarrow$

$I_T = I' = \frac{12}{1} = 12A$



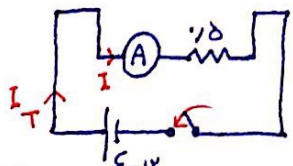
به محض بسته شدن کلید

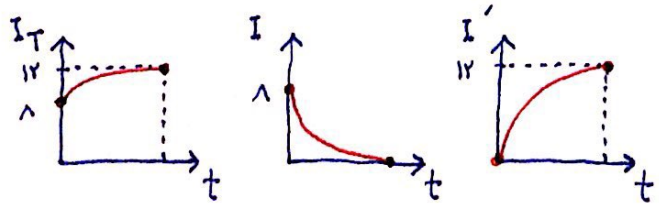
القاگر $\sim R = \infty$

$\Downarrow$

$I' = 0$

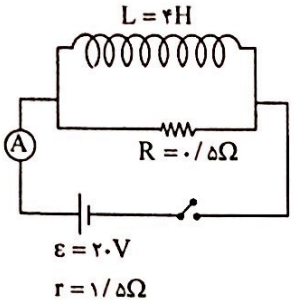
$I_T = I = \frac{12}{0.5+1} = 8A$

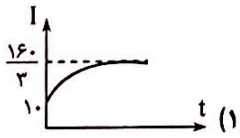


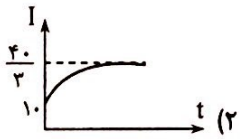


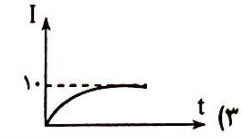
Scanned with CamScanner

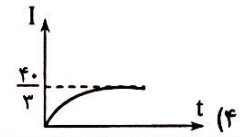
مثال ۴ در مدار شکل مقابل با وصل کلید تغییراتی که آمپرسنج نشان می‌دهد مطابق کدام گزینه است؟



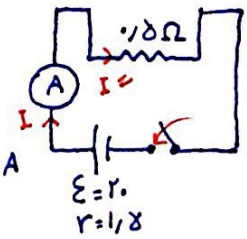
۱) 

۲) 

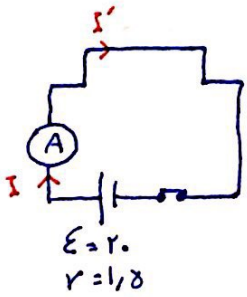
۳) 

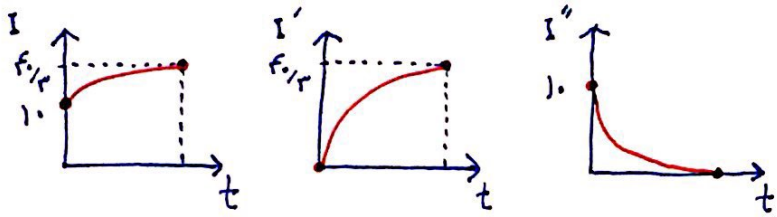
۴) 

به محض بسته شدن کلید
القاگر ~ R = ∞
I' = ۰
$I = I'' = \frac{۲۰}{۰/۵+۱/۵} = ۱۰A$

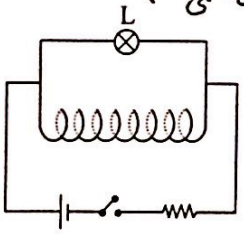


در وضعیت تعادل
القاگر ~ R = ۰
I'' = ۰
$I = I' = \frac{۲۰}{۱/۵} = \frac{۴۰}{۳} A$





مثال ۵ در مدار شکل مقابل هنگام وصل کلید، روشنایی لامپ L چگونه تغییر می‌کند؟ (سیم القاگر مقاومت اُهمی ندارد)



۱) لامپ روشن نمی‌شود.

۲) لامپ روشن شده و به تدریج پرنورتر می‌شود تا بسوزد.

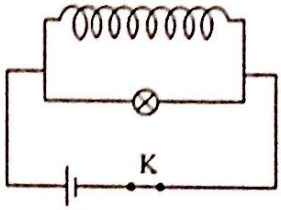
۳) لامپ روشن شده و به تدریج کم‌نورتر می‌شود تا خاموش شود.

۴) لامپ با روشنایی ثابت روشن می‌شود.

با وصل کلید، در القاگر نیروی ضدمحرکه القا می‌شود (شبیه مقاومت ∞ رفتار می‌کند) بنابراین همهٔ جریان از لامپ عبور می‌کند. با اتمام فرایند خود القاور (حالت تعادل)، القاگر، از خاصیت افتاده و چون مقاومت اهمی هم ندارد لامپ را اتصال کوتاه می‌کند.
(اگر مقاومت اهمی داشت، لامپ، اتصال کوتاه نمی‌شد و با نور کمتری روشن می‌ماند.)

