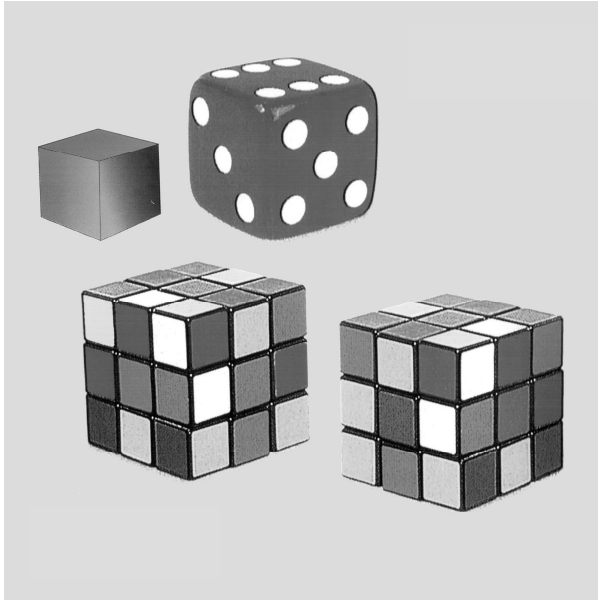
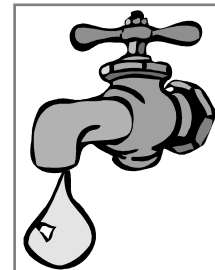




## فصل، منقسم

### اندازه گیری سطح و حجم



درس اول : مقایسه و اندازه گیری سطح

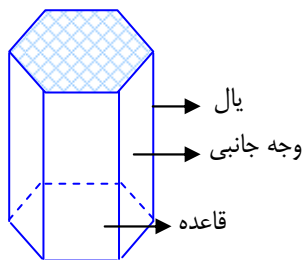
درس دوم : مساحت شکل های هندسی

حل مسئله و راهبرد حذف حالت های نامطلوب

درس سوم : مقایسه و اندازه گیری حجم

درس چهارم : حجم شکل های هندسی

سخت کوشانه ( یادآوری فصل ۷ )

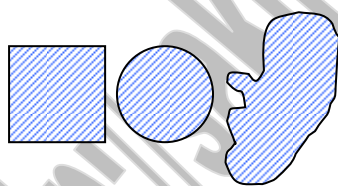
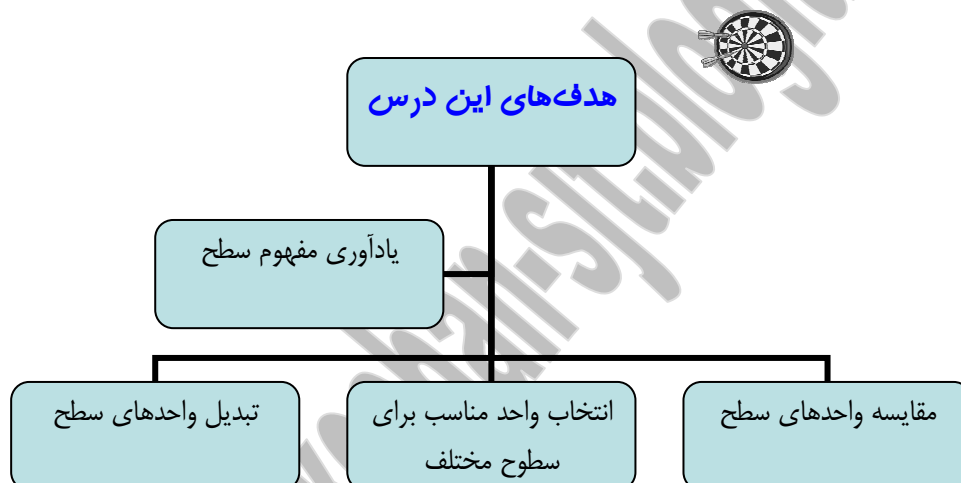


مشهور شش پهلوی



پایه های پنجم و ششم ابتدایی سخت کوشان

## مقایسه و اندازه گیری سطح



می دانید که به اندازه ی سطح هر شکلی مساحت آن شکل گفته می شود برای این که مساحت را اندازه بگیریم ابتدا نیاز به واحدی داریم که خود آن واحد داراری سطح باشد و « مربع » مناسب ترین واحد است. البته ضلع مربع می تواند خود به طور

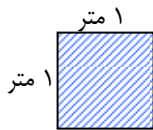
مثال ۱ میلی متر یا ۱ سانتی متر یا ... باشد. هر مربعی با هر اندازه ای برای اندازه گیری هر مساحتی مناسب نیست، مناسب ترین واحد برای اندازه گیری مساحت، مربعی است که اندازه ی هر ضلع آن واحد اندازه گیری طول باشد.

## توضیح برخی از واحدهای سطح



سانتی متر مربع  $1 \times 1 = 1$

**سانتی متر مربع:** مساحت مربعی است که طول هر ضلع آن ۱ سانتی متر باشد. از این واحد برای اندازه گیری سطح کتاب، میز تحریر، کاغذ و ... استفاده می گردد.



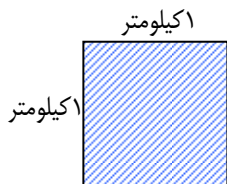
متر مربع  $1 \times 1 = 1$

**متر مربع:** مساحت مربعی است که طول هر ضلع آن ۱ متر باشد. از این واحد برای اندازه گیری اتاق، منزل، فرش، حیاط و ... استفاده می گردد.



متر مربع  $100 \times 100 = 10000$

**هکتار:** مساحت مربعی است که طول هر ضلع آن ۱۰۰ متر باشد، این واحد مخصوص اندازه گیری زمین های کشاورزی می باشد و برابر با ۱۰۰۰۰ متر مربع است.



کیلومتر مربع  $1 \times 1 = 1$

**کیلومتر مربع:** مساحت مربعی است که طول هر ضلع آن ۱ کیلومتر (۱۰۰۰ متر) باشد، از این واحد برای بیان مساحت استان ها، کشورها، قاره ها و ... استفاده می گردد.

**نکته ۱:** هر کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر است لذا یک کیلومتر مربع برابر با  $1000 \times 1000$

یعنی ۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع می باشد و چون هر هکتار ۱۰۰۰۰ متر مربع است پس

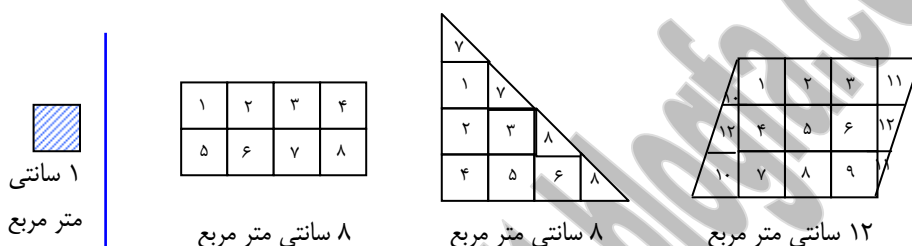
یک کیلومتر مربع برابر ۱۰۰ هکتار نیز می باشد.

|          |       |         |
|----------|-------|---------|
| متر مربع | ۱۰۰۰۰ | ۱۰۰۰۰۰۰ |
| هکتار    | ۱     |         |

$$\square = \frac{1 \times 1000000}{10000} = 100$$

برای اندازه گیری سطح ما می توانیم با کاشی کاری و استفاده از مربع، مثلث متساوی الاضلاع و یا شش ضلعی منتظم، این کار را انجام دهیم.

البته ابتدا باید به این نکته توجه کرد که برای پوشان سطح آن شکل ( کاشی کاری با مربع) کدامیک از مربع های فوق مناسب تر است و سپس سطح آن شکل را با این مربع ها پوشانده و تعداد را محاسبه کرد.



**نکته ۱:** در اندازه گیری مساحت اشکال مختلف همیشه از مربع کامل نمی توان استفاده کرد و با توجه به نوع شکل از نصف یا ثلث یا تکه هایی از مربع واحد استفاده می شود و سطح شکل با آن ها کاشی کاری می گردد و در نهایت مجموع آن ها مربع مساحت شکل خواهد بود.

