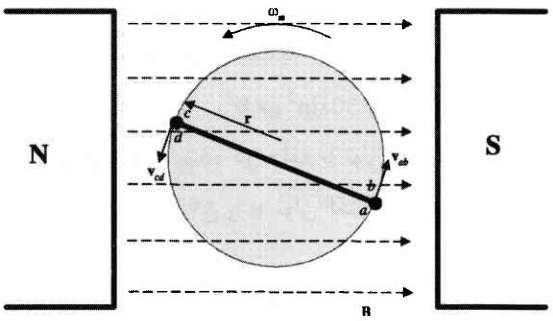
فصل چهارم
مبانی ماشین‌های AC

(۴-۱) حلقهٔ ساده دواری در یک میدان مغناطیسی یکنواخت مانند شکل ۴-۱ قرار گرفته که دارای مشخصات زیر است:

$r = 0.1\ m$ $\qquad$ $B = 0.5\ T$ به سمت راست

$\omega = 103 rad/s$ $\qquad$ $l = 0.5\ m$



شکل ۴-۱ حلقهٔ ساده دوار مربوط به مسئله ۴-۱

الف) ولتاژ القا شده در حلقه دوار، $e_{ind}(t)$، را حساب کنید.

ب) فرض کنید یک بار مقاومتی برابر 5Ω به پایانه‌های حلقه متصل شده است، جریان بار را حساب کنید.

ج) اندازه و جهت گشتاور القایی حلقه را در شرایط بند (ب) بیابید.

د) توان الکتریکی تولیدی توسط حلقه را در شرایط بند (ب) حساب کنید.

و) توان مکانیکی مصرفی توسط حلقه را در شرایط بند (ب) حساب کنید. این توان را با توان الکتریکی تولیدی توسط حلقه چگونه مقایسه می‌کنید؟

حل: الف) ولتاژ القا شده در حلقه دوار برابر است با:

$$e_{ind}(t) = 2r\omega Bl \sin \omega t$$

$$e_{ind}(t) = 2(0.5)(103)(0.5)(0.5)\sin 103t$$

$$e_{ind}(t) = 5.15 \sin 103t\ V$$

ب) اگر یک مقاومت 5 اهمی به پایانه‌های حلقه وصل شود، جریان مقاومت به‌صورت زیر است:

$$i(t) = e_{ind}(t)/R = \frac{5.15\sin 103t}{5} = 1.03\sin 103t\ A$$

ج) اندازه و جهت گشتاور القایی برابر است با:

$$\tau_{ind}(t) = 2rilB\sin\omega t$$

$$\tau_{ind}(t) = 2(0.1)(1.03\sin\omega t)(0.5)(0.5)\sin\omega t$$

$$\tau_{ind}(t) = 0.0515\sin^2\omega t N.m$$ پادساعت‌گرد

د) توان الکتریکی تولید شده توسط حلقه برابر است با:

$$P(t) = e_{ind}(t)i(t) = (5.15\sin\omega t)(1.03\sin\omega t) = 5.30\sin^2\omega t\ W$$

توان متوسط تولید شده توسط حلقه برابر است با:

$$P_{ave} = \frac{1}{T}\int_T 5.30\sin^2\omega t\ dt = 2.65W$$

و) توان مکانیکی مصرف شده توسط حلقه برابر است با:

$$P = \tau_{ind}\omega = (0.0515\sin^2\omega t)(103) = 5.30\sin^2\omega t\ W$$

مشاهده می‌شود که توان الکتریکی تولید شده در حلقه با توان مکانیکی مصرفی برابر است، این حلقه مانند یک ژنراتور عمل می‌کند و توان مکانیکی را به توان الکتریکی تبدیل می‌کند.

(۴-۲) جدولی رسم کنید که در آن سرعت چرخش میدان مغناطیسی در ماشین‌های ac ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ قطبی به ازای فرکانس‌های کار ۵۰، ۶۰ و ۴۰۰ هرتز مشخص شده باشند.

حل: رابطه بین سرعت چرخش میدان مغناطیسی در ماشین‌های ac و فرکانس و تعداد قطب‌ها به‌صورت مقابل است: (f_e فرکانس تغذیه و P تعداد قطب است).

$$n_m = \frac{120f_e}{P}$$

تعداد قطب‌ها	$f_e = 50\ Hz$	$f_e = 60\ Hz$	$f_e = 400\ Hz$
2	3000 $r/\min$	3600 $r/\min$	24000 $r/\min$
4	1500 $r/\min$	1800 $r/\min$	12000 $r/\min$
6	1000 $r/\min$	1200 $r/\min$	8000 $r/\min$
8	750 $r/\min$	900 $r/\min$	6000 $r/\min$
10	600 $r/\min$	720 $r/\min$	4800 $r/\min$
12	500 $r/\min$	600 $r/\min$	4000 $r/\min$
14	428.6 $r/\min$	514.3 $r/\min$	3429 $r/\min$

(۴-۱۳) یک سیم‌پیچ سه‌فاز چهار قطب در 12 شیار یک استاتور قرار داده شده است. در هر شیار 40 دور سیم قرار گرفته است. تمام سیم‌پیچ‌های هر فاز با هم سری شده‌اند و سه‌فاز اتصال Δ دارد. شار هر قطب ماشین $0.06\,Wb$ و سرعت چرخش میدان مغناطیسی $1800rpm$ است.

الف) فرکانس ولتاژ تولیدی در سیم‌پیچ چقدر است؟

ب) ولتاژهای فاز و پایانهٔ استاتور را بیابید؟

حل: فرکانس ولتاژ تولید شده در سیم‌پیچ برابر است با:

$$f_e = \frac{n_m P}{120} = \frac{(1800)(4)}{120} = 60\ Hz$$

ب) ۱۲ شیار در استاتور وجود دارد که در هر شیار ۴۰ حلقه سیم وجود دارد. بنابراین ولتاژ القا شده در هادی‌های یک جفت شیار برابر است با:

$$E_A = \sqrt{2}\pi\, N_c \phi f = \sqrt{2}\pi(40)(12)(0.60)(60) = 640\,V$$

به ازای هر فاز دو دسته سیم‌پیچ وجود دارد و چون ماشین ۴ قطبی است و آنها با هم سری هستند، در نتیجه ولتاژ القایی کل هر فاز برابر است:

$$V_\varphi = 2(640) = 1280\,V$$

اتصال سه‌فاز ماشین مثلث است و داریم: $V_\phi = V_L = 1280\,V$.

(۴-۱۴) یک ماشین سنکرون سه‌فاز با اتصال Y و $50\ Hz$، دو قطبی، استاتوری با ۲۰۰۰ دور سیم در هر فاز دارد. شار روتور چقدر باشد تا ولتاژ پایانه (خط به خط) $6kV$ شود؟

حل: ولتاژ فازی برابراست با:

$$V_\phi = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464\,V$$

در شرایط بی‌باری ولتاژ القایی در هر فاز برابر است با:

$$E_A = V_\phi = 3464\,V$$

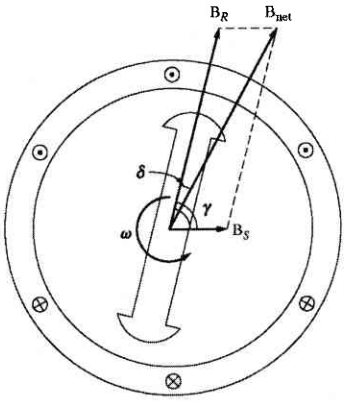
با توجه به رابطهٔ $E_A = \sqrt{2}\pi N_c \phi f$، شار برابر است با:

$$\phi = \frac{E_A}{\sqrt{2}\pi N_c f} = \frac{3464}{\sqrt{2}\pi(2000)(50)} = 0.0078\ Wb$$

(۴-۱۵) در برنامهٔ MATLAB مثال ۴-۱ جای جریان‌های دو تا از فازها را عوض کنید. برای میدان مغناطیسی کل چه اتفاقی می‌افتد؟

حل: وقتی جای دو فاز عوض شود، جهت چرخش میدان مغناطیسی برآیند عوض می‌شود. بنابراین میدان مغناطیسی برآیند به صورت ساعتگرد می‌چرخد نه پادساعتگرد.

(۴-۶) اگر میدان‌های مغناطیسی روتور و استاتور یک ماشین ac مطابق شکل ۴-۲ باشد، جهت گشتاور القا شده در ماشین چگونه است؟ ماشین به‌صورت موتور کار می‌کند یا ژنراتور؟



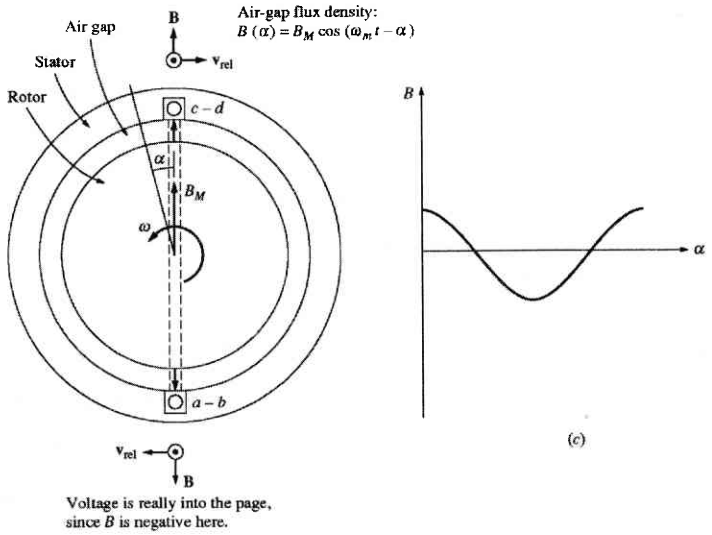
شکل ۴-۲ میدان‌های مغناطیسی روتور و استاتور یک ماشین ac

حل: با توجه به اینکه $\tau_{ind} = KB_r \times B_{net}$ است، گشتاور القا شده در جهت عقربه‌های ساعت، معکوس جهت ماشین است. ماشین به‌صورت ژنراتور عمل می‌کند.

(۴-۷) توزیع چگالی شار در سطح یک استاتور دو قطبی با شعاع r و طول l با رابطهٔ زیر داده شده است:

$$B = B_m \cos(\omega_m t - \alpha)$$

ثابت کنید کل شار زیر هر رخ قطب برابر است با: $\phi = 2rlB_m$.



شکل ۴-۳ مدار مربوط به مسئله ۴-۷

شار جزئی زیر رخ هر قطب از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$d\phi = B.dA$$

dA سطح جزئی است که حاصل‌ضرب طول جزئی سیلندر و عرض جزئی حول شعاع سیلندر است، بنابراین داریم:

$$dA = (dl)(rd\theta)$$

$$d\phi = B.(dl)(rd\theta)$$

باتوجه به اینکه r و l ثابت است، داریم:

$$d\phi = Blrd\theta$$

اگر $\theta = \omega t - \alpha$ باشد، برای میدان مغناطیسی داریم:

$$B = B_m \cos(\omega t - \alpha) = B_m \cos\theta$$

با جایگذاری داریم:

$$d\phi = B_m \cos\theta . lrd\theta$$

با انتگرال‌گیری داریم:

$$\phi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_m \cos\theta . lrd\theta = lrB_m \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = 2lrB_m$$

(۸-۴) در اوایل پیدایش موتورهای ac، طراحان ماشین دردسر بزرگی برای کنترل تلفات هسته (هیسترزیس و فوکو) داشتند. تولید فولادهای با هیسترزیس کم هنوز پیشرفت چندانی نکرده بود و ساخت ورقه‌های نازکی که امروزه در موتورهای ac بکار می‌رود، امکان‌پذیر نبود. در ایالات متحده برای کمک به کنترل این تلفات، موتورهای اولیه با منبع توان $25\ Hz$ کار می‌کردند.

الف) با رسم جدولی سرعت چرخش میدان مغناطیسی در ماشین‌های ac، ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ قطبی را در فرکانس $25\ Hz$ نشان دهید. سریع‌ترین چرخش این موتورهای اولیه چقدر بوده است؟

ب) برای موتور معینی که با چگالی شار ثابت B کار می‌کند، تلفات هسته موتور را هنگام کار در فرکانس $25\ Hz$ و هنگام کار در فرکانس $60\ Hz$ با هم مقایسه کنید.

ج) چرا مهندسین قدیمی یک سیستم قدرت $60\ Hz$ جداگانه برای روشنایی تدارک دیده بودند؟

حل: الف) طبق رابطهٔ مربوط به سرعت چرخش میدان مغناطیسی با تعداد قطب‌ها و فرکانس یعنی $n_m = \frac{120 f_e}{P}$ جدول زیر بدست می‌آید. مشاهده می‌شود که سریع‌ترین چرخش این موتورهای

اولیه $1500\ r/\min$ بوده است.

تعداد قطب‌ها	$f_e = 25\ Hz$
2	$1500\ r/\min$
4	$750\ r/\min$
6	$500\ r/\min$
8	$375\ r/\min$
10	$300\ r/\min$
12	$250\ r/\min$
14	$214.3\ r/\min$

ب) در چگالی شار ثابت، تلفات هسته یک ماشین با $n_m^{1.5}$ متناسب است، بنابراین نسبت تلفات هسته در فرکانس $25\ Hz$ به تلفات هسته در فرکانس $60\ Hz$ برابر است با:

$$\frac{P_{C,25\,Hz}}{P_{C,60\,Hz}} = (\frac{1500}{3600})^{1.5} = 0.269$$

ج) در فرکانس $25\ Hz$ روشنی لامپ‌های مهتابی به‌صورت آزاردهنده‌ای سوسوزنان است و این موضوع برای بینایی انسان بسیار ناراحت‌کننده است. از این رو مهندسین قدیمی یک سیستم قدرت $60\ Hz$ جداگانه برای روشنایی استفاده می‌کردند.

فصل پنجم
ژنراتورهای سنکرون

(۵-۱) در ناحیه‌ای از اروپا لازم است $300kW$ توان فراهم شود. تنها منبع قدرت در دسترس با فرکانس $50Hz$ کار می‌کند. تصمیم گرفته شده که توان را با استفاده از یک مجموعه موتور- ژنراتور تأمین کنند. هر یک از دو ماشین باید چند قطب داشته باشند تا توان $50Hz$ را به توان $60Hz$ تبدیل کنند.

حل: برای سرعت مکانیکی ماشین داریم:

$$n_m = \frac{120 f_e}{P}$$

برای داشتن یک ماشین $50Hz$ و یک ماشین $60Hz$ باید سرعت مکانیکی دو ماشین برابر باشد تا بتوانند با هم کوپل شوند. در این صورت داریم:

$$n_{syns} = \frac{120(50)}{P_1} = \frac{120(60)}{P_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{6}{5} = \frac{12}{10}$$

بنابراین یک موتور ۱۰ قطب باید با یک ژنراتور ۱۲ قطب کوپل شود تا این تبدیل فرکانس اتفاق افتد.

(۵-۲) یک ژنراتور سنکرون $2300V$، $1000\,kVA$، $60Hz$ دوقطبی، با ضریب توان 0.8 پس‌فاز و اتصال ستاره دارای راکتانس سنکرون $1.1\,\Omega$ و مقاومت آرمیچر $0.15\,\Omega$ است. در $60Hz$ ولتاژ DC، $200V$ و جریان تحریک ماکزیمم $10A$ است. مقاومت مدار تحریک را می‌توان در گستره‌ی $20\,\Omega$ تا $200\,\Omega$ تنظیم نمود. مشخصهٔ مدار باز ژنراتور در شکل ۵-۱ نشان داده شده است.

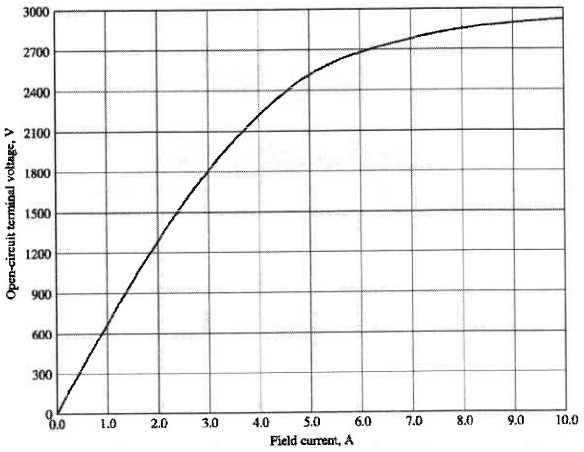
الف) چه جریان میدانی لازم است تا V_T هنگام بی‌باری ژنراتور برابر $2300V$ باشد؟

ب) ولتاژ داخلی این ماشین در شرایط نامی چقدر است؟

ج) چه جریان میدانی لازم است تا V_T هنگام کار ژنراتور در شرایط نامی برابر $2300V$ شود؟

د) گردانندهٔ اولیهٔ ژنراتور باید قادر به تأمین چه توان و گشتاوری باشد؟

ه) منحنی قابلیت توان این ژنراتور را رسم کنید.



شکل ۵-۱ مشخصهٔ مدار باز ژنراتور مربوط به مسئله ۵-۲

حل: الف) اگر ولتاژ بی‌باری ترمینال $2300\,V$ باشد، جریان میدان مورد نیاز می‌تواند مستقیم از روی مشخصهٔ مدار باز خوانده شود که برابر $4.25\,A$ است.

ب) اتصال ژنراتور ستاره است، بنابراین جریان خط و فاز ژنراتور برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{|S|}{\sqrt{3}\,V_T} = \frac{1000\times10^3}{\sqrt{3}\,(2300)} = 251\,A$$

ضریب توان 0.8 پس‌فاز است، بنابراین داریم: $I_A = I_L = 251\angle -36.87^\circ$

ولتاژ فاز ماشین برابر است با: $V_\phi = \frac{V_T}{\sqrt{3}} = 1328V$

برای ولتاژ داخلی ماشین داریم:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$
$$E_A = 1328\angle 0^\circ + (0.15)(251\angle -36.87^\circ) + j\,(1.1)(251\angle -36.87^\circ)$$
$$E_A = 1537\angle 7.4^\circ\,V$$

ج) ولتاژ ترمینال مدار باز متناظر با $E_A = 1537V$ می‌شود:

$$V_{T,OC} = \sqrt{3}(1527) = 2662V$$

برای این مقدار ولتاژ، جریان میدان بدست آمده از مشخصهٔ مدار باز $5.9A$ است.

د) توان ورودی این ژنراتور برابر مجموع توان خروجی و تلفات است، داریم:

$$P_{out} = (1000)(0.8) = 800\,kW$$
$$P_{cu} = 3I_A^2 R_A = 3(251)^2(0.15) = 28.4\,kW$$
$$P_{F\&W} = 24\,kW$$
$$P_{core} = 18\,kW$$
$$P_{stray} = 0$$
$$P_{in} = P_{out} + P_{cu} + P_{F\&W} + P_{core} + P_{stray} = 870.4\,kW$$

بنابراین گردانندهٔ اولیهٔ ژنراتور باید توان $870.4\,kW$ را تأمین کند. چون ژنراتور دوقطبی است، باید 3600 دور در دقیقه بچرخد تا گشتاور مورد نیاز را تأمین نماید. گشتاور اعمالی به ژنراتور برابر است با:

$$\tau_{app} = \frac{P_{in}}{\omega_m} = \frac{870.4\times10^3}{(3600)(\frac{2\pi}{60})} = 2309.98\ N.m$$

ه) محدودهٔ جریان روتور در منحنی قابلیت توان از نقطهٔ (Q , 0) رسم می‌شود که Q برابر است با:

$$Q = -\frac{3V_\phi^2}{X_S} = -\frac{3(1328)^2}{1.1} = -4810\ kVAR$$

شعاع محدودهٔ جریان روتور برابر است با:

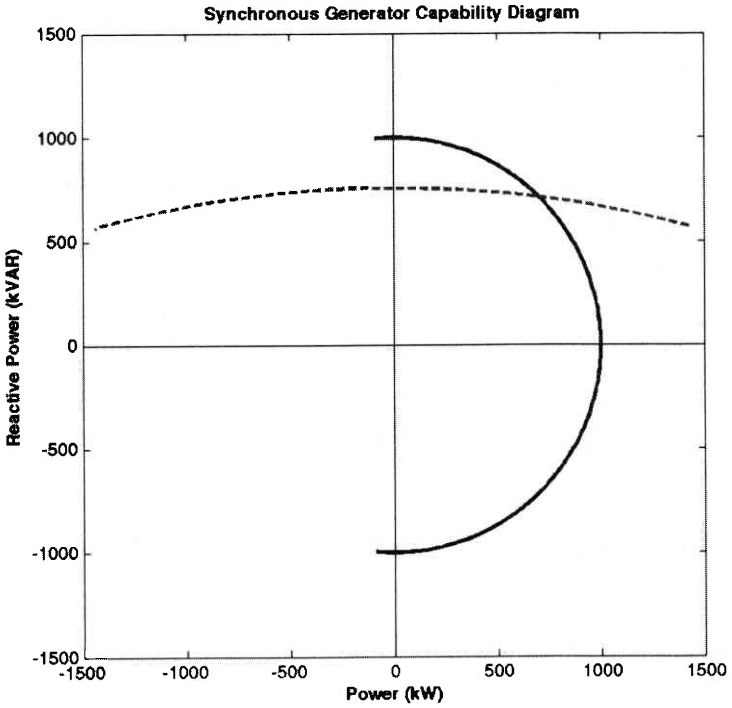
$$D_E = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} = \frac{3(1328)(1537)}{1.1} = 5567\ kVA$$

محدودهٔ جریان استاتور نیز دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع زیر است:

$$S = 3V_\phi I_A = 3(1328)(251) = 1000\ kVA$$

با نوشتن یک برنامهٔ در MATLAB، منحنی قابلیت توان این ژنراتور را می‌توان رسم کرد که به‌صورت شکل ۵-۲ می‌باشد.

```
% M-file: prob5_2.m
% M-file to display a capability curve for a
% synchronous generator.
% Calculate the waveforms for times from 0 to 1/30 s
Q = -4810;
DE = 5567;
S = 1000;
% Get points for stator current limit
theta = -95:1:95; % Angle in degrees
rad = theta * pi / 180; % Angle in radians
s_curve = S .* ( cos(rad) + j*sin(rad) );
% Get points for rotor current limit
orig = j*Q;
theta = 75:1:105; % Angle in degrees
rad = theta * pi / 180; % Angle in radians
r_curve = orig + DE .* ( cos(rad) + j*sin(rad) );
% Plot the capability diagram
figure(1);
plot(real(s_curve),imag(s_curve),'b','LineWidth',2.0);
hold on;
plot(real(r_curve),imag(r_curve),'r--','LineWidth',2.0);
% Add x and y axes
plot( [-1500 1500],[0 0],'k');
plot( [0,0],[-1500 1500],'k');
% Set titles and axes
title ('\bfSynchronous Generator Capability Diagram');
xlabel('\bfPower (kW)');
ylabel('\bfReactive Power (kVAR)');
axis( [ -1500 1500 -1500 1500] );
axis square;
hold off;
```



شکل ۵-۲ منحنی قابلیت توان ژنراتور مسألهٔ ۵-۲

(۵-۳) فرض کنید جریان میدان ژنراتور مسئلهٔ ۵-۲ در مقدار $4.5\,A$ تنظیم شده باشد.

الف) اگر ژنراتور به یک بار مثلث با امپدانس $20\angle 30^\circ$ وصل شود، ولتاژ پایانه ژنراتور چقدر است؟

ب) نمودار فازوری را برای این ژنراتور رسم کنید.

ج) بازدهٔ ژنراتور در این شرایط چقدر است؟

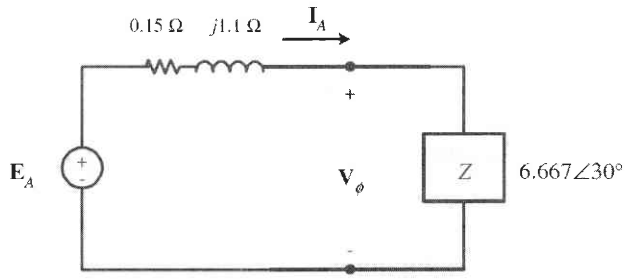
د) فرض کنید بار مثلث مشابهٔ دیگری با بار اول موازی شود، نمودار فیزوری چه تغییری می‌کند؟

ه) ولتاژ پایانه بعد از افزایش بار چقدر می‌شود؟

و) چه باید کرد تا ولتاژ پایانه به مقدار اولیهٔ خود برسد؟

حل: الف) اگر جریان میدان $4.5\,A$ باشد، ولتاژ ترمینال مدار باز برابر $2385V$ خواهد بود و ولتاژ فاز این ژنراتور برابر $2385/\sqrt{3}=1377V$ می‌شود.

بار با سه امپدانس $20\angle 30^\circ\ \Omega$ به‌صورت مثلث بسته شده است. با تبدیل مثلث به ستاره، این بار معادل با یک بار ستاره با سه امپدانس $6.667\angle 30^\circ\ \Omega$ می‌شود. مدار معادل یک فاز آن در شکل ۵-۳ نشان داده شده است.



شکل ۵-۳ مدار معادل مربوط به مسئله ۵-۳

دامنهٔ جریان فاز در این ژنراتور برابر است با:

$$|I_A| = \frac{|E_A|}{|R_A + jX_S + Z|} = \frac{1377}{|0.15 + j1.1 + 6.667\angle 30^\circ|} = \frac{1377}{1.829} = 186A$$

از این رو دامنه ولتاژ فاز می‌شود:

$$V_\phi = I_A Z = (186)(6.667) = 1240V$$

ولتاژ ترمینال برابر است با:

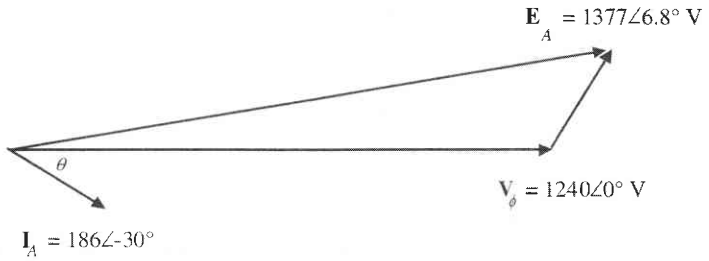
$$V_T = \sqrt{3}\, V_\phi = \sqrt{3}\,(1240) = 2148V$$

ب) جریان آرمیچر $I_A = 186\angle -30^\circ$ و ولتاژ فاز $V_\phi = 1240\angle 0^\circ$ است. بنابراین ولتاژ تولیدی ژنراتور برابر است با:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 1240\angle 0^\circ + (0.15)(186\angle -30^\circ) + j(1.1)(186\angle -30^\circ) = 1377\angle 6.8^\circ\, V$$

بنابراین، نمودار فازوری برای این حالت به‌صورت شکل ۵-۴ است.



شکل ۵-۴ نمودار فازوری ژنراتور

ج) توان خروجی، توان ورودی و راندمان به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_{out} = 3V_\phi I_A \cos\theta = 3(1240)(186)(0.8) = 554\ kW$$

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_A = 3(186)^2(0.15) = 15.6\ kW$$

$$P_{F\&W} = 24\ kW$$

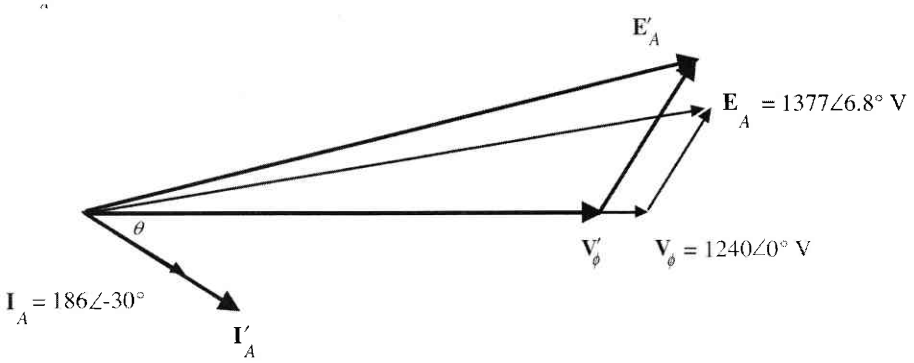
$P_{core} = 18\,kW$

$P_{stray} = 0$

$P_{in} = P_{out} + P_{cu} + P_{F\&W} + P_{core} + P_{stray} = 612\,kW$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{554}{612} \times 100\% = 90.5\%$$

د) با اضافه شدن بار جدید، جریان کل با همان زاویهٔ قبلی افزایش می‌یابد. مقدار $jX_S I_S$ در امتداد همان زاویهٔ قبلی افزایش می‌یابد در حالی که دامنهٔ E_A ثابت است. نمودار فازوری این حالت به‌صورت شکل ۵-۵ است.



شکل ۵-۵ نمودار فازوری ژنراتور در هر دو حالت

ه) امپدانس جدید برای هر فاز نصف حالت قبل است. $Z = 3.333\angle 30^\circ\ \Omega$ بنابراین، دامنه جریان فاز ژنراتور می‌شود:

$$|I_A| = \frac{|E_A|}{|R_A + jX_S + Z|} = \frac{1377}{|0.15 + j1.1 + 3.333\angle 30^\circ|} = \frac{1377}{1.829} = 335A$$

بنابراین دامنه ولتاژ فاز برابر است با:

$$V_\phi = I_A Z = (335)(3.333) = 1117V$$

و ولتاژ ترمینال می‌شود:

$$V_T = \sqrt{3} V_\phi = \sqrt{3}\,(1117) = 1934V$$

و) برای اینکه ولتاژ ترمینال به مقدار نامی خود بهبود یابد، باید جریان میدان را افزایش داد تا E_A و به تبع آن V_ϕ افزایش یابد.

