می‌کنند، و احتمال اینکه یک پرتابه بیش از یک بار پراکنده شود را می‌توان نادیده گرفت. این نتایج با ابعاد کوچکی که برای هسته به‌دست آمده سازگار است. قسمت اعظم اتم فضای تهی است و احتمال بسیار کمی وجود دارد که یک پرتابه به قدر کافی به یک هسته نزدیک شود تا تحت تأثیر میدان الکتریکی به اندازهٔ کافی شدید آن قرار گیرد و منحرف شود. احتمال اینکه چنین جریانی برای یک پرتابه دو بار پیش بیاید عملاً صفر است.

این رشته آزمایشهای کلاسیک و پُر دردسر و تفسیر استادانهٔ آنها پایه‌های فیزیک اتمی و هسته‌ای جدید را تشکیل دادند، و معمولاً افتخار بنیانگذاری این رشته‌ها به رادرفورد نسبت داده می‌شود.

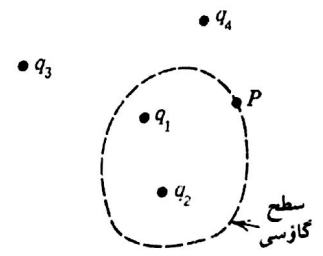
## پرسشها

۱. مبنای این حکم که خطوط میدان الکتریکی تنها از بارهای الکتریکی شروع و به آنها ختم می‌شوند چیست؟

۲. گاهی بارهای مثبت را "چشمه" و بارهای منفی را "چاهک" میدان الکتریکی می‌گوییم. این اصطلاحات را چگونه توجیه می‌کنید؟ آیا برای میدان گرانشی چشمه، چاهک یا هر دو وجود دارند؟

۳. در مقایسه با $\Phi_E$، شار $\Phi_g$ یک میدان گرانشی را چطور تعریف خواهید کرد؟ شار $\Phi_g$ میدان گرانشی زمین که از دیواره‌های یک اتاق می‌گذرد، با فرض اینکه اتاق حاوی ماده نباشد، چقدر است؟ از یک سطح کروی که زمین را احاطه کرده است چه شاری می‌گذرد؟ از یک سطح کروی به اندازهٔ مدار ماه چقدر است؟

۴. سطح گاؤسی را که بخشی از توزیع بار در شکل ۱۹ را احاطه می‌کند درنظر بگیرید. (الف) کدام‌یک از بارها در میدان الکتریکی در نقطهٔ $P$ سهیم‌اند؟ (ب) آیا مقدار شار عبوری از این سطح گاؤسی با درنظرگرفتن میدان ناشی از بارهای $q_1$ و $q_2$ از شار مربوط به میدان کل، بزرگتر، مساوی، یا کوچکتر است؟




**شکل ۱۹.** پرسش ۴.

۵. فرض کنید که میدان الکتریکی در ناحیه‌ای دارای جهت ثابتی است ولی شدت آن در آن جهت کاهش پیدا می‌کند. در مورد توزیع بار در آن ناحیه چه می‌توانید بگویید؟ خطوط نیرو برای آن ناحیه را رسم کنید.

۶. آیا میان قانون گاؤس به این ترتیب که تعداد کل خطوط نیرویی که از هر سطح بسته خارج می‌شود متناسب با مقدار بار مثبتی است که در داخل آن سطح وجود دارد، دقیقاً درست است؟

۷. یک‌بار نقطه‌ای در مرکز یک سطح گاؤسی کروی قرار دارد. آیا اگر (الف) سطح را با مکعبی با همان حجم جایگزین کنیم، (ب) کره را با مکعبی یا حجم یک دهم حجم آن جایگزین کنیم، (ج) بار را از مرکز کره جابه‌جا کنیم، ولی هنوز در داخل آن قرار داشته باشد، (د) بار را از محدودهٔ کرهٔ اصلی خارج کنیم، (ه) بار دیگری را نزدیک به کره اصلی و خارج از آن سطح قرار دهیم و (و) با دیگری را در داخل سطح گاؤسی قرار دهیم شار الکتریکی $\Phi_E$ تغییر خواهد کرد؟