Scanned with CamScanner

مثال (۶) در مدار شکل مقابل با قطع کلید، روشنایی لامپ چگونه تغییر می‌کند؟ (سیم القاگر مقاومت اهمی دارد)



۱) بلافاصله خاموش می‌شود.

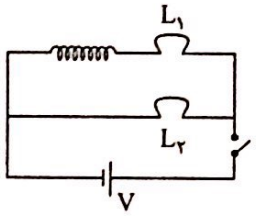
۲) یک لحظه پرنور شده، سپس خاموش می‌شود.

۳) نور آن زیاد شده و روشن می‌ماند.

۴) هیچ تغییری نمی‌کند.

در ابتدا (قبل از قطع کلید) : خبری از پدیدهٔ خودالقاوری نیست . القاگر و لامپ، هر دو مقاومت اهمی داشته و روشن اند.
(اگر القاگر، مقاومت اهمی نداشت، لامپ، خاموش بود) القاگر انرژی به شکل میدان مغناطیسی دارد.
با قطع کلید، ارتباط مستطیل بالا با باتری قطع شده و القاگر، انرژی خود را آزاد می‌کند لذا برای لحظاتی لامپ را روشن نگه می‌دارد.
با اتمام انرژی القاگر، لامپ، خاموش می‌شود. (۱۱)
انرژی القاگر (برخلاف باتری) به طور ناگهانی آزاد میشود؛ بنابراین با قطع کلید، لامپ یک لحظه پُرنور می‌شود.

مثال (۷) در شکل مقابل، لامپ‌های L_1 و L_2 مشابه و مقاومت اهمی سیم‌لوله ناچیز است. اگر کلید را ببندیم ..... و سپس دوباره کلید را باز کنیم ..... .



۱) هر دو لامپ با هم روشن می‌شوند- هر دو لامپ با هم خاموش می‌شوند.

۲) ابتدا L_1، سپس L_2 روشن می‌شود- ابتدا L_1 سپس L_2 خاموش می‌شود.

۳) ابتدا L_2، سپس L_1 روشن می‌شود- ابتدا L_2 سپس L_1 خاموش می‌شود.

۴) ابتدا L_2، سپس L_1 روشن می‌شود- هر دو لامپ با هم خاموش می‌شوند.

با بسته شدن کلید، القاگر، بیرو ضد محرکه شده و L_1 با تأخیر روشن میشود. پس از تعادل، القاگر، خاصیت خود را از دست داده و لامپ‌ها نور مشابهی دارند. اکنون در القاگر، انرژی ذخیره شده است.
با قطع کلید ارتباط مستطیل بالا با باتری قطع میشود. القاگر در نقش باتری عمل کرده و انرژی خود را آزاد می‌کند؛ لذا برای لحظاتی لامپ‌ها روشن می‌مانند. با اتمام انرژی القاگر، هر دو لامپ همزمان خاموش می‌شوند.

Scanned with CamScanner

برق متناوب:

ولتاژی که می‌توانیم از خروجی‌های برق شهر (از پریز) دریافت کنیم یک ولتاژ متغیر می‌باشد که تغییرات آن نسبت به زمان، سینوسی است. چنانچه یک وسیله‌ی الکتریکی که از رابطه‌ی $V = IR$ تبعیت می‌کند به این ولتاژ وصل شود جریانی که از آن عبور می‌کند یک جریان متغیر سینوسی خواهد بود. به چنین جریانی جریان متناوبِ سینوسی (به اختصار، جریان متناوب) می‌گوییم.

تذکر: جریان مستقیم را با علامت اختصاری DC(Direct Current) و جریان الکتریکی متناوب را با علامت اختصاری AC(Alternating Current) نشان می‌دهیم.

تذکر: مولد جریان الکتریکی متناوب را با نماد «⊸◯⊸» نمایش می‌دهیم.

تذکر: در اواخر قرن ۱۹ توماس ادیسون موافق تولید و انتقال برق مستقیم و جورج وستینگهاوس موافق تولید و انتقال برق متناوب بودند که در نهایت پیروزی از آنِ وستینگهاوس بود.

تذکر: تولید جریان متناوب مثالی است از پدیده‌ی «القای الکترومغناطیسی» لذا بهتر بود که این مبحث پس از القای الکترومغناطیسی و قبل از خودالقاوری قرار می‌گرفت.