**نکته ۲:** واحد استاندارد که بیشتر مورد استفاده قرار می گیرد « متر مربع » می باشد که البته برای دقت بیشتر در اندازه گیری از واحدهای کوچک تر نظیر « میلی متر مربع، سانتی متر مربع و ... » نیز استفاده می شود و یا برای سطوح بزرگ تر از واحدهای بزرگ تر مانند « کیلومتر مربع و ... »



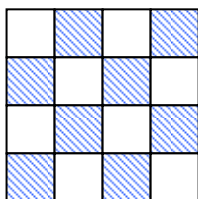
پایه های پنجم و ششم ابتدایی سنجش کوشش

## کار در خانه

۱- در شکل مقابل در هر ردیف افقی و عمودی چهار مربع هست که مساحت

هر مربع کوچک برابر با ۱ سانتی متر مربع است.

الف) مساحت شکل چند سانتی متر مربع می باشد؟

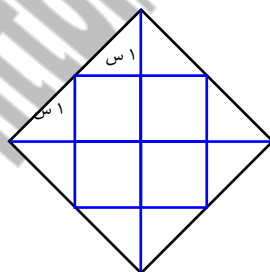


ب) اگر در هر ردیف به جای ۴ مربع، ۸ مربع باشد مساحت شکل چند سانتی متر مربع خواهد بود؟

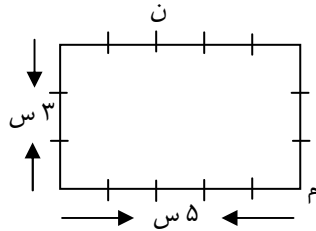
ج) در همین شکل  $(8 \times 8)$  مساحت شکل چند متر مربع می باشد؟

د) اگر در هر ردیف ۲۵ برابر مربع های فعلی شکل،  $(4 \times 4)$  مربع وجود داشته باشد مساحت آن شکل چند سانتی متر مربع خواهد بود؟

ه) مساحت این شکل چند متر مربع است.



۲- مساحت شکل مقابل چند سانتی متر مربع است.



۳- مساحت شکل مقابل را محاسبه کنید.

نقطه ی (ن) را با خط کش به نقطه ی «م» متصل کنید.

شکل سمت چپ را شماره ۱ و شکل سمت راست را

شماره ۲ بگذارید.

- شکل شماره ی ۱ چه شکلی است؟

مساحت آن چند سانتی متر مربع است؟

- شکل شماره ۲ چه شکلی است؟

مساحت آن چند سانتی متر مربع است؟

- آیا مجموع مساحت های این دو شکل با مساحت مستطیل اولیه برابر است؟

۴- مانند نمونه واحدهای اندازه گیری را به هم تبدیل کنید ( به یکی از دو روش گفته شده)

۳ کیلومتر مربع = ..... متر مربع

|              |         |   |
|--------------|---------|---|
| متر مربع     | ۱۰۰۰۰۰۰ |   |
| کیلومتر مربع | ۱       | ۳ |

$$\square = \frac{3 \times 1000000}{1} = 3000000$$

روش اول:

$$3 \times (1000 \times 1000) = 3000000$$

روش دوم:

- ۲۰۰۰۰۰ سانتی متر مربع = ..... متر مربع

-  $\frac{2}{5}$  کیلومتر مربع = ..... هکتار

-  $3000$  سانتی متر مربع = ..... متر مربع

-  $0/07$  متر مربع = ..... میلی متر مربع

-  $6$  سانتی متر مربع = ..... دسی متر مربع

۵- اگر مساحت زمینی  $80000$  سانتی متر مربع باشد مساحت این زمین چند هکتار است (پیشنهاد

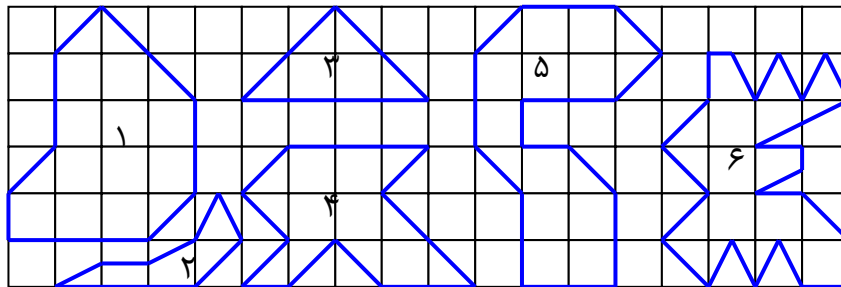


می گردد زیر مسئله نوشته شود)

۶- برای اندازه گیری هر یک از موارد نوشته شده کدام واحد سطح مناسب تر است؟

|                 |                   |                      |
|-----------------|-------------------|----------------------|
| مساحت اتاق خواب | مساحت یک برگ کاغذ | مساحت یک زمین هندبال |
| مساحت ایران     | مساحت قاره ی آسیا | مساحت زمین کشاورزی   |

۷- مساحت هر مربع کوچک را ۱ سانتی متر مربع در نظر گرفته و مساحت شکل های زیر را بنویسید  
(عدد صحیح، کسری، عدد مخلوط و ...)



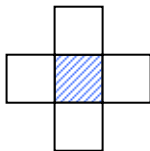
شکل ۳:

شکل ۲:

شکل ۱:

شکل ۵:

شکل ۴:



۷- محیط شکل مقابل ۹۶ سانتی متر است.

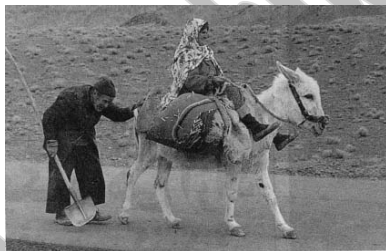
الف) مساحت مربع هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟

ب) مساحت مربع هاشور خورده چنددسی متر مربع است؟

۸- مزرعه ای است مستطیل شکل به طول ۳۰۰ متر و عرض ۰/۱ کیلومتر،

الف) مساحت این زمین چند متر مربع است؟

ب) مساحت این زمین چند هکتار است؟



۹- به اندازه ی سطح هر شکل چه می گویند؟

☐ گنجایش

☐ حجم

☐ مساحت

☐ محیط

۱۰- اگر مساحت شکلی ۱ متر مربع باشد یعنی می توان سطح آن جسم را با ..... مربع به ضلع ۱

سانتی متر کاشی کاری کرد و پوشاند.

☐ ۱۰۰۰۰ مربع

☐ ۱۰۰ مربع

☐ ۱۰ مربع

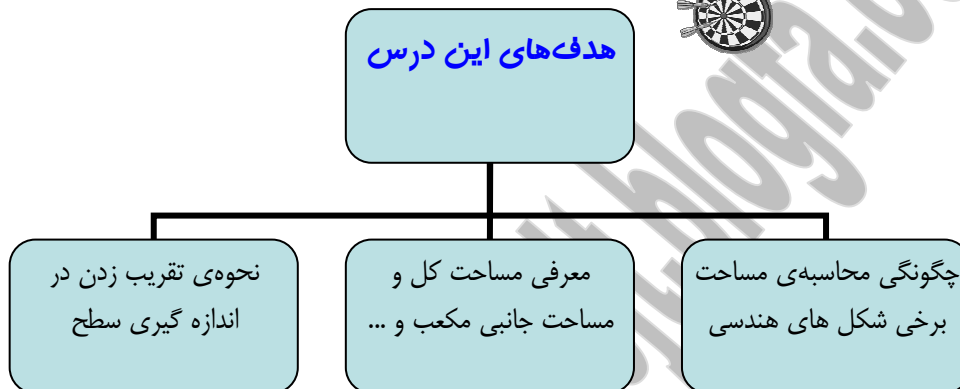
☐ ۱ مربع



## مساحت شکل های هندسی



### هدف های این درس



در سال های گذشته و در پایه های قبلی در مورد مساحت برخی شکل ها و طریقه ی محاسبه ی آن مطالب زیادی آموخته اید که برخی از آن ها جهت یادآوری به طور خلاصه نوشته می شود.

$$\text{مساحت مربع} = \begin{cases} \text{خودش} \times \text{اندازه ی یک ضلع} \\ ۲ \div (\text{قطر} \times \text{قطر}) \end{cases}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$\text{مساحت مثلث} = ۲ \div (\text{ارتفاع} \times \text{قاعده})$$

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده}$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = ۲ \div (\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده})$$

$$\text{مساحت لوزی} = ۲ \div (\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ})$$

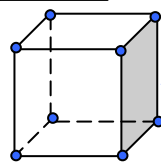
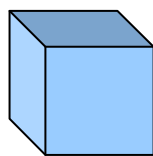
$$\text{مساحت دایره} = \text{عدد پی} \times (\text{شعاع} \times \text{شعاع})$$

$$\text{مساحت بیضی} = \text{عدد پی} \times (\text{نصف قطر بزرگ} \times \text{نصف قطر کوچک})$$

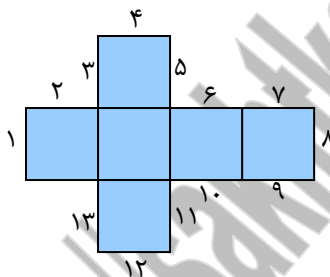
در اشکال فضایی نیز می توان مساحت وجوه شکل را محاسبه نمود و واحد اندازه گیری نیز همان «مربع» است ( مثلاً متر مربع یا سانتی متر مربع یا ....) به هر طرف یا سمت این اشکال «وجه» گفته می شود مثلاً مکعب ( ۶ وجه دارد) لذا چنان چه تمام وجه ها با یکدیگر مساوی باشند آن شکل را «چند وجهی منتظم» و اگر مساوی نباشند «چند وجهی غیر منتظم» می نامند.