۸. در قانون گاؤس،

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

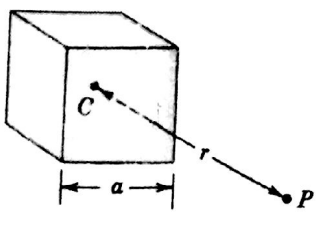
آیا $\mathbf{E}$ الزاماً میدان الکتریکی ناشی از بار $q$ است؟

۹. سطحی یک دوقطبی الکتریکی را در برمی‌گیرد. دربارهٔ $\Phi_E$ این سطح چه می‌توان گفت؟

۱۰. فرض کنید که یک سطح گاؤسی حاوی هیچ باری نباشد. آیا قانون گاؤس ایجاب می‌کند که میدان $\mathbf{E}$ در همه جا روی سطح گاؤسی صفر باشد؟ آیا عکس این عبارت درست است؛ یعنی اگر $\mathbf{E}$ در همه جا روی یک سطح گاؤسی صفر باشد، آیا قانون گاؤس ایجاب می‌کند که هیچ بار خالصی در داخل آن سطح وجود ندارد؟

۱۱. آیا می‌توان از قانون گاؤس برای محاسبهٔ میدان ناشی از سه بار مساوی که در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته‌اند استفاده کرد؟ در این زمینه توضیح دهید.

۱۲. بارکل $Q$ به‌طور یکنواخت در سرتاسر مکعبی به ضلع $a$ توزیع شده است. آیا میدان الکتریکی حاصل از این توزیع بار در نقطهٔ خارج $P$، در فاصلهٔ $r$ از مرکز $C$ مکعب از رابطهٔ $E = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$ به‌دست می‌آید؟ نگاه کنید به شکل ۲۰. اگر $E$ از رابطهٔ بالا به‌دست نمی‌آید، آیا می‌توان با درنظرگرفتن یک سطح گاؤسی به‌صورت مکعب




**شکل ۲۰.** پرسش ۱۲.

Scanned by CamScanner

"متحدالمرکز" $E$ را محاسبه کرد؟ اگر نمی‌توان، بگویید چرا قادر به انجام این کار نیستیم. اگر $r \gg a$ باشد می‌توان چیزی در مورد $E$ گفت؟

۱۳. آیا میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ در داخل یک بادکنک لاستیکی که (الف) کروی یا (ب) به شکل سوسیس باشد الزاماً صفر است؟ برای هر یک از دو مورد بالا فرض کنید که بار به‌صورت یکنواخت روی سطح بادکنک توزیع شده باشد. اگر روی سطح خارجی بادکنک یک لایهٔ نازک از رنگ رسانا داشته باشیم، آیا وضعیت تغییر خواهد کرد؟

۱۴. یک بادکنک لاستیکی کروی حامل باری است که به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است. وقتی که بادکنک را باد می‌کنیم، میدان $E$ مربوط به نقاط (الف) داخل بادکنک، (ب) روی سطح بادکنک و (ج) خارج از بادکنک چگونه تغییر خواهد کرد؟

۱۵. در بخش ۲۹ـ۳، دیدیم که قانون کولن را می‌توان از قانون گاؤس به‌دست آورد. آیا این موضوع الزاماً به این معنی است که قانون گاؤس را می‌توان از قانون کولن استنتاج کرد؟

۱۶. اگر نمای شعاع در قانون کولن دقیقاً برابر با ۲ نبود، آیا قانون گاؤس معتبر بود؟

۱۷. یک رسانای بزرگ، توخالی، عایق‌بندی‌شده حامل بار مثبت است. یک گوی کوچک فلزی که حامل همان مقدار بار منفی است به‌وسیلهٔ یک رشته نخ و از طریق دریچه‌ای در بالای رسانا وارد آن می‌شود و با سطح داخلی تماس پیدا می‌کند و سپس بیرون آورده می‌شود. بار موجود (الف) روی رسانا و (ب) روی گوی چقدر است؟