اساس کار تولید جریان برق متناوب:

اساسِ کارِ تولید برق متناوب تغییرِ زاویه‌ی θ است. قابی را درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت در نظر می گیریم. اگر این قاب به طور یکنواخت دوران کند، شار مغناطیسی گذرنده از آن تغییر یافته و یک نیروی محرکه‌ی القایی سینوسی و در نتیجه یک جریان القایی سینوسی در قاب تولید می‌شود.

قبل از به‌دست آوردن معادله‌ی دو کمیت فوق باید به معرفی چند اصطلاح مهم در برق متناوب بپردازیم:

۱- دوره (زمان تناوب): مدت زمانی است که طول می‌کشد تا قاب یک دوران کامل انجام دهد. این کمیت را با T نشان داده و واحد آن در SI ثانیه می‌باشد.

۲- بَسامد (فرکانس): به تعداد دوران‌هایی که قاب در واحد زمان (یک ثانیه) انجام می‌دهد. بسامد گفته و آنرا با f نشان می‌دهیم. واحد آن در SI، $\frac{1}{s}$ یا Hz (هرتز) می‌باشد:

زمان	تعداد دوران‌ها
T	۱
۱	f

$\Rightarrow f = \frac{1}{T}$ (بسامد (Hz)، دوره (s))

۳- بسامد زاویه‌ای (سرعت زاویه‌ای): زاویه‌ای است که قاب در واحد زمان طی می‌کند. این کمیت را با ω (امگا) نشان داده و واحد آن در SI، $\frac{\text{Rad}}{s}$ می‌باشد:

زمان	زاویه
T	2π
۱	ω

$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ (بسامد زاویه‌ای $\frac{rad}{s}$)

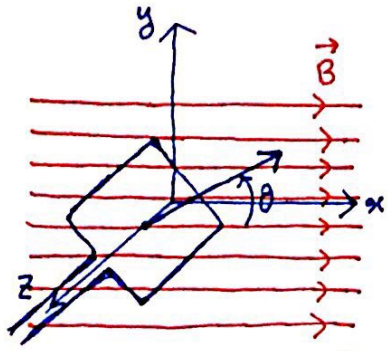
زمان	زاویه
۱	ω
t	θ

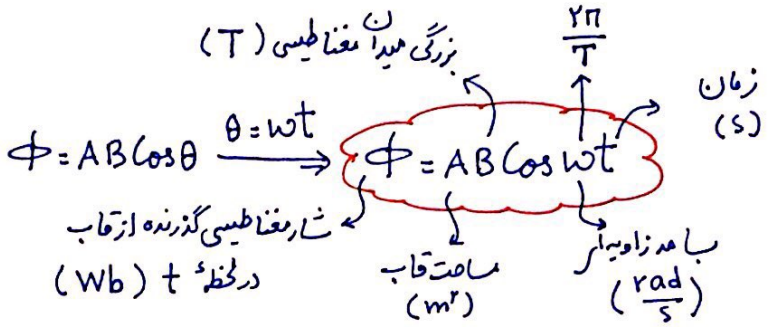
$\Rightarrow \theta = \omega t$

Scanned with CamScanner

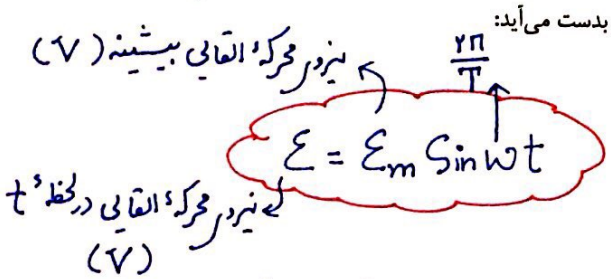
نیروی محرکه‌ی القایی و شدت جریان القایی در برق متناوب:

مطابق شکل زیر قابی را درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت در نظر می‌گیریم. قاب در ابتدا عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است. ($\theta_0 = 0$) اگر قاب با بسامد زاویه‌ای ω دوران یابد پس از مدت زمان t، زاویه‌ی θ از صفر به ωt می‌رسد. در این لحظه شار مغناطیسی گذرنده از قاب از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

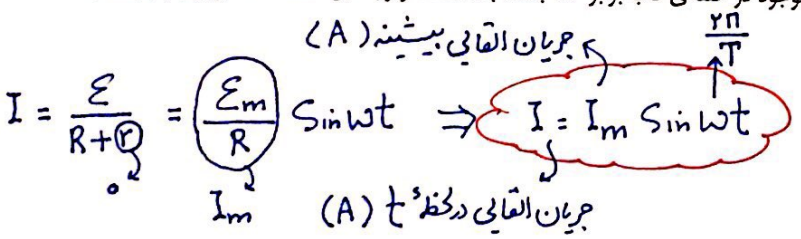




با استفاده از قوانین فارادی و لنز ثابت می‌شود نیروی محرکه‌ی القایی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:



چنانچه مقاومت کل قاب به همراه تمام قطعه‌های موجود در حلقه‌ی قاب برابر R باشد، با استفاده از رابطه‌ی $\varepsilon = IR$ می‌توانیم بنویسیم:



تذکر: در ژنراتورها اغلب میدان مغناطیسی توسط قطبین یک آهنربا ایجاد می‌شود . معمولاً قاب در داخل میدان مغناطیسی ساکن مانده و قطبین آهنربا حول آن دوران می‌یابند.

تذکر: به وسیله‌ای که می‌تواند انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی تبدیل کند ژنراتور، دینام و یا توربین گفته می‌شود.

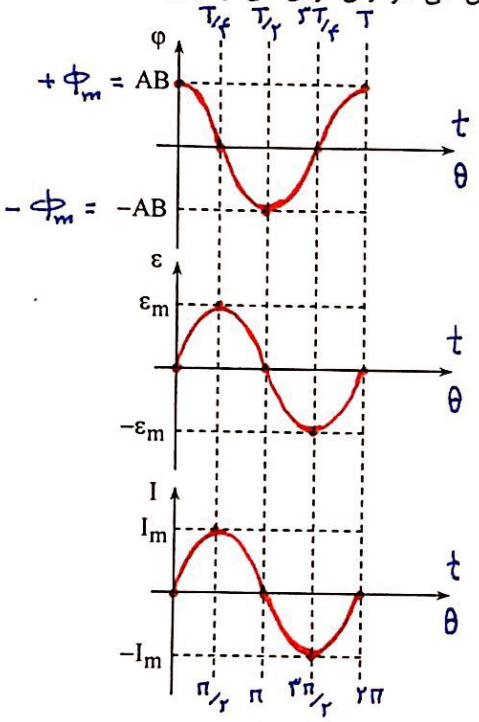
Scanned with CamScanner

تمرین: نمودارهای $\varphi - t$، $\varepsilon - t$ و $I - t$ را در برق متناوب برای مدت یک دوره رسم کنید.

قبل از رسم نمودار به دو نکته‌ی زیر توجه می‌کنیم:

۱- محور افقی می‌تواند معرّف زمان (t) باشد و یا معرّف زاویه (θ). اگر معرّف زمان باشد، مقادیر آن بالایِ نقطه‌چین‌ها نوشته شده است: $\frac{T}{۴}$ ، $\frac{T}{۲}$ ، $\frac{۳T}{۴}$ و T و اگر معرّف زاویه باشد، مقادیر آن پایینِ نقطه‌چین‌ها نوشته شده است: $\frac{\pi}{۲}$ ، π ، $\frac{۳\pi}{۲}$ و ۲π .

۲- نمودار $I - t$ همانندِ نمودار $\varepsilon - t$ است؛ زیرا وقتی یک تابع به یک عدد ضرب می‌شود شکل کلّی نمودارش عوض نمی‌شود. (می‌دانیم از تقسیم ε بر R ، I به دست می‌آید.)



$\Phi = (AB)\cos\left(\frac{۲\pi}{T}t\right) \Rightarrow$ (Φ_m، θ)

$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{۲\pi}{T}t\right) \Rightarrow$ (θ)

۱) $t = ۰ \Rightarrow \theta = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \Phi = +\Phi_m \\ \varepsilon = ۰ \end{cases}$

۲) $t = \frac{T}{۴} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \Phi = ۰ \\ \varepsilon = +\varepsilon_m \end{cases}$

۳) $t = \frac{T}{۲} \Rightarrow \theta = \pi \Rightarrow \begin{cases} \Phi = -\Phi_m \\ \varepsilon = ۰ \end{cases}$

۴) $t = \frac{۳T}{۴} \Rightarrow \theta = \frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \Phi = ۰ \\ \varepsilon = -\varepsilon_m \end{cases}$

۵) $t = T \Rightarrow \theta = ۲\pi \Rightarrow \begin{cases} \Phi = +\Phi_m \\ \varepsilon = ۰ \end{cases}$

نکات مهم:

۱- به مقادیرِ $\varepsilon_m -$ و $I_m -$ به ترتیب نیروی محرکه‌ی القایی بیشینه‌ی منفی و جریان القایی بیشینه‌ی منفی می‌گوییم. (علامت منفی صرفاً معرّف جهت است.) کمینه مقدار ε و I صفر می‌باشد.