**نکته:** فقط پنج نوع چند وجهی منتظم وجود دارد، چهار وجهی، شش وجهی ( مکعب)، هشت وجهی، دوازده وجهی و بیست وجهی.

### مکعب



به مکعب شش وجهی منتظم نیز گفته می شود بدین علت که شش وجه مربع شکل و مساوی دارد. محل برخورد ابعاد مکعب را **رأس** مکعب گفته و به ضلع هایی که رأس های مکعب را وصل می کنند **یال** می گویند. هر مکعب ۱۲ یال ( ضلع یا بُعد) مساوی، ۸ رأس، ۴ قطر مساوی، ۲۴ زاویه قائمه و ۱۳ خط تقارن دارد.



گسترده مکعب از شش مربع مساوی تشکیل شده است و ۱۴ یال (ضلع) مساوی دارد که محیط آن را تشکیل می دهد.

سطح کل مکعب یعنی مجموع مساحت های ۶ وجه آن و سطح جانبی یعنی ۴ طرف آن (بجز بالا و پایین)

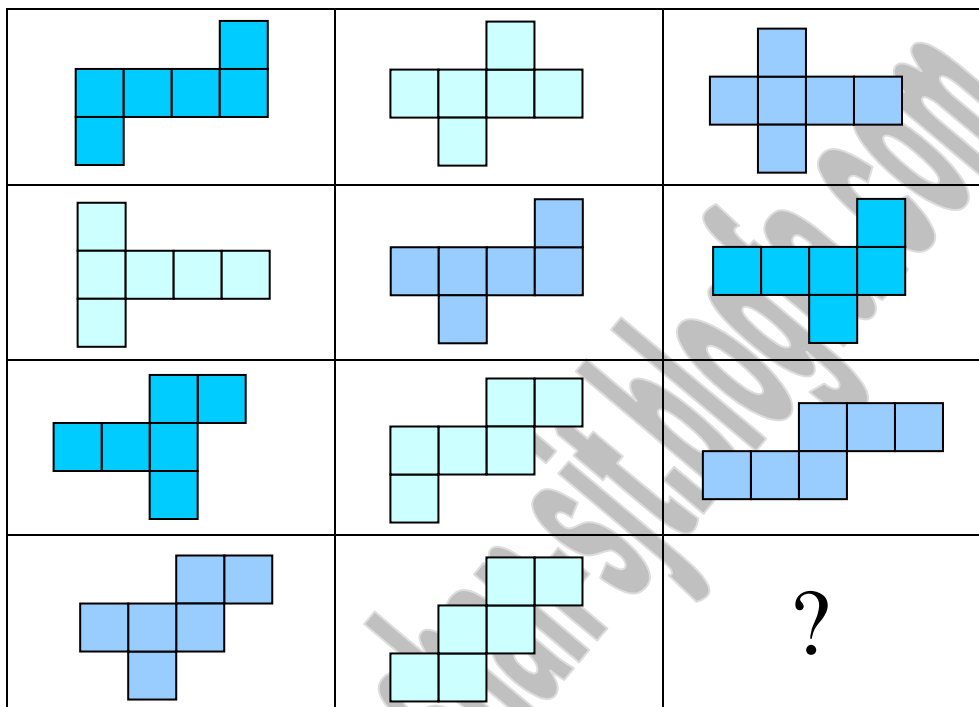
$۶ \times \text{مساحت یک مربع} = \text{سطح کل مکعب}$

$۴ \times \text{مساحت یک مربع} = \text{مساحت جانبی مکعب}$

**مثال:** مساحت کل یک مکعب به ابعاد « ۴ » سانتی متر را حساب کنید.

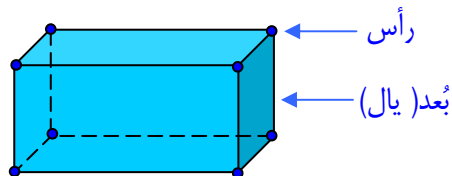
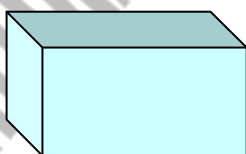
سانتی متر مربع  $۹۶ = (۴ \times ۴) \times ۶$

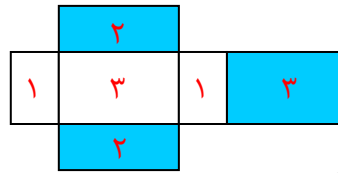
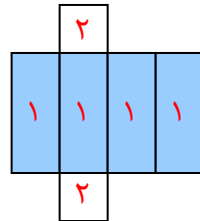
هر یک از اشکال زیر می تواند گسترده ی یک مکعب باشد.



### مکعب مستطیل

مکعب مستطیل یا ۶ وجهی از ۶ مستطیل که دوجه دو با هم مساویند تشکیل شده است که البته می تواند ۴ مستطیل و ۲ مربع هم باشد و گسترده ی آن می تواند به این شکل ها باشد.  
هر مکعب مستطیل ۱۲ ضلع ( ۴ طول مساوی و ۴ عرض مساوی و ۴ ارتفاع مساوی )، ۴ قطر مساوی و ۸ رأس دارد.





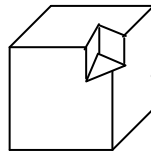
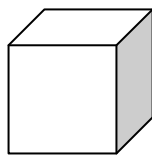
مجموع مساحت های هر شش وجه = مساحت کل  $\Rightarrow$

$$2 \times \text{عرض} \times \text{طول} + 2 \times \text{ارتفاع} \times \text{طول} + 2 \times \text{ارتفاع} \times \text{عرض}$$

سطح کل

**مثال:** برای ساختن یک کارتن به ابعاد « ۳، ۴ و ۵ » سانتی متر، چند سانتی متر مربع مقدار لازم است؟

$$\text{سانتی متر مربع } 94 = 40 + 30 + 24 = (4 \times 5) \times 2 + (3 \times 5) \times 2 + (3 \times 4) \times 2$$

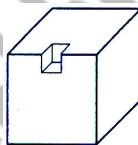
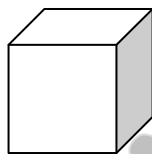


**نکته ۱:** اگر از گوشه ی یک مکعب مستطیل و یا

مکعب، قسمتی از آن را ( به شکل مکعب یا مکعب

مستطیل) جدا کنیم مساحت قسمت رنگ شده و یا

مقداری که رنگ مصرف شده با مساحت یا مقدار رنگ مصرفی شکل اولیه تفاوتی ندارد.



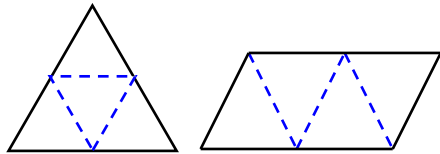
**نکته ۲:** اگر از یک مکعب مستطیل و یا مکعب، قسمتی

از آن را (به شکل مکعب یا مکعب مستطیل) مطابق شکل

مقابل جدا کنیم مساحت قسمت های رنگ شده یا مقدار

رنگ مصرف شده در شکل اولیه کم تر می باشد.

## چهار وجهی منتظم



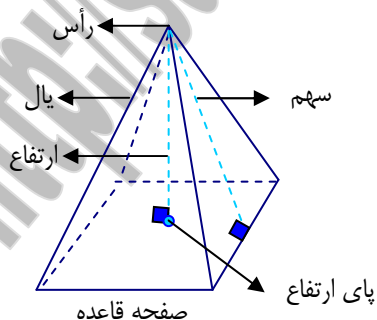
از چهار مثلث متساوی الاضلاع برابر تشکیل شده است که برای نشان دادن آن کافی است که وسط اضلاع یک مثلث متساوی الاضلاع را به همدیگر وصل کنیم.