۱۸. آیا از استدلال بخش ۲۹ـ۴ می‌توان چنین نتیجه گرفت الکترونهای موجود در سیمهای سیستم سیم‌کشی یک خانه روی سطح این سیمها حرکت می‌کنند؟ اگر نه، چرا نباید چنین باشد؟

۱۹. در بخش ۲۹ـ۴، فرض کردیم که $\mathbf{E}$ در داخل یک رسانای منزوی در همه جا صفر است. گرچه، مسلماً در داخل رساناها و در نقاط بسیار نزدیک به الکترونها یا هسته‌ها میدانهای الکتریکی بسیار قوی وجود دارد. آیا این موضوع استدلال بخش ۲۰ـ۴ را رد می‌کند؟ در این باره توضیح دهید.

۲۰. آیا قانون گاؤس، به‌صورتی که در بخش ۲۹ـ۴ مورد استفاده قرار گرفت، ایجاب می‌کند که تمام الکترونهای رسانش موجود در یک رسانای عایق‌بندی‌شده روی سطح آن مستقر شوند؟

۲۱. بار مثبت $q$ را در مرکز یک کرهٔ فلزی توخالی قرار داده‌ایم. چه بارهایی (الف) روی سطح داخلی و (ب) روی سطح خارجی کره قرار می‌گیرد؟ (ج) اگر جسم فلزی (باردارنشده‌ای) را به کره نزدیک کنید آیا جوابهای قسمتهای (الف) و (ب) تغییر خواهد کرد؟ آیا توزیع بار روی سطح کره تغییر خواهد کرد؟

۲۲. اگر بار الکتریکی $q-$ به‌طور یکنواخت روی سطح یک پوستهٔ کروی فلزی عایق‌بندی‌شده به شعاع $a$ توزیع شود، میدان الکتریکی در داخل این پوسته صفر است. حالا، اگر بار نقطه‌ای $q+$ را در مرکز این کره قرار دهیم، هیچ میدان خارجی نخواهیم داشت. این بار نقطه‌ای را می‌توان در مسافت $d < a$ در داخل کره از مرکز آن جابه‌جا کرد، اما این عمل به سیستم یک گشتاور دوقطبی می‌دهد و یک میدان خارجی ایجاد می‌کند. انرژی پدید آمده در این میدان خارجی از کجا تأمین می‌شود؟

۲۳. چگونه می‌توانید بار اضافی موجود در یک جسم رسانای کوچک را به‌طور کامل خارج کرد؟

۲۴. بگویید چگونه تقارن کروی موجود در شکل ۵ این محدودیت را به‌وجود می‌آورد که $\mathbf{E}$ در هر نقطه تنها یک مؤلفهٔ شعاعی داشته باشد. (راهنمایی: مؤلفه‌های دیگر، شاید در امتدادهایی هم‌ارز با عرض و طول جغرافیایی زمین درنظر بگیرید. تقارن کروی ایجاب می‌کند که اینها از هر منظری یکسان دیده شوند. آیا می‌توانید خطوط میدانی ابداع کنید که این معیار را برآورده کند؟)

۲۵. بگویید چرا تقارن شکل ۸ این محدودیت را به‌وجود می‌آورد که $\mathbf{E}$ در هر نقطه تنها یک مؤلفهٔ شعاعی داشته باشد. به خاطر داشته باشید که در این مورد، میدان نه تنها باید برای هر نقطه‌ای در روی خط یکسان به‌نظر برسد، بلکه سروته‌شدن آن نیز نباید تغییری به‌وجود آورد.

۲۶. بار کل موجود روی یک میلهٔ نامتناهی، بی‌نهایت است. چرا در این مورد $\mathbf{E}$ بی‌نهایت نیست؟ به هرحال، بنابر قانون کولن، اگر $q$ بی‌نهایت باشد، $\mathbf{E}$ هم باید بی‌نهایت باشد.