۲- نمودارهای فوق نشان می‌دهند در لحظاتی که شار مغناطیسی گذرنده از قاب، بیشینه است، نیروی محرکه‌ی القایی و جریان القایی برابر صفر بوده و در لحظاتی که شار گذرنده از قاب صفر است نیروی محرکه‌ی القایی و جریان القایی بیشینه می‌باشند.

۳- اندازه‌ی جریان متناوب لحظه به لحظه در حال تغییر است، اما جهت آن هر نیم‌دوره تغییر می‌یابد.

۴- اندازه‌ی بار گذرنده از مقطع مدار (مساحت سطح زیر نمودار $I - t$) در یک دوره برابر صفر است زیرا همان مقدار باری که در نیم‌دوره‌ی اول رفته در نیم‌دوره‌ی دوم بازگشته است.

۵- اندازه‌ی جریان در هر دوره ۲ بار برابر صفر و ۲ بار برابر بیشینه می‌شود.

Scanned with CamScanner

مثال ① جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) نیروی محرکه‌ی القایی در جریان متناوب ..... است. (دوره‌ای- ثابت)

ب) در مولد جریان متناوب هنگامی که شار عبوری از سیم‌پیچ بیشینه است جریان ..... است. (بیشینه- کمینه)

پ) در جریان متناوب زمان چرخش یک دور کامل را ..... می‌نامند. (بسامد زاویه‌ای- دوره)

ت) بسامد زاویه‌ای با دوره‌ی جریان متناوب نسبت ..... دارد. (عکس- مستقیم)

ث) اساس کار مولدهای جریان متناوب القای ..... است. (مغناطیسی- الکترومغناطیسی)

ج) در مولدهای صنعتی پیچه‌ها ثابت و آهنربا در مقابل آن‌ها می‌چرخند.

چ) در مولدهای جریان متناوب عامل جریان تغییر ..... است. (زاویه‌ی میدان با پیچه- میدان مغناطیسی)

مثال ② اگر معادله‌ی شار عبوری از یک قاب متحرک در یک میدان مغناطیسی به اندازه‌ی $5T$ به صورت $\Phi = 20\cos 50\pi t$ باشد، مطلوب است مقادیر شار ماکزیمم، مساحت پیچه، دوره، بسامد

$$\left.\begin{array}{l}\Phi = 20\cos 50\pi t \\ \Phi = AB\cos\omega t\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 1/\ \Phi_m = AB = 20\,Wb \\ 2/\ AB = 20 \Rightarrow A \times 5 = 20 \Rightarrow A = 4\,m^2 \\ 3/\ \omega = 50\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 50\pi \Rightarrow T = \frac{1}{25}\,s \\ 4/\ f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 25\,Hz \end{cases}$$

مثال ③ بیشینه نیرومحرکه القایی که با زمان به طور تناوبی تغییر می‌کند برابر $20V$ می‌باشد اگر دوره این تغییرات $\frac{1}{50}$ ثانیه باشد، ساده‌ترین معادله‌ی نیروی محرکه - زمان آن‌را بنویسید.

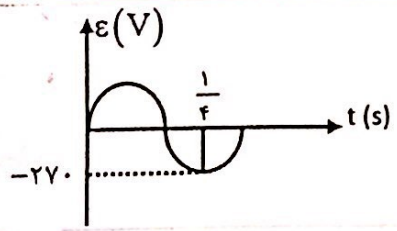
$$T = \frac{1}{50}\,s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{50}} = 100\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t \Rightarrow \underline{\mathcal{E} = 20\sin 100\pi t}$$

(20 ↑ , 100π ↑)

مثال ④ شکل روبه‌رو نمودار تغییرات نیروی محرکه‌ی القا شده در پیچه‌ای که ۱۰۰ حلقه دارد را بر حسب زمان نشان می‌دهد. معادله‌ی نیروی محرکه‌ی القایی بر حسب زمان را بنویسید.



$$\frac{3}{4}T = \frac{1}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{3}\,s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t \Rightarrow \underline{\mathcal{E} = 270\sin 6\pi t}$$

(270 ↑ , 6π ↑)

Scanned with CamScanner

مثال ⑤ از سیموله ای به ضریب القاوری ۴۰ میلی هانری و مقاومت ۲ اهم جریان متناوبی به معادله ی $I = \sin 5\pi t$ (آمپر) می‌گذرد.

الف) بیشینه ی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در سیموله را به‌دست آورید.

ب) معادله ی نیروی محرکه ی القایی را در این سیموله به‌دست آورید.