(۵-۴) در سؤالات زیر فرض کنید جریان میدان ژنراتور مسئله ۵-۲ برای ولتاژ نامی $2300V$ در بار کامل تنظیم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) بازده ژنراتور در بار نامی چقدر است؟

ب) تنظیم ولتاژ ژنراتور در صورت کار با کیلوولت‌آمپر نامی و ضریب توان 0.8 پس‌فاز چقدر است؟

ج) تنظیم ولتاژ ژنراتور در صورت کار با کیلوولت‌آمپر نامی و ضریب توان 0.8 پیش‌فاز چقدر است؟
د) تنظیم ولتاژ ژنراتور در صورت کار با کیلوولت‌آمپر نامی و ضریب توان واحد چقدر است؟
ه) با استفاده از *MATLAB* ولتاژ ترمینال ژنراتور بر حسب تغییر بار، برای هر ۳ ضریب توان، رسم کنید.

حل: الف) اتصال ژنراتور ستاره است. بنابراین در شرایط نامی، جریان خط و فاز این ژنراتور برابر است با:

$$I_A = I_L = \frac{S^*}{\sqrt{3}V_L} = \frac{1\times10^6\angle -36.87^\circ}{\sqrt{3}\,(2300)} = 251\angle -36.87^\circ$$

ولتاژ فاز این ماشین برابر است با:

$$V_\phi = \frac{V_T}{\sqrt{3}} = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328V$$

و ولتاژ داخلی این ماشین می‌شود:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$
$$E_A = 1328\angle 0^\circ + (0.15)(251\angle -36.87^\circ) + j\,(1.1)(251\angle -36.87^\circ)$$
$$E_A = 1537\angle 7.4^\circ\, V$$

توان ورودی این ژنراتور برابر مجموع توان خروجی و تلفات است. برای توان خروجی نامی و تلفات داریم:

$$P_{out} = (1000)(0.8) = 800\ kW$$
$$P_{cu} = 3I_A^2 R_A = 3(251)^2(0.15) = 28.4\ kW$$
$$P_{F\&W} = 24\ kW$$
$$P_{core} = 18\ kW$$
$$P_{stray} = 0$$

حال توان ورودی و راندمان می‌شود:

$$P_{in} = P_{out} + P_{cu} + P_{F\&W} + P_{core} + P_{stray} = 870.4\ kW$$
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100\% = \frac{800}{870.4}\times 100\% = 91.9\%$$

ب) ژنراتور در kVA نامی و بار پس‌فاز و ولتاژ فاز $V_\phi = 1328\angle 0^\circ$ بارگذاری شده و ولتاژ داخلی آن $E_A = 1537\angle 7.4^\circ$ است. بنابراین ولتاژ فاز بی‌باری $V_\phi = 1537\angle 0^\circ$ است. در نتیجه تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{1537-1328}{1328}\times 100\% = 15.7\%$$

ج) اگر ژنراتور با kVA نامی و بار پیش‌فاز بارگذاری شود و ولتاژ فاز $V_\phi = 1328\angle 0^\circ$ باشد، ولتاژ داخلی آن برابر است با:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$
$$E_A = 1328\angle 0^\circ + (0.15)(251\angle 36.87^\circ) + j(1.1)(251\angle 36.87^\circ) = 1217\angle 11.5^\circ\, V$$

بنابراین تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{1217 - 1328}{1328} \times 100\% = -8.4\%$$

د) اگر ژنراتور با kVA نامی و ضریب توان واحد بارگذاری شود و ولتاژ فاز $1328\angle 10^\circ$ باشد، ولتاژ داخلی این ماشین خواهد شد:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 1328\angle 0^\circ + (0.15)(251\angle 0^\circ) + j\,(1.1)(251\angle 0^\circ) = 1393\angle 11.4^\circ$$

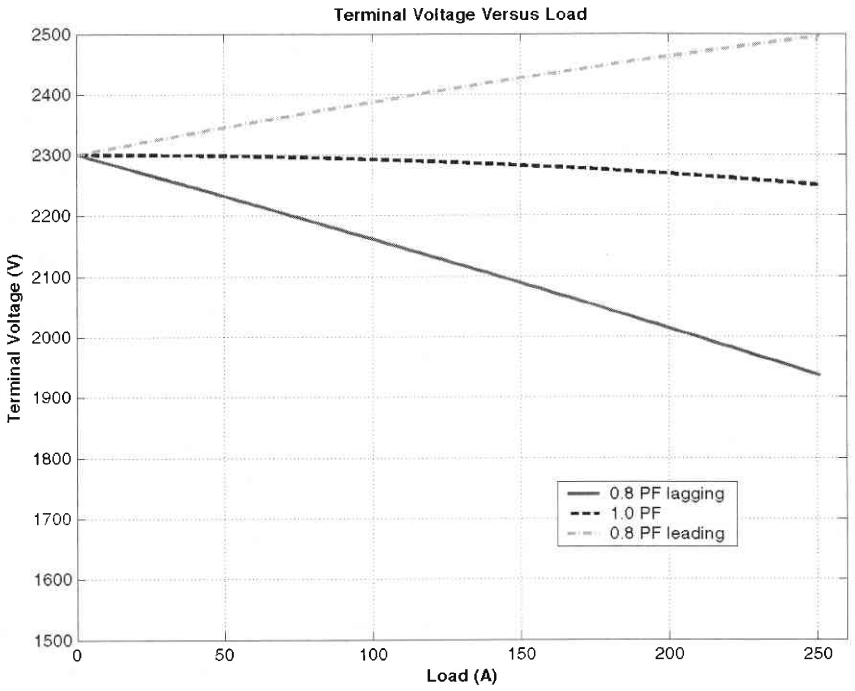
بنابراین تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{1393 - 1328}{1328} \times 100\% = 4.9\%$$

ه) برنامهٔ زیر در محیط *MATLAB*، ولتاژ ترمینال ژنراتور با تغییر بار، برای هر ۳ ضریب توان، را می‌دهد.

```
% M-file: prob5_4e.m
% M-file to calculate and plot the terminal voltage
% of a synchronous generator as a function of load
% for power factors of 0.8 lagging, 1.0, and 0.8 leading.
% Define values for this generator
EA = 1328; % Internal gen voltage
I = 0:2.51:251; % Current values (A)
R = 0.15; % R (ohms)
X = 1.10; % XS (ohms)
% Calculate the voltage for the lagging PF case
VP_lag = sqrt( EA^2 - (X.*I.*0.8 - R.*I.*0.6).^2 ) ...
- R.*I.*0.8 - X.*I.*0.6;
VT_lag = VP_lag .* sqrt(3);
% Calculate the voltage for the leading PF case
VP_lead = sqrt( EA^2 - (X.*I.*0.8 + R.*I.*0.6).^2 ) ...
- R.*I.*0.8 + X.*I.*0.6;
VT_lead = VP_lead .* sqrt(3);
% Calculate the voltage for the unity PF case
VP_unity = sqrt( EA^2 - (X.*I).^2 );
VT_unity = VP_unity .* sqrt(3);
% Plot the terminal voltage versus load
plot(I,abs(VT_lag),'b-','LineWidth',2.0);
hold on;
plot(I,abs(VT_unity),'k--','LineWidth',2.0);
plot(I,abs(VT_lead),'r-.','LineWidth',2.0);
title ('\bfTerminal Voltage Versus Load');
xlabel ('\bfLoad (A)');
ylabel ('\bfTerminal Voltage (V)');
legend('0.8 PF lagging','1.0 PF','0.8 PF leading');
axis([0 260 1500 2500]);
grid on;
hold off;
```

با اجرای برنامه نمودارهای شکل ۵-۶ بدست می‌آید.



؟؟ شکل ۵-۶ ولتاژ ترمینال ژنراتور با تغییر بار

(۵-۵) فرض کنید جریان میدان ژنراتور مسئلهٔ ۵-۲ چنان تنظیم شده باشد که ولتاژ نامی را با جریان نامی و ضریب توان واحد تولید کند.

الف) زاویه گشتاور δ ژنراتور، وقتی جریان نامی را با ضریب توان واحد تولید کند، چقدر است؟

ب) وقتی ژنراتور فوق با بار کامل و ضریب توان واحد کار کند، چقدر به حد پایداری استاتیکی ماشین نزدیک می‌شود؟

حل: الف) زاویه گشتاور همان زاویه E_A است، برای E_A داریم:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 1328\angle 0^\circ + (0.15)(251\angle 0^\circ) + j(1.1)(251\angle 0^\circ) = 1393\angle 11.4^\circ$$

ب) حد ناپایداری استاتیکی برابر $\delta = 90^\circ$ است. اگر از مقاومت داخلی ژنراتور صرف‌نظر کنیم، توان خروجی از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$P = \frac{3V_\phi E_A}{X_S}\sin\delta$$

توان خروجی با $\sin\delta$ متناسب است. از آنجایی که $\sin(11.4^\circ) = 0.198$ و $\sin(90) = 1$ است، توان حداکثر، تقریباً ۵ برابر توان نامی ژنراتور است.

(۵-۶) یک ژنراتور $480V$، $400kVA$، $50HZ$، چهارقطبی، با اتصال مثلث و ضریب توان 0.85 پس‌فاز به‌وسیلهٔ یک موتور دیزل $500\ hp$ به گردش درمی‌آید و به‌عنوان ژنراتور رزرو یا اضطراری به کار می‌رود. این ماشین را در صورت لزوم می‌توان با منبع تغذیه عادی (یک سیستم قدرت بزرگ) موازی کرد.

الف) شرایط لازم برای موازی کردن ژنراتور اضطراری با سیستم قدرت موجود چیست؟ سرعت محور ژنراتور پس از موازی شدن چقدر است؟

ب) اگر ژنراتور به سیستم قدرت متصل و در آغاز روی خط شناور باشد، میدان‌های مغناطیسی و نمودار فیزوری حاصل را رسم کنید؟

ج) نقطه تنظیم واقع در دیزل را زیاد می‌کنیم. به وسیله نمودار خانه‌ای و نمودار فیزوری نشان دهید که چه به سر ژنراتور می‌آید؟ اینک ژنراتور چه مقدار توان غیرحقیقی فراهم می‌کند؟

د) حال که ژنراتور دیزلی به سیستم توان حقیقی می‌دهد با افزایش یا کاهش جریان میدان برای ژنراتور چه روی می‌دهد؟ این رفتار را به وسیله نمودار خانه‌ای توضیح دهید.

حل: الف) برای موازی کردن این ژنراتور با شین بی‌نهایت شرایط زیر لازم است:

۱- ژنراتور باید دارای ولتاژ برابر با ولتاژ سیستم قدرت باشد.

۲- باید توالی فاز ژنراتور با توالی فاز شبکه قدرت یکسان باشد.

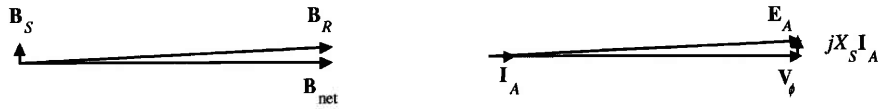
۳- فرکانس ژنراتور باید کمی بیشتر از فرکانس سیستم قدرت باشد.

۴- اتصال مدارشکنی که دو سیستم را به یکدیگر متصل کرده است باید در زمان تحقق شرایط بالا و وقتی که ژنراتور با سیستم قدرت هم‌فاز است، برقرار گردد.

بعد از موازی کردن، سرعت محور ژنراتور برابر است با:

$$n_m = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(50)}{4} = 1500\ rpm$$

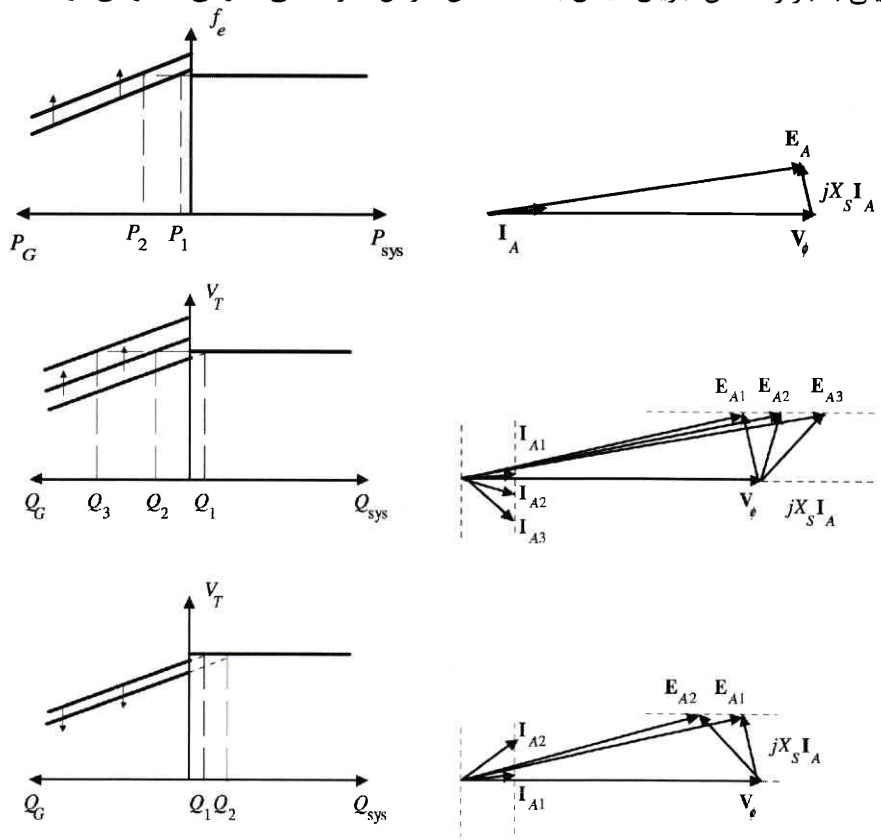
ب) نمودار میدان مغناطیسی و نمودار فازوری بلافاصله بس از موازی کردن ژنراتور با شبکه قدرت در شکل ۵-۷ آمده است.



شکل ۵-۷ نمودار میدان مغناطیسی و نمودار فازوری

ج) با زیاد شدن نقطهٔ تنظیم گاورنر، ژنراتور اضطراری شروع به تأمین بار بیشتری می‌کند، شکل ۵-۸ افزایش توان ژنراتور را با نمودار خانه‌ای نشان می‌دهد. دقت کنید که با افزایش مقدار E_a به اندازهٔ کمی توان غیرحقیقی مصرفی ژنراتور نیز افزایش می‌یابد.

د) با تولید توان توسط ژنراتور برای سیستم، افزایش جریان میدان باعث افزایش توان غیرحقیقی تحویلی به بار و کاهش جریان میدان باعث کاهش جریان غیرحقیقی تحویلی به بار می‌شود.



شکل ۵-۸ نمودار خانه‌ای

(۵-۷) یک ژنراتور توربین بخار $13.8\,kV$، $10MVA$، $60Hz$، دوقطبی با اتصال ستاره و ضریب توان 0.8 پس‌فاز، دارای راکتانس سنکرون $12\,\Omega$ و مقاومت آرمیچر $1.5\,\Omega$ در هر فاز است. این ژنراتور موازی با یک سیستم قدرت بزرگ کار می‌کند.

الف) مقدار E_A در شرایط نامی چقدر است؟

ب) زاویهٔ گشتاور ژنراتور در شرایط نامی چقدر است؟

ج) اگر جریان میدان ثابت باشد، ماکزیمم توان خروجی که می‌توان از این ژنراتور دریافت نمود چقدر است؟ این ژنراتور در بار کامل چقدر توان یا گشتاور رزرو دارد؟

د) به ازای ماکزیمم توان مطلق، این ژنراتور چه توان غیرحقیقی تولید یا مصرف می‌کند؟

حل: الف) ولتاژ فاز این ژنراتور در شرایط نامی برابر است با:

$$V_\phi = \frac{13800}{\sqrt{3}} = 7967\,V$$

جریان آرمیچر در هر فاز در شرایط نامی برابر است با:

$$|I_A| = \frac{S}{\sqrt{3}V_T} = \frac{1\times10^7}{\sqrt{3}(13800)} = 418\ A$$

ولتاژ تولیدی داخلی در شرایط نامی برابر است با:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$
$$E_A = 7967\angle0^\circ + (1.5)(418\angle-36.87^\circ) + j(12)(418\angle-36.87^\circ) = 12040\angle17.6^\circ V$$
$$|E_A| = 12040 = 12.04\ kV$$

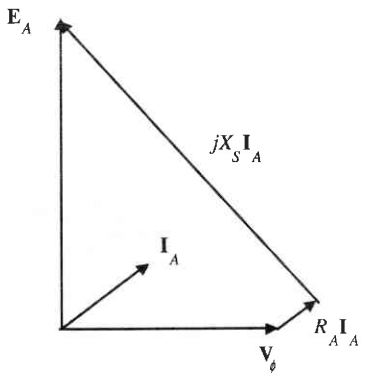
ب) زاویهٔ گشتاور ژنراتور در شرایط نامی 17.6° است.

ج) با چشم‌پوشی از R_A، حداکثر توان خروجی ژنراتور برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{3E_A V_\phi}{X_S} = \frac{3(7967)(12040)}{12} = 24\ MW$$

توان در حداکثر بار $24\ MW$ است، بنابراین حداکثر توان خروجی سه برابر توان خروجی در بار کامل است.

د) نمودار فازوری در این شرایط در شکل ۵-۹ نشان داده شده است.



شکل ۵-۹ نمودار فازوری

تحت این شرایط برای جریان آرمیچر داریم:

$$I_A = \frac{E_A - V_\phi}{R_A + jX_S} = \frac{12040\angle90^\circ - 7967\angle0^\circ}{1.5 + j12} = 1194\angle40.6^\circ A$$

توان غیرحقیقی تولید شده توسط ژنراتور در این شرایط برابر است با:

$$Q = V_\phi I_A \sin\theta = 3(7967)(1194)\sin(0-40.6) = -18.6\ MVAR$$

بنابراین، در این شرایط ژنراتور توان غیرحقیقی مصرف می‌کند.

(۵-۸) گردانندهٔ اولیه یک ژنراتور سنکرون $480V$، $100\ kVA$، $60HZ$، دوقطبی، سه‌فاز، دارای سرعت

بی‌باری 3630 و سرعت بار کامل 3670 دور در دقیقه است. این ژنراتور با یک ژنراتور سنکرون $480V$، $75kVA$، چهارقطبی $60HZ$ که گرداننده اولیهٔ آن دارای سرعت بی‌باری 1800 و سرعت بار کامل 1785 دور در دقیقه است، بطور موازی کار می‌کند. باری که بوسیلهٔ دو ژنراتور تأمین می‌شود برابر $100\ kVA$ با ضریب توان 0.85 پس‌فاز است.

الف) افت سرعت ژنراتور ۱ و ۲ را تعیین کنید.

ب) فرکانس کاری سیستم قدرت را بیابید.

ج) توانی که در این سیستم به وسیلهٔ هر کدام از ژنراتورها تأمین می‌شود چقدر است؟

د) اگر ولتاژ ترمینال برابر $460V$ باشد، اپراتورهای ژنراتور برای اصلاح این ولتاژ کم پایانه چه باید بکنند؟

حل: فرکانس ژنراتور ۱ در بی‌باری:

$$f_{nl1} = \frac{n_m P}{120} = \frac{(3630)(2)}{120} = 60.5\ Hz$$

فرکانس ژنراتور ۱ در بار کامل:

$$f_{fl1} = \frac{n_m P}{120} = \frac{(3570)(2)}{120} = 59.5\ Hz$$

فرکانس ژنراتور ۲ در بی‌باری:

$$f_{nl2} = \frac{n_m P}{120} = \frac{(1800)(4)}{120} = 60.00\ Hz$$

فرکانس ژنراتور ۲ بار کامل:

$$f_{fl2} = \frac{n_m P}{120} = \frac{(1785)(4)}{120} = 59.50\ Hz$$

الف) افت سرعت ژنراتور ۱ برابر است با:

$$SD_1 = \frac{n_{nl1} - n_{fl1}}{n_{fl1}} \times 100 = \frac{3630 - 3570}{3570} \times 100\% = 1.68\%$$

افت سرعت ژنراتور ۲ برابر است با:

$$SD_2 = \frac{n_{nl2} - n_{f\,2l}}{n_{fl2}} \times 100 = \frac{1800 - 1785}{1785} \times 100\% = 0.84\%$$

ب) توان تولیدی توسط ژنراتور ۱ و ۲ از روابط زیر بدست می‌آید:

$$P_1 = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) \quad , \quad P_2 = S_{P2}(f_{nl2} - f_{sys})$$

بنابراین شیب منحنی توان برای ژنراتور ۱ و ۲ برابر است با:

$$S_{P1} = \frac{P_1}{f_{nl1} - f_{fl1}} = \frac{0.1MW}{60.5 - 59.5} = 0.1\,{}^{MW}\!/_{Hz}$$

$$S_{P2} = \frac{P_2}{f_{nl2} - f_{fl2}} = \frac{0.075MW}{60.00 - 59.5} = 0.15\,{}^{MW}\!/_{Hz}$$

فرکانس بی‌باری ژنراتور ۱ برابر $60.5Hz$ و فرکانس بی‌باری ژنراتور ۲ برابر $60Hz$ است. کل توان تولید شده برابر $100kW$ است. بنابراین، داریم:

$$P_{load} = P_1 + P_2 = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) + S_{P2}(f_{nl2} - f_{sys})$$

$$100kW = (0.1\,{}^{MW}\!/_{Hz})(60.5 - f_{sys}) + (0.15\,{}^{MW}\!/_{Hz})(60.0 - f_{sys})$$

$$100kW = 6050kW - (0.10\,{}^{MW}/_{Hz})f_{sys} + 9000kW - (0.15\,{}^{MW}/_{Hz})f_{sys}$$

$$(0.25\,{}^{MW}/_{Hz})f_{sys} = 6050kW + 9000kW - 100kW$$

$$f_{sys} = \frac{14950}{0.25} = 59.8Hz$$

بنابراین توان تولید شده توسط ژنراتور ۱ برابر است با:

$$P_1 = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) = (0.1)(60.5 - 59.8) = 70\ kW$$

و توان تولید شده توسط ژنراتور ۲ برابر است با:

$$P_2 = S_{P2}(f_{nl2} - f_{sys}) = (0.15)(60.5 - 59.8) = 30kW$$

د) اگر ولتاژ پایانه $460V$ باشد، اپراتور باید جریان میدان هر دو ژنراتور را همزمان افزایش دهد. این کار ولتاژ پایانهٔ سیستم را بدون تغییر سهم ژنراتورها افزایش می‌دهد.

(۹-۵) سه ژنراتور سنکرون که از نظر فیزیکی مشابه‌اند موازی باهم کار می‌کنند. توان نامی تمام آنها در ضریب توان 0.8 پس‌فاز، $3MW$ است. فرکانس بی‌باری ژنراتور A برابر $61Hz$ و شیب افت سرعت آن 3.4% است. فرکانس بی‌باری ژنراتور B برابر $61.5Hz$ و شیب افت سرعت آن 3% است. فرکانس بی‌باری ژنراتور C برابر $60.5Hz$ و شیب افت سرعت آن 2.6% است.

الف) اگر بار کل $7MW$ توسط این سیستم قدرت تغذیه شود، فرکانس سیستم چقدر است؟ این توان چگونه بین سه ژنراتور تقسیم می‌شود؟

ب) نمودار توان تحویلی هر ژنراتور را به‌صورت تابعی از کل توان تحویلی به بارها رسم کنید. (برای رسم نمودار می‌توانید از *MATLAB* استفاده کنید). در چه باری یکی از ژنراتورها از حد نامی تجاوز می‌کند؟ کدام ژنراتور زودتر از حد مجاز خود فراتر می‌رود؟

ج) آیا تقسیم توان بند (الف) قابل قبول است؟ چرا؟

د) برای بهبود تقسیم توان حقیقی بین این ژنراتورها، اپراتور چه کاری می‌تواند انجام دهد؟

حل: افت سرعت به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SD = \frac{n_{nl} - n_{fl}}{n_{fl}} \times 100\% = \frac{f_{nl} - f_{fl}}{f_{fl}} \times 100\% \Rightarrow f_{fl} = \frac{f_{nl}}{\frac{SD}{100} + 1}$$

بنابراین فرکانس بار کامل ژنراتورهای A و B و C برابر است با:

$$f_{fl,A} = \frac{f_{nl,A}}{\frac{SD_A}{100} + 1} = \frac{61}{\frac{3.4}{100} + 1} = 59.0\ Hz$$

$$f_{fl,B} = \frac{f_{nl,B}}{\frac{SD_B}{100} + 1} = \frac{61.5}{\frac{3}{100} + 1} = 59.71\ Hz$$

$$f_{fl,C} = \frac{f_{nl,C}}{\frac{SD_C}{100} + 1} = \frac{60.5}{\frac{2.6}{100} + 1} = 58.97\ Hz$$

حال از رابطهٔ $P = S_P(f_{nl} - f_{fl})$ شیب منحنی توان – فرکانس ژنراتورها را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$S_{PA} = \frac{P_A}{f_{nl,A} - f_{fl,A}} = \frac{3MW}{2Hz} = 1.5\,MW/Hz$$

$$S_{PB} = \frac{P_B}{f_{nl,B} - f_{fl,B}} = \frac{3MW}{1.79Hz} = 1.676\,MW/Hz$$

$$S_{PC} = \frac{P_C}{f_{nl,C} - f_{fl,C}} = \frac{3MW}{1.53Hz} = 1.961\,MW/Hz$$

الف) بار کل برابر $7MW$ است، بنابراین داریم:

$$P_{load} = S_{PA}(f_{nl,A} - f_{sys}) + S_{PB}(f_{nl,B} - f_{sys}) + S_{PC}(f_{nl,C} - f_{sys})$$

$$7MW = (1.5)(61.0 - f_{sys}) + (1.676)(61.5 - f_{sys}) + (1.961)(60.5 - f_{sys})$$

$$7MW = 91.5MW - 1.5f_{sys} + 103.07MW - 1.676f_{sys} + 118.64MW - 1.961f_{sys}$$

$$5.137f_{sys} = 306.2 \Rightarrow f_{sys} = 59.61Hz$$

توان تولیدی هر ژنراتور برابر است با:

$$P_A = S_{PA}(f_{nl,A} - f_{sys}) = 1.5(61 - 59.61) = 2.09MW$$

$$P_B = S_{PB}(f_{nl,B} - f_{sys}) = 1.676(61.5 - 59.61) = 3.17MW$$

$$P_C = S_{PC}(f_{nl,C} - f_{sys}) = 1.961(61 - 59.61) = 1.74MW$$

ب) تقسیم توان در قسمت (الف) قابل قبول نیست، زیرا توان ژنراتور ۲ از حد توان خود، یعنی $3MW$ تجاوز کرده است.

ج) برای پاسخ به این سوال بهتر است منحنی تولید توان ژنراتورها را در بارهای مختلف رسم کنیم.

برای رسم این منحنی‌ها کافیست f_{sys} را بر حسب بار بدست آوریم و منحنی مربوط به هر ژنراتور را با استفاده از رابطهٔ خودش رسم کنیم. داریم:

$$P_{load} = (1.5)(61.0 - f_{sys}) + (1.676)(61.5 - f_{sys}) + (1.961)(60.5 - f_{sys})$$

$$5.137f_{sys} = 313.2 - P_{load}$$

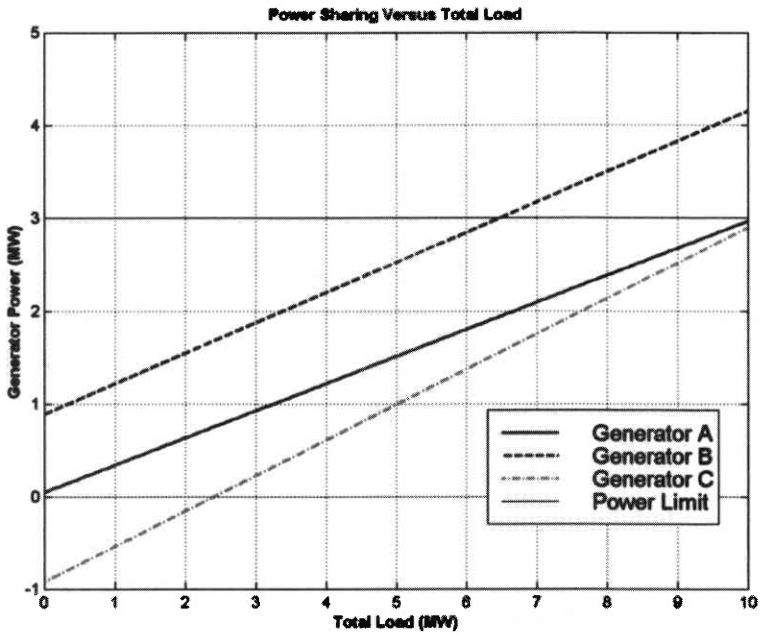
$$f_{sys} = \frac{313.2 - P_{load}}{5.137}$$

تعیین سهم توان ژنراتورها به‌صورت تابعی از بار با استفاده از برنامهٔ زیر رسم می‌شود.

```
% M-file to calculate and plot the power sharing among
% three generators as a function of load.
% Define values for this generator
fnlA = 61.0; % No-load freq of Gen A
fnlB = 61.5; % No-load freq of Gen B
fnlC = 60.5; % No-load freq of Gen C
spA = 1.5; % Slope of Gen A (MW/Hz)
spB = 1.676; % Slope of Gen B (MW/Hz)
spC = 1.961; % Slope of Gen C (MW/Hz)
Pload = 0:0.05:10; % Load in MW
% Calculate the system frequency
```

```
fsys = (313.2 - Pload) ./ 5.137;
% Calculate the power of each generator
PA = spA .* ( fnlA - fsys);
PB = spB .* ( fnlB - fsys);
PC = spC .* ( fnlC - fsys);
% Plot the power sharing versus load
plot(Pload,PA,'b-','LineWidth',2.0);
hold on;
plot(Pload,PB,'k--','LineWidth',2.0);
plot(Pload,PC,'r-.','LineWidth',2.0);
plot([0 10],[3 3],'k','LineWidth',1.0);
plot([0 10],[0 0],'k:');
title ('\bfPower Sharing Versus Total Load');
xlabel ('\bfTotal Load (MW)');
ylabel ('\bfGenerator Power (MW)');
legend('Generator A','Generator B','Generator C','Power Limit');
grid on;
hold off;
```

خروجی برنامهٔ فوق، منحنی‌های شکل ۵-۱۰ را می‌دهد.