**نکته ۱:** در گسترده چهار وجهی منتظم ضلع مثلث دو برابر یال چهار وجهی منتظم می باشد یعنی هر ضلع دو یال است.

**نکته ۲:** قاعده در اشکال مسطح پاره خطی است که ارتفاع بر آن عمود شده است ولی قاعده در اشکال فضایی سطحی است که روی صفحه قرار می گیرد.

**نکته ۳:** چهار وجهی منتظم، چهار وجه مساوی ( به شکل مثلث متساوی الاضلاع)، ۶ یال (ضلع) مساوی و ۴ رأس دارد.

**هرم:** هرم در لغت به معنی سخت پیر گردیدن و کلان سال شدن است و در اصطلاح هندسه حجمی است که قاعده ی آن یک چند ضلعی و وجوه جانبی اش مثلث هایی باشند که همه به یک رأس مشترک ( رأس هرم) منتهی می شوند. به عبارتی شکلی سه بعدی است که از اتصال نقطه ای در فضا به تمام نقاط شکل بسته در صفحه بوجود می آید، به آن نقطه «رأس هرم» و به آن شکل «قاعده هرم» گفته می شود. اگر قاعده ی هرم مثلث یا مربع باشد به ترتیب «هرم مثلث القاعده» و «هرم مربع القاعده» نامیده می شود و اگر قاعده هرم (شکل هرمی) دایره باشد به آن «مخروط» می گویند.



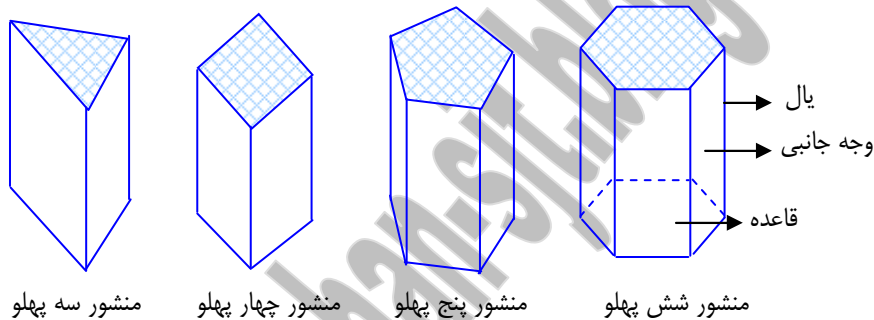
$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{مساحت جانبی هرم}$$

$$\text{سهم} \times \text{محیط قاعده} \times \frac{1}{2} = \text{حجم هرم}$$

### منشور

منشور در لغت به معنی پراکنده، نشر شده، زنده شده و مبعوث شده است و در اصطلاح هندسه نام شکلی است که دو قاعده دارد که دو چند ضلعی مساوی هستند و بدنه منشور (سطح جانبی منشور) از مستطیل ها یا متوازی الاضلاع ها تشکیل شده است به عبارتی می توان گفت:

هرگاه دو چند ضلعی مساوی را در دو صفحه ی جداگانه و موازی با هم در نظر گرفته و رؤوس این دو چند ضلعی را نظیر به نظیر به همدیگر وصل نماییم، جسمی حاصل می شود که به آن **منشور** می گویند.

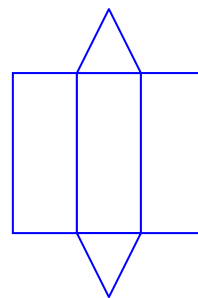


چون منشور شکل های متفاوتی می تواند داشته باشد لذا نمی توان فرمول خاصی تعیین کرد ولی به هر حال می توان گفت :

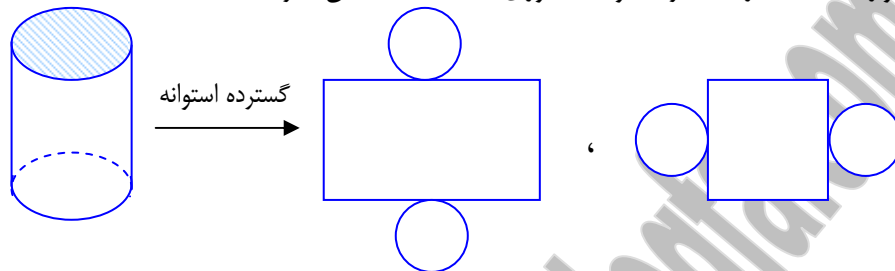
مجموع مساحت سطوح جانبی + مجموع مساحت های دو قاعده = مساحت کل منشور

$2 \times \text{مساحت یک دایره} = \text{مساحت دو قاعده منشور}$

مجموع مساحت های سطوح جانبی = مساحت جانبی منشور



**استوانه:** استوانه نام شکلی است که دو قاعده دارد که دو دایره مساوی هستند و بر جانی راست استوار است به عبارت دیگر: استوانه منشوری است که قاعده آن دایره باشد.



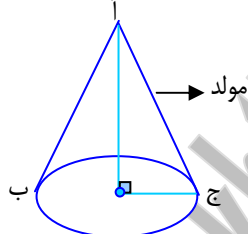
ارتفاع  $\times$  محیط قاعده ( دایره ) = مساحت جانبی استوانه

مساحت های دو قاعده + مساحت جانبی = مساحت کل استوانه

ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده ( دایره ) = حجم استوانه

**نکته ۱:** محیط دایره باید به اندازه عرض یا طول مستطیل و یا ضلع مربع باشد.

**مخروط:** به معنی خراشیده شده، تراشیده شده و خراطی شده است و در اصطلاح هندسه حجمی است که از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع آن به دست می آید. کله قند و کلاه بوقی نمونه هایی به شکل مخروط هستند.

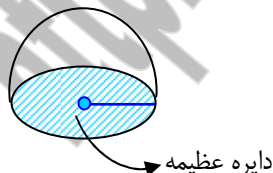


$$\text{مولد} \times \text{محیط قاعده} \times \frac{1}{2} = \text{مساحت جانبی مخروط}$$

$$\text{ارتفاع} \times \frac{1}{3} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم مخروط}$$

**نکته ۲:** به پاره خط «آب» یا «آج»، وتر مثلث قائم الزاویه ای که مخروط را بوجود آورده است مولد گفته می شود.

**کره:** به معنی گوی و آن چه به شکل گوی باشد و در اصطلاح هندسه شکلی است که از دوران نیم دایره حول قطرش بوجود می آید. مانند توپ، گوی چوگان و ...



$$\text{مساحت کره} = 4\pi r^2 \quad \text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

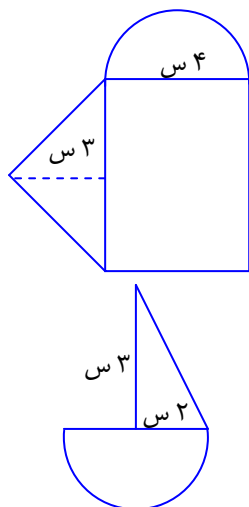
**نکته ۳:** (  $\pi$  = عدد پی ،  $r^2$  = مربع شعاع ،  $r^3$  = مکعب شعاع )



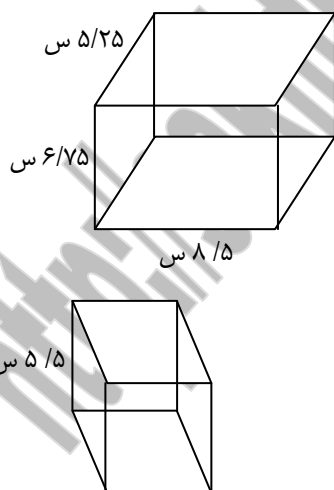
## کار در خانه

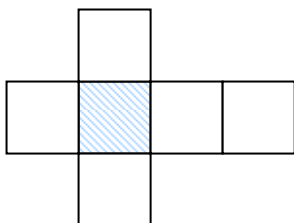
پایه های پنجم و ششم ابتدایی سند کوشان

۱- مساحت هر یک از شکل های زیر را محاسبه کنید ( در صورت لزوم با تقریب کم تر از ۱ به روش قطع کردن)



۲- مساحت کل، شکل های زیر را محاسبه کنید. ( در صورت لزوم بعد از محاسبه جواب ها را با تقریب کم تر از یک گرد کنید)





۳- محیط شکل مقابل ۷۰ سانتی متر است:

الف) ضلع مربع چند سانتی متر است.

ب) مساحت قسمت هاشور زده چند سانتی متر مربع است؟

ج) مساحت این شکل چند سانتی متر مربع است؟

۴- به کمک پدر یا مادر، ابعاد یخچال یا فریزر منزلتان را اندازه بگیرید و سپس؛

الف) اندازه های طول و عرض و ارتفاع یخچال را به ترتیب بنویسید.