پ) در لحظه‌ی $t = \frac{1}{20}$ ثانیه نیروی محرکه‌ی القایی چند ولت است؟

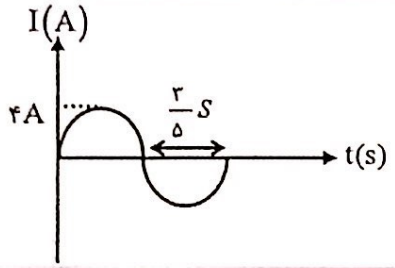
الف/ $U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U_m = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-2} \times 1^2 = \boxed{0/02\,J}$

ب/ $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \mathcal{E} = IR \xrightarrow[R=2]{I=5\sin 5\pi t} \boxed{\mathcal{E} = 10\sin 5\pi t}$

پ/ $\mathcal{E} = 10\sin 5\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{20}} \mathcal{E} = 10\sin\frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 5\sqrt{2}\,(V)}$

($\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$)

مثال ⑥



الف) نمودار تغییرات جریان متناوب در یک پیچه مطابق شکل است. معادله شدت جریان زمان آن را در SI بنویسید.

ب) در چه لحظه‌ای برای اولین بار جریان به بیشینه‌ی خود می‌رسد؟

الف)

$\frac{T}{2} = \frac{2}{5} \Rightarrow T = \frac{4}{5}\,s$

$I = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = 4\sin\frac{5\pi}{3}t$ ($I_m = 4$، $\omega = \frac{5\pi}{3}$)

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4/5} = \frac{5\pi}{2}\,\frac{rad}{s}$

ب)

راه دوم/ $I = 4\sin\frac{5\pi}{3}t$

$\xrightarrow{I=+4} \sin\frac{5\pi}{3}t = 1 \Rightarrow \frac{5\pi}{3}t = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \boxed{t = 0/3\,s}$

راه اول/ بعد از مدت $\frac{T}{4}$ جریان به I_m می‌رسد:

$t = \frac{T}{4} = \frac{4/5}{4} = \frac{4}{20} = \boxed{0/3\,s}$

Scanned with CamScanner

مثال (۷) بیشینه جریان متناوبی ۴ آمپر و دوره ی آن ۰/۰۱ ثانیه است. اگر این جریان از حلقه‌ای رسانا با مقاومت ۱۰ اهم بگذرد،

الف) در چه لحظاتی شدت جریان بیشینه خواهد بود؟

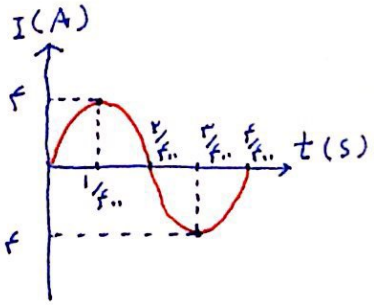
ب) نیروی محرکه‌ی القایی شده در این لحظات چقدر است؟ پ) ساده‌ترین نمودار $I-t$ رار برای این جریان رسم کنید.

الف) در لحظات $t=(2n-1)\frac{T}{4}$

$\mathcal{E}$ ، I بیشینه می باشند:

$$t=(2n-1)\times\frac{10^{-2}}{4}\Rightarrow\begin{cases}n=1\Rightarrow t=\frac{1}{400}\,s\\ n=2\Rightarrow t=\frac{3}{400}\,s\\ \vdots\quad\vdots\end{cases}$$

ب/



ب) $\mathcal{E}_m=I_mR$

$=4\times10$

$=40\,(V)$

مثال (۸) پیچه مسطحی درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت در حال چرخش است. هرگاه $\frac{\pi}{3}$ رادیان را در مدت ۰/۰۲ ثانیه طی کند و شدت جریان بیشینه‌ی آن ۲ میلی آمپر باشد ساده‌ترین معادله شدت جریان – زمان آن را بنویسید.