شکل ۵-۱۰ سهم توان ژنراتورها به‌صورت تابعی از بار

با توجه به شکل ۵-۱۰، مشاهده می‌شود که با افزایش بار سیستم، ابتدا ژنراتور B از ظرفیت نامی خود تجاوز می‌کند. این اتفاق در بار $6.5MW$ روی می‌دهد. همچنین از نمودارها مشاهده می‌شود هنگامی که بار کم است، جهت انتقال توان در ژنراتور C برعکس می‌شود. این اتفاق در بار $2.4MW$ روی می‌دهد.

بنابراین در بارهای بزرگ‌تر از $6.5MW$ و در بارهای کوچک‌تر از $2.4MW$، مشکلاتی برای توزیع توان این سه ژنراتور وجود دارد.

د) با توجه به توضیحات فوق، برای بهبود تقسیم توان بین سه ژنراتور در قسمت (الف) بدون اثرگذاری روی فرکانس کاری سیستم، اپراتور باید تنظیم گاورنر ژنراتور B را کاهش دهد و بطور همزمان تنظیم گاورنر را در ژنراتورهای A و C افزایش دهد.

(۵-۱۰) سه مولد بخار در یک کارخانه کاغذسازی نصب شده است تا بخار لازم را در فرایند تولید تأمین نماید و از ضایعات آن به‌عنوان منبع انرژی استفاده شود. به علت وجود ظرفیت مازاد، سه ژنراتور توربینی $5MVA$ در کارخانه نصب شده است. هر یک از این ژنراتورها دارای $4160V$ و $6250kVA$ دوقطبی با اتصال ستاره و ضریب توان 0.85 پس‌فاز که راکتانس سنکرون آنها $0.75\,\Omega$ و مقاومت آرمیچر آنها $0.04\,\Omega$ است، می‌باشند. شیب مشخصهٔ توان - فرکانس ژنراتورهای ۱ و ۲ $2.5\ MW/Hz$ و ژنراتور ۳، $3\ MW/Hz$ است.

الف) اگر فرکانس بی‌باری هر سه ژنراتور برابر $61Hz$ تنظیم شده باشد، وقتی فرکانس سیستم $60Hz$ است، سه ماشین چه توانی تولید می‌کنند؟

ب) ماکزیمم توانی که سه ژنراتور در این شرایط می‌توانند تولید نمایند بدون اینکه هیچ کدام از مقادیر نامی‌شان تجاوز نکنند، چقدر است؟ این حد در چه فرکانسی رخ می‌دهد؟ هر ژنراتور در این نقطه چه توانی تولید می‌کند؟

ج) چه باید کرد تا هر سه ژنراتور توان‌های حقیقی و غیرحقیقی نامی‌شان را در فرکانس‌های کار $60Hz$ تولید کنند؟

د) در این شرایط ولتاژ داخلی هر یک از ژنراتورها چقدر است؟

حل: الف) اگر فرکانس سیستم $60Hz$ و فرکانس بی‌باری ژنراتورها $61Hz$ باشد، توان تولیدی ژنراتورها برابر خواهد بود با:

$$P_1 = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) = (2.5)(61-60) = 2.5\ MW$$
$$P_2 = S_{P2}(f_{nl2} - f_{sys}) = (2.5)(61-60) = 2.5\ MW$$
$$P_3 = S_{P3}(f_{nl3} - f_{sys}) = (3)(61-60) = 3\ MW$$

بنابراین توان تولیدی کل ژنراتورها $8MW$ است.

ب) حداکثر توان تولید شده توسط ژنراتور $(6250)(0.85) = 5.31$ است. ژنراتور شماره ۳ اولین ماشینی خواهد بود که حد توان نامی خود را تحویل می‌دهد. ژنراتور ۳ این توان را در فرکانس زیر تولید می‌کند:

$$5.31 = (3.0)(61 - f_{sys})$$
$$f_{sys} = 59.23\ Hz$$

در این حالت توان تولید شده ژنراتورهای ۱ و ۲ برابر است با:

$$P_1 = P_2 = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) = (2.5)(61 - 59.23) = 4.425MW$$

لذا توان تولیدی کل ژنراتورها $14.16MW$ است.

ج) برای اینکه هر ژنراتور توان $5.31MW$ را در فرکانس $60Hz$ تولید کند، فرکانس بی‌باری ژنراتورهای ۱ و ۲ باید روی 62.12 و ژنراتور ۳ روی 61.77 تنظیم شود. بنابراین، جریان میدان ژنراتورها باید برای تولید ضریب توان 0.85 پس‌فاز تنظیم شوند. در این نقطه هر ژنراتور مقدار توان نامی واقعی (حقیقی و غیرحقیقی) خود را تولید خواهد کرد.

د) در شرایط قسمت (ج) برای ولتاژ تولید شدهٔ داخلی داریم:

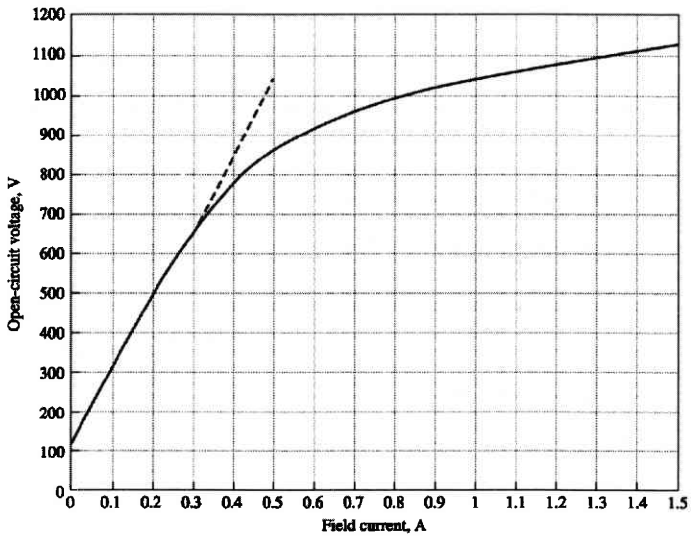
$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}V_L} = \frac{6250kVA}{\sqrt{3}\,(4160V)} = 867A$$

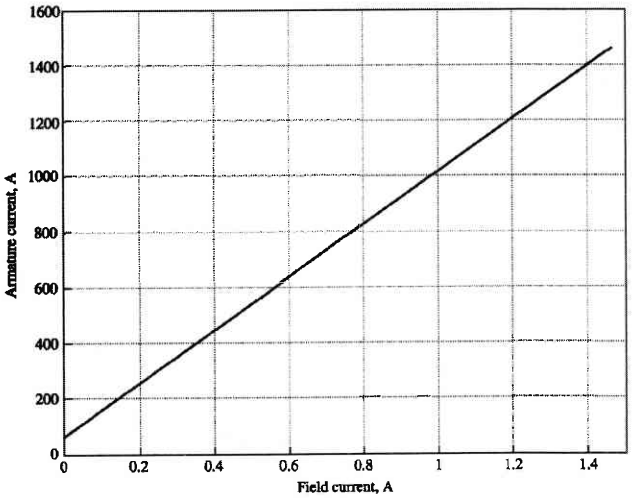
ضریب توان 0.85 پس‌فاز است. بنابراین، $I_A = I_L = 867\angle -31.8^\circ$ است. ولتاژ تولید شدهٔ داخلی برابر است با: (اتصال ژنراتورها ستاره است، بنابراین ولتاژ فازی آنها $V_\phi = 4160/\sqrt{3} = 2402V$ است).

$$E_A = 2402\angle 0^\circ + (0.04)(867\angle -31.8^\circ) + j\,(0.75)(867\angle -31.8^\circ) = 2825\angle 10.9^\circ V$$

مسایل ۵-۱۱ تا ۵-۲۱ به یک ژنراتور دوقطبی با اتصال Y و با کمیات نامی $470\,kVA$، $480V$، $60Hz$ و ضریب توان 0.85 پس‌فاز مربوط می‌شوند. مقاومت آرمیچر این ژنراتور $0.016\,\Omega$ است. تلفات هسته این ژنراتور در شرایط نامی $7\,kW$ و تلفات اصطکاک و بادخوری $8\,kW$ است. مشخصه‌های مدار باز و اتصال کوتاه آن در شکل ۵-۱۱ و ۵-۱۲ آمده است.



شکل ۵-۱۱ مشخصه‌های مدار باز ژنراتور



شکل ۵-۱۲ مشخصه‌های اتصال کوتاه ژنراتور

(۵-۱۱) الف) راکتانس سنکرون اشباع شدهٔ این ژنراتور در شرایط نامی چقدر است؟
الف) راکتانس سنکرون اشباع نشدهٔ این ژنراتور چقدر است؟

حل: الف) اتصال ژنراتور ستاره است، بنابراین جریان خط و جریان آرمیچر برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}\,V_T} = \frac{470kVA}{\sqrt{3}(480V)} = 565.3A$$

از منحنی اتصال کوتاه شکل ۵-۱۲ جریان تحریک لازم برای تولید این جریان اتصال کوتاه برابر $0.534A$ بدست می‌آید. ولتاژ مدار باز متناظر با این جریان تحریک نیز از شکل ۵-۱۱ برابر $880V$ بدست می‌آید. ولتاژ فازی این مقدار برابر است با: $V_\phi = 880/\sqrt{3} = 508V$
بنابراین راکتانس سنکرون اشباع شدهٔ برابر است با:

$$X_S = \frac{508}{565.3} = 0.899\Omega$$

ب) برای محاسبهٔ راکتانس سنکرون اشباع نشدهٔ (X_{Su}) ژنراتور، از ولتاژ بدست آمده از منحنی بی‌باری فاصلهٔ هوایی (منحنی خط‌چین شکل ۵-۱۱) استفاده می‌شود. این خط یک خط مستقیم است که با اشباع مواجه نشده است، بنابراین در هر جریان تحریکی که X_{Su} محاسبه شود فرقی ندارد و یک عدد ثابت بدست می‌آید. برای نمونه در جریان $0.5A$ از منحنی بی‌باری فاصلهٔ هوایی شکل ۵-۱۱ ولتاژ $1040V$ بدست می‌آید. جریان اتصال کوتاه نیز به ازای این تحریک برابر $532A$ است، بنابراین داریم:

$$X_{Su} = \frac{1040/\sqrt{3}}{532} = 1.13\Omega$$

(۵-۱۲) الف) جریان نامی و ولتاژ تولید شدهٔ داخلی ژنراتور چقدر است؟
ب) این ژنراتور به چه جریان تحریکی نیاز دارد تا با ولتاژ، جریان و ضریب توان نامی کار کند؟

حل: الف) جریان خط و جریان آرمیچر برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}\,V_T} = \frac{470kVA}{\sqrt{3}(480V)} = 565.3A$$

ضریب توان 0.85 پس‌فاز است، بنابراین $I_A = 565.3\angle -31.8^\circ A$ است. ولتاژ نامی فازی برابر $V_\phi = 480/\sqrt{3} = 277V$ است. راکتانس سنکرون اشباع شده در شرایط نامی $0.899\,\Omega$ بدست آمد. بنابراین ولتاژ تولید شده داخلی برابر است با:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 277\angle 0^\circ + (0.016)(565.3\angle -31.8^\circ) + j(0.899)(565.3\angle -31.8^\circ) = 509\angle 30.5^\circ$$

ب) این ولتاژ داخلی متناظر با ولتاژ پایانهٔ بی‌باری $\sqrt{3}(509) = 881V$ است. از مشخصات مدار باز جریان تحریک لازم 0.535 آمپر بدست می‌آید.

(۵-۱۳) تنظیم ولتاژ این ژنراتور در جریان و ضریب توان نامی چقدر است؟

حل: برای تنظیم ولتاژ داریم:

$$VR = \frac{V_{T,nl} - V_{T,fl}}{V_{T,fl}} \times 100 = \frac{881 - 480}{480} \times 100 = 83.5\%$$

(۵-۱۴) اگر این ژنراتور با شرایط نامی در حال کار باشد و بار آن ناگهان برداشته شود، ولتاژ پایانه‌اش چقدر می‌شود؟

حل: با توجه به حل مسئله ۵-۱۲، ولتاژ پایانهٔ ژنراتور برابر $V_T = 881V$ می‌شود.

(۵-۱۵) تلفات الکتریکی در این ژنراتور چقدر است؟

حل: تلفات الکتریکی برابر است با:

$$P_{cu} = 3R_A I_A^2 = 3(0.016)(565.3)^2 = 15.3\,kW$$

(۵-۱۶) اگر این ماشین در شرایط نامی کار کند، چه گشتاوری بر محور ژنراتور وارد می‌شود؟ پاسخ را هم به نیوتن- متر و هم به پوند- فوت بیان کنید؟

حل: برای بدست آوردن گشتاور اعمالی باید توان ورودی را داشته باشیم. توان ورودی در این ژنراتور برابر توان خروجی به‌علاوه تلفات است.
توان خروجی نامی، تلفات و توان ورودی به قرار زیر است:

$$P_{out} = S\cos\theta = (470\,kVA)(0.85) = 400\,kW$$

$$P_{cu} = 3R_A I_A^2 = 3(565.3)^2(0.016) = 15.3kW$$

$$P_{F\&W} = 8\ kW$$

$$P_{core} = 7\ kW$$

$$P_{stray} = 0$$

$$P_{in} = P_{out} + P_{cu} + P_{F\&W} + P_{core} + P_{stray} = 430.3\ kW$$

بنابراین گشتاور اعمالی برابر است با:

$$T_{app} = \frac{P_{in}}{\omega_m} = \frac{430.3kW}{(1800)\times\frac{2\pi}{60}} = 2280\ N.m$$

و یا بر حسب پوند- فوت برابر است با:

$$T_{app} = \frac{7.04P_{in}}{n_m} = \frac{7.04(430.3kW)}{1800} = 1680\ lb.ft$$

(۵-۱۷) زاویهٔ گشتاور δ ژنراتور در شرایط نامی چقدر است؟

حل: از مسئله ۵-۱۲ داریم: $\delta = 30.5^\circ$.

(۵-۱۸) فرض کنید جریان تحریک ژنراتور چنان تنظیم شده باشد که در شرایط نامی ولتاژ $480V$ را بدهد. حد پایداری استاتیکی ژنراتور چقدر است؟ (توجه: برای سادگی محاسبه می‌توانید از R_A صرف‌نظر کنید).

حل: در شرایط نامی $E_A = 509\angle 30.5^\circ V$ است. بنابراین حد توان پایداری استاتیکی برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} = \frac{3(277)(509)}{0.899} = 471\ kW$$

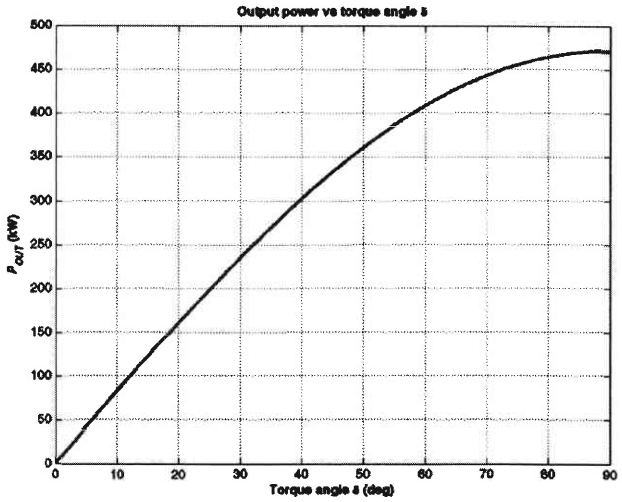
مشاهده می‌شود که توان نامی این ژنراتور نزدیک حد پایداری استاتیک آن است. به خاطر مسایل پایداری گذرا، معمولاً ژنراتورها با فاصلهٔ بیشتری از حد پایداری استاتیکی خود کار می‌کنند و همواره یک مقدار توان رزرو دارند. در این ژنراتور توان رزرو تنها $1\ kW$ است.

(۵-۱۹) فرض کنید جریان میدان ژنراتور چنان تنظیم شده است که در شرایط نامی $480V$ می‌دهد. توان تأمین شده توسط ژنراتور را به‌صورت تابعی از زاویه گشتاور δ رسم کنید. (توجه: برای سادگی محاسبه می‌توانید از R_A صرف‌نظر کنید).

حل: اگر از R_A صرف‌نظر کنیم، توان تولید شده برابر است با:

$$P = \frac{3V_\phi E_A}{X_S}\sin\delta = \frac{3(277)(509)}{0.899}\sin\delta = (471\times10^3)\sin\delta$$

با رسم منحنی فوق در متلب شکل ۵-۱۳ بدست می‌آید.



شکل ۵-۱۳ توان تحویلی ژنراتور بر حسب تابعی از زاویه گشتاور

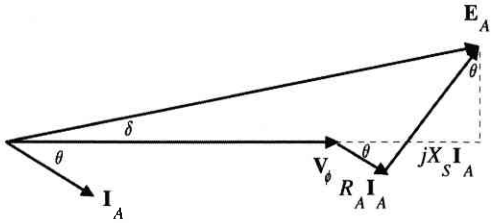
(۵-۲۰) فرض کنید جریان میدان ژنراتور چنان تنظیم شده باشد که در جریان و ضریب توان نامی، ولتاژ نامی را تولید کند. اگر جریان تحریک و دامنه جریان بار ثابت نگه داشته شود، با تغییر ضریب توان از 0.85 پس‌فاز تا 0.85 پیش‌فاز ولتاژ پایانه چگونه تغییر می‌کند؟

حل: اگر جریان تحریک ثابت باشد، اندازهٔ E_A ثابت می‌ماند. در این صورت ولتاژ V_ϕ در حالت‌های مختلف از روابط زیر محاسبه می‌شود.

با توجه به شکل ۵-۱۴ در ضریب توان پس‌فاز داریم:

$$E_A^2 = (V_\phi + R_A X_S \cos\theta + X_S I_A \sin\theta)^2 + (X_S I_A \cos\theta - R_A I_A \sin\theta)^2$$

$$V_\phi = \sqrt{E_A^2 - (X_S I_A \cos\theta - R_A I_A \sin\theta)^2} - R_A I_A \cos\theta - X_S I_A \sin\theta$$

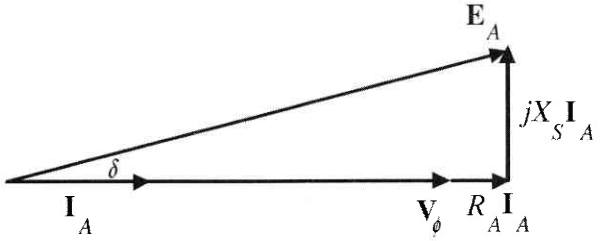


شکل ۵-۱۴ نمودار ژنراتور در ضریب توان پس‌فاز

با توجه به شکل ۵-۱۵ در ضریب توان واحد داریم:

$$E_A^2 = (V_\phi + R_A I_A)^2 + (X_S I_A)^2$$

$$V_\phi = \sqrt{E_A^2 - (X_S I_A)^2} - R_A I_A$$

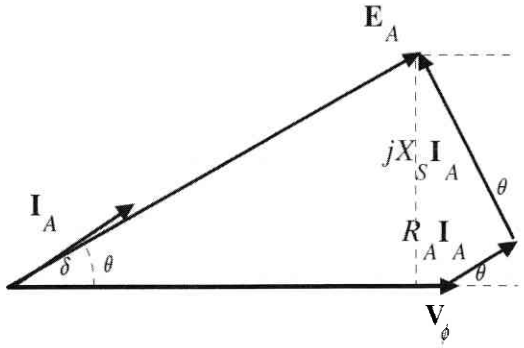


شکل ۵-۱۵ نمودار ژنراتور در ضریب توان واحد

با توجه به شکل ۵-۱۶ در ضریب توان پیش‌فاز داریم:

$$E_A^2 = (V_\phi + R_A X_S \cos\theta - X_S I_A \sin\theta)^2 + (X_S I_A \cos\theta + R_A I_A \sin\theta)^2$$

$$V_\phi = \sqrt{E_A^2 - (X_S I_A \cos\theta + R_A I_A \sin\theta)^2} - R_A I_A \cos\theta + X_S I_A \sin\theta$$



شکل ۵-۱۶ نمودار ژنراتور در ضریب توان پیش‌فاز

اگر این سه حالت مختلف را بررسی کنیم خواهیم دید که تنها اختلاف آنها در علامت $\sin\theta$ است. اگر θ را برای ضریب توان پس‌فاز مثبت و برای ضریب توان پیش‌فاز منفی در نظر بگیریم هر سه حالت از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شوند:

$$V_\phi = \sqrt{E_A^2 - (X_S I_A \cos\theta - R_A I_A \sin\theta)^2} - R_A I_A \cos\theta - X_S I_A \sin\theta$$

(۵-۲۱) فرض کنید ژنراتور به شین بی‌نهایت $480V$ متصل شده است و جریان میدان چنان تنظیم شده است که توان نامی را با ضریب توان نامی به شین تحویل دهد. با چشم‌پوشی از مقاومت آرمیچر به سئوالات زیر پاسخ دهید.

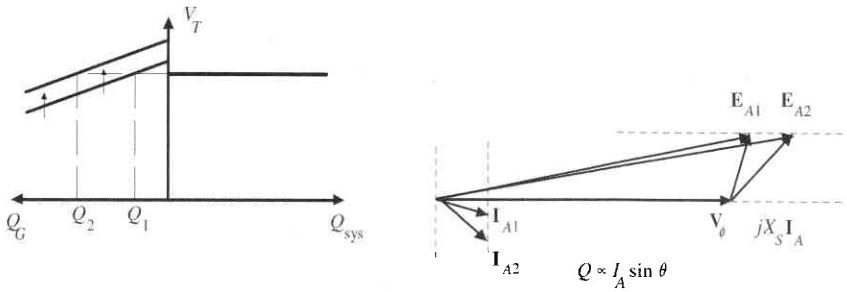
الف) اگر شار میدان ۵ درصد کم شود توان حقیقی و غیرحقیقی ژنراتور چه تغییری می‌کند؟

ب) نمودار توان حقیقی بر حسب شار (ϕ) را به ازای تغییر شار از ۷۵ درصد تا ۱۰۰ درصد شار در شرایط نامی رسم کنید.

ج) نمودار توان غیرحقیقی ژنراتور بر حسب شار (ϕ) را به ازای تغییر شار از ۷۵ درصد تا ۱۰۰ درصد شار در شرایط نامی رسم کنید.

د) نمودار جریان خط ژنراتور بر حسب شار (ϕ) را به ازای تغییر شار از ۷۵ درصد تا ۱۰۰ درصد شار در شرایط نامی رسم کنید.

حل: الف) اگر شار میدان ۵ درصد افزایش یابد هیچ اتفاقی برای توان واقعی رخ نخواهد داد. توان غیرحقیقی تأمینی مانند شکل ۵-۱۷ افزایش می‌یابد.



شکل ۵-۱۷ تغییر توان غیرحقیقی تأمینی و نمودار برداری در اثر تغییر ۵ درصدی شار میدان

ب) اگر از مقاومت آرمیچر چشم‌پوشی شود، توان حقیقی تحویلی به شین با تغییر شار تغییری نخواهد کرد. توان حقیقی تحویلی بر حسب شار در شکل ۵-۱۸ نشان داده شده است.

ج) اگر از مقاومت آرمیچر صرف‌نظر شود، ولتاژ داخلی با افزایش شار افزایش می‌یابد اما $E_A \sin\delta$ ثابت می‌ماند. ولتاژ برای هر شار برابر است با:

$$E_A = (\frac{\phi}{\phi_r})E_{Ar}$$

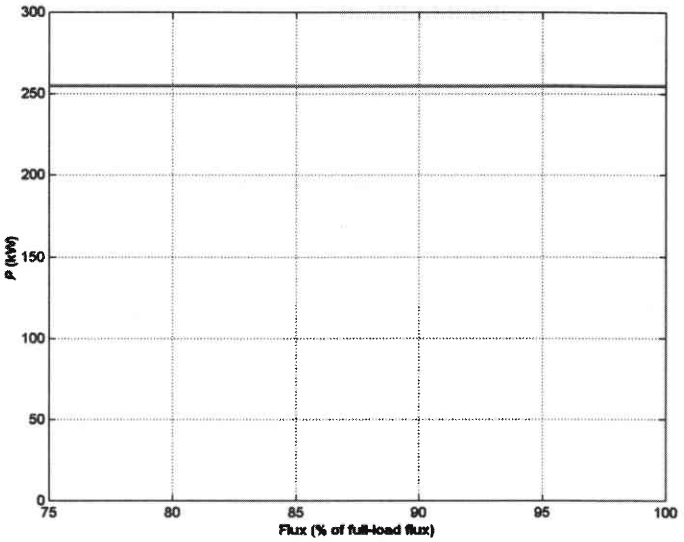
و زاویه δ برای هر E_A از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta = \sin^{-1}(\frac{E_{Ar}}{E_A}\sin\delta_r)$$

که ϕ شار ماشین، ϕ_{Ar} شار ماشین در شرایط نامی، E_{Ar} ولتاژ داخلی ماشین در شرایط نامی و δ_r زاویهٔ ولتاژ داخلی در شرایط نامی است.

می‌توان I_A را برای هر بار از رابطهٔ زیر محاسبه نمود:

$$I_A = \frac{E_A - V_\phi}{jX_S}$$



شکل ۵-۱۸ توان حقیقی تحویلی بر حسب شار ؟؟

و توان غیرحقیقی نیز از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$Q = 3V_{\phi} I_A \sin\theta$$

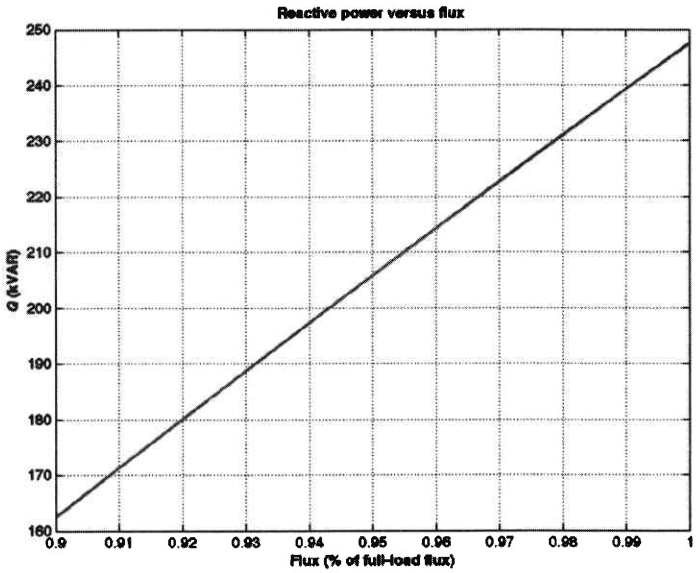
که θ زاویهٔ امپدانس است که مقدارش منفی زاویهٔ جریان است. با صرف‌نظر از مقاومت ولتاژ تولید شدهٔ داخلی در شرایط نامی برابر است با:

$$E_A = V_{\phi} + jX_S I_A = 277\angle 0^{\circ} + j(0.899)(565.3\angle -31.8^{\circ}) = 695\angle 38.4^{\circ}\, V$$

بنابراین $E_{Ar} = 461V$ و $\delta_r = 27.5^{\circ}$ است. با برنامه زیر در MATLAB توان غیرحقیقی بر حسب شار رسم می‌شود. شکل ۵- ۱۹ خروجی برنامه را نشان می‌دهد.

```
% M-file to calculate and plot the reactive power
% supplied to an infinite bus as flux is varied from
% 75% to 100% of the flux at rated conditions.
% Define values for this generator
flux_ratio = 0.90:0.01:1.00; % Flux ratio
Ear = 695; % Ea at full flux
dr = 38.4 * pi/180; % Torque ang at full flux
Vp = 277; % Phase voltage
Xs = 0.899; % Xs (ohms)
% Calculate Ea for each flux
Ea = flux_ratio * Ear;
% Calculate delta for each flux
d = asin( Ear ./ Ea .* sin(dr));
% Calculate Ia for each flux
Ea = Ea .* ( cos(d) + j.*sin(d) );
Ia = ( Ea - Vp ) ./ (j*Xs);
% Calculate reactive power for each flux
theta = -atan2(imag(Ia),real(Ia));
Q = 3 .* Vp .* abs(Ia) .* sin(theta);
% Plot the power supplied versus flux
figure(1);
```

```
plot(flux_ratio,Q/1000,'b-','LineWidth',2.0);
title ('\bfReactive power versus flux');
xlabel ('\bfFlux (% of full-load flux)');
ylabel ('\bf\itQ\rm\bf (kVAR)');
grid on;
hold off;
```

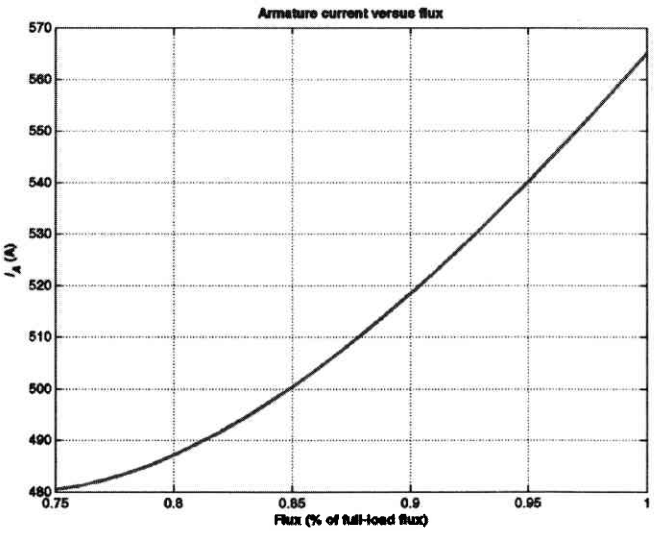


شکل ۵- ۱۹ توان غیرحقیقی بر حسب شار ؟؟

د) با نوشتن برنامه زیر در MATLAB جریان آرمیچر بر حسب شار رسم می‌شود. شکل ۵- ۲۰ خروجی این برنامه را نشان می‌دهد.

```
% M-file: prob5_21d.m
% M-file to calculate and plot the armature current
% supplied to an infinite bus as flux is varied from
% 75% to 100% of the flux at rated conditions.
% Define values for this generator
flux_ratio = 0.75:0.01:1.00; % Flux ratio
Ear = 695; % Ea at full flux
dr = 38.4 * pi/180; % Torque ang at full flux
Vp = 277; % Phase voltage
Xs = 0.899; % Xs (ohms)
% Calculate Ea for each flux
Ea = flux_ratio * Ear;
% Calculate delta for each flux
d = asin( Ear ./ Ea .* sin(dr));
% Calculate Ia for each flux
Ea = Ea .* ( cos(d) + j.*sin(d) );
Ia = ( Ea - Vp ) ./ (j*Xs);
% Plot the armature current versus flux
figure(1);
plot(flux_ratio,abs(Ia),'b-','LineWidth',2.0);
```

```
title ('\bfArmature current versus flux');
xlabel ('\bfFlux (% of full-load flux)');
ylabel ('\bf\itI_{A}\rm\bf (A)');
grid on;
hold off;
```



شکل ۵- ۲۰ جریان آرمیچر بر حسب شار ؟؟

(۵-۲۲) یک ژنراتور سنکرون $100\ MVA$، $12.5\ kV$ با ضریب توان 0.85 پس‌فاز، $50\ Hz$، دوقطبی، با اتصال ستاره دارای راکتانس سنکرون $1.1\ pu$ و مقاومت آرمیچر $0.012 pu$ است.

