

خودآزمایی C.A.S-های آنلاین

سطح آزمون: استقاده مقدماتی از سلازمای جبر کامپیوتری

مدت آزمون: ∞ دقیقه

مدرس: شیرین امامی پور

emamipour@bam.ac.ir

۱.

(الف) با جانشانی $t = 2$ در $x(t) = 49t + 245e^{-\frac{t}{5}} - 245$ مقدار $x(2)$ را با تقریب دو رقم اعشاری بیابید.

(ب) ریشه‌های حقیقی (real solutions) معادله $49t + 245e^{-\frac{t}{5}} - 545 = 0$ را هم به شکل بسته و هم با تقریب پنج رقم اعشاری پیدا کنید.

(ج) ریشه مثبت قسمت قبل را T بنامید و برای $v(t) = 49(1 - e^{-\frac{t}{5}})$ مقدار $v(T)$ را با تقریب دو رقم اعشاری محاسبه کنید.

۲. ریشه‌های حقیقی هر معادله جبری زیر را به شکل بسته و سپس به ترتیب قسمت الف تا ج تا پنج، چهار و سه رقم اعشاری پیدا کنید.

$$\ln|2 - t| = 1 - 3t \quad (\text{الف}) \quad \ln\left(\frac{900}{p_0 - 900}\right)^2 = 12 \quad (\text{ب}) \quad 25e^{-0.45r} = \frac{1}{2} \quad (\text{ج})$$

۳.

(الف) جواب‌های حقیقی معادله $18e^{-2t} + 21e^{-3t} = 0$ را هم به شکل بسته و هم با تقریب چهار رقم اعشاری محاسبه کنید.

(ب) ریشه مثبت قسمت قبل را در $9e^{-2t} - 7e^{-3t}$ جانشانی کنید و حاصل را هم به کسر و هم با تقریب چهار رقم اعشاری بیابید.

(ج) مقادیر حقیقی که در $245 \ln\left(\cosh\left(\frac{T}{5}\right)\right) = 300$ صدق می‌کند را هم به شکل بسته و هم با تقریب چهار رقم اعشار بیابید.

(د) مقادیر حقیقی T که در رابطه $e^{\frac{-\ln 2}{1620}T} = \frac{2}{4}$ صدق می‌کند را هم به شکل بسته و هم با تقریب دو رقم اعشار بیابید.

۴. با فرض $\ln|v - 49| = \frac{-t}{5} + k$ متغیر v را به عنوان تابعی از t بیابید. درباره مقدار ثابت به دست آمده در این تابع چه چیزی می‌توان گفت؟ چرا؟

۵. اولین نقطه ماکزیمم موضعی منحنی تابع $y(t) = \frac{4}{5} \sin t + \frac{4}{5} \cos t - \frac{4}{5}e^{-\frac{t}{5}}$ به ازای $t > 0$ را پیدا کنید. توجه: برای حل، کافی است مسأله به قسمت‌های ذیل خرد و هر یک را جداگانه حل کنید تا پاسخ اصلی در دو قسمت آخر پیدا شود.

(الف) ضابطه تابع $y'(t)$ را پیدا کنید و سپس ریشه‌های مثبت حقیقی معادله جبری $y'(t) = 0$ را بیابید. (با دقت چهار رقم اعشار)

(ب) ضابطه تابع $y''(t)$ را پیدا و سپس کوچکترین ریشه قسمت (ب) که در رابطه $y''(t) < 0$ صدق می‌کند را پیدا کنید و آن را $t_{\max}$ بنامید.

(ج) بعد از یافتن مقدار $y(t_{\max})$ ، اولین نقطه ماکزیمم موضعی تابع به صورت $(t_{\max}, y_{\max})$ است. (تقریب‌ها با دقت چهار رقم اعشار)

۶. اولین نقطه مینیمم موضعی منحنی تابع $y(t) = \frac{4}{5} \sin t + \frac{4}{5} \cos t - \frac{4}{5}e^{-\frac{t}{5}}$ به ازای $t > 0$ را پیدا کنید.

۷. تابع $y(t) = \frac{21-6t}{8} + (y_0 - \frac{21}{8})e^{-\frac{t}{3}}$ مفروض است. توجه: هدف این مسأله، یافتن y_0 به گونه‌ای است که منحنی تابع به محور افقی مماس شود.

(الف) ضابطه تابع $y'(t)$ را پیدا کنید.

(ب) شکل بسته ریشه مثبت حقیقی معادله جبری $y'(t) = 0$ را بر حسب y_0 بیابید و آن را t_h بنامید.

(ج) ریشه حقیقی y_0 از معادله جبری $y(t_h) = 0$ را هم به شکل بسته و هم با تقریب چهار رقم اعشار پیدا کنید.

۸. کوچکترین مقدار مثبت حقیقی t را پیدا کنید که در رابطه $\left| 2e^{\frac{t}{6}} \cos\left(\frac{\sqrt{23}}{6}t\right) - \frac{2}{\sqrt{23}}e^{\frac{t}{6}} \sin\left(\frac{\sqrt{23}}{6}t\right) \right| = 10$ صدق کند. (با دقت چهار رقم اعشار)

۹. معادله $2e^{-t} \cos(\sqrt{5}t) + \frac{\alpha+2}{\sqrt{5}}e^{-t} \sin(\sqrt{5}t) = 0$ مفروض است. (توجه: α یک پارامتر است).

(الف) به ازای $t = 1$ ، مقدار پارامتر α را بیابید. (هم به شکل بسته و هم با تقریب اعشار)

(ب) کوچکترین مقدار مثبت حقیقی t را بر حسب پارامتر α طوری پیدا کنید که در معادله داده شده صدق کند.

”همواره شاد و سیرز باشید“

emamipour@bam.ac.ir