زاویه	زمان
$\frac{\pi}{3}$	۰/۰۲
2π	T

$$\Rightarrow T=\frac{0/02\times2\pi}{\pi/3}=0/12\,s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{12/100}=\frac{200\pi}{12}=\frac{50\pi}{3}\ \frac{rad}{s}$$

$$I=I_m\sin\omega t\Rightarrow I=2\times10^{-3}\sin\frac{50\pi}{3}t$$

Scanned with CamScanner

مثال ⑨

در یک مولد جریان متناوب تک حلقه‌ای $\Phi_m = 2Wb$ و $\varepsilon_m = 400V$ است. در لحظه‌ای که $\Phi = 1Wb$ است بزرگی محرکهٔ القایی چند ولت است؟

راه اول /

$$\Phi = \Phi_m \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\Phi}{\Phi_m}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_m^2} + \frac{\Phi^2}{\Phi_m^2} = 1 \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(400)^2} + \frac{1^2}{2^2} = 1 \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{(400)^2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \varepsilon/400 = \sqrt{3}/2 \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 200\sqrt{3}\,(V)}$$

راه دوم /

$$\Phi = \Phi_m \cos\theta \Rightarrow 1 = 2\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2}$$

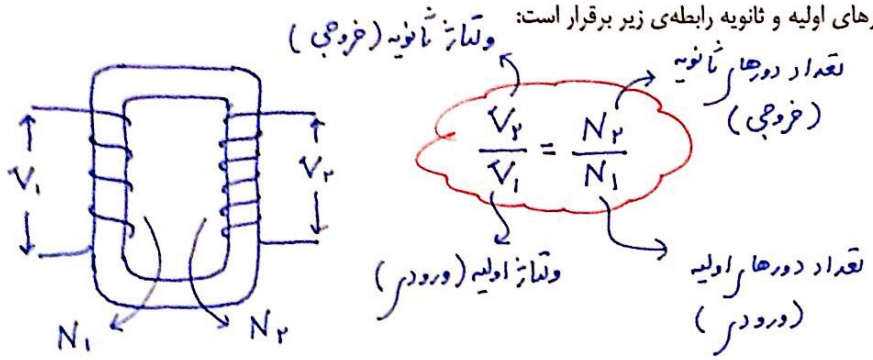
$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\theta = 400 \times \sqrt{3}/2 = \boxed{200\sqrt{3}\,(V)}$$

Scanned with CamScanner

مبدل (ترانسفورماتور)

مبدل از دو سیم‌پیچ با تعداد دورهای متفاوت تشکیل شده است که مطابق شکل زیر حول یک هسته‌ی واحد پیچیده شده‌اند. اگر از سیم‌پیچ (۱) جریان متناوب عبور دهیم شار گذرنده از سیم‌پیچ (۲) تغییر کرده و در آن نیز یک جریان متناوب القا می‌شود. ثابت می‌شود بین ولتاژ ورودی، ولتاژ خروجی و تعداد دورهای اولیه و ثانویه رابطه‌ی زیر برقرار است:



نکات مهم:

۱- هسته معمولاً از جنس فرومغناطیس نرم (اغلب آهن) می‌باشد.

۲- ولتاژهای ورودی و خروجی هر دو، متغیر (متناوب) می‌باشند. V_1 و V_2 هر دو، یا بیشینه‌ی ولتاژ و یا هر دو، مقدار مؤثر آنها می‌باشند.

۳- اگر سیم‌پیچ اولیه را به برق مستقیم وصل کنیم ولتاژی در سیم‌پیچ دوم القا می‌شود.

۴- یکی از مزیت‌های برق ac نسبت به dc افزایش و کاهش ولتاژ به کمک مبدل می‌باشد.

۵- مبدل‌ها دو نوع‌اند، افزاینده و کاهنده:

مبدل افزاینده : $N_2 > N_1 \Rightarrow V_2 > V_1$

مبدل کاهنده : $N_2 < N_1 \Rightarrow V_2 < V_1$

کاربرد مبدل در خطوط انتقال برق

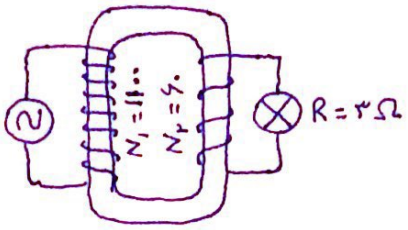
نیروگاه، برق را با توان معینی تولید می‌کند. طبق رابطه‌ی $P = VI$ بهتر است این توان، تحت ولتاژ بالا و جریان پایین تولید شود تا طبق $P = RI^2$ اتلاف انرژی در کابل‌های انتقال برق به حداقل برسد؛ لذا بلافاصله پس از نیروگاه از مبدل افزاینده استفاده می‌شود تا ولتاژ در حدود $10kV$ به چند صد کیلوولت افزایش یابد. این ولتاژ در نزدیکی شهر طی یک یا دو مرحله توسط مبدل کاهنده به $220V$ کاهش می‌یابد.

تذکر: اگر بخواهیم در رابطه‌ی $P = RI^2$ توان اتلافی در کابل‌های انتقال برق را از راه کاهش مقاومتِ کابل‌ها کم کنیم طبق رابطه‌ی $R = \rho\frac{L}{A}$ باید سطح مقطع کابل‌ها را بسیار بزرگ انتخاب کنیم که در اینصورت مواد اولیه‌ی فراوانی به کار می‌رود و مقرون به صرفه نیست.