الف) راکتانس سنکرون و مقاومت آرمیچر ژنراتور بر حسب اهم چقدر است؟

ب) اندازهٔ ولتاژ داخلی E_A در شرایط نامی چقدر است؟ زاویهٔ گشتاور δ در این شرایط چقدر است؟

ج) اگر از تلفات این ژنراتور صرف‌نظر کنیم، گردانندهٔ اولیه در بار کامل چه گشتاوری باید به آن اعمال کند؟

حل: برای این ژنراتور داریم:

$$V_\phi = 12500/\sqrt{3} = 7217\ V = V_{\phi,base}$$

$$Z_{base} = \frac{3V_{\phi,base}^2}{S_{base}} = \frac{3(7217)^2}{10^8} = 1.56\ \Omega$$

الف) راکتانس سنکرون و مقاومت آرمیچر ژنراتور بر حسب اهم برابر است با:

$$R_A = (0.012)(1.56) = 0.0187\ \Omega$$

$$X_S = (1.1)(1.56) = 1.716\ \Omega$$

ب) جریان آرمیچر برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}V_T} = \frac{100MW}{\sqrt{3}(12.5kV)} = 4619\ A$$

ضریب توان 0.8 پس‌فاز است، بنابراین داریم:

$$I_A = 4619\angle -36.87^\circ \ A$$

ولتاژ داخلی برابر است با:

$$E_A = 7217\angle 0^\circ + (0.0187)(4619\angle -36.87^\circ) + j\,(1.716)(4619\angle -36.87^\circ) = 13590\angle 27.6^\circ$$

بنابراین اندازهٔ ولتاژ تولید شده داخلی برابر $13590V$ و زاویه گشتاور برابر 27.6° است.

ج) با صرف‌نظر از تلفات، توان ورودی با توان خروجی برابر خواهد بود و داریم:

$$P_{out} = (100\,)(0.85) = 85\ MW$$

$$n_{syn} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120\,(50)}{2} = 3000\ r/\min$$

بنابراین گشتاور اعمالی برابر است با:

$$\tau_{app} = \tau_{ind} = \frac{85\times 10^6}{(3000)(\frac{2\pi}{60})} = 270000\ N.m$$

(۵-۲۳) یک ژنراتور سنکرون سه‌فاز با اتصال ستاره دارای کمیات نامی $120\ MVA$، $13.2\ kV$، ضریب توان 0.8 پس‌فاز و فرکانس $60Hz$ است. راکتانس سنکرون ژنراتور $0.9\ \Omega$ است و از مقاومت آن می‌توان صرف‌نظر کرد.

الف) تنظیم ولتاژ ژنراتور چقدر است؟

ب) اگر این ژنراتور در فرکاس $50\ Hz$ کار کند و همان تلفات آرمیچر و میدان و فرکانس $60Hz$ را داشته باشد، ولتاژ و توان ظاهری آن چقدر می‌شود؟

ج) تنظیم ولتاژ در فرکانس $50Hz$ چقدر است؟

حل: الف) جریان نامی آرمیچر برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}V_T} = \frac{120MW}{\sqrt{3}(13.2kV\ )} = 5249\ A$$

$$I_A = 5249\angle -36.87^\circ\ A$$

اتصال ژنراتور ستاره است، بنابراین داریم:

$$V_\phi = \frac{13.2kV}{\sqrt{3}} = 7629V$$

ولتاژ داخلی برابر است با:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 7621\angle 0^\circ + j\,(0.9)(5249\angle -36.87^\circ) = 11120\angle 19.9^\circ V$$

و تنظیم ولتاژ می‌شود:

$$VR = \frac{11120 - 7621}{7621}\times 100\% = 45.9\ \%$$

ب) اگر فرکانس از $60Hz$ به $50Hz$ تغییر یابد، مقدار اسمی ولتاژ ژنراتور، توان و راکتانس با ضریب $\frac{5}{6}$ کاهش می‌یابد، بنابراین داریم:

$$V_{T,rated} = \frac{5}{6}(13.2kV) = 11\,kV$$

$$S_{rated} = \frac{5}{6}(120MVA) = 100\,MVA$$

$$X_S = \frac{5}{6}(0.9) = 0.75\,\Omega$$

ج) در شرایط نامی $50Hz$، جریان آرمیچر خواهد بود:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}V_T} = \frac{100MW}{\sqrt{3}(11\,kV)} = 5247\,A$$

ضریب توان 0.8 پس‌فاز است، بنابراین داریم:

$$I_A = 5244\angle -36.87^\circ\,A$$

$$V_\phi = \frac{11kV}{\sqrt{3}} = 7629V$$

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 6351\angle 0^\circ + j(0.75)(5247\angle -36.87^\circ) = 9264\angle 19.9^\circ V$$

$$VR = \frac{9264-6351}{6351}\times 100\% = 45.9\,\%$$

مشاهده می‌شود که تنظیم ولتاژ تغییری نکرده است. علت آن است که ولتاژ، توان و راکتانس سنکرون رابطه خطی با فرکانس دارند. البته این در صورتی است که از مقاومت آرمیچر صرف‌نظر شود. اگر از مقاومت آرمیچر صرف‌نظر نشود، چون با فرکانس نسبت متفاوتی دارد، تنظیم ولتاژ در دو فرکانس متفاوت خواهد بود.

(۵-۲۴) دو ژنراتور سنکرون مشابه $600\,kVA$، $480V$ موازی با هم باری را تغذیه می‌کنند. گرداننده‌های اولیه این دو ژنراتور مشخصهٔ افت سرعت متفاوتی دارند. وقتی جریان میدان دو ژنراتور مساوی است، یکی $400A$ با ضریب توان 0.9 پس‌فاز و دیگری $300A$ با ضریب توان 0.72 پس‌فاز تحویل می‌دهد.

الف) توان حقیقی و غیرحقیقی ژنراتورها که هر یک از دو ژنراتور به بار تحویل می‌دهد، چقدر است؟

ب) ضریب توان کل بار چقدر است؟

ج) جریان میدان هر یک از ژنراتورها در چه جهتی باید تنظیم شود تا دو ژنراتور با ضریب توان یکسانی کار کنند؟

حل: الف) توان حقیقی و غیرحقیقی ژنراتورها برابر است با:

$$P_1 = \sqrt{3}V_T I_L \cos\theta = \sqrt{3}(480)(400)(0.9) = 299\,kW$$

$$Q_1 = \sqrt{3}\, V_T I_L \sin\theta = \sqrt{3}(480)(400)\sin\,(Arc\cos(0.9)) = 145\ kVAR$$
$$P_2 = \sqrt{3} V_T I_L \cos\theta = \sqrt{3}(480)(400)(0.72) = 120\ kW$$
$$Q_2 = \sqrt{3}\, V_T I_L \sin\theta = \sqrt{3}(480)(400)\sin\,(Arc\cos(0.72)) = 115\ kVAR$$

ب) ضریب توان کلی، از توان حقیقی و غیرحقیقی کل بدست می‌آید، داریم:

$$P_T = P_1 + P_2 = 299kW + 120\ kW = 419\ kW$$
$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 145kVAR + 115kVAR = 260\ kVAR$$
$$PF = \cos\,(\tan^{-1}(\frac{Q_T}{P_T})) = 0.85\ lag$$

ج) جریان میدان ژنراتور ۱ باید افزایش یابد و جریان میدان ژنراتور ۲ باید به طور همزمان کاهش یابد.

(۲۵-۵) در یک سیستم قدرت، یک نیروگاه دارای چهار ژنراتور سنکرون $120\ MVA$، $15\ kV$ با ضریب توان 0.85 پس‌فاز است که موازی با هم کار می‌کنند و مشخصه‌های افت سرعت یکسانی دارند. سیستم گاورنرهای گردانندهٔ اولیهٔ ژنراتورها طوری تنظیم شده است که افت سرعت از بی‌باری تا بارکامل $3\ Hz$ باشد. سه عدد از این ژنراتورها، هر یک توان ثابت $75\ MW$ را در فرکانس $60\ Hz$ تولید می‌کنند و ژنراتور چهارم (که ژنراتور تابخور نام دارد) از تمامی تغییرات بار در سیستم را پوشش می‌دهد تا فرکانس سیستم در $60\ Hz$ ثابت بماند.

الف) در یک زمان خاص کل بار سیستم $260\ MW$ و فرکانس $60\ Hz$ است. فرکانس بی‌باری هر یک از ژنراتورهای سیستم چقدر است؟

ب) اگر بار سیستم به $90\ MW$ افزیش یابد و نقاط تنظیم ژنراتور تغییر نکنند، فرکانس جدید سیستم چقدر می‌شود؟

ج) فرکانس بی‌باری ژنراتور در چه مقداری باید تنظیم شود تا فرکانس سیستم بار دیگر همان $60\ Hz$ شود؟

د) اگر سیستم با شرایط توصیف شده در بند (ج) در حال کار باشد، در صورتی که ژنراتور از خط قدرت جدا شود چه روی می‌دهد؟

حل: الف) توان بار کامل این ژنراتور برابر $102\ MW = (0.85)(1200)$ است و کاهش فرکانس از بی‌باری تا بار کامل $3Hz$ است. پس نسبت منحنی توان- فرکانس برای این چهار ژنراتور برابر است با:

$$S_P = \frac{102MW}{3Hz} = 34\ MW/Hz$$

اگر هر یک از ژنراتورهای ۱ و ۲ و ۳ توان $75MW$ تولید کنند ژنراتور ۴ باید $35MW$ تولید نماید، فرکانس بی‌باری ژنراتور ۱ برابر است با:

$$P_1 = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys})$$
$$75MW = (34\ MW/Hz)(f_{nl1} - 60Hz)$$
$$f_{nl1} = 62.21\ Hz$$

فرکانس بی‌باری ژنراتورهای ۲ و ۳ هم مشابه است. فرکانس بی‌باری ژنراتور چهارم نیز برابر است با:

$$P_4 = S_{P4}(f_{nl4} - f_{sys})$$
$$35MW = (34\,MW/Hz)(f_{nl4} - 60Hz)$$
$$f_{nl4} = 61.03\,Hz$$

ب) نقاط تنظیم ژنراتورهای ۱ تا ۴ تغییر نمی‌کند، پس فرکانس جدید سیستم برابر است با:

$$P_{load} = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) + S_{P2}(f_{nl2} - f_{sys}) + S_{P3}(f_{nl3} - f_{sys}) + S_{P4}(f_{nl4} - f_{sys})$$
$$290MW = (34\,MW/Hz)(62.21 - f_{sys}) + (34\,MW/Hz)(62.21 - f_{sys}) + \ldots$$
$$\ldots + (34\,MW/Hz)(62.21 - f_{sys}) + (34\,MW/Hz)(61.91 - f_{sys})$$
$$8.529 = 247.66 - 4f_{sys} \Rightarrow f_{sys} = 59.87\,Hz$$

ج) نقطهٔ تنظیم ژنراتور تابخور باید زیاد شود تا فرکانس سیستم به $60Hz$ برسد. در فرکانس $60Hz$ ژنراتور تابخور باید توان $290 - 3(75) = 65\,MW$ را تولید کند. بنابراین برای ژنراتور ۴ خواهیم داشت:

$$P_4 = S_{P4}(f_{nl4} - f_{sys})$$
$$65MW = (34MW/Hz)(f_{nl4} - 60) \Rightarrow f_{nl4} = 61.91\,Hz$$

د) اگر ژنراتور تابخورد از خط جدا شود، سه ژنراتور دیگر باید $290MW$ را تولید نمایند. پس فرکانس سیستم خواهد شد:

$$P_{load} = S_{P1}(f_{nl1} - f_{sys}) + S_{P2}(f_{nl2} - f_{sys}) + S_{P3}(f_{nl3} - f_{sys})$$
$$290MW = (34\,MW/Hz)(62.21 - f_{sys}) + (34\,MW/Hz)(62.21 - f_{sys}) + (34\,MW/Hz)(62.21 - f_{sys})$$
$$8.529 = 189.63 - 3f_{sys} \Rightarrow f_{sys} = 59.37\,Hz$$

در این شرایط هر کدام از ۳ ژنراتور $96.7MW$ تولید می‌کنند.

(۵-۲۶) فرض کنید شما مهندسی هستید که می‌خواهید برای بازیابی انرژی مازاد فرایند یک کارخانه تصمیم‌گیری کنید. شما مجاز هستید از دو توربین ژنراتور $10MW$ و یا یک توربین ژنراتور $20MW$ یکی را انتخاب کنید. مزیت و عیب هر انتخاب را توضیح دهید.

حل: یک ژنراتور 20 مگاواتی می‌تواند ارزان‌تر و به‌صرفه‌تر از دو ژنراتور 10 مگاواتی باشد. اما اگر این ژنراتور قطع شود تمام بار $20MW$ قطع خواهد شد. در حالی که از دو ژنراتور استفاده شود، اگر یکی از ژنراتورها از کار بیافتد دیگری بخشی از توان را تأمین می‌کند.

(۵-۲۷) یک ژنراتور سنکرون با اتصال ستاره $25MVA$ سه‌فاز $13.8\,kV$ دو قطبی و $60Hz$ مورد آزمایش قرار گرفته و نتایج زیر بدست آمده است.

نتایج حاصل از آزمون مدار باز:

جریان میدان	۳۲	۳۶۵	۳۸۰	۴۷۵	۵۷۰
ولتاژ خط، kV	۱۳	۱۳/۸	۱۴/۱	۱۵/۲	۱۶
ولتاژ فاصله هوایی، kV	۱۵/۴	۱۷/۵	۱۸/۳	۲۲/۸	۲۷/۴

نتایج حاصل از آزمون اتصال کوتاه:

جریان میدان A	۳۲۰	۶۵	۳۸۰	۴۷۵	۵۷۰
جریان آرمیچر A	۱۰۴۰	۱۱۹۰	۱۲۴۰	۱۵۵۰	۱۸۸۵

مقاومت آرمیچر در هر فاز 0.24Ω است.

الف) راکتانس سنکرون اشباع نشده این ژنراتور را برحسب اهم در فاز و بر حسب پریونیت بیابید.

ب) راکتانس سنکرون اشباع شدهٔ تقریبی X_S را به ازای جریان میدان $380A$ بیابید. جواب را بر حسب اهم بر فاز و پریونیت بنویسید.

ج) راکتانس سنکرون اشباع شدهٔ تقریبی را به ازای جریان میدان $475A$ بیابید و جواب را بر حسب اهم بر فاز و پریونیت بنویسید.

د) نسبت اتصال کوتاه این ژنراتور را بیابید.

حل: الف) راکتانس سنکرون اشباع نشده ژنراتور در هر جریان تحریکی ثابت است. اگر جریان تحریک را $380A$ در نظر بگیریم، از نتایج آزمون مدار باز ولتاژ فاصلهٔ هوایی $18.3kV$بدست می‌آید. از نتایج آزمون اتصال کوتاه نیز مشاهده می‌شود که جریان تحریک $380A$، جریان آرمیچر $1240A$ را می‌دهد. اتصال ژنراتور ستاره است، بنابراین ولتاژ فازی برابر است با:

$$V_\phi = \frac{18.3kV}{\sqrt{3}} = 10566\,V$$

بنابراین راکتانس سنکرون اشباع نشده ژنراتور برابر است با:

$$X_{Su} = \frac{10566}{1240} = 8.52\,\Omega$$

امپدانس مبنای ژنراتور نیز برابر است با:

$$Z_{base} = \frac{3V_{\phi base}^2}{S_{base}} = \frac{3(7967)^2}{25000000} = 7.62\,\Omega$$

در نتیجه راکتانس سنکرون اشباع نشده ژنراتور بر حسب پریونیت برابر است با:

$$X_{Su,pu} = \frac{8.52}{7.62} = 1.12\,pu$$

ب) راکتانس سنکرون اشباع شده در یک جریان میدان $380A$ از OCC و SCC بدست می‌آید. ولتاژ خط مدار باز در جریان میدان $380A$ برابر $14.1kV$ و جریان اتصال کوتاه $1240A$ است. چون ژنراتور اتصال ستاره دارد در نتیجه $V_\phi = 14.1kV/\sqrt{3} = 8141\,V$ و $I_A = 1240A$ است، بنابراین راکتانس سنکرون اشباع شده در این نقطه برابر است با:

$$X_S = \frac{8141}{1240} = 6.57\,\Omega$$

$$X_{S,pu} = \frac{6.57}{7.62} = 0.862\,pu$$

ج) راکتانس سنکرون اشباع شده در جریان میدان $475A$ از OCC و SCC بدست می‌آید. ولتاژ OCC در $I_F = 475A$ برابر $15.2\,kV$ است و جریان اتصال کوتاه نیز $1550A$ است، چون اتصال ژنراتور Y است ولتاژ فاز متناظر $V_\phi = 15.2kV / \sqrt{3} = 8776V$ و جریان آرمیچر $I_A = 1550A$ است. بنابراین، راکتانس سنکرون اشباع شده در این نقطه برابر است با:

$$X_S = \frac{8776}{1550} = 5.66\Omega$$

و راکتانس سنکرون اشباع نشده بر حسب پریونیت خواهد بود:

$$X_{S,pu} = \frac{5.66}{7.62} = 0.743pu$$

د) ولتاژ نامی ژنراتور $13.8kV$ است که به جریان میدان $I_F = 365A$ نیاز دارد. جریان خطی آرمیچر در شرایط نامی برابر است با:

$$I_L = \frac{25MVA}{\sqrt{3}(13.8kV)} = 1046A$$

با توجه به جدول دوم، مشاهده می‌شود که برای ایجاد جریان اتصال کوتاه $1046A$ نیاز به جریان میدانی در حدود $365A$ است. بنابراین نسبت اتصال کوتاه این ژنراتور برابر است با:

$$SCR = \frac{365A}{320A} = 1.14$$

(۵-۲۸) یک ژنراتور سنکرون $12.2\,kV$، $20MVA$ با ضریب توان 0.8 پس‌فاز و اتصال Y دارای مقاومت آرمیچر ناچیز و راکتانس سنکرون $1.1pu$ است. این ژنراتور با یک شین بی‌نهایت با ولتاژ $12.2\,kV$ و فرکانس $60Hz$ که می‌تواند هر مقدار حقیقی یا غیرحقیقی را بدون تغییر فرکانس و ولتاژ پایانه‌ای تولید یا مصرف کند موازی شده است.

الف) راکتانس سنکرون ژنراتور بر حسب اهم چقدر است؟

ب) ولتاژ داخلی E_A ژنراتور در شرایط نامی چقدر است؟

ج) جریان آرمیچر I_A ماشین در شرایط نامی چقدر است؟

د) فرض کنید ژنراتور ابتدا در شرایط نامی کار می‌کند، اگر ولتاژ داخلی E_A، ۵ درصد کم شود، جریان جدید آرمیچر چقدر می‌شود؟

ه) بند (د) را برای کاهش ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ درصد E_A تکرار نمائید.

و) با استفاده از برنامهٔ MATLAB، جریان آرمیچر را بر حسب تابعی از E_A رسم کنید.

حل: الف) ولتاژ فازی نامی ژنراتور $\frac{12.2kV}{\sqrt{3}} = 7044\,V$ است. امپدانس مبنای این ژنراتور برابر است با:

$$Z_{base} = \frac{3V_{\phi base}^2}{S_{base}} = \frac{3(7044)^2}{20\times10^6} = 7.44\,\Omega$$

بنابراین داریم: $R_A = 0$ و $X_S = (1.1)(7.44) = 8.18\Omega$

ب) جریان نامی آرمیچر برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{S}{\sqrt{3}V_T} = \frac{20MW}{\sqrt{3}(12.2kV)} = 946\,A$$

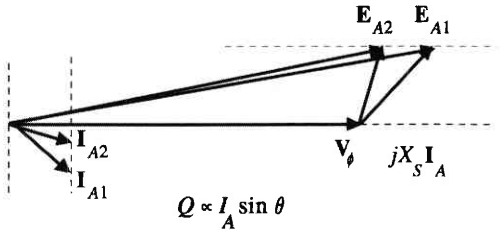
ضریب توان 0.8 پس‌فاز است. بنابراین $I_A = 946\angle -36.87^\circ$ است و ولتاژ تولید شده داخلی عبارتست از:

$$E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_S I_A$$

$$E_A = 7044\angle 0^\circ + j(8.18)(946\angle -36.87^\circ) = 13230\angle 27.9^\circ\,V$$

ج) از محاسبات قبل نتیجه شد که: $I_A = 946\angle -36.87^\circ$.

د) اگر E_A به اندازهٔ ۵ درصد کاهش یابد، جریان آرمیچر مطابق نمودار فیزوری شکل ۵-۲۱ تغییر می‌کند. دقت کنید که شین بی‌نهایت V_ϕ و ω_m را ثابت نگه می‌دارد. همچنین چون محرک اولیه تغییر نکرده است، توان تولید شده توسط ژنراتور نیز ثابت باقی می‌ماند.



شکل ۵-۲۱ نمودار فیزوری

بنابراین داریم:

$$P = \frac{3V_\phi E_A}{X_S}\sin\delta = const \Rightarrow E_{A1}\sin\delta_1 = E_{A2}\sin\delta_2$$

با کاهش 5% ولتاژ داخلی داریم: $E_{A2} = 12570\,V$ و در این صورت δ_2 برابر خواهد شد با:

$$\delta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{13230}{12570}\sin 27.9^\circ\right) = 29.5^\circ$$

بنابراین جریان آرمیچر جدید خواهد شد:

$$I_A = \frac{E_{A2} - V_\phi}{jX_S} = \frac{(12570\angle 29.5^\circ) - 7044\angle 0^\circ}{j8.18} = 894\angle -32.2^\circ\,A$$

ه) مانند قسمت بالا، با کاهش 10% ولتاژ داخلی داریم: $E_{A2} = 11907\,V$ و در این صورت δ_2 برابر برابر است با:

$$\delta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{13230}{11907}\sin 27.9^\circ\right) = 31.3^\circ$$

جریان آرمیچر جدید خواهد شد:

$$I_A = \frac{E_{A2} - V_\phi}{jX_S} = \frac{11907\angle 31.3^\circ - 7044\angle 0^\circ}{j8.18} = 848\angle -26.8^\circ\,A$$

با کاهش 15% ولتاژ داخلی داریم: $E_{A2}=11246V$ و در این صورت δ_2 برابر خواهد شد با:

$$\delta_2=\sin^{-1}(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1)=\sin^{-1}(\frac{13230}{11246}\sin 27.9^\circ)=33.4^\circ$$

جریان آرمیچر جدید خواهد شد:

$$I_A=\frac{E_{A2}-V_\phi}{jX_S}=\frac{11246\angle 33.4^\circ-7044\angle 0^\circ}{j8.18}=809\angle -20.7^\circ\ A$$

با کاهش 20% ولتاژ داخلی داریم: $E_{A2}=10584V$ و در این صورت δ_2 برابر خواهد شد با:

$$\delta_2=\sin^{-1}(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1)=\sin^{-1}(\frac{13230}{10584}\sin 27.9^\circ)=35.8^\circ$$

جریان آرمیچر جدید خواهد شد:

$$I_A=\frac{E_{A2}-V_\phi}{jX_S}=\frac{10584\angle 35.8^\circ-7044\angle 0^\circ}{j8.18}=780\angle -14^\circ\ A$$

با کاهش 25% ولتاژ داخلی داریم: $E_{A2}=9923V$ و در این صورت δ_2 برابر خواهد شد با:

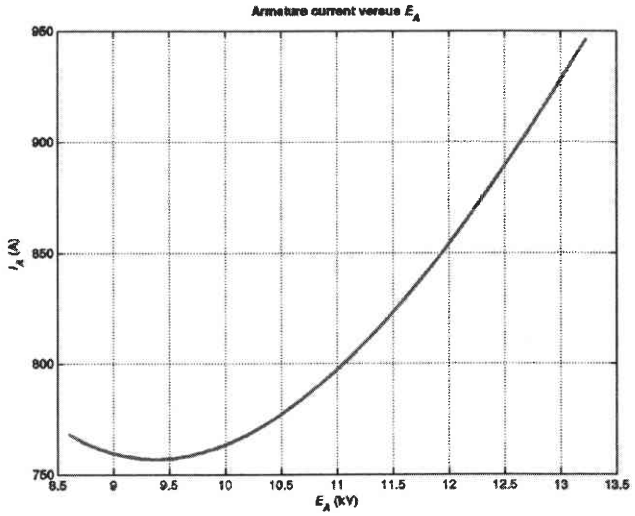
$$\delta_2=\sin^{-1}(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1)=\sin^{-1}(\frac{13230}{9923}\sin 27.9^\circ)=38.6^\circ$$

بنابراین جریان آرمیچر جدید خواهد شد:

$$I_A=\frac{E_{A2}-V_\phi}{jX_S}=\frac{9923\angle 38.6^\circ-7044\angle 0^\circ}{j8.18}=762\angle -6.6^\circ\ A$$

و) برای رسم دامنهٔ I_A بر حسب E_A برنامهٔ زیر را در محیط MATLAB نوشته و اجرا می‌کنیم. با اجرای برنامه شکل ۵-۲۲ بدست می‌آید.

```
% M-file: prob5_28f.m
% M-file to calculate and plot the armature current
% supplied to an infinite bus as Ea is varied.
% Define values for this generator
Ea = (0.65:0.01:1.00)*13230; % Ea
Vp = 7044; % Phase voltage
d1 = 27.9*pi/180; % torque angle at full Ea
Xs = 8.18; % Xs (ohms)
% Calculate delta for each Ea
d = asin( 13230 ./ Ea .* sin(d1));
% Calculate Ia for each flux
Ea = Ea .* ( cos(d) + j.*sin(d) );
Ia = ( Ea - Vp ) ./ (j*Xs);
% Plot the armature current versus Ea
figure(1);
plot(abs(Ea)/1000,abs(Ia),'b-','LineWidth',2.0);
title ('\bfArmature current versus \itE_{A}\rm');
xlabel ('\bf\itE_{A}\rm\bf (kV)');
ylabel ('\bf\itI_{A}\rm\bf (A)');
grid on;
hold off;
```



شکل ۵-۲۲ تغییر دامنهٔ I_A بر حسب E_A

فصل ششم
موتورهای سنکرون

(۶-۱) یک موتور سنکرون $480V$، $60Hz$، چهارقطبی، در بار کامل و ضریب توان واحد $50A$ از خط می‌کشد. اگر موتور بی‌تلف فرض شود:

الف) گشتاور خروجی این موتور چقدر است؟ پاسخ را هم بر حسب نیوتن- متر و هم بر حسب پوند- فوت بیان کنید.

ب) چه باید کرد تا ضریب توان 0.8 پیش‌فاز شود؟ پاسخ را با استفاده از نمودار فیزوری توضیح دهید.