طول = عرض = ارتفاع =

ب) در صورت لزوم این ابعاد را با تقریب کم تر از ۰/۱ گرد کنید.



ج) مساحت کل، یخچال را محاسبه کنید.

د) فرض کنید می خواهید این یخچال را رنگ بزنید! چه مساحتی را باید رنگ کنید؟

هـ) اگر برای هر متر مربع، ربع لیتر رنگ لازم باشد مقدار رنگ مورد نیاز را به طور تقریبی محاسبه کنید

(می توانید باز هم در صورت نیاز سطحی که باید رنگ شود را با تقریب کم تر از ۱ گرد کنید).

۵- اندازه ی ابعاد اتاق یاسمن «  $\frac{4}{3}$  ،  $\frac{6}{15}$  ،  $\frac{2}{85}$  » متر می باشد، او می خواهد اتاقش را به رنگ سال رنگ آمیزی کند ؛

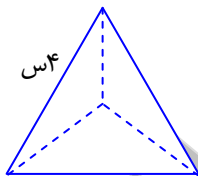
الف) ابتدا ابعاد را با تقریب کم تر از  $\frac{1}{10}$  گرد کنید و سپس حساب کنید چند متر مربع باید رنگ آمیزی شود.



ب) حالا با همان ابعاد اولیه، سطحی را که باید رنگ آمیزی شود محاسبه کنید و بعد عدد بدست آمده را با تقریب کم تر از  $\frac{1}{10}$  گرد کنید.

ج) آیا اندازه های بدست آمده از سطح با هم برابرند؟ چرا؟

د) اگر برای هر متر مربع رنگ آمیزی نیم لیتر رنگ مصرف گردد و قوطی های رنگ ۱ لیتری باشند حداقل به چند قوطی رنگ، نیاز داریم؟



۶- ارتفاع شکل مقابل ۳ سانتی متر است؛

الف) گسترده ی شکل مقابل را رسم کنید.

ب) مساحت گسترده ی این شکل را محاسبه کنید.

ج) این شکل ( گسترده چهار وجهی منتظم) از چند مثلث متساوی الاضلاع برابر تشکیل شده است؟

د) در این شکل ( گسترده ی چهار وجهی منتظم) چند مثلث دیده می شود؟

هـ) اگر مساحت قاعده آن ۸ سانتی متر مربع باشد مساحت کل این شکل چند سانتی متر مربع است؟

۷- عملیات مربوط به تبدیل واحدهای زیر را در چکنویس انجام داده و سپس جواب های صحیح را در جدول بنویسید.

|              |          |      |  |
|--------------|----------|------|--|
| کیلومتر مربع | ۳        | ۰/۰۵ |  |
| هکتار        | ۳۰۰      | ۲۰   |  |
| متر مربع     | ۳۰۰۰۰۰   | ۸۰۰۰ |  |
| دسی متر مربع | ۳۰۰۰۰۰۰۰ |      |  |

۸- ۸ کیلومتر مربع برابر با چند متر است؟

☐ ۸۰۰۰ متر ☐ ۸۰۰۰۰۰ متر

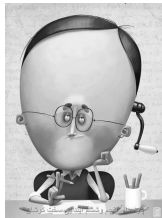
☐ ۸۰۰۰۰ متر ☐ قابل مقایسه با هم نیستند چو سختی ندارند

۹- اگر ۱ اندازه ضلع هر مکعبی ۲ برابر شود، مساحت جانبی آن چند برابر می شود؟

☐ ۸ ☐ ۶ ☐ ۲ ☐ ۴

۱۰- محیط یکی از وجه های مکعبی ۲۰ سانتی متر است محیط گسترده این مکعب چند سانتی متر است؟

☐ ۷۰ ☐ ۱۲۰ ☐ ۳۰ ☐ ۶۰



## حل مسئله (راهبرد حذف حالت های نامطلوب)



هدف های این درس

حذف حالت های نامطلوب و  
دست یابی به جواب مسئله

پیش بینی برخی حالت های  
ممکن

چگونگی استفاده از راهبرد و  
حذف حالت های نامطلوب

برای حل بعضی از مسئله ها می توانید همه حالت های ممکن را در نظر بگیرید سپس با توجه به شرایط موضوعی که در مسئله طرح شده است جواب ها و حالت های نامطلوب و غیر ممکن را حذف کرده تا به جواب دست پیدا کنید.

برای این که کلیه ی حالت های ممکن را بنویسیم بهتر است که از تفکر نظام دار استفاده کنید و پس از این که همه ی حالت های ممکن را نوشتیم از بین آن ها با توجه به سوالی که مطرح شده است پاسخ نهایی را پیدا کنید درباره تفکر نظام دار و نوشتن جدول و ... در فصول قبل توضیح داده شده است.

**مثال:** مجموع سه عدد طبیعی ۱۵ و حاصل ضرب آن ها ۱۰۵ است، آن سه عدد را پیدا کنید.

$$\triangle + \bigcirc + \square = 15$$

$$\triangle + \bigcirc + \square = 105$$

از طریق جدول نظام دار ابتدا با روش حدس و آزمایش سه عدد انتخاب کرده و نتیجه را بررسی می کنیم و حالت های نامطلوب را حذف کرده تا به جواب برسیم.

| اعداد حدسی | حاصل جمع          | حاصل ضرب                    | نتیجه |
|------------|-------------------|-----------------------------|-------|
| ۱۱ و ۲ و ۲ | $11 + 2 + 2 = 15$ | $11 \times 2 \times 2 = 44$ | غلط   |
| ۱۰ و ۳ و ۲ | $10 + 3 + 2 = 15$ | $10 \times 3 \times 2 = 60$ | غلط   |
| ۸ و ۴ و ۳  | $8 + 4 + 3 = 15$  | $8 \times 4 \times 3 = 96$  | غلط   |
| ۷ و ۵ و ۳  | $7 + 5 + 3 = 15$  | $7 \times 5 \times 3 = 105$ | درست  |



پایه های پنجم و ششم ابتدایی سبک کوشان

## کار در خانه

۱- گسترده ی یک مکعب می تواند اشکال مختلفی داشته باشد، ۴ نمونه را رسم کنید.

۲- کوچک ترین عدد سه رقمی هستم که از ۱۲۰ کم تر و بر ۳ بخش پذیرم. من چه عددی هستم؟  
الف) ابتدا کلیه اعداد سه رقمی کوچک تر از ۱۲۰ را بنویسید.

ب) از بین اعداد نوشته شده آن هایی را که بر ۳ بخش پذیر نیستند حذف و بقیه را بنویسید.

ج) از بین اعداد بخش پذیر بر ۳ و کم تر از ۱۲۰ که نوشته اید کوچک ترین عدد کدام است؟



۳- در یک معمای قدیمی گفته می شد که پیرمردی قصد داشت از رودخانه ای عبور کند و خودش را به کلبه اش برساند پیر مرد همراه خود یک روباه و یک خروس و یک کیسه گندم داشت. اولاً ظرفیت قایق محدود بود و به جز خودش فقط می توانست یکی از این ها را در قایق بگذارد و از رودخانه عبور کند و مشکل دومش هم این بود که باید این سه را به گونه ای با خود می برد که تا وقتی به آن طرف رودخانه می رسد و برای بردن آن یکی بر می گردد، اتفاقی نیفتاده باشد مثلاً خروس گندم ها را و یا روباه خروس را در غیاب او نخورده باشد.

**راهنمایی:** راه های ممکن را یکی یکی نوشته و حالت های نامطلوب را حذف کنید تا به جواب برسید

مثلاً:

حالت اول: مرحله ی اول روباه را با خود ببرد ← تا وقتی برگردد خروس گندم ها را خورده است.

حالت دوم: اول گندم را با خود ببرد ←

حالت سوم:

۴- مجموع سه عدد طبیعی ۱۳ و حاصل ضرب آن ها ۶۰ می شود، آن سه عدد را پیدا کند. ( با استفاده از راهبرد حذف حالت های نامطلوب)

۵- اگر بعد مکعبی  $\frac{1}{4}$  برابر شود مساحت کل آن مربع چه تغییری می کند؟ ( راهنمایی: مانند سؤال ۴ می توانید حل کنید.)