۲۷. بگویید چرا تقارن شکل ۹ این محدودیت را به‌وجود می‌آورد که $\mathbf{E}$ تنها مؤلفه‌هایی داشته باشد که از صفحه به سمت خارج‌اند؟ مثلاً، چرا $\mathbf{E}$ نمی‌تواند مؤلفه‌هایی موازی با صفحه داشته باشد؟ توجه داشته باشید که در این مورد، میدان نه‌تنها باید برای هر نقطه‌ای در روی صفحه در هر جهت یکسان به‌نظر برسد بلکه اگر صفحه را حول یک محور عمود بر آن بچرخانیم بازهم باید میدان یکسان به‌نظر آید.

۲۸. میدان ناشی از یک ورقهٔ بار نامتناهی، یکنواخت و در همه جا بدون توجه به اینکه فاصلهٔ نقطهٔ مورد بررسی از صفحه چقدر است شدت یکسانی دارد. با توجه به سرشت عکس مجذوری قانون کولن، این مطلب را توضیح دهید.

Scanned by CamScanner

۲۹. وقتی به داخل یک کرهٔ یکنواختی از بار نفوذ کنید، میدان $E$ باید با کاهش شعاع، کم شود زیرا مقدار کمتری بار در داخل کره‌ای که از نقطهٔ مشاهده می‌گذرد قرار دارد. از طرف دیگر، میدان $E$ باید زیاد شود زیرا نزدیکتر به مرکز این توزیع بار قرار گرفته است. کدام‌یک از این دو عامل غالب هستند و چرا؟

۳۰. آیا برای یک توزیع بار دارای تقارن کروی (نه برای یک چگالی باریکنواخت شعاعی)، $E$ الزاماً در روی سطح بیشینه است؟ دربارهٔ جنبه‌های متفاوت این موضوع اظهار نظر کنید.

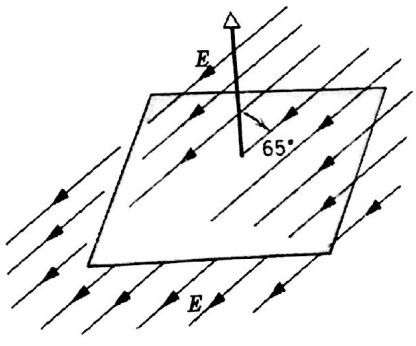
۳۱. در شکل ۱۱ الف آیا اگر (الف) یک کاواک کروی متحدالمرکز در جسم وجود داشت، (ب) یک‌بار نقطه‌ای $Q$ در مرکز این کاواک قرار داشت و (ج) بار $Q$ در داخل کاواک بود ولی در مرکزش قرار نداشت، معادلهٔ (۱۶) صادق بود.

۳۲. اتم معمولاً از نظر الکتریکی خنثا است. در این صورت چرا باید تحت هر شرایطی ذره آلفا توسط اتم منحرف شود؟

## مسئله‌ها

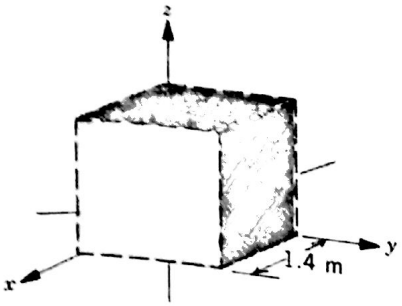
### بخش ۲۹ـ۲ شار میدان الکتریکی

۱. طول ضلع مسطح مربعی در شکل ۲۱ برابر ۳٫۲mm است. این سطح در میدان الکتریکی یکنواختی به‌شدت $E = ۱۸۰۰\,\mathrm{N/C}$ غوطه‌ور است. خطوط میدان، مطابق شکل، با خط عمود برسطح "به‌سمت خارج" زاویهٔ ۶۵° می‌سازند. شار عبوری از این سطح را محاسبه کنید.




شکل ۲۱. مسئلهٔ ۱.