ج) اگر ضریب توان برابر 0.8 پیش‌فاز شود، اندازهٔ جریان خط چقدر می‌شود؟

حل: الف) اگرموتور بدون تلفات باشد، توان ورودی و خروجی با یکدیگر برابر خواهد بود.

توان ورودی موتور در ضریب توان واحد برابر است با:

$$P_{in} = \sqrt{3} V_T I_T \cos\theta = \sqrt{3}(480)(50)(1.0) = 41.6\,kW$$

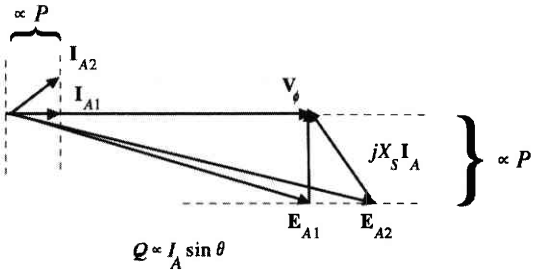
گشتاور خروجی بر حسب نیوتن- متر برابر است با:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{41.6\times10^3}{(1800).\frac{2\pi}{60}} = 221\,N.m$$

و گشتاور خروجی بر حسب پوند- فوت برابر است با:

$$\tau_{load} = \frac{7.04P_{out}}{n_m} = \frac{(7.04)(41.6\times10^3)}{(1800)} = 163\,lb.ft$$

ب) برای تغییر ضریب قدرت موتور به 0.8 پیش‌فاز، باید جریان تحریک آن افزایش یابد. از آنجایی که توان بار به جریان تحریک وابسته نیست، بنابراین با افزایش جریان تحریک، $|E_A|$ افزایش می‌یابد ولی مقدار $E_A \sin\delta$ ثابت می‌ماند. شکل ۶-۱ نمودار فیزوری موتور را با افزایش جریان تحریک نشان می‌دهد. افزایش E_A باعث افزایش زاویهٔ جریان I_A می‌شود. در نتیجه ضریب قدرت تا 0.8 پیش‌فاز افزایش می‌یابد.



شکل ۶-۱ نمودار فیزوری موتور

ج) اندازهٔ جریان خط در ضریب قدرت تا 0.8 پیش‌فاز برابر است با:

$$I_L = \frac{P_{in}}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{41.6\times10^3}{\sqrt{3}(480)(0.8)} = 62.5\ A$$

(۶-۲) یک موتور سنکرون $480V$، $400hp$، $60Hz$ هشت‌قطبی با ضریب توان 0.8 پیش‌فاز و اتصال مثلث دارای راکتانس سنکرون 1.1Ω و مقاومت آرمیچر ناچیز است. در این مسئله از تلفات اصطکاک، بادخوری و هسته موتور چشم‌پوشی شده است.

الف) اگر این موتور در ابتدا $400hp$ را با ضریب توان 0.8 پس‌فاز تأمین کند، اندازه و زاویهٔ E_A و I_A را بیابید.

ب) این موتور چه گشتاوری تولید می‌کند؟ این گشتاور تا چه حد به ماکزیمم گشتاور القایی ممکن در این جریان میدان نزدیک است؟

ج) اگر E_A، ۱۵ درصد زیاد شود، اندازهٔ جریان آرمیچر چقدر می‌شود؟ ضریب توان جدید موتور چقدر است؟

د) منحنی V شکل موتور را در این شرایط بار محاسبه و رسم کنید.

حل: الف) اگر از تلفات چشم‌پوشی شود، توان خروجی برابر با توان ورودی خواهد بود، توان ورودی برابر است با:

$$P_{in} = (400)(746) = 298.4\ kW$$

جریان این خط برابر است با:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{298.4\times10^3}{\sqrt{3}(480)(0.8)} = 449\ A$$

اتصال موتور مثلث است، بنابراین داریم:

$$I_A = 449/\sqrt{3} = 259\ A$$

در ضریب قدرت تا 0.8 پس‌فاز زاویهٔ جریان $\cos^{-1}(0.8) = -36.87^\circ$ است، بنابراین داریم:

$$I_A = 259\angle -36.87^\circ\ A$$

همچنین ولتاژ تولیدی داخلی E_A برابر است با:

$$E_A = V_\phi - jX_S I_A$$

$$E_A = (480\angle 0^\circ) - j(1.1)(259\angle -36.87^\circ) = 384\angle -36.4^\circ\ V$$

ب) این موتور 6 قطب دارد و در فرکانس $60Hz$ کار می‌کند، بنابراین سرعت چرخش برابر است با:

$$n_m = \frac{120\times60}{6} = 1200\ r/\min$$

و گشتاور القایی آن برابر است با:

$$\tau_{ind} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{298.4\times10^3}{(1200)\frac{2\pi}{60}} = 2375\ N.m$$

مقدار حداکثر گشتاور القایی موتور از تقسیم حداکثر توان بر سرعت موتور بدست می‌آید، داریم:

$$\tau_{ind,\max} = \frac{3V_\phi E_A}{\omega_m X_S} = \frac{3(480)(384)}{(1200)\frac{2\pi}{60}} = 4000\ N.m$$

ج) چون $E_A \sin\delta \propto P = cons\tan t$ است، بنابراین با افزایش دامنهٔ ولتاژ داخلی ماشین (E_A) تا 15% داریم:

$$E_{A2} = 1.15E_{A1} = 1.15(384) = 441.6V$$

$$\delta_2 = \sin^{-1}(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1) = \sin^{-1}(\frac{384}{441.6}\sin(-36.4^\circ)) = -31.1^\circ$$

جریان آرمیچر جدید برابر است با:

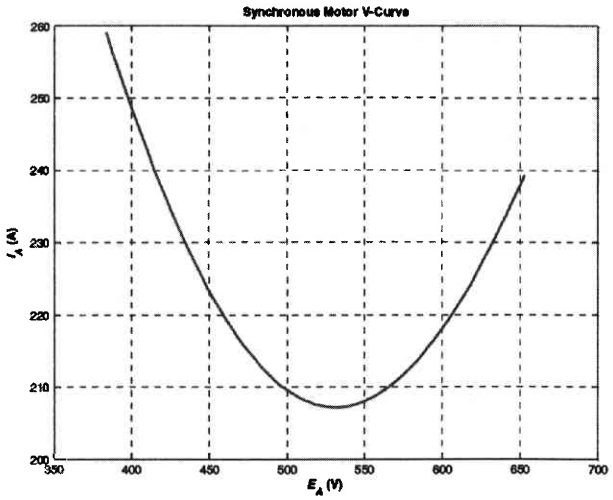
$$I_{A2} = \frac{V_\phi - E_{A2}}{jX_S} = \frac{480\angle0^\circ - 441.6\angle-31.1^\circ}{j1.1} = 227\angle-24.1^\circ$$

دامنهٔ جریان آرمیچر $227A$ و ضریب قدرت 0.913 پس‌فاز است.

د) برای رسم منحنی V شکل موتور، برنامهٔ زیر را در محیط MATLAB نوشته و اجرا می‌کنیم.

```
% M-file: prob6_2d.m
% M-file create a plot of armature current versus Ea
% for the synchronous motor of Problem 6-2.
% Initialize values
Ea = (1:0.01:1.70)*384; % Magnitude of Ea volts
Ear = 384; % Reference Ea
deltar = -36.4 * pi/180; % Reference torque angle
Xs = 1.1; % Synchronous reactance
Vp = 480; % Phase voltage at 0 degrees
Ear = Ear * (cos(deltar) + j * sin(deltar));
% Calculate delta2
delta2 = asin ( abs(Ear) ./ abs(Ea) .* sin(deltar) );
% Calculate the phasor Ea
Ea = Ea .* (cos(delta2) + j .* sin(delta2));
% Calculate Ia
Ia = ( Vp - Ea ) / ( j * Xs);
% Plot the v-curve
figure(1);
plot(abs(Ea),abs(Ia),'b','Linewidth',2.0);
xlabel('\bf\itE_{A}\rm\bf (V)');
ylabel('\bf\itI_{A}\rm\bf (A)');
title ('\bfSynchronous Motor V-Curve');
grid on;
```

با اجرای برنامه فوق منحنی شکل ۶-۲ بدست می‌آید.



شکل ۶-۲ منحنی V شکل موتور

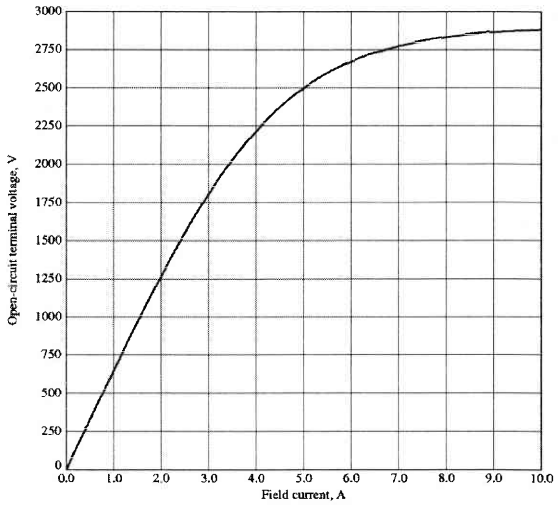
(۶-۳) یک موتور سنکرون $2300V$، $1000hp$، دوقطبی با ضریب توان 0.8 پیش‌فاز و اتصال Y موجود است. راکتانس سنکرون و مقاومت موتور به‌ترتیب $2.8\,\Omega$ و $10.4\,\Omega$ است. در فرکانس $60Hz$، تلفات اصطکاک و بادخوری آن $24\,kW$ و تلفات هسته آن $18kW$ است. مدار میدان دارای ولتاژ مستقیم $200V$ و ماکزیمم I_f برابر $10A$ است. مشخصهٔ مدار باز این موتور در شکل ۶-۳ نشان داده شده است. با فرض اینکه موتور بوسیلهٔ شین بی‌نهایت تغذیه شود به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) چه جریان میدانی لازم است تا ماشین هنگام تحویل بار کامل با ضریب توان واحد کار کند؟

ب) بازدهٔ موتور در بار کامل و ضریب توان واحد چقدر است؟

ج) اگر جریان میدان 5% زیاد شود، جریان جدید آرمیچر چقدر می‌شود؟ ضریب توان جدید چقدر می‌شود؟ چقدر توان غیرحقیقی بوسیلهٔ موتور تولید یا مصرف می‌شود؟

د) ماکزیمم گشتاوری که ماشین می‌تواند از لحاظ تئوری در ضریب توان واحد تأمین نماید چقدر است؟ در ضریب توان 0.8 پیش‌فاز چقدر است؟



شکل ۶-۳ مشخصهٔ مدار باز موتور مسئلهٔ ۶-۳ ؟؟

حل: الف) در بار کامل برای توان ورودی داریم:

$$P_{in} = P_{out} + P_{mech} + P_{core} + P_{cu}$$

تا زمانی که جریان آرمیچر را نمی‌دانیم، نمی‌توانیم تلفات مسی را بدست آوریم. بنابراین توان ورودی را در این مرحله با چشم‌پوشی از تلفات مسی بدست می‌آوریم و سپس جریان آرمیچر را محاسبه کرده و تلفات مسی را بدست می‌آوریم. با محاسبهٔ تلفات مسی، توان ورودی را تصحیح می‌کنیم. توان ورودی با صرف‌نظر از تلفات مسی برابر است با:

$$P_{in} = (1000)(746)W + 24kW + 18kW = 788\,kW$$

بنابراین جریان خط و فاز در ضریب قدرت واحد برابر است با:

$$I_A = I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{788\times10^3}{\sqrt{3}(2300)(1.0)} = 198\,A$$

تلفات مسی ناشی از جریان $198A$ برابر است با:

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_A = 3(198)^2(0.4) = 47\,kW$$

بنابراین، یک تخمین بهتر توان ورودی در بار کامل به‌صورت زیر است:

$$P_{in} = (1000)(746)W + 24kW + 18kW + 47kW = 835\,kW$$

و یک تخمین بهتر جریان خط و فاز در ضریب قدرت واحد چنین است:

$$I_A = I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{835\times10^3}{\sqrt{3}(2300)(1.0)} = 210\,A$$

ولتاژ فاز این موتور $2300/\sqrt{3} = 1328V$ است. ولتاژ تولیدی داخلی لازم برابر است با:

$$E_A = V_\phi - R_A I_A - jX_S I_A$$

$$E_A = 1328\angle0^\circ - (0.4)(210\angle0^\circ) - j(2.8)(210\angle0^\circ) = 1376\angle-25.3^\circ V$$

این ولتاژ فازی متناظر با ولتاژ ترمینال $\sqrt{3}(1376) = 2383\,V$ است. با توجه به منحنی بی‌باری شکل ۶-۳، این ولتاژ به جریان میدان $4.6A$ نیاز دارد.

ب) راندمان موتور در بار کامل و ضریب قدرت واحد برابر است با:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{746kW}{835kW} \times 100\% = 89.3\%$$

ج) برای حل این مسئله، موقتاً از تأثیر مقاومت آرمیچر چشم‌پوشی می‌کنیم. اگر از مقاومت آرمیچر چشم‌پوشی شود، $E_A \sin\delta$ مستقیماً با توان مصرفی موتور متناسب خواهد بود. اگر جریان میدان 5% افزایش یابد، جریان میدان جدید برابر $4.83A$ می‌شود و مقدار ولتاژ ترمینال مدار باز $2450V$ خواهد بود. توجه داریم که توان حقیقی مصرفی موتور با تغییر I_F تغییر نمی‌کند. مقدار جدید E_A فازی برابر است با:

$$E_{A2} = 2450/\sqrt{3} = 1415\,V$$

بنابراین زاویهٔ گشتاور جدید خواهد بود:

$$\delta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1376}{1415}\sin(-25.3^\circ)\right) = -24.6^\circ$$

و جریان آرمیچر خواهد شد:

$$I_A = \frac{V_\phi - E_A}{R_A + jX_S} = \frac{1328\angle 0^\circ - 1415\angle -28.3^\circ}{0.4 + j\,2.8} = 214.5\angle 3.5^\circ A$$

جریان آرمیچر در همان حدود قبلی است اما زاویه فاز مثبت شده است. ضریب قدرت جدید $\cos 3.5^\circ = 0.998$ پیش‌فاز است و توان غیرحقیقی تولیدی موتور برابر است با:

$$Q = \sqrt{3}V_T I_L \sin\theta = \sqrt{3}(2300)(214.5)\sin(3.5^\circ) = 52.2\,kVAR$$

د) ماکزیمم گشتاور ممکن در ضریب قدرت واحد برابر است با: (از تأثیر R_A چشم‌پوشی شده است).

$$\tau_{ind,\max} = \frac{3V_\phi E_A}{\omega_m X_S} = \frac{3(1328)(1376)}{(3600)\frac{2\pi}{60}(2.8)} = 5193\,N.m$$

اگر از تلفات مقاومتی موتور صرف‌نظر کنیم، توان ورودی موتور برابر $788\,kW$ خواهد بود.

در ضریب قدرت 0.8 پیش‌فاز، جریان برابر است با:

$$I_A = I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{788\times 10^3}{\sqrt{3}(2300)(0.8)} = 247\,A$$

بنابراین جریان $I_A = 247\angle 36.87^\circ A$ است.

ولتاژ تولید شدهٔ داخلی در ضریب توان 0.8 پیش‌فاز (با صرف‌نظر از R_A) برابر است با:

$$E_A = V_\phi - jX_S I_A$$

$$E_A = 1328\angle 0^\circ - j(2.8)(210\angle 36.87^\circ) = 247\angle 36.87^\circ\,V$$

بنابراین، حداکثر گشتاور در ضریب قدرت 0.8 پیش‌فاز برابر است با:

$$\tau_{ind,\max} = \frac{3V_\phi E_A}{\omega_m X_S} = \frac{3(1328)(1829)}{(3600)\frac{2\pi}{60}(2.8)} = 6093\,N.m$$

(۶-۱۴) منحنی‌های V شکل (I_A بر حسب I_F) موتور سنکرون مسئله (۶-۳) را در بی‌باری، نصف بار نامی و بار کامل رسم کنید. (R_A ناچیز است).

حل: توان ورودی در شرایط بی‌باری، نصف بار نامی و بار کامل برابر است با: (R_A در هر حالت ناچیز فرض شده است).

$$P_{in,nl} = 24kW + 18kW = 42\,kW$$

$$P_{in,half} = (500)(746)W + 24kW + 18kW = 373\,kW$$

$$P_{in,full} = (1000)(746)W + 24kW + 18kW = 788\,kW$$

اگر ضریب توان واحد باشد، جریان‌های آرمیچر در بی‌باری، نصف بار نامی و بار نامی خواهد شد:

$$I_{A,nl} = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{42\times10^3}{\sqrt{3}(2300)(1.0)} = 10.5\,A$$

$$I_{A,halfl} = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{373\times10^3}{\sqrt{3}(2300)(1.0)} = 93.6\,A$$

$$I_{A,fl} = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{788\times10^3}{\sqrt{3}(2300)(1.0)} = 198\,A$$

ولتاژ تولید شدهٔ داخلی متناظر با بارهای مختلف در ضریب توان واحد برابر است با:

$$E_A = V_\phi - jX_S I_A$$

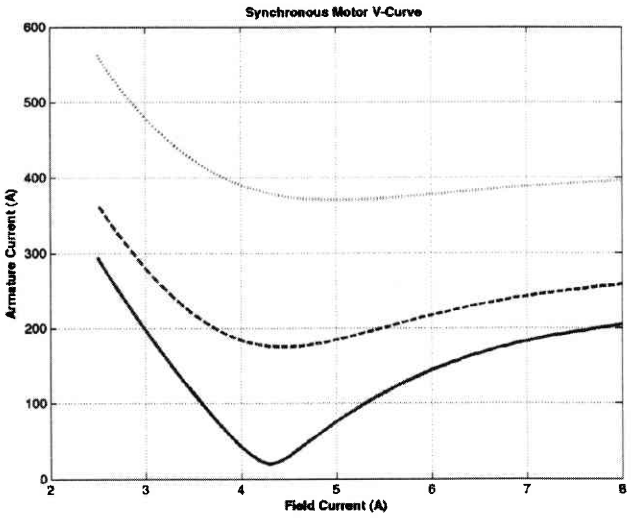
$$E_{A,nl} = 1328\angle0^\circ - j(2.8)(10.5\angle0^\circ) = 1328.3\angle-1.27^\circ\,V$$

$$E_{A,nl} = 1328\angle0^\circ - j(2.8)(93.6\angle0^\circ) = 1354\angle-11.2^\circ\,V$$

$$E_{A,full} = 1328\angle0^\circ - j(2.8)(198\angle0^\circ) = 1439\angle-22.7^\circ\,V$$

این مقادیر E_A و δ در ضریب توان واحد می‌توانند به عنوان نقاط مرجع در محاسبه منحنی‌های V شکل موتور سنکرون به حساب آیند. با نوشتن برنامهٔ در محیط MATLAB می‌توان منحنی‌های V شکل در سه حالت بدست آورد. این منحنی‌ها به‌صورت شکل ۶-۴ خواهد بود.

در این منحنی‌ها، نقطهٔ مینیمم مربوط به ضریب توان واحد است. در این نقطه، موتور فقط توان حقیقی مصرف می‌کند و تبادل توان غیرحقیقی با شبکه ندارد. در جریان تحریک‌های بزرگ‌تر از این مقدار، موتور حالت پیش‌فازی دارد و توان غیرحقیقی به شبکه تزریق می‌کند و در جریان تحریک‌های کوچک‌تر از این مقدار، موتور حالت پس‌فازی دارد و توان غیرحقیقی از شبکه دریافت می‌کند. بنابراین با کنترل جریان تحریک، موتور سنکرون می‌تواند به‌صورت یک سلف یا خازن عمل کند. اگر موتور سنکرون بی‌بار بچرخد و فقط با شبکه تبادل توان غیرحقیقی داشته باشد، به آن کندانسور سنکرون گوییم.



شکل ۶-۴ منحنی‌های V شکل در سه حالت

(۶-۵) اگر بنا باشد یک موتور سنکرون $60Hz$ در فرکانس $50Hz$ کار کند، آیا راکتانس سنکرون آن همان مقدار $60Hz$ را دارد یا تغییر می‌کند؟ (راهنمایی: دربارهٔ نحوهٔ بدست آوردن X_S فکر کنید).

حل: راکتانس سنکرون اثرات ولتاژ عکس‌العمل E_{stat} و عکس‌العمل خود آرمیچر را نشان می‌دهد. ولتاژ عکس‌العمل آرمیچر ناشی از میدان مغناطیسی آرمیچر (B_S) بوده و اندازهٔ ولتاژ مستقیماً متناسب با سرعتی است که میدان مغناطیسی روی سطح استاتور، جاروب می‌کند. هر اندازه فرکانس بیشتر شود، B_S سریع‌تر سطح استاتور را جاروب می‌کند و ولتاژ عکس‌العمل آرمیچر E_{stat} بالاتر خواهد بود. بنابراین ولتاژ عکس‌العمل آرمیچر مستقیماً متناسب با فرکانس است. بطور مشابه، راکتانس خودی آرمیچر نیز مستقیماً متناسب با فرکانس است. بنابراین، راکتانس سنکرون کل X_S باید مستقیماً متناسب با فرکانس باشد. اگر فرکانس از $60Hz$ به $50Hz$ تغییر کند، راکتانس سنکرون با ضریب $\frac{5}{6}$ کاهش می‌یابد.

(۶-۶) یک موتور سنکرون $480V$، $100kW$، $50HZ$، شش قطب با ضریب توان 0.85 پیش‌فاز و اتصال Y دارای راکتانس سنکرون $1.5\ \Omega$ و مقاومت آرمیچر ناچیز است. از تلفات چرخشی نیز صرف‌نظر شده است. این موتور باید در گسترهٔ پیوسته سرعت‌های $300\ r/min$ تا $1000\ r/min$ کار کند. تغییر سرعت با کنترل فرکانس سیستم توسط یک راه‌انداز حالت جامد انجام می‌شود.

الف) فرکانس ورودی در چه گستره‌ای باید تغییر کند تا سرعت در این محدوده کنترل شود؟

ب) مقدار E_A را در شرایط نامی بیابید.

ج) حداکثر توان موتور در سرعت نامی و با E_A محاسبه شده در قسمت (ب) چقدر است؟

د) حداکثر E_A در سرعت $300\ r/min$ چقدر است؟

ه) فرض کنید ولتاژ اعمال شدهٔ به اندازهٔ کاهش یافته باشد، حداکثر توان موتور در سرعت $300\ r/\min$ چقدر است؟

حل: الف) سرعت $300\ r/\min$ با فرکانس زیر متناسب است:

$$f_e = \frac{n_m P}{120} = \frac{(300)(6)}{120} = 15Hz$$

و فرکانس متناسب با سرعت $1000\ r/\min$ برابر است با:

$$f_e = \frac{n_m P}{120} = \frac{(1000)(6)}{120} = 50Hz$$

بنابراین فرکانس باید در محدودهٔ $15-50Hz$ کنترل شود.

ب) جریان آرمیچر در شرایط نامی برابر است با:

$$I_A = I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{100kW}{\sqrt{3}(480)(0.85)} = 141.5\ A$$

بنابراین، $I_A = 141.5\angle 31.8^\circ$ است. این ماشین اتصال Y دارد و ولتاژ فازی آن $V_\phi = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277V$ است. ولتاژ تولید شده داخلی برابر است با: (از R_A صرف‌نظر شده است).

$$E_A = V_\phi - jX_S I_A = 277\angle 0 - j(1.5)(141.5\angle 31.8^\circ) = 429\angle -24.9^\circ$$

بنابراین در شرایط نامی $E_A = 429V$ است.

ج) حداکثر توانی که در سرعت نامی با مقدار E_A قسمت (ب) تولید می‌شود برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} = \frac{3(277)(429)}{1.5} = 238\ kW$$

د) از آنجا که E_A باید به‌صورت خطی با فرکانس کاهش یابد، حداکثر مقدار ولتاژ در $300\ r/\min$ برابر است با:

$$E_{A,300} = \frac{15}{50}(429) = 129V$$

ه) اگر ولتاژ اعمالی V_ϕ به همان اندازهٔ E_A کاهش یابد، داریم: $V_\phi = \frac{15}{50}(277) = 83.1V$

همچنین دقت کنید که $X_S = \frac{15}{50}(1.5) = 0.45\Omega$ است. حداکثر توانی که موتور در این شرایط می‌تواند تولید نماید، برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} = \frac{3(83.1)(129)}{0.45} = 71.5\ kW$$

و) همان‌طور که با مقایسه قسمت‌های (ج) و (ه) مشاهده می‌شود، قابلیت موتور سنکرون به‌صورت خطی با سرعت موتور تغییر می‌کند.

(۶-۷) یک موتور سنکرون $208V$ با اتصال ستاره از یک سیستم قدرت $208V$، جریان $40A$ با ضریب توان واحد می‌کشد. جریان میدان در این شرایط $2.7A$ است. راکتانس سنکرون موتور $0.8\,\Omega$ است. مشخصهٔ مدار باز را خطی فرض کنید.

الف) زاویهٔ گشتاور δ را بیابید.

ب) چه جریانی در میدان لازم است تا موتور در ضریب توان 0.8 پیش‌فاز کار کند؟

ج) زاویهٔ گشتاور در بند (ب) چقدر است؟

حل: الف) ولتاژ فاز این موتور $120V$ و جریان آرمیچر $40A$ است.

پس ولتاژ تولید شده داخلی برابر است با:

$$E_A = V_\phi - R_A I_A - jX_S I_A = 120\angle 0 - j\,(0.8)(40\angle 0) = 124\angle -14.9^\circ\, V$$

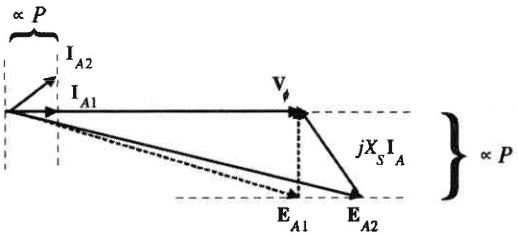
زاویهٔ گشتاور δ این ماشین 14.9- درجه است.

ب) چون توان تولیدی موتور ثابت است، اندازهٔ $I_A \cos\theta$ که مستقیماً متناسب با توان است ثابت می‌باشد. شکل ۶-۵ را ببینید. در ضریب توان 0.8 پیش‌فاز داریم:

$$I_{A2} \times (0.8) = (40) \times (1) \Rightarrow I_{A2} = 50\angle 36.87^\circ\ A$$

ولتاژ تولیدی داخلی لازم برای تولید این جریان برابر است با:

$$E_{A2} = V_\phi - R_A I_{A2} - jX_S I_{A2} = 120\angle 0^\circ - j\,(0.8)(50\angle 36.87^\circ) = 147.5\angle -12.5^\circ\, V$$



شکل ۶-۵ دیاگرام فازوری

ولتاژ تولیدی داخلی E_A مستقیماً متناسب با شار میدان بوده و در این مسئله فرض شده است که شار مستقیماً متناسب با جریان میدان است. در نتیجه جریان میدان در این حالت برابر است با:

$$I_{f2} = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} I_{f1} = \frac{147}{124}(2.5) = 3.2\ A$$

ج) زاویه گشتاور جدید δ این ماشین 12.5°- است.

(۶-۸) راکتانس سنکرون یک ماشین سنکرون 0.2Ω در هر فاز و مقاومت آرمیچر آن $0.4\,\Omega$ در هر فاز است. اگر $E_A = 460\angle 8^\circ$ و $V_\phi = 480\angle 0$ باشد، آیا این ماشین موتور است یا ژنراتور؟ این ماشین چقدر توان حقیقی از سیستم الکتریکی می‌گیرد و یا به آن تحویل می‌دهد؟ این ماشین چقدر توان غیرحقیقی از سیستم الکتریکی می‌گیرد یا به آن تحویل می‌دهد؟

حل: این ماشین یک موتور است که توان تولید شده توسط سیستم قدرت را مصرف می‌کند، چون فاز E_A عقب‌تر از فاز V_ϕ است. همچنین توان غیرحقیقی را نیز مصرف می‌کند، چون $E_A \cos\delta < V_\phi$

است. جریان جاری در این ماشین برابر است با:

$$I_A = \frac{V_\phi - E_A}{R_A + jX_S} = \frac{480\angle 0 - 460\angle -8^\circ}{0.4 + j\,2.0} = 33.6\angle -9.6^\circ\ A$$

پس توان حقیقی مصرفی موتور برابر است با:

$$P = 3V_\phi I_A \cos\theta = 3(480)(33.6)\cos(9.6^\circ) = 47.7\ kW$$

وتوان غیرحقیقی مصرفی موتور نیز برابر است با:

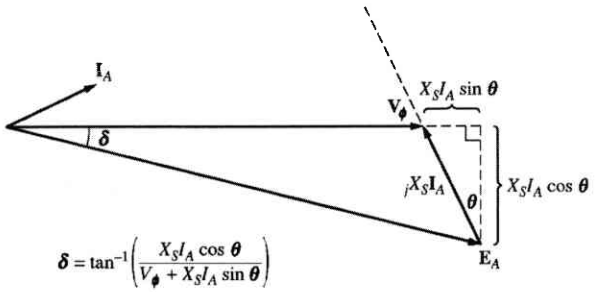
$$Q = 3V_\phi I_A \sin\theta = 3(480)(33.6)\sin(9.6^\circ) = 8.07\ kVAR$$

(۹-۶) شکل۶-۶ نمودار فیزوری موتور سنکرونی است که در ضریب توان پیش‌فاز کار می‌کند و R_A موتور صفر است. در این موتور زاویهٔ گشتاور از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\tan\delta = \frac{X_S I_A \cos\theta}{V_\phi + X_S I_A \sin\theta}$$

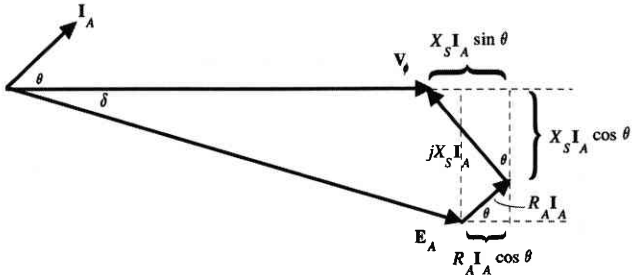
$$\delta = \tan^{-1}\frac{X_S I_A \cos\theta}{V_\phi + X_S I_A \sin\theta}$$

اگر مقاومت آرمیچر صفر نباشد، معادلهٔ زاویهٔ گشتاور موتور سنکرون را بدست آورید.