۲ برابر می شود ☐  $\frac{1}{4}$  برابر می شود ☐  $\frac{1}{4}$  برابر می شود ☐ فرقی نمی کند ☐

۶- اگر در تقسیمی مقسوم علیه دو برابر شود خارج قسمت چه تغییری می کند؟

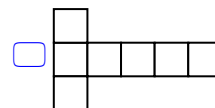
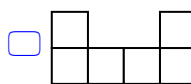
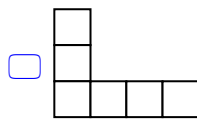
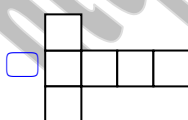
۲ برابر می شود ☐ ۴ برابر می شود ☐  $\frac{1}{4}$  برابر می شود ☐ فرقی نمی کند ☐

**راهنمایی:** در این سؤال چون یکی از چهار گزینه پاسخ صحیح است لذا می توانید از گزینه ی اول

شروع کرده و با انجام یک تقسیم درستی یا نادرستی آن را امتحان کنید بدین طریق پاسخ های

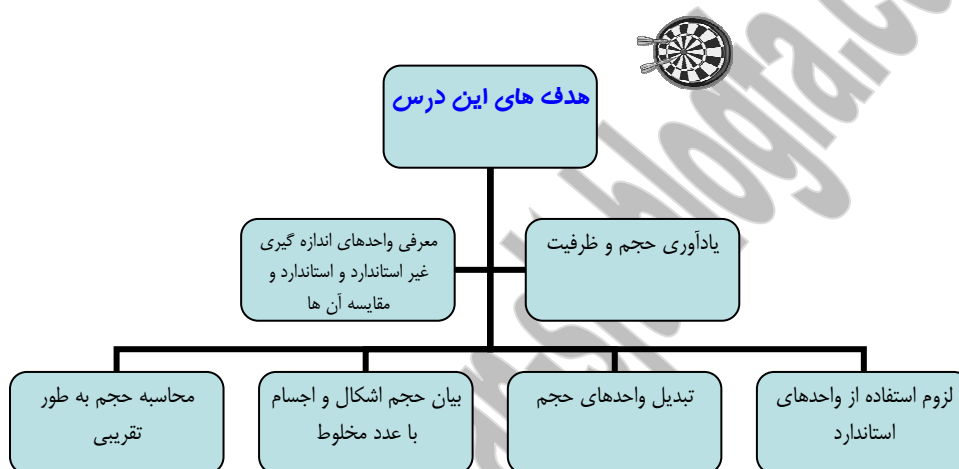
غلط ( حالت نامطلوب در این جا ) را کنار گذاشته تا به جواب برسید.

۷- کدام یک از اشکال زیر گسترده ی یک مکعب است؟



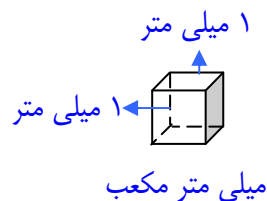
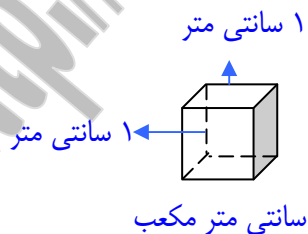


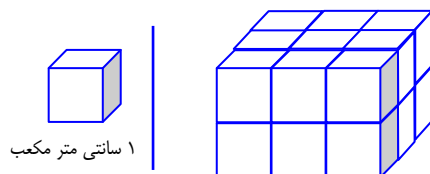
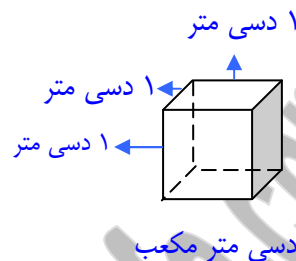
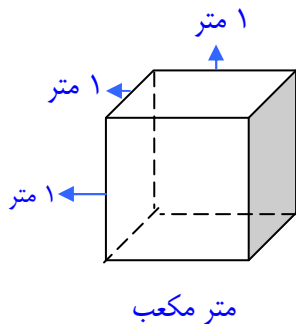
## مقایسه و اندازه گیری حجم



حجم در لغت به معنی برآمدگی و ستبری و بسامت چیزی می باشد و در اصطلاح هندسی گنجایش و ظرفیت جسم و آن مقداری از فضا که جسم آن را اشغال می کند را نشان می دهد.

همان طور که می دانید اشکال فضایی حجم داشته و برای اندازه گیری حجم آن ها باید واحدی داشته باشیم که خود نیز دارای حجم باشد و این واحد «مکعب» می باشد، فراموش نکنید که هر مکعبی برای اندازه گیری هر حجمی مناسب نیست و باید تشخیص داد که از کدام یک باید استفاده کرد (سانتی متر مکعب، متر مکعب و ...)





**مثال:** با توجه به مکعب داده شده (چینه) حجم شکل مقابل را محاسبه کنید (تعداد را نیز بشمارید)

**روش اول:** سه ردیف چینه داریم (مکعب هایی با ابعاد

۱ سانتی متر) که در هر ردیف دو تا طبقه ی سه تایی

داریم یعنی در هر ردیف ۶ تا و در نتیجه  $۶ + ۶ + ۶ = ۱۸$  تا مکعب (چینه) داریم به عبارتی ۱۸ سانتی متر مکعب.

**روش فرمولی:**

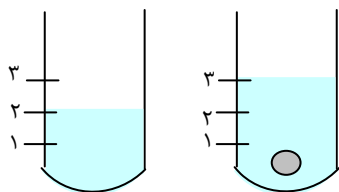
$$\text{سانتی متر مکعب } ۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

**نکته ی ۱:** در همین شکل چنانچه ابعاد مکعب های ما ۱ متر باشد. حجم مکعب ۱ متر مکعب خواهد بود و حجم جسم ۱۸ متر مکعب می باشد.

**روش بدست آوردن حجم اجسامی که شکل هندسی مشخصی ندارند**

برای محاسبه ی حجم این اجسام می توانیم از ظروف مدرج (بشر و ... ) استفاده کنیم.

**مثال:** اگر بخواهیم حجم یک سکه یا یک سنگ را محاسبه کنیم. ابتدا در یک ظرف مدرج به اندازه ی معلومی آب می ریزیم و مقدار آن را می نویسیم سپس سکه را در داخل ظرف آب می اندازیم. سطح آب بالاتر می آید و آن را نیز یاد داشت می کنیم. تفاوت دو عدد نوشته شده حجم سکه است.



$$3 - 2 = 1$$

می دانید که مربع یک عدد یعنی آن عدد ضربدر خودش **مثلاً:** مربع عدد ۳ برابر است با  $(3 \times 3 = 9)$ ، هم چنین مکعب هر عدد یعنی آن عدد ضربدر خودش ضربدر خودش **مثلاً:** مکعب عدد ۳ برابر است با  $(3 \times 3 \times 3 = 27)$  برای تبدیل واحدها می توان از همین نکته استفاده کرد.

سانتی متر  $100 = 1$  متر

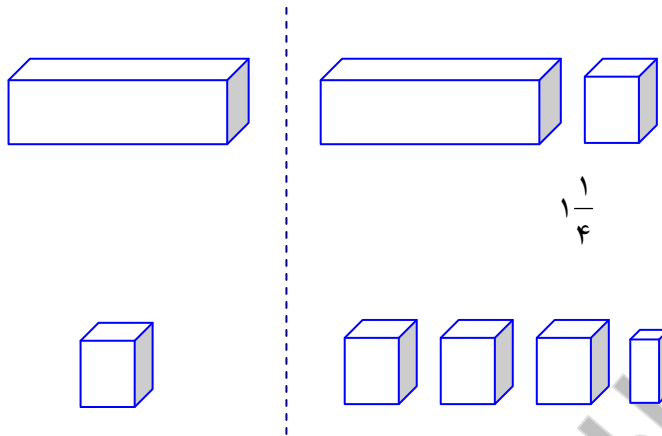
سانتی متر مربع  $100 \times 100 = 10000 = 1$  متر مربع

سانتی متر مکعب  $100 \times 100 \times 100 = 1000000 = 1$  متر مکعب

**نکته ی ۲:** همان طور که قبلاً گفتیم نکته ی مهم در اندازه گیری سطح و حجم این است که در اندازه گیری سطح ما می توانیم از کاشی کاری با مربع، مثلث متساوی الاضلاع و شش ضلعی منتظم استفاده کنیم در صورتی که در اندازه گیری حجم اگر بخواهیم از روش دست ورزی این کار را انجام بدهیم فقط از مکعب می توانیم استفاده کنیم چون با مکعب ها می شود فضا را کاشی کاری کرد و پُر نمود.