Scanned with CamScanner

مثال ①

در مبدل زیر که ورودی آن به برق شهر متصل است ، جریان مؤثر خروجی چند آمپر است ؟



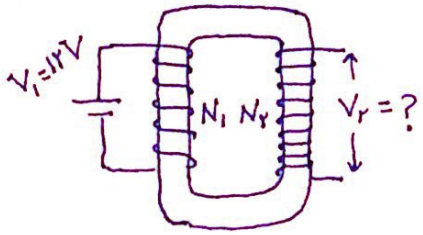
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{220} = \frac{60}{1100} \Rightarrow V_2 = 12 \qquad V_2 = I_2 R \Rightarrow 12 = I_2 \times 3$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = 4\Omega}$$

مثال ②

در مبدل زیر ولتاژ خروجی چند ولت است ؟

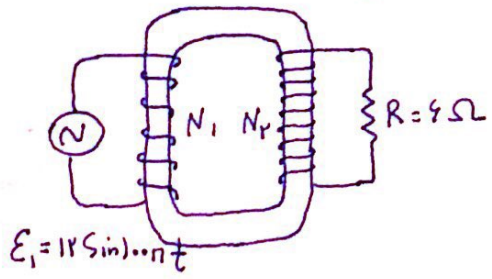
(N_1 و N_2 را از روی شکل تشخیص دهید .)



سیم پیچ اولیه به برق مستقیم وصل شده است لذا برقی در سیم پیچ ثانویه القا نمی کند .

مثال ③

در مبدل زیر معادلهٔ جریان گذرنده از مقاومت $R = 6\Omega$ را به دست آورید .



از روی شکل : $N_1 = 6$ و $N_2 = 9$ می باشد :

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}_2}{12\sin 100\pi t} = \frac{9}{6} \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 18\sin 100\pi t$$

$$\xrightarrow{I_2 = \mathcal{E}_2 / R} I_2 = 3\sin 100\pi t$$

Scanned with CamScanner

مثال (۴)

در یک مبدل ایده‌آل (آرمانی) توان خروجی برابر ۲۰kw و ولتاژ اولیه برابر ۱۰۰۰V است. تعداد دورهای اولیه ۰/۱ برابر ثانویه باشد، جریان ثانویه چند آمپر است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۲۰۰ ۴) ۱۰۰

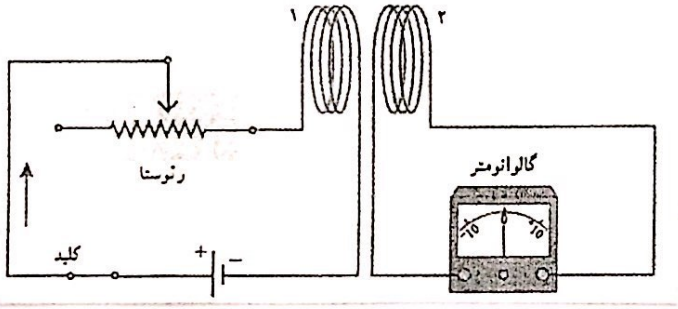
$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 I_1 = ۲۰ \Rightarrow ۱ \times I_1 = ۲۰ \Rightarrow I_1 = ۲۰A$

(kV, A, kW)

$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 I_1 = V_2 I_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2}$, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$ $\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{۲۰}{I_2} = ۱۰ \Rightarrow \boxed{I_2 = ۲A}$

القای متقابل

در شکل زیر دو پیچه، مقابل هم قرار دارند. با تغییر مقاومت رئوستا، جریان مدار (۱) تغییر تغییر می‌کند؛ لذا میدان مغناطیسیِ پیچه‌ی (۱) و در نتیجه شار مغناطیسیِ گذرنده از پیچه‌ی (۲) تغییر کرده و در آن نیروی محرکه‌ی متغیری القا می‌شود. جریان متغیر القا شده در پیچه‌ی (۲) متقابلاً در پیچه‌ی (۱) نیروی محرکه القا می‌کند. به این پدیده القای متقابل می‌گوییم.



تذکر:

ویژگیِ مثبت: کاربرد آن (القای متقابل) در مبدل

ویژگیِ منفی: القای ناخواسته‌ی نیروی محرکه در القاگرها. برای پرهیز از این اتفاق پیچه‌ها را در مدار، عمود بر هم قرار می‌دهند.

Scanned with CamScanner