شکل۶-۶ نمودار فیزوری موتور بدون در نظر گرفتن مقاومت آرمیچر

حل: نمودار فیزوری با در نظر گرفتن مقاومت آرمیچر در شکل۶-۷ نشان داده شده است.



شکل۶-۷ نمودار فیزوری موتور با در نظر گرفتن مقاومت آرمیچر

با توجه به شکل ۶-۷ داریم:

$$\tan\delta = \frac{X_S I_A \cos\theta + R_A I_A \sin\theta}{V_\phi + X_S I_A \sin\theta - R_A I_A \cos\theta}$$

$$\delta = \tan^{-1}\frac{X_S I_A \cos\theta + R_A I_A \sin\theta}{V_\phi + X_S I_A \sin\theta - R_A I_A \cos\theta}$$

(۶-۱۰) یک ژنراتور سنکرون $480V$، $375\,kVA$، با ضریب توان 0.8 پس‌فاز و اتصال Y دارای راکتانس سنکرون $0.4\,\Omega$ و مقاومت آرمیچر ناچیز است. این ژنراتور به یک موتور سنکرون $480V$، $80\,kW$ با ضریب توان 0.8 پیش‌فاز با اتصال Y که راکتانس سنکرون آن $1.1\,\Omega$ و مقاومت آرمیچر آن برابر صفر است، توان می‌دهد. ژنراتور سنکرون چنان تنظیم شده است که وقتی موتور سنکرون توان نامی‌اش را با ضریب توان واحد می‌کشد، ولتاژ پایانه‌ای برابر $480V$ داشته باشد.

الف) اندازه‌ها و زوایای E_A را برای هر دو ماشین حساب کنید.

ب) اگر شار موتور 10% زیاد شود، برای ولتاژ پایانه‌ای سیستم قدرت چه روی می‌دهد؟ مقدار جدید آن چقدر است؟

ج) ضریب توان موتور بعد از افزایش شار موتور چقدر است؟

حل: الف) موتور در توان نامی و ضریب توان واحد کار می‌کند. بنابراین جریان موتور برابر است با:

$$I_{A,m} = I_{L,m} = \frac{P}{\sqrt{3}V_T PF} = \frac{80\times10^3}{\sqrt{3}(480)(1.0)} = 96.2\,A$$

بنابراین $I_{A,m} = 96.2\angle 0^\circ$ است. این ماشین اتصال Y دارد بنابراین ولتاژ فاز آن برابر است با:

$$V_{\phi,m} = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277\,V$$

با توجه به شکل ۶-۸ ولتاژ تولید شده داخلی موتور برابر است با:

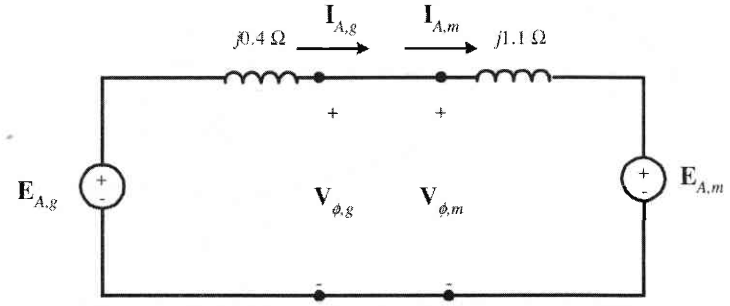
$$E_{A,m} = V_{\phi,m} - jX_S I_{A,m}$$

$$E_{A,m} = 277\angle 0 - j(1.1)(96.2\angle 0) = 297\angle -20.9^\circ\,V$$

این جریان از ژنراتور دریافت می‌شود، بنابراین ولتاژ تولیدی داخلی ژنراتور عبارتست از:

$$E_{A,g} = V_{\phi,g} - jX_S I_{A,g}$$

$$E_{A,g} = 277\angle 0 - j(0.4)(96.2\angle 0) = 280\angle 7.9^\circ\,V$$



شکل ۶-۸ مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون

ب) توان تحویلی به موتور توسط ژنراتور با تغییر جریان میدان موتور ثابت است. افزایش 10%در شار، ولتاژ داخلی موتور را به $(1.1)(297) = 327V$ افزایش می‌دهد. برای آسان‌تر شدن محاسبات در شرایط جدید، زاویهٔ $E_{A,g}$ را در حین محاسبات به عنوان مرجع در نظر خواهیم گرفت.

با استفاده از قانون جریان کیرشهف داریم:

$$E_{A,g} = E_{A,m} + j(X_{S,g} + X_{S,m})I_A$$

یا:

$$I_A = \frac{E_{A,g} - E_{A,m}}{j(X_{S,g} + X_{S,m})}$$

می‌توانیم معادله توان موتورهای سنکرون را برای این سیستم بکار بگیریم، داریم:

$$P = \frac{3E_{A,g}.E_{A,m}}{(X_{S,g} + X_{S,m})}\sin\gamma$$

که γ در رابطهٔ بالا برابر $\delta_m + \delta_g$ است و داریم:

$$\gamma = \sin^{-1}\frac{(X_{S,g} + X_{S,m})P}{3E_{A,g}.E_{A,m}} = \sin^{-1}\frac{(1.5)(80kW)}{3(280)(327)} = 25.9^\circ$$

بنابراین داریم:

$$I_A = \frac{E_{A,g} - E_{A,m}}{j(X_{S,g} + X_{S,m})} = \frac{280\angle 0^\circ - 327\angle -25.9^\circ}{j1.5} = 95.7\angle 5.7^\circ A$$

با مرجع در نظر گرفتن $E_{A,g}$، ولتاژ فاز سیستم خواهد بود:

$$V_\phi = E_{A,g} - jX_{A,g}I_A = 280\angle 0^\circ V - j(0.4)(95.7\angle 5.7^\circ A) = 286\angle -7.6^\circ$$

حال اگر V_ϕ را مرجع قرار دهیم، ولتاژها و جریان‌های زیر بدست می‌آیند:

$$V_\phi = 286\angle 0V$$
$$E_{A,g} = 280\angle 7.6^\circ V$$
$$E_{A,m} = 327\angle -18.3^\circ V$$
$$I_A = 95.7\angle 13.3^\circ A$$

ولتاژ جدید پایانه $V_T = \sqrt{3}(286V) = 495V$ است. در نتیجه ولتاژ سیستم افزایش یافته است.

ج) ضریب توان جدید موتور $\cos(-13.3°) = 0.973$ پیش‌فاز است. زیرا زاویهٔ جریان از زاویهٔ ولتاژ پایانه $13.3°$ عقب‌تر است.

(۶-۱۱) یک موتور سنکرون $480V$، $100\,kW$، $50Hz$ و چهارقطبی دارای اتصال Y با ضریب توان 0.85 پیش‌فاز است. در بار کامل راندمان موتور 91 درصد است. مقاومت آرمیچر $0.08\,\Omega$ و راکتانس سنکرون $1\,\Omega$ است. کمیات زیر را هنگامی که ماشین در بار نامی کار می‌کند، بیابید.

الف) گشتاور خروجی ب) توان ورودی ج) n_m د) E_A ه) $|I_A|$ و) P_{conv} ز) $P_{mech} + P_{core} + P_{conv}$

حل: الف) ماشین چهار قطبی است و سرعت چرخش رتور آن برابر است با:

$$n_m = \frac{120f_e}{P} = \frac{120(50)}{4} = 1500rpm$$

اگر توان خروجی $100kW$ باشد، گشتاور خروجی برابر است با:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{(100\times10^3)}{1500\times\frac{2\pi}{60}} = 637N.m$$

ب) توان ورودی برابر است با:

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{100kW}{0.91} = 110\ kW$$

ج) برای سرعت مکانیکی داریم:

$$n_m = 1500\ r/\min$$

د) اندازهٔ جریان آرمیچر برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{P_{in}}{\sqrt{3}\,(V_T)(PF)} = \frac{110\times10^3}{\sqrt{3}(480)(0.85)} = 156A$$

ضریب توان 0.85 پیش‌فاز است و داریم؛ $\cos^{-1}0.85 = 31.8^\circ$. بنابراین:

$$I_A = 156\angle31.8^\circ\ A$$

برای محاسبهٔ E_A داریم:

$$E_A = V_\phi - R_A I_A - jX_S I_A$$

$$E_A = (277\angle0^\circ) - (j0.08)(156\angle31.8^\circ) - j(1.0)(156\angle31.8^\circ) = 375\angle-21.8^\circ\ V$$

ه) اندازهٔ جریان آرمیچر $156A$ است.

و) توان تبدیل شدهٔ الکتریکی به مکانیکی توسط معادلهٔ $P_{conv} = P_{in} - P_{cu}$ بدست می‌آید.

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_A = 3(156)^2(0.08) = 5.8\ kW$$

$$P_{conv} = P_{in} - P_{cu} = 110\ kW - 5.8kW = 104.2\ kW$$

ز) برای تلفات مکانیکی هسته و تلفات سرگردان داریم:

$$P_{mech} + P_{core} + P_{stray} = P_{conv} - P_{out} = 104.2kW - 100kW = 4.2\ kW$$

(۶-۱۲) موتور سنکرونی که مشخصات آن در شکل ۶-۹ نشان داده شده دارای اتصال ستاره با راکتانس سنکرون $0.9pu$ و مقاومت آرمیچر $0.02pu$ است.

الف) توان ورودی نامی آن چقدر است؟

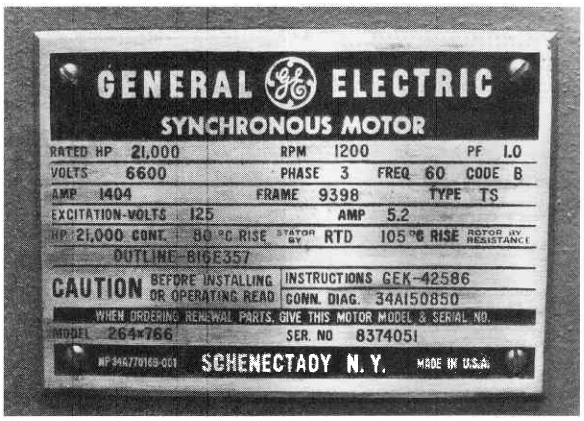
ب) اندازهٔ E_A در شرایط نامی چقدر است؟

ج) اگر توان ورودی این موتور $10MW$ باشد، ماکزیمم توان غیرحقیقی که موتور همزمان با آن می‌تواند فراهم کند چقدر است؟ آیا جریان آرمیچر توان خروجی را محدود می‌کند یا جریان میدان؟

د) مدار میدان در شرایط نامی چه توانی مصرف می‌کند؟

ه) بازده این موتور در بار کامل چقدر است؟

و) گشتاور خروجی موتور در شرایط نامی چقدر است؟ پاسخ را هم بر حسب نیوتن- متر و هم بر حسب پوند- فوت بیان کنید؟



شکل ۶-۹ مشخصات موتور سنکرون مربوط به مسئله ۶-۱۲

حل: مقادیر مبنا برای این موتور عبارتست از:

$$V_{T,base} = 6600V$$

$$V_{\phi,base} = \frac{6600}{\sqrt{3}} = 3811V$$

$$I_{A,base} = I_{L,base} = 1404\,A$$

$$S_{base} = P_{rated} = \sqrt{3}V_T I_L PF = \sqrt{3}(6600)(1404)(1.0) = 16.05\,MW$$

الف) توان نامی ورودی موتور در ضریب توان واحد برابر است با:

$$P_{in} = \sqrt{3}\,V_T I_L \cos\theta = \sqrt{3}(6600)(1404)(1) = 16.05\,MW$$

ب) در شرایط نامی $V_\phi = 1.0\angle 0^\circ\ pu$ و $I_\phi = 1.0\angle 0^\circ\ pu$ است. پس مقدار E_A بر حسب پریونیت عبارتست از:

$$E_A = V_\phi - R_A I_A - jX_S I_A$$

$$E_A = (1\angle 0^\circ) - (0.02)(1.0\angle 0^\circ) - j(0.90)(1\angle 0^\circ) = 1.33\angle -42.6^\circ\ pu$$

ولتاژ مبنای فازی این موتور $6600/\sqrt{3} = 3810V$ است. بنابراین، برای E_A داریم:

$$E_A = (1.33\angle -42.6^\circ)(3810) = 5067\angle -42.6^\circ V$$

ج) از نمودار قابلیت توان ماشین می‌دانیم که دو محدودیت برای توان غیرحقیقی حداکثر وجود دارد؛ حداکثر جریان استاتور و حداکثر جریان روتور. باید هر کدام را به‌صورت جداگانه بررسی کرده و حد پایین‌تر را انتخاب کنیم.

حد توان ظاهری استاتور، حداکثر جریان ایمنی استاتور را تعیین می‌کند. این مقدار همان توان ورودی نامی موتور است وقتی که موتور در ضریب توان واحد کار می‌کند. بنابراین توان ظاهری استاتور $16.05\,MVA$ است. اگر توان ورودی $10MW$ باشد، توان غیرحقیقی ماکزیممی که هنوز از جریان استاتور حفاظت می‌کند برابر است با:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(16.05MVA)^2 - (10MW)^2} = 12.6\,MVAR$$

حال باید جریان روتور را تعیین کنیم. توان فراهم شده برای موتور بر حسب پریونیت $\frac{10MW}{16.05MW}=0.623pu$ است. E_A ماکزیمم برابر $5067V$ یا $1.33pu$است. بنابراین با E_A ماکزیمم و در توان $10MW$ ($0.623pu$)، زاویهٔ گشتاور برابر است با:

$$\delta=\sin^{-1}\frac{X_S P}{V_\phi E_A}=\sin^{-1}\frac{(0.90)(0.623)}{(1.0)(1.33)}=24.9^\circ$$

در ولتاژ نامی و توان $10MW$ جریان آرمیچر خواهد شد:

$$I_A=\frac{V_\phi-E_A}{R_A+jX_S}=\frac{1\angle 0^\circ-(1.33\angle -24.9^\circ)}{0.02+j0.90}=0.633\angle 20.2^\circ\ pu$$

جریان واقعی آرمیچر برابر است با:

$$I_A=(1404)(0.633\angle 20.2^\circ)=931\angle 20.2^\circ\ A$$

توان غیرحقیقی تولیدی در شرایط E_A ماکزیمم و توان $10MW$ برابر است با:

$$Q=3V_\phi I_A\sin\theta=3(3811)(931)\sin(20.2^\circ)=3.68\ MVAR$$

پس حد جریان میدان قبل از حد جریان استاتور برای این شرایط رخ می‌دهد و حداکثر توان غیرحقیقی که موتور می‌تواند تولید کند در این شرایط $3.68\ MVAR$ است.

د) در شرایط نامی، توان مصرفی میدان برابر است با:

$$P_{fild}=V_F I_F=(125)(5.2)=650W$$

ه) بازده این موتور در بار کامل برابر است با: (توان نامی موتور برابر $21\times10^3\ hp$است).

$$\eta=\frac{P_{out}}{P_{in}}\times100\%=\frac{(21\times10^3\ hp)(746)}{16.05\times10^6}\times100\%=97.6\%$$

و) گشتاور خروجی بر حسب واحدهای SI و انگلیسی به‌ترتیب عبارتند از:

$$\tau_{load}=\frac{P_{out}}{\omega_m}=\frac{(21\times10^3\ hp)(746)}{(1200)\frac{2\pi}{60}}=124700\ N.m$$

$$\tau_{load}=\frac{5252\ P_{hp}}{n_m}=\frac{5252\ (21\times10^3\ hp)}{1200}=91910\ lb.ft$$

(۶-۱۳) یک موتور سنکرون $480V$، سه‌فاز با اتصال Y دارای راکتانس $1.5\ \Omega$ در هر فاز است. جریان میدان چنان تنظیم شده است که زاویهٔ گشتاور δ، 28° باشد. توان تحویلی به موتور $90kW$ است.

الف) اندازهٔ ولتاژ E_A در این ماشین چقدر است؟

ب) اندازه و زاویهٔ جریان آرمیچر در ماشین چقدر است؟ ضریب توان موتور چقدر است؟

ج) اگر جریان میدان ثابت بماند، ماکزیمم توان حقیقی که این ماشین می‌تواند تأمین کند چقدر است؟

حل: الف) توان تحویلی به موتور $90kW$ است. معادلهٔ توان عبارتست از:

$$P=\frac{3V_\phi E_A}{X_S}\sin\delta$$

بنابراین برای اندازهٔ E_A داریم:

$$E_A = \frac{PX_S}{3V_\phi \sin\delta} = \frac{(90)(1.5)}{3(254)\sin 28^\circ} = 377V$$

ب) جریان آرمیچر در این ماشین برابر است با:

$$I_A = \frac{V_\phi - E_A}{jX_S} = \frac{254\angle 0 - 377\angle -28^\circ}{j1.5} = 129\angle 24^\circ A$$

ضریب توان موتور 0.914 پیش‌فاز است.

ج) ماکزیمم توان حقیقی که موتور در این جریان تحریک تأمین می‌کند برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} = \frac{3(254)(377)}{1.5} = 191.5\,kW$$

(۱۴-۶) یک موتور سنکرون $460V$، $200\,kVA$، $400Hz$، شش‌قطبی دارای اتصال Y با ضریب توان 0.8 پیش‌فاز و دارای مقاومت آرمیچر ناچیز و راکتانس سنکرون $0.5pu$ است. از همهٔ تلفات صرف‌نظر کنید.

الف) سرعت چرخش این موتور چقدر است؟

ب) گشتاور خروجی این موتور در شرایط نامی چقدر است؟

ج) ولتاژ داخلی این موتور در شرایط نامی چقدر است؟

د) اگر جریان میدان در همان مقداری که موتور در قسمت (ج) دارد بماند، ماکزیمم توان خروجی ممکن این ماشین چقدر است؟

حل: الف) سرعت چرخش موتور برابر است با:

$$n_m = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120\,(400)}{6} = 8000 r/\min$$

ب) درصورتی که تمامی تلفات صرف‌نظر شود، گشتاور خروجی موتور برابر است با:

$$P_{in,rated} = P_{out,rated} = S_{rated}.PF = (200)(0.8) = 160\,kW$$

گشتاور بار این موتور برابر است با:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{160\times 10^3}{8000.\frac{2\pi}{60}} = 191\,N.m$$

ج) ولتاژ فاز این موتور $460/\sqrt{3} = 266V$ است.

جریان آرمیچر این موتور برابر است با:

$$|I_A| = |I_L| = \frac{|P|}{\sqrt{3}V_T.(PF)} = \frac{160\times 10^3}{\sqrt{3}(460)(0.8)} = 251\,A$$

بنابراین، $I_A = 251\angle 36.87^\circ\,A$ است و امپدانس مبنای این موتور عبارتست از:

$$Z_{base} = \frac{3V_{\phi,base}^2}{S_{base}} = \frac{3(266)^2}{200000} = 1.06\,\Omega$$

بنابراین، راکتانس سنکرون حقیقی $X_S = (0.50)(1.06) = 0.53\ \Omega$ است. ولتاژ تولیدی داخلی این ماشین در این شرایط برابر است با:

$$E_A = V_\phi - jX_S I_A$$

$$E_A = 266\angle 0^\circ - j(0.53)(251\angle 36.87^\circ) = 362\angle -17.1^\circ\ V$$

د) ماکزیمم توانی که موتور می‌تواند در این شرایط تأمین نماید برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} = \frac{3(266)(362)}{0.53} = 545\ kW$$

(۱۵-۶) یک موتور سنکرون $100\ hp$، $440V$ با ضریب توان 0.8 پس‌فاز و اتصال Δ، دارای مقاومت آرمیچر $0.22\ \Omega$ و راکتانس سنکرون $3\ \Omega$ است. بازده این موتور در بار کامل 89% است.

الف) در شرایط نامی توان ورودی موتور چقدر است؟

ب) جریان خط و جریان فاز موتور در شرایط نامی چقدر است؟

ج) توان غیرحقیقی که موتور در شرایط نامی تولید یا مصرف می‌کند چقدر است؟

د) ولتاژ داخلی E_A موتور در شرایط نامی چقدر است؟

ه) تلفات مسی استاتور موتور در شرایط نامی چقدر است؟

و) P_{conv} در شرایط نامی چقدر است؟

ز) اگر E_A، 10% کم شود، چه توان غیرحقیقی توسط موتور تولید یا مصرف می‌شود؟

حل: الف) توان ورودی موتور در شرایط نامی برابر است با:

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{(100)(746)}{0.89} = 83.8\ kW$$

ب) جریان خط موتور با این شرایط برابر است با:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3}\,V_T\,PF} = \frac{83.8kW}{\sqrt{3}\,(440)(0.8)} = 137\ A$$

اتصال موتور Δ است، بنابراین جریان فاز موتور برابر است با:

$$I_\phi = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{137}{\sqrt{3}} = 79.4\ A$$

ج) توان غیرحقیقی تولیدی توسط موتور در این شرایط برابر است با:

$$Q_{rated} = 3V_\phi I_A \sin\theta = 3(440)(79.4)\sin 36.87^\circ = 62.9\ kVAR$$

د) ولتاژ تولیدی داخلی در این شرایط برابر است با:

$$E_A = V_\phi - R_A I_A - jX_S I_A$$

$$E_A = 440\angle 0^\circ\ V - (0.22)(79.4\angle 36.87^\circ) - j(3.0)(79.4\angle 36.87^\circ) = 603\angle -19.5^\circ\ V$$

ه) تلفات مسی استاتور در این شرایط برابر است با:

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_A = 3(79.4)^2(0.22) = 4.16\ kW$$

و) توان تبدیل شده در این شرایط برابر است با:

$$P_{conv} = P_{in} - P_{cu} = 83.8kW - 4.16kW = 79.6\ kW$$

ز) اگر ولتاژ تولیدی داخلی 10% کاهش یابد، مقدار جدید ولتاژ داخلی برابر $E_A = (0.9)(603) = 543\,V$ می‌شود. برای ساده‌سازی این قسمت از مسئله از R_A صرف‌نظر می‌کنیم. بنابراین، مقدار $E_A \sin\delta$ در مقابل تغییرات E_A ثابت می‌ماند. در نتیجه داریم:

$$\delta_2 = \sin^{-1}\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin\delta_1 = \sin^{-1}\frac{603}{453}\sin(19.5^\circ) = -21.8^\circ$$

$$I_A = \frac{V_\phi - E_A}{jX_S} = \frac{440\angle 0^\circ - 543\angle -21.8^\circ}{j3.0} = 70.5\angle 17.7^\circ\ A$$

و توان غیرحقیقی تحویلی توسط موتور به سیستم برابر است با:

$$Q = 3V_\phi I_A \sin\theta = 3(440)(70.5)\sin 17.7^\circ = 28.3\ kVAR$$

(۶-۱۶) به سوالات زیر در مورد ماشین ۶-۱۵ پاسخ دهید.

الف) اگر $E_A = 430\angle 13.5^\circ\ V$ و $V_\phi = 440\angle 0^\circ\ V$ باشد، این ماشین از سیستم قدرت، توان حقیقی می‌گیرد یا به آن توان حقیقی می‌دهد؟ این ماشین از سیستم قدرت، توان غیرحقیقی می‌گیرد یا می‌دهد؟

ب) توان حقیقی P و توان غیرحقیقی Q را که ماشین در شرایط بند (الف) تولید یا مصرف می‌کند حساب کنید. آیا ماشین در این حالت در محدودهٔ مجازش کار می‌کند؟

ج) اگر $E_A = 470\angle -12^\circ\ V$ و $V_\phi = 440\angle 0^\circ\ V$ باشد، این ماشین از سیستم توان حقیقی می‌گیرد یا به آن توان حقیقی می‌دهد؟ آیا از سیستم قدرت توان غیرحقیقی می‌گیرد یا می‌دهد؟

د) توان حقیقی P و توان غیرحقیقی Q را که ماشین در شرایط بند (ج) تولید یا مصرف می‌کند حساب کنید. آیا ماشین در این حالت در محدودهٔ مجازش کار می‌کند؟

حل: الف) این ماشین یک ژنراتور تأمین‌کنندهٔ توان حقیقی برای سیستم قدرت است؛ زیرا فاز E_A جلوتر از V_ϕ است. همچنین این ماشین توان غیرحقیقی مصرف می‌کند؛ زیرا $E_A\cos\delta < V_\phi$ است.

ب) این ماشین به‌صورت ژنراتور عمل می‌کند و جریان در این شرایط برابر است با:

$$I_A = \frac{E_A - V_\phi}{R_A + jX_S} = \frac{430\angle 13.5^\circ - 440\angle 0^\circ}{0.22 + j3.0} = 34.2\angle 16.5^\circ\ A$$

توان حقیقی تولیدی توسط ماشین برابر است با:

$$P = 3V_\phi I_A \cos\theta = 3(440)(34.2)\cos(-16.5^\circ) = 43.3\ kW$$

توان غیرحقیقی تولیدی توسط ماشین برابر است با:

$$Q = 3V_\phi I_A \sin\theta = 3(440)(34.2)\sin(-16.5^\circ) = -12.8\ kVAR$$

ج) با این شرایط این ماشین یک موتور است؛ زیرا E_A پس‌فازتر از V_ϕ است. همچنین این ماشین توان غیرحقیقی تأمین می‌کند؛ زیرا $E_A \cos\delta > V_\phi$ است.

د) این ماشین به‌صورت یک موتور عمل می‌کند، جریان در این شرایط برابر است با:

$$I_A = \frac{V_\phi - E_A}{R_A + jX_S} = \frac{440\angle 0^\circ - 470\angle -12^\circ}{0.22 + j3.0} = 33.1\angle 15.6^\circ \ A$$

توان حقیقی مصرفی توسط ماشین برابر است با:

$$P = 3V_\phi I_A \cos\theta = 3(440)(33.1)\cos(15.6^\circ) = 42.1\,kW$$

توان غیرحقیقی تولیدی توسط ماشین برابر است با:

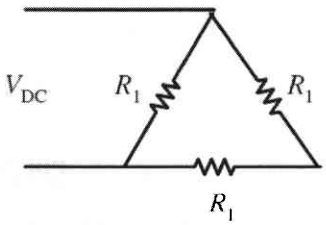
$$Q = 3V_\phi I_A \sin\theta = 3(440)(33.1)\sin(15.6^\circ) = 11.7\,kVAR$$

فصل هفتم
موتورهای القایی

(۷-۱) یک آزمایش DC بر روی یک موتور القایی $460V$، $100\ hp$ دارای اتصال مثلث انجام شده است. اگر $V_{DC} = 24\ V$ و $I_{DC} = 80A$ باشد، مقاومت R_1 استاتور چقدر است؟

حل: آرمیچر اتصال مثلث دارد. مانند شکل ۷-۱ دو فاز موازی با فاز دیگر بین خطهای تحت آزمون قرار دارد.

بنابراین مقاومت استاتور R_1 خواهد شد:



شکل ۷-۱ آزمایش DC در اتصال مثلث آرمیچر

$$\frac{V_{DC}}{I_{DC}} = \frac{R_1(R_1+R_1)}{R_1+(R_1+R_1)} = \frac{2}{3}R_1$$

$$R_1 = \frac{3V_{DC}}{2I_{DC}} = \frac{3}{2}\times\frac{24}{80} = 0.45\Omega$$

(۷-۲) یک موتور القایی $220V$ سه‌فاز شش قطبی با لغزش 5% کار می‌کند. کمیات زیر را بیابید.

الف) سرعت میدان مغناطیسی بر حسب دور بر دقیقه ب) سرعت رتور بر حسب دور بر دقیقه

ج) لغزش رتور د) فرکانس رتور بر حسب هرتز

حل: الف) سرعت میدان مغناطیسی همان سرعت n_S است و داریم:

$$n_S = \frac{120f}{P} = \frac{120\times 50}{2} = 3000\ r/\min$$

ب) سرعت رتور برابر است با:

$$n_r = (1-s)\times n_s = (1-0.05)(3000) = 2850$$

ج) سرعت لغزش رتور برابر است با:

$$n_{slip} = sn_s = (0.05)(3000) = 150\,r/\min$$

د) فرکانس رتور برابر است با:

$$f_r = \frac{n_{slip}\times P}{120} = \frac{150\times 2}{120} = 2.5Hz$$

(۷-۱۳) سوال‌های مسئله ۲-۷ را برای یک موتور القایی $480V$ سه‌فاز چهارقطبی $60\ Hz$ با لغزش 0.035 جواب دهید؟

حل: الف) سرعت میدان مغناطیسی برابر است با:

$$n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120\times 60}{4} = 1800\ r/\min$$

ب) سرعت رتور برابر است با:

$$n_r = (1-s)\times n_s = (1-0.035)(1800) = 1737\ r/\min$$

ج) سرعت لغزش رتور برابر است با:

$$n_{slip} = sn_s = (0.035)(1800) = 63\ r/\min$$

د) فرکانس رتور برابر است با:

$$f_r = \frac{n_{slip}\times P}{120} = \frac{63\times 4}{120} = 2.1\ Hz$$

(۷-۱۴) یک موتور القایی سه‌فاز $60\ Hz$ در شرایط بی‌باری با سرعت $890\ r/\min$ و در بار کامل با سرعت $840\ r/\min$ کار می‌کند.