**نکته ی ۳:** همان طور که از فصل اول کتاب یادآوری می نماییم واحد چیزی است که قرار

داد می کنیم حجم شکل های زیر با توجه به واحد عبارتند از :



**نکته ۴:** اگر در ظرفی مثلاً به شکل مکعب مستطیل که آب دارد جسمی را بیندازیم برای محاسبه ی حجم آن جسم باید: اندازه ی طول و عرض ظرف را در مقدار ارتفاعی که آب بالا می آید ضرب کنیم.

**مثال:** داخل یک آکواریوم به شکل مکعب مستطیل به طول ۳۰ سانتی متر و عرض ۲۰ سانتی متر یک قطعه سنگ می اندازیم و ارتفاع آب آکواریوم ۴۰ میلی متر بالا می آید، حجم سنگ را محاسبه کنید.

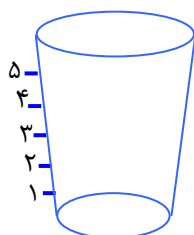
$$۴ \div ۱۰ = ۰/۴$$

$$۳۰ \times ۲۰ \times ۰/۴ = ۲۴۰ \text{ سانتی متر مکعب}$$



پایه های پنجم و ششم ابتدایی سست کوشان

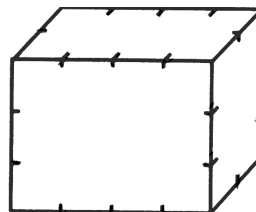
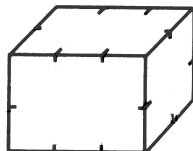
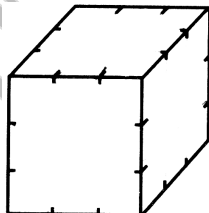
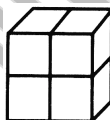
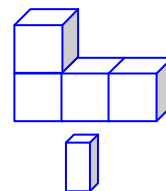
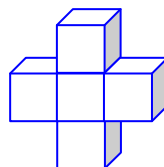
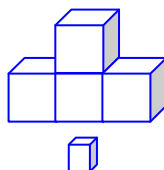
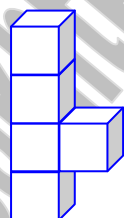
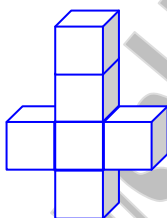
## کار در خانه



۱- سحر و ساغر هر کدام یک قطعه آهنی کوچک در دست دارند که می خواهند حجم این دو قطعه را با روشی غیر استاندارد بدست آورند. با توجه به شکل هایی که کشیده شده: الف) توضیح دهید چگونه می توانند حجم قطعه ها را مشخص کنند؟

ب) آیا این روش برای اندازه گیری حجم اجسام روش خوبی است؟  
ج) اگر به جای این دو قطعه آهن به طور مثال دو گوشی موبایل یا دو کله قند باشد هم می توانند از این روش استفاده کنند؟ چرا؟

۲- هر یک از اجسام ( اشکال ) زیر از چند مکعب ( چینه ) ساخته شده است؟



۳- مانند نمونه عمل کنید.

۱۰۰۰ میلی متر مکعب = ۱۰ میلی متر × ۱۰ میلی متر × ۱۰ میلی متر = ۱ سانتی متر × ۱ سانتی متر × ۱ سانتی متر = ۱ متر مکعب  
 ..... سانتی متر مکعب = ..... × ..... × ..... = ..... × ..... × ..... = ۱ متر مکعب  
 ..... متر مکعب = ..... × ..... × ..... = ..... × ..... × ..... = ۱ کیلومتر مکعب  
 ..... دسی متر مکعب = ..... × ..... × ..... = ..... × ..... × ..... = ۱ متر مکعب

۴- هر یک از واحدهای داده شده را به جسم مربوطه وصل کنید ( واحد مناسب برای حجم هر جسم)

میلی متر مکعب - سانتی متر مکعب - متر مکعب

جعبه دستمال کاغذی - آبنبات - کارتن بستنی - جامدادی - کوپه قطار - دکه ی نگهبانی - نگین انگشتر

۵- مانند نمونه برای هر یک از حجم های نوشته شده دو مثال بنویسید ( اندازه ها تقریبی است)

۱۸ سانتی متر مکعب: گوشی تلفن همراه، تراش رومیزی

۱۱۰ سانتی متر مکعب:

۹ متر مکعب:

۲۷۰ متر مکعب:

۶- مانند نمونه هر یک از واحدهای داده شده را به واحد خواسته شده تبدیل کنید.

۲/۵ متر مکعب = ..... دسی متر مکعب

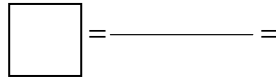
دسی متر مکعب ۱۰۰۰ = ۱۰ × ۱۰ × ۱۰ = ۱ متر

متر مکعب  
دسی متر مکعب

|      |     |
|------|-----|
| ۱    | ۲/۵ |
| ۱۰۰۰ |     |

$$\boxed{\phantom{000}} = \frac{2/5 \times 1000}{1} = 2500$$

$\frac{4}{5}$  دسی متر مکعب = ..... سانتی متر مکعب



۱ دسی متر مکعب = ..... سانتی متر مکعب

$\frac{5}{325}$  کیومتر مکعب = ..... متر مکعب

$\frac{0}{0.37}$  متر مکعب = ..... سانتی متر مکعب

۴۳۰ دسی متر مکعب = ..... متر مکعب

۷- مقدار فضایی را که یک کمد می گیرد ..... کمد می گویند.

وزن کمد ☐ جرم کمد ☐ مساحت کل کمد ☐ حجم کمد ☐

۸- برای اندازه گیری حجم اشکال فضایی به روش دست ورزی باید از ..... استفاده کرد.

مکعب ☐ مکعب مستطیل ☐ مربع ☐ هیچکدام ☐

۹- مکعب عدد ۳ بیش تر است یا مربع عدد ۵؟

مکعب عدد ۵ ☐ مربع عدد ۳ ☐ هر دو برابرند ☐ قابل مقایسه با هم نیستند ☐

۱۰- ظرفی مدرج ۵ واحد آب دارد و بعد از این که ۵ حبه قند در آن انداختیم سطح آب به ۷ واحد رسید

حجم قندها چند واحد بوده است؟

۵ واحد ☐ ۱۰ واحد ☐ ۲ واحد ☐ ۲۵ واحد ☐



پایه هفتم و هشتم ابتدایی مساحت و حجم

## حجم اشکال هندسی



### هدف های این درس

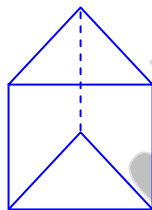
محاسبه ی حجم مکعب هایی که قسمتی از آن ها جدا شده است

جدا کردن قسمتی از یک شکل فضایی و چگونگی شکل گسترده ی آن

تصویر از بالا و محاسبه ی حجم جسم به طور تقریبی

همان طور که در درس قبل گفته شد به مقدار فضایی که جسم اشغال می کند، حجم آن جسم گفته می شود به عبارت دیگر مکعبی با ابعاد ۱ سانتی متر در نظر بگیرید که حجمش ۱ سانتی متر مکعب ( $1 \text{ cm}^3$ ) می باشد، تعداد مکعب هایی که در یک جسم جا می گیرند، معرف حجم آن جسم هستند. اگر تمام یک جسم را با ماده ای نرم و شکل پذیر مانند موم یا خمیر مجسمه سازی، پر کنیم در واقع حجم آن جسم برابر است با مقدار خمیری که آن شکل را پر کرده است. در واقع حجم جسم برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاعی که خمیر مجسمه سازی آن را کاملاً پر کرده است.

ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده = حجم یک جسم



**مثال:** اگر در شکل مقابل مساحت مثلث ۸ سانتی متر مربع و ارتفاع ۵ سانتی متر باشد، حجم جسم را بدست بیاورید.

$$\text{سانتی متر مکعب } 40 = 8 \times 5$$

ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده

حجم مکعب

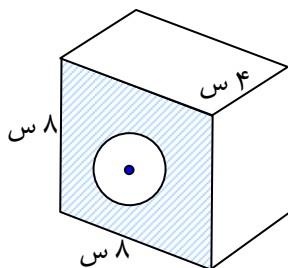
بُعد  $\times$  بُعد  $\times$  بُعد

ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده

حجم مکعب مستطیل

ارتفاع  $\times$  عرض  $\times$  طول

در درس قبل با بعضی از اشکال فضایی دیگر مانند هرم، منشور، استوانه و ... آشنا شدید.