الف) این موتور چند قطب دارد؟ ب) لغزش رتور در بار نامی چقدر است؟ ج) سرعت به ازای یک چهارم بار نامی چقدر است؟ د) فرکانس الکتریکی رتور به ازای یک چهارم بار نامی چقدر است؟

حل: الف) سرعت بی‌باری نزدیک سرعت سنکرون است، بنابراین داریم:

$$n_s = \frac{120f_s}{P} \Rightarrow 890 = \frac{120\times 60}{P} \Rightarrow P = 8.09$$

بنابراین ماشین هشت‌قطبی است و سرعت سنکرون آن $900\ r/\min$ است.

ب) برای لغزش داریم:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s}\times 100\% = \frac{900-840}{900}\times 100\% = 6.67\%$$

ج) موتور در محدوده خطی منحنی گشتاور- سرعت خود کار می‌کند و لغزش با گشتاور متناسب است. لذا لغزش در $\frac{1}{4}$ بار نامی برابر است با:

$$s = \frac{1}{4}\times(0.0667) = 0.0167$$

سرعت حاصل برابر است با:

$$n_r = (1-s)\times n_s = (1-0.0167)\times(900) = 885\ r/\min$$

فرکانس الکتریکی رتور به ازای یک چهارم بار نامی برابر است با:

$$f_r = sf_s = (0.0167)\times(60) = 1\ Hz$$

(۷-۵) یک موتور القایی $50\,kW$، $440V$، $60Hz$، شش‌قطبی در شرایط بار کامل با لغزش 6% کار می‌کند. در شرایط بار کامل تلفات اصطکاک و بادخوری $300W$ و تلفات هسته $600W$ است. مقادیر زیر را در شرایط بار کامل بدست آورید.

الف) سرعت محور ب) توان خروجی ج) گشتاور بار بر حسب نیوتن متر د) گشتاور القایی بر حسب نیوتن متر ه) فرکانس رتور بر حسب هرتز.

حل: الف)

$$n_s = \frac{120 f_s}{P} = \frac{120 \times 50}{6} = 1000\ r/\min$$

$$n_r = (1-s) \times n_s = (1-0.06) \times (1000) = 940\ r/\min$$

ب) توان خروجی $50kW$ است.

ج) گشتاور بار بر حسب نیوتن متر برابر است با:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{50\ kW}{(940) \times \frac{2\pi}{60}} = 508\ N.m$$

د) برای محاسبهٔ گشتاور القایی، ابتدا توان تبدیل شده را بدست می‌آوریم، داریم:

$$P_{conv} = P_{out} + P_{F\&W} + P_{core} + P_{mise} = 50kW + 300W + 600W + 0W = 50.9\ kW$$

حال گشتاور القایی بر حسب نیوتن متر برابر است با:

$$\tau_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} = \frac{50.9kW}{(940) \times \frac{2\pi}{60}} = 517\ N.m$$

ه) فرکانس رتور بر حسب هرتز برابر است با:

$$f_r = s f_s = (0.06) \times (50) = 3\ Hz$$

(۷-۶) یک موتور القایی سه‌فاز چهار قطبی در بی‌باری با سرعت $1790\ r/\min$ و در شرایط بار کامل با سرعت $1720\ r/\min$ می‌چرخد. لغزش و فرکانس الکتریکی رتور را در بی‌باری و بار کامل بدست آورید. تنظیم سرعت این موتور چقدر است؟

حل: سرعت سنکرون این ماشین $1800\ r/\min$ است. لغزش و فرکانس الکتریکی در شرایط بی‌باری برابر است با:

$$s_{nl} = \frac{n_s - n_{nl}}{n_s} \times 100\% = \frac{1800-1790}{1800} \times 100\% = 0.56\%$$

$$f_{r,nl} = s f_s = (0.0056) \times (60) = 0.33Hz$$

لغزش و فرکانس الکتریکی در شرایط بار کامل برابر است با:

$$s_{fl} = \frac{n_s - n_{fl}}{n_s} \times 100\% = \frac{1800-1720}{1800} \times 100\% = 4.44\%$$

$$f_{r,fl} = s f_s = (0.0444) \times (60) = 2.67Hz$$

درصد تنظیم سرعت این موتور برابر است با:

$$SR = \frac{n_{nl} - n_{fl}}{n_{fl}} \times 100\% = \frac{1790 - 1720}{1720} \times 100\% = 4.1\%$$

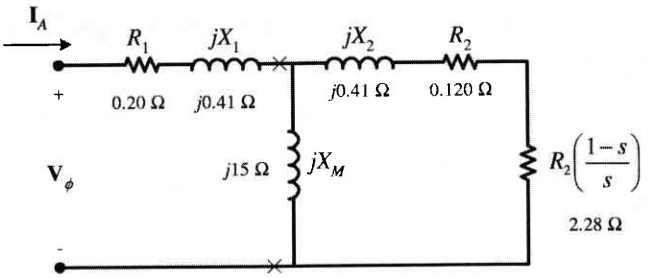
(۷-۷) یک موتور القایی با رتور سیم‌پیچی شده $208V$، چهار قطبی $60Hz$ با اتصال ستاره دارای توان نامی $15hp$ است. اطلاعات این موتور عبارتند از:

$$R_1 = 0.200\Omega \quad R_2 = 0.120\Omega \quad X_1 = 0.410\Omega \quad X_2 = 0.410\Omega$$
$$X_M = 15\Omega \quad P_{mech} = 250W \quad P_{misc} \approx 0 \quad P_{core} = 180W$$

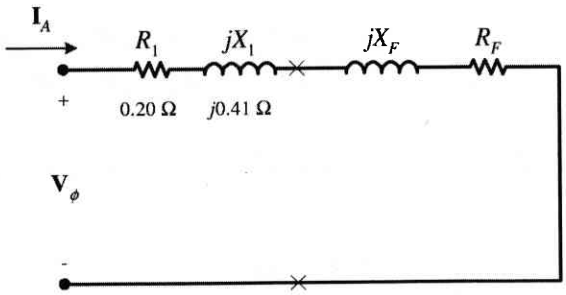
به ازای لغزش 5% مقادیر زیر را بیابید.

الف) جریان خط ب) تلفات مسی استاتور ج) توان فاصلهٔ هوایی د) توان تبدیل‌شده از شکل الکتریکی به مکانیکی ه) گشتاور القاشده و) گشتاور بار ز) راندمان ماشین ط) سرعت موتور برحسب دور بر دقیقه و رادیان بر ثانیه

حل: مدار معادل موتور در شکل ۷-۲ نشان داده شده است. در این مدل، امپدانس رتور و شاخهٔ بی‌باری را با $Z_F = R_F + jX_F$ نشان می‌دهیم. مدار ساده‌تر شده و به‌صورت شکل ۷-۳ تبدیل می‌شود.



شکل ۷-۲ مدار معادل موتور



شکل ۷-۳ مدار معادل ساده شدهٔ موتور

در مدار شکل ۷-۳ امپدانس معادل $Z_F = R_F + jX_F$ برابر است با:

$$Z_F = R_F + jX_F = \frac{1}{\frac{1}{jX_M} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{1}{\frac{1}{j15} + \frac{1}{2.40 + j\,0.41}} = 2.22 + j\,0.745 = 2.34\angle 18.5^\circ$$

اتصال موتور ستاره است، بنابراین ولتاژ فازی موتور برابر $\frac{208}{\sqrt{3}} = 120V$ است.

الف) جریان خط برابر است با:

$$I_L = I_A = \frac{V_\phi}{R_1 + jX_1 + R_F + jX_F} = \frac{120\angle 0}{0.2 + j\,0.41 + 2.22 + j\,0.745} = 44.8\angle -25.5^\circ$$

ب) تلفات مسی استاتور برابر است با:

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_1 = 3(44.8)^2(0.2) = 1205W$$

ج) توان فاصله هوایی برابر است با:

$$P_{AG} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s} = 3I_A^2 R_F = 3(44.8)^2(2.22) = 13.4\ kW$$

توجه کنید که رابطهٔ $3I_2^2 \frac{R_2}{s} = 3I_A^2 R_F$ برقرار است، زیرا R_F مقاومت معادل تونن مقاومت‌های رتور و شاخهٔ بی‌باری است. بنابراین باید همان توانی را در جریان I_A مصرف کند که مقاومت $\frac{R_2}{s}$ در جریان I_2 مصرف می‌کرد.

د) توان تبدیل شده از شکل الکتریکی به مکانیکی برابر است با:

$$P_{conv} = (1-s)P_{AG} = (1-0.05)\times(13.4) = 12.73kW$$

ه) گشتاور القا شده برابر است با:

$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_s} = \frac{13.4kW}{(3600)\times\frac{2\pi}{60}} = 35.5\ N.m$$

و) گشتاور بار؛ سرعت رتور برابر است با:

$$n_r = (1-s)\times n_s = (1-0.05)\times(3600) = 3420\ r/\min$$

بنابراین برای گشتاور بار داریم:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{12.3kW}{(3420)\times\frac{2\pi}{60}} = 34.3\ N.m$$

ز) راندمان؛ توان خروجی برابر است با:

$$P_{out} = P_{conv} - P_{mech} - P_{core} - P_{mise} = 12.73\,kW - 250W - 180W - 0W = 12.3\,kW$$

بنابراین داریم:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100\% = \frac{P_{out}}{3\times V_{ph}\times I_{ph}\times\cos\theta}\times 100\%$$

$$\eta = \frac{12.3kW}{3\times 120\times 44.8\times\cos 25.5}\times 100\% = 84.5\%$$

ط) سرعت موتور برحسب دور بر دقیقه 3420 است. سرعت بر حسب رادیان ثانیه برابر است با:

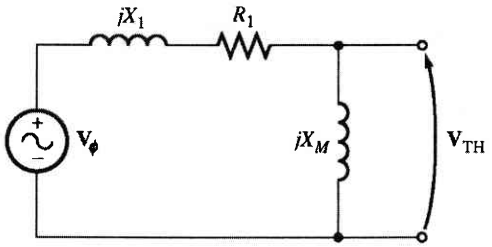
$$\omega_m = (3420)\times\frac{2\pi}{60} = 358\quad rad/s$$

(۷-۸) برای مسئله ۷-۷ لغزش در گشتاور برون‌کش (گشتاور ماکزیمم) چقدر است؟ گشتاور برون‌کش چقدر است؟

حل: ابتدا مدار معادل موتور را از دید رتور بدست آورده و سپس لغزش در گشتاور برون‌کش را محاسبه می‌کنیم. شکل ۷-۴ را در نظر بگیرید. با توجه به این شکل داریم:

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} = \frac{(j15)(0.2 + j\,0.41)}{0.2 + j(0.41+15)} = 0.1895 + j\,0.4016 = 0.444\angle 64.7^\circ$$

$$V_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + j(X_1 + X_M)} V_\phi = \frac{(j15)}{0.2 + j(0.43+15)} \times 120\angle 0^\circ = 116.8\angle 0.7^\circ V$$



شکل ۷-۴ مدار معادل موتور

لغزش در گشتاور برون‌کش برابر است با:

$$s_{max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}}$$

$$s_{max} = \frac{0.120}{\sqrt{(0.1895)^2 + (0.4016 + 0.410)^2}} = 0.144$$

گشتاور برون‌کش موتور می‌شود:

$$\tau_{max} = \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_s \left[R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]}$$

$$\tau_{max} = \frac{3(116.8)^2}{2(377)\left[0.1895 + \sqrt{(0.1895)^2 + (0.4016 + 0.410)^2} \right]} = 53.1\,N.m$$

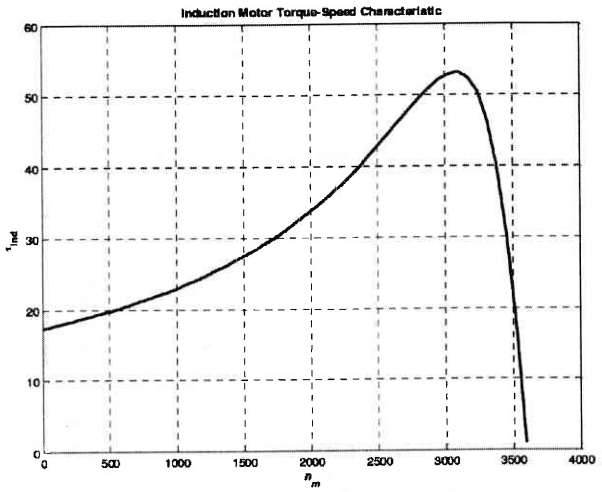
(۷-۹) الف) مشخصه گشتاور- سرعت موتور مسئله ۷-۷ را محاسبه و رسم کنید.

ب) منحنی توان خروجی بر حسب سرعت موتور را در مسئله ۷-۷ محاسبه و رسم کنید.

حل: الف) برای رسم مشخصه گشتاور- سرعت موتور برنامهٔ زیر را نوشته و اجرا می‌کنیم.

```
% M-file: prob7_9a.m
% M-file create a plot of the torque-speed curve of the
% induction motor of Problem 7-7.
% First, initialize the values needed in this program.
r1 = 0.200; % Stator resistance
x1 = 0.410; % Stator reactance
r2 = 0.120; % Rotor resistance
```

```
x2 = 0.410; % Rotor reactance
xm = 15.0; % Magnetization branch reactance
v_phase = 208 / sqrt(3); % Phase voltage
n_sync = 3600; % Synchronous speed (r/min)
w_sync = 377; % Synchronous speed (rad/s)
% Calculate the Thevenin voltage and impedance from Equations
% 7-41a and 7-43.
v_th = v_phase * ( xm / sqrt(r1^2 + (x1 + xm)^2) );
z_th = ((j*xm) * (r1 + j*x1)) / (r1 + j*(x1 + xm));
r_th = real(z_th);
x_th = imag(z_th);
% Now calculate the torque-speed characteristic for many
% slips between 0 and 1. Note that the first slip value
% is set to 0.001 instead of exactly 0 to avoid divide-
% by-zero problems.
s = (0:1:50) / 50; % Slip
s(1) = 0.001;
nm = (1 - s) * n_sync; % Mechanical speed
% Calculate torque versus speed
for ii = 1:51
t_ind(ii) = (3 * v_th^2 * r2 / s(ii)) / ...
(w_sync * ((r_th + r2/s(ii))^2 + (x_th + x2)^2) );
end
% Plot the torque-speed curve
figure(1);
plot(nm,t_ind,'k-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m}');
ylabel('\bf\tau_{ind}');
title ('\bfInduction Motor Torque-Speed Characteristic');
grid on;
```

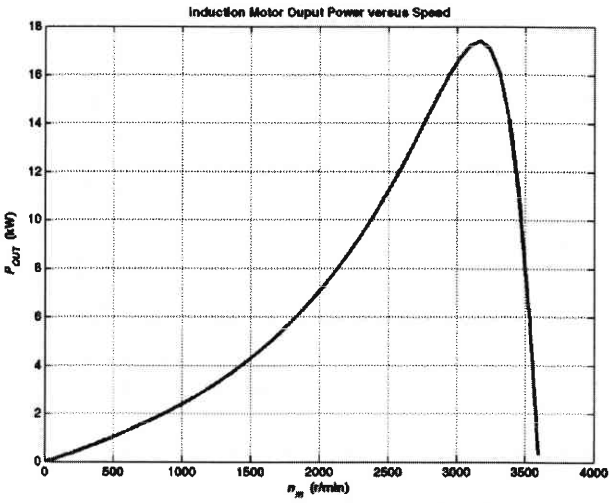


شکل ۷-۵ مشخصه گشتاور سرعت موتور مسئله ۷-۷

ب) برای رسم منحنی توان خروجی بر حسب سرعت موتور برنامهٔ زیر را نوشته و اجرا می‌کنیم.

```
% M-file: prob7_9b.m
% M-file create a plot of the output pwer versus speed
% curve of the induction motor of Problem 7-7.
% First, initialize the values needed in this program.
```

```
r1 = 0.200; % Stator resistance
x1 = 0.410; % Stator reactance
r2 = 0.120; % Rotor resistance
x2 = 0.410; % Rotor reactance
xm = 15.0; % Magnetization branch reactance
v_phase = 208 / sqrt(3); % Phase voltage
n_sync = 3600; % Synchronous speed (r/min)
w_sync = 377; % Synchronous speed (rad/s)
% Calculate the Thevenin voltage and impedance from Equations
% 7-41a and 7-43.
v_th = v_phase * ( xm / sqrt(r1^2 + (x1 + xm)^2) );
z_th = ((j*xm) * (r1 + j*x1)) / (r1 + j*(x1 + xm));
r_th = real(z_th);
x_th = imag(z_th);
% Now calculate the torque-speed characteristic for many
% slips between 0 and 1. Note that the first slip value
% is set to 0.001 instead of exactly 0 to avoid divide-
% by-zero problems.
s = (0:1:50) / 50; % Slip
s(1) = 0.001;
nm = (1 - s) * n_sync; % Mechanical speed (r/min)
wm = (1 - s) * w_sync; % Mechanical speed (rad/s)
% Calculate torque and output power versus speed
for ii = 1:51
179
t_ind(ii) = (3 * v_th^2 * r2 / s(ii)) / ...
(w_sync * ((r_th + r2/s(ii))^2 + (x_th + x2)^2) );
p_out(ii) = t_ind(ii) * wm(ii);
end
% Plot the torque-speed curve
figure(1);
plot(nm,p_out/1000,'k-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m} \rm\bf(r/min)');
ylabel('\bf\itP_{OUT} \rm\bf(kW)');
title ('\bfInduction Motor Ouput Power versus Speed');
grid on;
```



شکل ۷-۶ منحنی توان خروجی بر حسب سرعت موتور مسئله ۷-۷

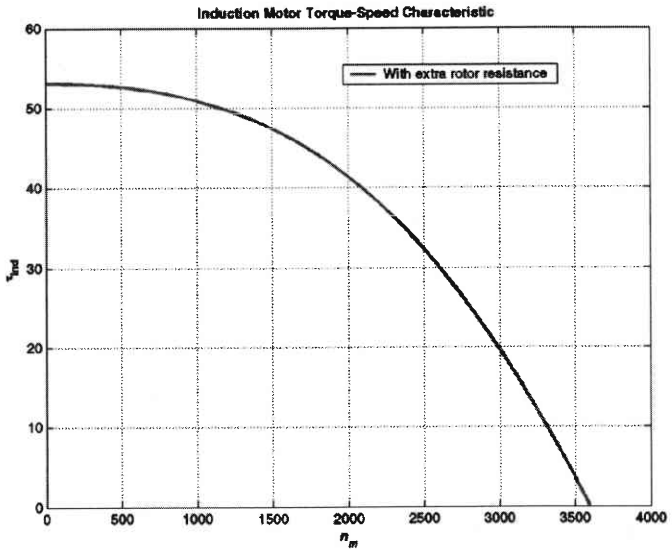
(۷-۱۰) برای موتور مسئله ۷-۷ چقدر مقاومت اضافی باید به مدار رتور اضافه شود تا گشتاور ماکزیمم در شرایط راه‌اندازی رخ دهد (یعنی وقتی محور حرکت نمی‌کند). مشخصهٔ گشتاور سرعت این موتور را با مقاومت اضافی رسم کنید؟

حل: برای بدست آوردن گشتاور ماکزیمم در لحظه راه‌اندازی باید $S_{\max}$ برابر ۱ باشد. لذا داریم:

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}}$$

$$1 = \frac{R_2}{\sqrt{(0.1895)^2 + (0.4016 + 0.410)^2}} \Rightarrow R_2 = 0.833$$

چون مقاومت موجود $0.12\,\Omega$ است، بنابراین یک مقاومت $0.713\,\Omega$ باید به مدار رتور اضافه شود. مشخصهٔ گشتاور سرعت این موتور در شکل ۷-۷ رسم شده است.



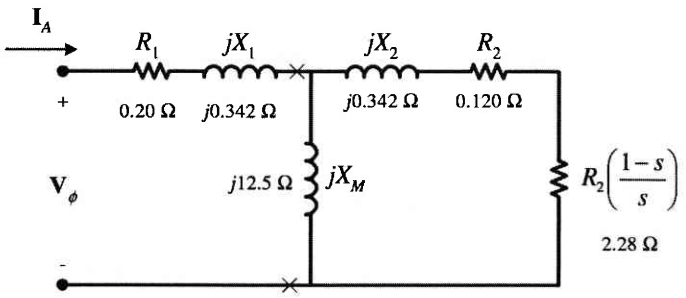
شکل ۷-۷ مشخصهٔ گشتاور سرعت موتور

(۷-۱۱) اگر بخواهیم موتور مسئله ۷-۷ با یک سیستم $50Hz$ کار کند، ولتاژ منبع تغذیه آن باید چه تغییری کند؟ چرا؟ مؤلفه‌های مدار معادل در فرکانس $50Hz$ چه مقداری دارند؟ سوال‌های مسئله ۷-۷ را بری کار در فرکانس $50Hz$ و لغزش 0.05 و ولتاژ مناسب برای این ماشین پاسخ دهید.

حل: الف) اگر فرکانس ورودی به $50Hz$ کاهش یابد، ولتاژ اعمالی باید $\frac{5}{6}$ کاهش یابد. اگر این کار صورت نگیرد شار موتور به اشباع می‌رود، زیرا داریم:

$$\phi = \frac{1}{N}\int_T V\,dt$$

دوره تناوب T افزایش می‌یابد. در فرکانس $50Hz$ مقاومت‌ها تغییری نخواهند کرد، اما راکتانس‌ها با ضریب $\frac{5}{6}$ کاهش می‌یابند. در فرکانس $50Hz$ مدار معادل به صورت شکل ۷-۸ است.



شکل ۷-۸ مدار معادل موتور در فرکانس $50Hz$

با توجه به مدار معادل فوق داریم:

$$Z_F = R_F + jX_F = \frac{1}{\frac{1}{jX_M}+\frac{1}{Z_2}} = \frac{1}{\frac{1}{j12.5}+\frac{1}{2.40+j0.342}} = 2.197 + j0.744 = 2.32\angle 18.7^\circ\,\Omega$$

ولتاژ خط باید با ضریب $\frac{5}{6}$ کاهش یابد پس ولتاژ خط جدید $173.3V$ است ولتاژ فاز نیز $\frac{173.3\,V}{\sqrt{3}} = 100\,V$ است. لذا جریان خط برابر است با:

$$I_L = I_A = \frac{V}{R_1 + jX_1 + R_F + jX_F} = \frac{100\angle 0^\circ}{0.2 + j\,0.342 + 2.197 + j\,0.744}$$

$$I_L = I_A = 38\angle -24.4^\circ$$

ب) تلفات مسی استاتور برابر است با:

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_1 = 3(38)^2(0.2) = 866\,W$$

ج) توان فاصله هوایی:

$$P_{AG} = 3\times I_A^2 \times \frac{R_2}{s} = 3\times I_A^2 \times R_F = 3(38)^2(2.197) = 9.52\,kW$$

د) توان تبدیل شده از شکل الکتریکی به مکانیکی برابر است با:

$$P_{conv} = (1-s)P_{AG} = (1-0.05)\times(9.52\,kW) = 9.04\,kW$$

ه) گشتاور القایی موتور نیز برابر است با:

$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_s} = \frac{9.52kW}{(3000)\times\frac{2\pi}{60}} = 30.3\,N.m$$

و) به دلیل نبود اطلاعات کافی، تلفات مکانیکی و هسته را با تغییرات سرعت ثابت فرض می‌کنیم. این

عمل درست نیست، اما چاره‌ای جز این نداریم. بنابراین توان خروجی موتور برابر است با:

$$P_{out} = P_{conv} - P_{mech} - P_{core} - P_{mise} = 9.04\,kW - 250\,W - 180\,W - 0\,W = 8.61\,kW$$

سرعت رتور برابر است با:

$$n_r = (1-s)\times n_s = (1-0.05)\times(3000) = 2850\ r/\min$$

و گشتاور بار برابر است با:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{8.61kW}{(2850)\times\frac{2\pi}{60}} = 28.8\ N.m$$

ز) برای راندمان ماشین داریم:

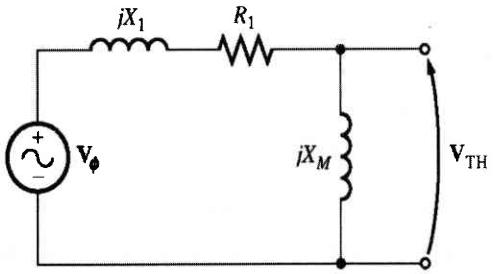
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100\% = \frac{P_{out}}{3V_\phi I_A \cos\theta}\times 100\%$$

$$\eta = \frac{8.61kW}{3\times 100\times 38\times \cos 24.4^\circ}\times 100\% = 82.9\%$$

ح) سرعت موتور بر حسب دور بر دقیقه برابر $2850\ r/\min$ است. سرعت موتور بر حسب رادیان بر ثانیه برابر است با:

$$\omega_m = (2850)\times\frac{2\pi}{60} = 298.5\ rad/s$$

(۱۲-۷) شکل ۷-۹ مدار ساده‌ای مشتمل بر یک منبع ولتاژ، یک مقاومت و دو راکتانس را نشان می‌دهد. ولتاژ تونن و امپدانس تونن این مدار را بیابید. اندازهٔ V_{TH} و R_{TH} را بدست آورید.



شکل ۷-۹ مدار مربوط به مسئلهٔ ۷-۱۲

حل: با توجه به مدار مقابل داریم:

$$V_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + j(X_1 + X_M)}V_\phi$$

اندازهٔ این ولتاژ برابر است با:

$$V_{TH} = \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}}V_\phi$$

اگر $X_M \gg R_1$ باشد، داریم:

$$V_{TH} \approx \frac{X_M}{X_1 + X_M}V_\phi$$

امپدانس تونن نیز برابر است با:

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)}$$

با ضرب در مزدوج مخرج و ساده‌سازی داریم:

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} \times \frac{R_1 - j(X_1 + X_M)}{R_1 - j(X_1 + X_M)}$$

$$Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH} = \frac{R_1 X_M^2}{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2} + j\frac{R_1^2 X_M + X_1^2 X_M + X_1 X_M^2}{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 X_M^2}{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2} \quad , \quad X_{TH} = \frac{R_1^2 X_M + X_1^2 X_M + X_1 X_M^2}{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}$$

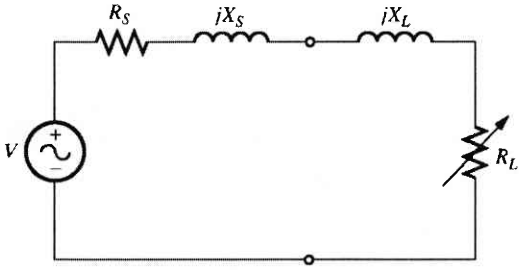
اگر $R_1 \ll X_M$ باشد، داریم:

$$R_{TH} \approx \frac{R_1 X_M^2}{(X_1 + X_M)^2}$$

و علاوه بر آن اگر $X_1 \ll X_M$ باشد، داریم:

$$X_{TH} \approx \frac{X_1 X_M^2}{X_M^2} = X_1$$

(۷-۱۳) شکل ۷-۱۰ یک مدار ساده مشتمل بر یک منبع ولتاژ و مقاومت و دو راکتانس را نشان می‌دهد. اگر مقاومت R_L بتواند تغییر کند ولی بقیه عناصر ثابت باشند، به ازای چه مقدار R_L توانی که در آن مصرف می‌شود ماکزیمم است؟ (راهنمایی: توان را بر حسب $X_L - R_L - X_S - R_S - V$ بیابید و از رابطهٔ حاصل نسبت به R_L مشتق بگیرید). با استفاده از این رابطه گشتاور برون‌کش را بیابید.



شکل ۷-۱۰ مدار مربوط به مسئلهٔ ۷-۱۳

حل: با توجه به مدار شکل ۷-۱۰، جریان برابر است با:

$$I_L = \frac{V}{R_S + jX_S + R_L + jX_L}$$

$$|I_L| = \frac{|V|}{\sqrt{(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2}}$$

توان داده شده به بار برابر است با:

$$P_L = R_L |I_L|^2 = \frac{R_L |V|^2}{(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{|V|^2 \left[(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2\right] - 2(R_S + R_L)R_L |V|^2}{\left[(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2\right]^2}$$

برای اینکه حداکثر توان به بار منتقل شود باید $\frac{\partial P_L}{\partial R_L}=0$ باشد. در این صورت با کمی ساده‌سازی بدست می‌آوریم:

$$R_L=\sqrt{R_S^2+(X_S+X_L)^2}$$

(۷- ۱۴) یک موتور القایی 440 ولتی $50Hz$ شش‌قطبی با اتصال ستاره دارای توان نامی $75\,kW$ است. پارامترهای مدار معادل عبارتند از:

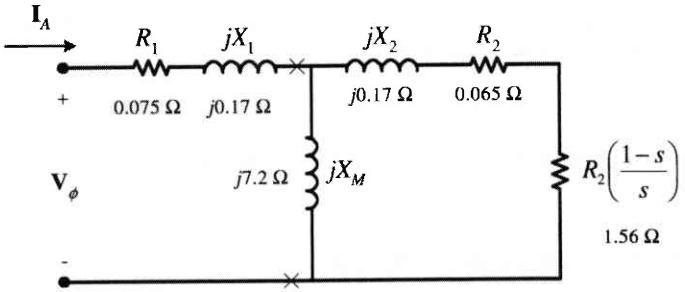
$$R_1=0.075\Omega \quad R_2=0.065\Omega \quad X_1=0.17\Omega \quad X_2=0.17\Omega \quad X_M=7.2\Omega$$

$$P_{F\&W}=1.0kW \quad P_{mise}=150W \quad P_{core}=1.1kW$$

به ازای لغزش 0.04 مقادیر زیر را بدست آورید.