مثال ۱: حجم جسم مقابل را محاسبه کنید ( قطر دایره = ۶ سانتی متر)

ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده = حجم جسم

مساحت دایره - مساحت مربع = مساحت قاعده

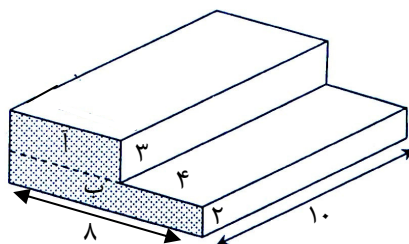
شعاع دایره  $= 3 = 6 \div 2$

مساحت قسمت دایره ای  $= \frac{1}{4} \times 3 \times 3 \times \pi = \frac{28}{26}$

مساحت قاعده شکل  $= 64 - \frac{28}{26} = \frac{35}{74} \Rightarrow 64 - \frac{28}{26} = \frac{35}{74}$  مساحت قسمت مربع شکل قاعده  $8 \times 8 = 64$

حجم جسم  $= \frac{35}{74} \times 4 = \frac{142}{96}$

مثال ۲: حجم جسم مقابل را محاسبه کنید.



طول مستطیل آ  $= 8 - 4 = 4$

مساحت مستطیل آ  $= 4 \times 3 = 12$

مساحت مستطیل ب  $= 8 \times 2 = 16$

مساحت قاعده  $= 12 + 16 = 28$

حجم جسم  $= 28 \times 10 = 280$

**نکته ۱:** هرگاه به کوچک ترین بُعد یک مکعب مستطیل مقداری اضافه شود، بیش ترین تغییر حجم و اگر به بزرگ ترین بُعدش همان مقدار را اضافه کنیم، کم ترین تغییر حجم را خواهیم داشت.

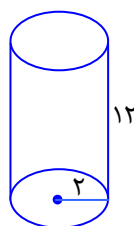
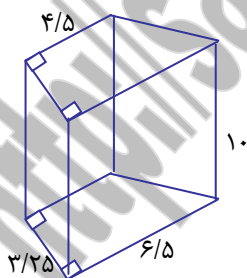
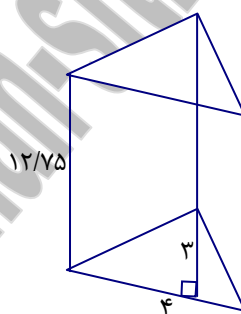
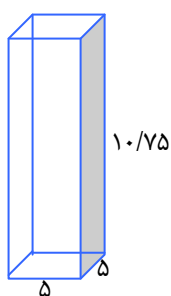
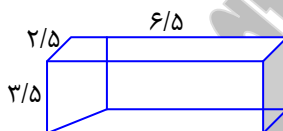
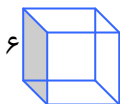
**نکته ۲:** اگر بُعد مکعبی  $100\%$  افزایش یابد به این معنی است که بُعدش را ۲ برابر کرده ایم؛ لذا حجم آن  $2 \times 2 \times 2$  یعنی ۸ برابر خواهد شد؛ یعنی  $700\%$  افزایش می یابد.



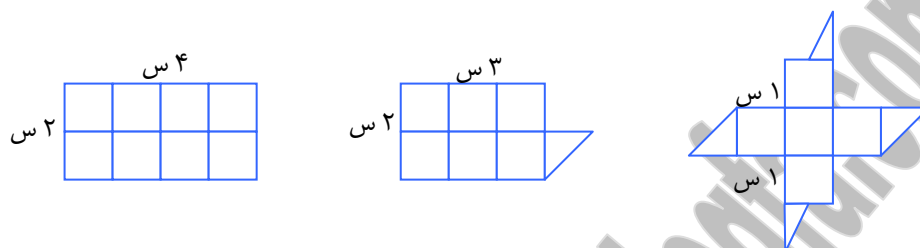
پایه های پنجم و ششم ابتدایی، سخت کوشان

## کار در خانه

۱- حجم هر یک از شکل های زیر را محاسبه کنید. (اندازه ها بر حسب سانتی متر است)



۲- فرض کنید از پایین (زیر) یا بالای چند جسم به آن ها نگاه می کنید و آن ها را به اشکال زیر می بیند اگر ارتفاع این شکل ها ۸ سانتی متر باشد حجم آن ها را محاسبه کنید.



۳- طول و عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۸، ۵ و ۳ متر است، اگر برای رنگ آمیزی هر متر مربع  $\frac{0}{3}$  کیلوگرم رنگ لازم باشد:

الف) برای رنگ کردن این استخر چند کیلوگرم رنگ مورد نیاز است؟

ب) گنجایش این استخر چند لیتر است؟

۴- حوضی به شکل مکعب مستطیل و به ابعاد ۴، ۳ و  $\frac{1}{5}$  متر است، این حوض خالی است و می خواهند آن را توسط شیر آبی که هر دقیقه ۶۰ لیتر آب از آن وارد حوض می شود، پر کنند، این حوض چند ساعته پر می شود؟

۵- حجم مخزنی ۳ متر مکعب است.  $\frac{3}{4}$  این مخزن آب دارد، چند لیتر دیگر باید در آن آب بریزیم تا

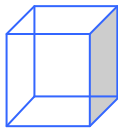
مخزن پر شود؟

۶- پدر مهتری بیمار بود و در بیمارستان به او سرم وصل کرده بودند. مادرش از خانم پرستار پرسید: چقدر طول می کشد تا این سرم تمام شود؟ خانم پرستار در حالی که داشت می رفت گفت در هر ۴ ثانیه ۱۰ قطره از این سرم وارد بدن بیمار می شود! به مهتری کمک کنید تا حساب کند چه مدت طول خواهد کشید که تمام سرم خالی شود؟



۷- مجموع یال های شکل مقابل ۴۸ سانتی متر است.

الف) مساحت جانبی آن را محاسبه کنید.



ب) حجم این منبع چند سانتی متر مکعب است؟

۸- اگر حجم یک مکعب ۱ سانتی متر مکعب باشد.

الف) محیط گسترده ی آن چند سانتی متر است؟

ب) مساحت کل این مکعب چند سانتی متر مربع است؟

۹- از جسمی به شکل مکعب، مکعب کوچک تری جدا می کنیم که هر بعدش  $\frac{1}{3}$  بعد جسم اولیه است.

حجم باقی مانده چه کسری از حجم اولیه است؟

☐  $\frac{1}{3}$

☐  $\frac{7}{8}$

☐  $\frac{3}{4}$

☐  $\frac{1}{2}$

۱۰- کدام یک از اشکال زیر ۲ بعدی است؟

☐ مربع

☐ مخروط

☐ استوانه

☐ کره

۱۱- گسترده ی هر مکعب چند ضلع دارد؟

☐ چهارده ضلع

☐ شانزده ضلع

☐ دوازده ضلع

☐ شش ضلع

۱۲- هر مکعب ..... رأس و ..... یال دارد.

۱۳- هر مکعب دارای ..... است و ..... زاویه ی قائمه نیز دارد.

۱۴- مهران با ۴۰ گالن ۲۰ لیتری که فقط نصف هر کدام گازوئیل داشت منبع سوخت مرغداری پدرش

را پر نمود. گنجایش این منبع چند متر مکعب می باشد؟

☐ ۸۰۰

☐ ۰/۴

☐ ۴۰۰

☐ ۴۰۰۰۰



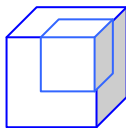
## سخت کوشانه (یادآوری فصل ۷)

۱- توضیح دهید که محاسبه کردن سطح کل یک مکعب با یک مکعب مستطیل چه تفاوتی دارد؟

۲- از چهار گوشه ی یک مقوای مستطیل شکل به طول ۲۴ سانتی متر و عرض ۱۸ سانتی متر، مربع هایی به ضلع ۵ سانتی متر بریده ایم، با بقیه مقوا یک جعبه ی سر، باز ساخته ایم.  
الف) مساحت مقوای باقی مانده را محاسبه کنید.

ب) حجم جعبه را بدست بیاورید.

۳- یک قطعه پنیر به شکل مکعب و به حجم ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب داریم می خواهیم از یک گوشه ی آن یک تکه پنیر به شکل مکعب که ابعادش نصف ابعاد اولیه است ببریم، چقدر از پنیر باقی می ماند؟



۵- روش حل مسئله با راهکار حذف حالت های نامطلوب را شرح دهید.

۶- آیا برای اندازه گیری حجم یک مکعب می توانید از مربع یا مثلث متساوی الاضلاع استفاده کنید؟ چرا؟

۷- در فصل ۷ کتاب ریاضی ششم مبحث و موضوع، «تصویر اجسام از بالا» مطرح شده است؟ منظور چیست؟