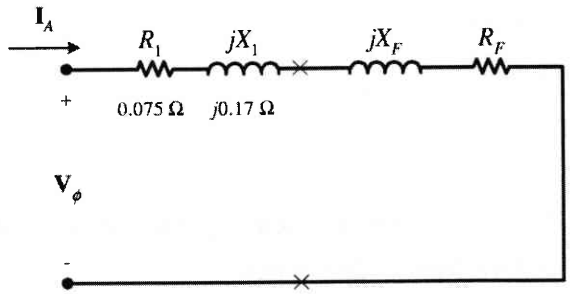
الف) جریان خط ب) ضریب توان استاتور ج) ضریب توان رتور د) تلفات مس استاتور ه) توان فاصلهٔ هوایی و) توان تبدیل‌شده ز) گشتاور القایی ح) گشتاور بار ط) راندمان کلی ماشین ی) سرعت موتور برحسب دور در دقیقه و رادیان بر ثانیه.

حل: مدار معادل موتور القایی در شکل ۷-۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۷-۱۱ مدار معادل موتور القایی

الف) برای محاسبهٔ جریان خط مدار شکل ۷-۱۱ را مانند شکل ۷-۱۲ساده می‌کنیم.



شکل ۷-۱۲ مدار معادل ساده شده

در مدار ساده شده داریم:

$$Z_F = \frac{1}{\frac{1}{jX_M} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{1}{\frac{1}{j7.2} + \frac{1}{1.625 + j0.17}} = 1.539 + j0.364 = 1.58 \angle 13.2^\circ \Omega$$

ولتاژ فاز $\frac{440}{\sqrt{3}} = 254V$ است، بنابراین جریان I_L برابر است با:

$$I_L = I_A = \frac{V_\phi}{R_1 + jX_1 + R_F + jX_F} = \frac{254\angle 0^\circ}{0.075 + j0.17 + 1.539 + j0.364}$$

$$I_L = I_A = 149.4\angle -18.3^\circ A$$

ب) ضریب توان استاتور: ضریب توان استاتور برابر $\cos(18.3) = 0.949$ پس‌فاز است.

ج) برای پیدا کردن ضریب توان رتور باید زاویهٔ امپدانس رتور را محاسبه کنیم، داریم:

$$\theta_R = Arc\tan\frac{X_2}{\frac{R_2}{s}} = Arc\tan\frac{0.17}{1.625} = 5.97^\circ$$

حال ضریب توان رتور می‌شود:

$$PF_R = \cos 5.97^\circ = 0.955$$

د) تلفات مسی برابر است با:

$$P_{cu} = 3I_A^2 R_1 = 3(149.9)^2(0.075) = 1675\ W$$

ه) توان فاصله هوایی:

$$P_{AG} = 3 \times I_A^2 \times \frac{R_2}{s} = 3 \times I_A^2 \times R_F = 3(149.9)^2(1.539) = 103\ kW$$

و) توان تبدیل شده:

$$P_{conv} = (1-s)P_{AG} = (1-0.04)\times(103) = 98.9\ kW$$

ز) گشتاور القایی:

$$n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120\times 50}{2} = 3000\ r/\min$$

$$\omega_s = (3000)\times\frac{2\pi}{60} = 314\ rad/s$$

$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_s} = \frac{103kW}{(3000)\times\frac{2\pi}{60}} = 327.9\ N.m$$

ح) گشتاور بار:

$$P_{out} = P_{conv} \rightarrow P_{mech} - P_{core} - P_{mise} = 98.9kW - 1kW - 1.1kW - 150kW = 96.6\ kW$$

$$n_r = (1-s)\times n_s = (1-0.04)\times(3000) = 2880\ r/\min$$

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{96.65kW}{(2880)\times\frac{2\pi}{60}} = 320.63\ N.m$$

ط) راندمان ماشین برابر است با:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{P_{out}}{3V_\phi I_A \cos\theta} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{96.65kW}{3 \times 254 \times 149.4 \times \cos 18.3^\circ} \times 100\% = 89.4\%$$

ی) سرعت موتور برحسب رادیان بر ثانیه برابر است با:

$$\omega_m = (2880) \times \frac{2\pi}{60} = 301.6\ rad/s$$

(۷- ۱۵) برای موتور مسئله ۷-۱۴ گشتاور برون‌کش را بیابید. لغزش در گشتاور برون‌کش چقدر است؟ سرعت رتور در گشتاور برون‌کش چقدر است؟

حل: ابتدا لغزش در حداکثر گشتاور (برون‌کش) را محاسبه می‌کنیم. بدین منظور لازم است Z_{TH} و V_{TH}را بدست آوریم، داریم:

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} = \frac{(j7.2)(0.075 + j0.17)}{0.075 + j(0.17 + 7.2)} = 0.0731 + j0.1662\Omega = 0.182\angle 66.3^\circ$$

$$V_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + j(X_1 + X_M)} V_\phi = \frac{(j7.2)}{0.075 + j(0.17 + 7.2)} (254\angle 0) = 248\angle 0.06^\circ V$$

لغزش در گشتاور حداکثر برابر است با:

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} = \frac{0.065}{\sqrt{(0.0731)^2 + (0.1662 + 0.17)^2}} = 0.189$$

سرعت سنکرون برابر است با:

$$n_s = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(50)}{2} = 3000r/\min$$

$$\omega_s = 3000 \times \frac{2\pi}{60} = 314.2 rad/s$$

گشتاور حداکثر برابر است با:

$$\tau_{\max} = \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_s \left[R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]}$$

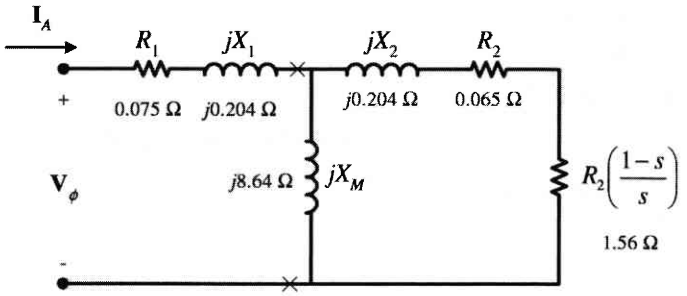
$$\tau_{\max} = \frac{3(248)^2}{2(314.2)\left[0.0731 + \sqrt{0.0731^2 + (0.1662 + 0.17)^2} \right]} = 704N.m$$

سرعت رتور در گشتاور حداکثر برابر است با:

$$n_r = (1 - s_{\max}) n_s = (1 - 0.189) \times 3000 = 2433r/\min$$

(۷- ۱۶) اگر موتور مسئله ۷-۱۴ با منبع $240V$ و $60Hz$ تغذیه شود، گشتاور برون‌کش چقدر می‌شود؟ لغزش در گشتاور برون‌کش چقدر است؟

حل: در فرکانس $60Hz$، مقاومت‌ها تغییری نمی‌کنند و راکتانس‌ها با نسبت $6/5$ زیاد می‌شوند. در این صورت مدار معادل شکل ۷-۱۳ حاصل می‌شود.



شکل ۷-۱۳ مدار معادل در فرکانس $60Hz$

مشابه مسئله ۷-۱۵ داریم:

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} = \frac{(j8.64)(0.075 + j0.204)}{(0.075) + j(0.204 + 8.64)} = 0.0731 + j0.1994\Omega = 0.212\angle 69.9^\circ\,\Omega$$

$$V_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + j(X_1 + X_M)}V_\phi = \frac{(j8.64)}{(0.075) + j(0.204 + 8.64)}(254\angle 0) = 248\angle 0.05^\circ V$$

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} = \frac{0.065}{\sqrt{(0.0731)^2 + (0.1994 + 0.204)^2}} = 0.159$$

$$n_s = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(60)}{2} = 3600\ r/\min$$

$$\omega_s = 3600 \times \frac{2\pi}{60} = 377\ rad/s$$

گشتاور حداکثر برابر است با:

$$\tau_{\max} = \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_s\left[R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}\right]}$$

$$\tau_{\max} = \frac{3\,(248)^2}{2(377)\left[0.0731 + \sqrt{(0.0731)^2 + (0.1994 + 0.204)^2}\right]} = 507 N.m$$

(۷-۱۷) کمیات زیر را برای موتور مسئله ۷-۱۴ به ازای تغییر لغزش از صفر درصد تا ده درصد رسم کنید.

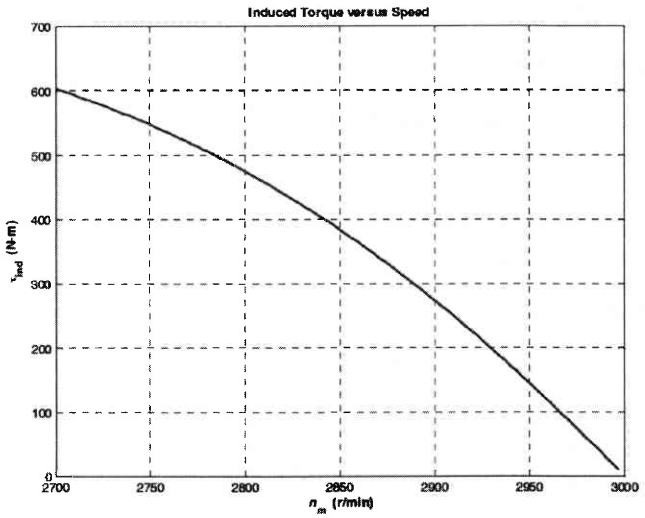
الف) τ_{ind} ب) P_{conv} ج) P_{out} د) η. به ازای چه لغزشی P_{out} با توان نامی ماشین برابر می‌شود؟

حل: برای بدست آوردن منحنی‌ها برنامه زیر را در محیط MATLAB می‌نویسیم. این برنامه منحنی‌ها را بر حسب n_m رسم می‌کند که از ۲۷۰۰ تا ۳۰۰۰ دور در دقیقه که معادل تغییر لغزش یاد شده می‌باشد، رسم می‌کند.

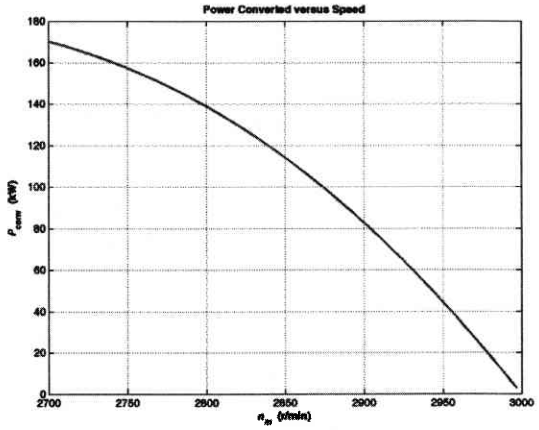
```
% M-file: prob7_17.m
% M-file create a plot of the induced torque, power
% converted, power out, and efficiency of the induction
% motor of Problem 7-14 as a function of slip.
% First, initialize the values needed in this program.
r1 = 0.075; % Stator resistance
x1 = 0.170; % Stator reactance
r2 = 0.065; % Rotor resistance
x2 = 0.170; % Rotor reactance
xm = 7.2; % Magnetization branch reactance
v_phase = 440 / sqrt(3); % Phase voltage
n_sync = 3000; % Synchronous speed (r/min)
w_sync = 314.2; % Synchronous speed (rad/s)
p_mech = 1000; % Mechanical losses (W)
p_core = 1100; % Core losses (W)
p_misc = 150; % Miscellaneous losses (W)
% Calculate the Thevenin voltage and impedance from Equations
% 7-41a and 7-43.
v_th = v_phase * ( xm / sqrt(r1^2 + (x1 + xm)^2) );
z_th = ((j*xm) * (r1 + j*x1)) / (r1 + j*(x1 + xm));
r_th = real(z_th);
x_th = imag(z_th);
% Now calculate the torque-speed characteristic for many
% slips between 0 and 0.1. Note that the first slip value
% is set to 0.001 instead of exactly 0 to avoid divide-
% by-zero problems.
s = (0:0.001:0.1); % Slip
s(1) = 0.001;
nm = (1 - s) * n_sync; % Mechanical speed
wm = nm * 2*pi/60; % Mechanical speed
% Calculate torque, P_conv, P_out, and efficiency
% versus speed
for ii = 1:length(s)
% Induced torque
t_ind(ii) = (3 * v_th^2 * r2 / s(ii)) / ...
(w_sync * ((r_th + r2/s(ii))^2 + (x_th + x2)^2) );
% Power converted
p_conv(ii) = t_ind(ii) * wm(ii);
% Power output
p_out(ii) = p_conv(ii) - p_mech - p_core - p_misc;
% Power input
zf = 1 / ( 1/(j*xm) + 1/(r2/s(ii)+j*x2) );
ia = v_phase / ( r1 + j*x1 + zf );
p_in(ii) = 3 * v_phase * abs(ia) * cos(atan(imag(ia)/real(ia)));
% Efficiency
eff(ii) = p_out(ii) / p_in(ii) * 100;
end
```

```
% Plot the torque-speed curve
figure(1);
plot(nm,t_ind,'b-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m} \rm\bf(r/min)');
ylabel('\bf\tau_{ind} \rm\bf(N-m)');
title ('\bfInduced Torque versus Speed');
grid on;
% Plot power converted versus speed
figure(2);
plot(nm,p_conv/1000,'b-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m} \rm\bf(r/min)');
ylabel('\bf\itP\rm\bf_{conv} (kW)');
title ('\bfPower Converted versus Speed');
grid on;
% Plot output power versus speed
figure(3);
plot(nm,p_out/1000,'b-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m} \rm\bf(r/min)');
ylabel('\bf\itP\rm\bf_{out} (kW)');
title ('\bfOutput Power versus Speed');
axis([2700 3000 0 180]);
grid on;
% Plot the efficiency
figure(4);
plot(nm,eff,'b-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m} \rm\bf(r/min)');
ylabel('\bf\eta (%)');
title ('\bfEfficiency versus Speed');
grid on;
```

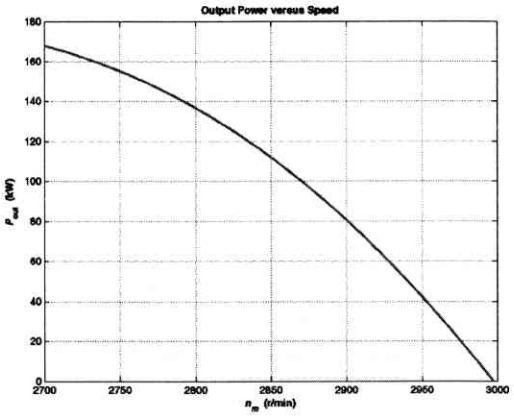
منحنی‌های بدست آمده در شکل‌های ۷-۱۴ تا ۷-۱۷ نشان داده شده است.



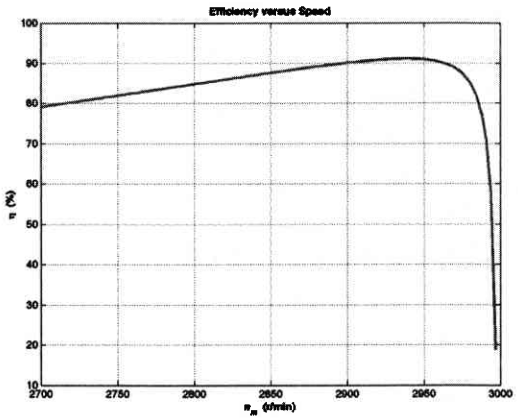
شکل ۷-۱۴ گشتاور القایی بر حسب سرعت



شکل ۷-۱۵ توان تبدیل شده بر حسب سرعت



شکل ۷-۱۶ توان خروجی بر حسب سرعت



شکل ۷-۱۷ راندمان ماشین بر حسب سرعت

توان نامی ماشین ۷۵ کیلووات است که این توان در لغزش ۳/۱ درصد که معادل سرعت ۲۹۰۷ دور بر دقیقه است، حاصل می‌شود.

(۷-۱۸) یک موتور القایی $280\,V$، $60Hz$ شش‌قطبی کلاس B با اتصال Y مورد آزمایش قرار گرفته و نتایج زیر بدست آمده است.

آزمایش بی‌باری: $208\,V$، $22A$، $1200\,W$، $60Hz$

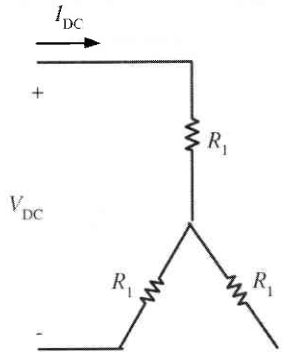
آزمایش رتور قفل‌شده: $24.6\,V$، $64.5A$، $2200\,W$، $15Hz$

آزمایش DC: $13.5\,V$، $64A$

مدار معادل این موتور را بیابید. منحنی مشخصه گشتاور - سرعت موتور را رسم کنید.

حل: مدار معادل موتور در آزمایش DC در شکل ۷-۱۸ نشان داده شده است، با توجه به این شکل داریم:

$$2R_1 = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} = \frac{13.5}{64} = 0.21\Omega \Rightarrow R_1 = 0.105\Omega$$



شکل ۷-۱۸ مدار معادل موتور در آزمایش DC

از آزمایش بی‌باری در فرکانس $60Hz$ داریم:

$$X_1 + X_M = \frac{V_\phi}{I_{nl}} = \frac{208/\sqrt{3}}{22} = 5.455\Omega$$

از آزمایش رتور قفل‌شده در فرکانس $15Hz$ داریم:

$$|Z'_{LR}| = |R_{LR} + jX'_{LR}| = \frac{V_\phi}{I_{LR}} = \frac{24.6/\sqrt{3}}{64.5} = 0.2202\Omega$$

$$\theta'_{LR} = \cos^{-1}\frac{P_{LR}}{S_{LR}} = \cos^{-1}\frac{2200}{\sqrt{3}(24.6)(64.5)} = 36.82^\circ$$

$$R_{LR} = |Z'_{LR}|\cos\theta_{LR} = (0.2202)\cos(36.82^\circ) = 0.176\Omega$$

$$R_1 + R_2 = 0.176\Omega \xrightarrow{R_1 = 0.105\Omega} R_2 = 0.071\Omega$$

$$X'_{LR} = |Z'_{LR}|\sin\theta_{LR} = (0.2202)\sin(36.82^\circ) = 0.132\Omega$$

$$X_{LR} = X'_{LR} \times \frac{60Hz}{15Hz} = 0.528\Omega$$

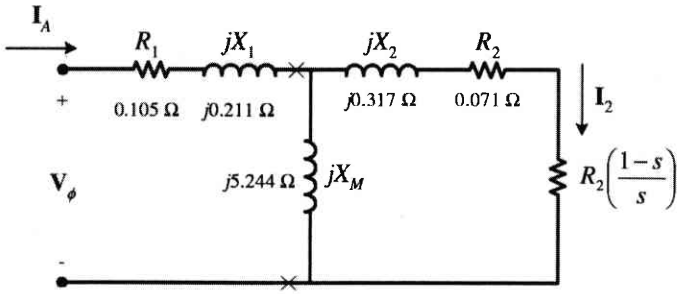
با توجه به کلاس موتور، X_1 و X_2 مشخص می‌شوند. در موتور کلاس B داریم:

$$X_1 = 0.40X_{LR} = 0.211\Omega \quad , \quad X_2 = 0.60X_{LR} = 0.317\Omega$$

$$X_M = 5.455\Omega - 0.211\Omega = 5.244\Omega$$

بنابراین داریم:

در نتیجه مدار معادل شکل ۷-۱۹ بدست می‌آید.

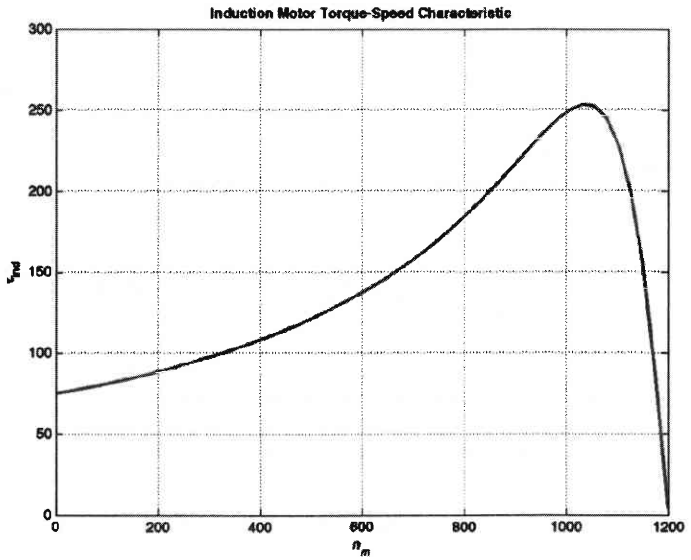


شکل ۷-۱۹ مدار معادل موتور مسئله ۷-۱۸

برای رسم منحنی مشخصهٔ گشتاور - سرعت موتور برنامه زیر را در محیط MATLAB نوشته و اجرا می‌کنیم.

```
% M-file: prob7_18.m
% M-file create a plot of the torque-speed curve of the
% induction motor of Problem 7-18.
% First, initialize the values needed in this program.
r1 = 0.105; % Stator resistance
x1 = 0.211; % Stator reactance
r2 = 0.071; % Rotor resistance
x2 = 0.317; % Rotor reactance
xm = 5.244; % Magnetization branch reactance
v_phase = 208 / sqrt(3); % Phase voltage
n_sync = 1200; % Synchronous speed (r/min)
w_sync = 125.7; % Synchronous speed (rad/s)
% Calculate the Thevenin voltage and impedance from Equations
% 7-41a and 7-43.
v_th = v_phase * ( xm / sqrt(r1^2 + (x1 + xm)^2) );
z_th = ((j*xm) * (r1 + j*x1)) / (r1 + j*(x1 + xm));
r_th = real(z_th);
x_th = imag(z_th);
% Now calculate the torque-speed characteristic for many
% slips between 0 and 1. Note that the first slip value
% is set to 0.001 instead of exactly 0 to avoid divide-
% by-zero problems.
s = (0:1:50) / 50; % Slip
s(1) = 0.001;
nm = (1 - s) * n_sync; % Mechanical speed
% Calculate torque versus speed
for ii = 1:51
t_ind(ii) = (3 * v_th^2 * r2 / s(ii)) / ...
(w_sync * ((r_th + r2/s(ii))^2 + (x_th + x2)^2) );
end
% Plot the torque-speed curve
figure(1);
plot(nm,t_ind,'b-','LineWidth',2.0);
xlabel('\bf\itn_{m}');
ylabel('\bf\tau_{ind}');
title ('\bfInduction Motor Torque-Speed Characteristic');
grid on;
```

با اجرای برنامه منحنی مشخصه گشتاور - سرعت موتور به‌صورت شکل ۷-۲۰ بدست می‌آید.



شکل ۷-۲۰ منحنی مشخصهٔ گشتاور - سرعت موتور

(۷-۱۸) یک موتور القایی $460V$، چهارقطبی، $50hp$، $60Hz$ سه‌فاز با اتصال Y وقتی با تغذیهٔ $460V$ و $60Hz$ کار می‌کند، گشتاور بار کامل خود را به ازای لغزش ۳/۸ درصد تولید می‌کند. امپدانس‌های مدار معادل هر فاز موتور به قرار زیر است:

$$R_1 = 0.33\Omega \qquad X_1 = 0.42\Omega$$
$$X_2 = 0.42\Omega \qquad X_M = 30\Omega$$

در این سوال از تلفات مکانیکی، هسته و پراکندگی صرف‌نظر شده است.

الف) مقدار مقاومت رتور R_2 چقدر است؟

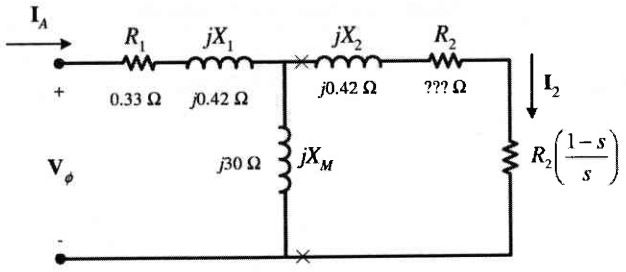
ب) τ_{max}، s_{max} و سرعت رتور در گشتاور حداکثر را بدست آورید.

ج) گشتاور راه‌اندازی موتور چقدر است؟

حل: مدار معادل موتور در شکل ۷-۲۱ نشان داده شده است. معادل تونن ورودی برابر است با:

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} = \frac{(j30)(0.33 + j0.42)}{(0.33) + j(0.42 + 30)} = 0.321 + j418\Omega = 0.527\angle 52.5^\circ\Omega$$

$$V_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + j(X_1 + X_M)}V_\phi = \frac{(j30)}{(0.33) + j(0.42 + 30)}(256.6\angle 0) = 262\angle 0.6^\circ V$$



شکل ۷-۲۱ مدار معادل موتور

وقتی از تلفات صرف‌نظر می‌کنیم، گشتاور القایی با گشتاور بار برابر می‌شود. در بار کامل، توان خروجی موتور $50hp$ است و لغزش نیز در بار کامل ۳/۸ درصد است، بنابراین داریم:

$$n_s = \frac{120f_e}{P} = \frac{120(60)}{4} = 1800r/\min$$

$$n_m = (1-0.038)\times 1800rpm = 1732rpm$$

$$\omega_s = 1800\times\frac{2\pi}{60} = 188.5rad/s$$

$$\tau_{ind} = \tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{50\times 746}{1732\times\frac{2\pi}{60}} = 205.7N.m$$

رابطه گشتاور القایی به‌صورت زیر است، مقدار گشتاور را داریم و سایر پارامترها هم معلوم هستند، بنابراین R_2 بدست می‌آید. داریم:

$$\tau_{ind} = \frac{3V_{TH}^2 R_2/s}{\omega_s\left[(R_{TH}+R_2/s)^2+(X_{TH}+X_2)^2\right]}$$

$$\tau_{ind} = \frac{3(262)^2\times R_2/s}{(188.5)\left[(0.321+R_2/s)^2+(0.418+0.42)^2\right]} = 205.7N.m$$

$$R_2/s = 0.156,\quad 4.513 \Rightarrow R_2 = 0.0059\Omega,\quad 0.172\Omega$$

دو مقدار برای R_2 بدست آمد. منحنی گشتاور سرعت برای دو مقدار بدست آمده در شکل ۷-۲۲ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، فقط به ازای مقاومت $R_2 = 0.172\Omega$ منحنی گشتاور پایدار است.

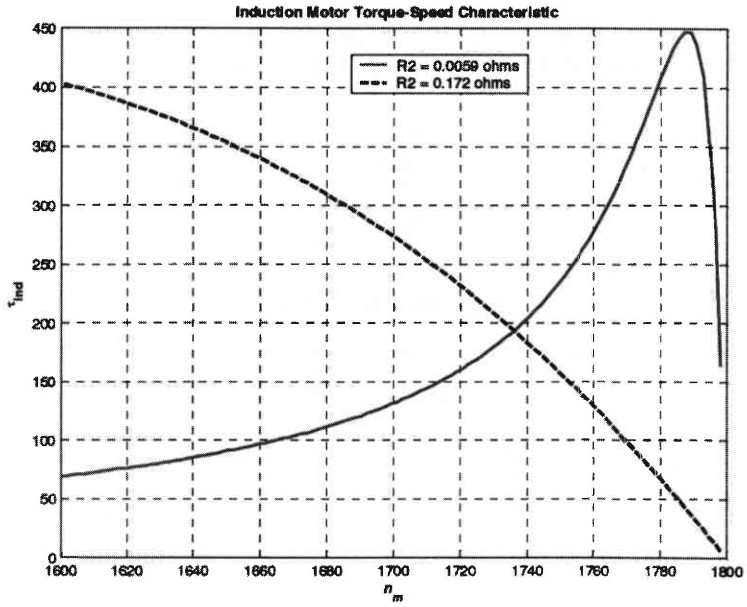
ب) لغزش در گشتاور حداکثر برابر است با:

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2+(X_{TH}+X_2)^2}} = \frac{0.172}{\sqrt{(0.172)^2+(0.418+0.420)^2}} = 0.192$$

و گشتاور حداکثر برابر است با:

$$\tau_{\max} = \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_s\left[R_{TH}+\sqrt{R_{TH}^2+(X_{TH}+X_2)^2}\right]}$$

$$\tau_{\max} = \frac{3(262)^2}{2(188.5)\left[0.321+\sqrt{(0.321)^2+(0.418+0.420)^2}\right]} = 488N.m$$



شکل ۷-۲۲ مشخصه‌های گشتاور – سرعت موتور

ج) گشتاور راه‌اندازی برابر است با: (گشتاور راه‌اندازی یعنی گشتاور در لغزش ۱)

$$\tau_{ind} = \frac{3V_{TH}^2 R_2 / s}{\omega_s \left[(R_{TH} + R_2 / s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2 \right]}$$

$$\tau_{ind} = \frac{3\,(262)^2 \times 0.171/1}{(188.5)\left[(0.321 + 0.172/1)^2 + (0.418 + 0.42)^2 \right]} = 199N.m$$