۲. مکعبی به ضلع ۱٫۴m مطابق شکل ۲۲ در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته است. شار الکتریکی عبوری از سطح سمت راست را با درنظرگرفتن اینکه شدت میدان الکتریکی برحسب N/C، (الف) $6\mathbf{i}$، (ب) $-2\mathbf{j}$ و (ج) $4\mathbf{k} + 3\mathbf{i}$ باشد، محاسبه کنید. (د)



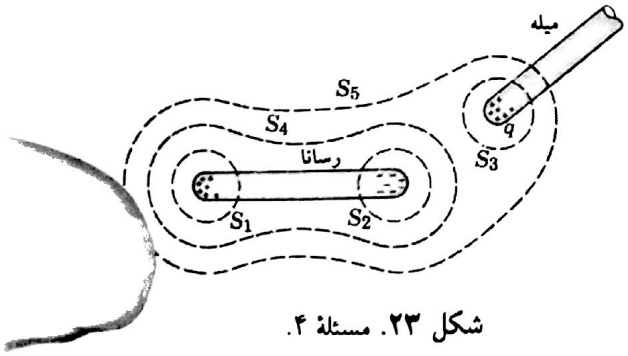

شکل ۲۲. مسئلهٔ ۲.

شار عبوری کل از چنین مکعبی را در هریک از میدانها محاسبه کنید.

۳. شار عبوری $\Phi_E$ از (الف) قاعدهٔ تخت و (ب) سطح خمیدهٔ یک نیمکره به شعاع $R$ را محاسبه کنید. میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ یکنواخت و موازی محور نیمکره است و خطوط میدان $\mathbf{E}$ از طرف قاعده تخت به نیمکره وارد می‌شوند. (برای مشخص‌کردن جزء سطح از عمود بر سطح به سمت خارج استفاده کنید.)

### بخش ۲۹ـ۳ قانون گاؤس

۴. بارهای موجود در یک رسانای عایق‌بندی‌شده که ابتدا بدون بار است، با نگه‌داشتن یک میلهٔ باردار با بار مثبت در نزدیکی آن از هم جدا شده‌اند. نگاه کنید به شکل ۲۳. شار عبوری را برای پنج سطح گاؤسی نشان داده‌شده در شکل محاسبه کنید. فرض کنید که بار القاشدهٔ منفی روی رسانا برابر با مثبت $q$ روی میله است.



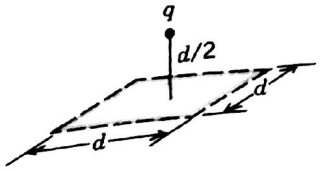

شکل ۲۳. مسئلهٔ ۴.

۵. بار نقطه‌ای $q$ به اندازهٔ ۱٫۸۴$\mu$C در مرکز یک سطح گاؤسی مکعبی به ضلع ۵۵ سانتی‌متر قرار گرفته است. شار الکتریکی $\Phi_E$ را که از سطح این مکعب می‌گذرد معین کنید.

۶. شار الکتریکی خالص عبوری از یک وجوه یک تاس برحسب یکای $10^3\,\mathrm{N.m^2/C}$ برابر با تعداد نقطه‌های N (از ۱ تا ۶) روی هر وجه است. برای Nهای فرد شار ورودی و برای Nهای زوج شار خروجی است. بار خالص موجود در داخل تاس چقدر است؟

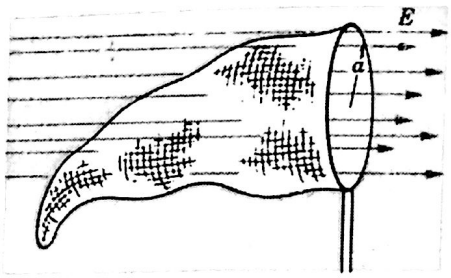
۷. بار نقطه‌ای $+q$ در فاصلهٔ $d/2$ از سطح مربعی به ضلع $d$ در بالای

مرکز آن قرار دارد. نگاه کنید به شکل ۲۴. شار الکتریکی عبوری از مربع را معین کنید. (راهنمایی: مربع را رخ مکعبی به ضلع $d$ درنظر بگیرید.)




شکل ۲۴. مسئلهٔ ۷.

۸. یک تور پروانه‌گیری مطابق شکل ۲۵ در میدان الکتریکی یکنواخت $E$ قرار دارد. قاب این تور، دایره‌ای به شعاع $a$، عمود بر میدان است. شار الکتریکی که از تور می‌گذرد را نسبت به بردار عمود بر سطح به‌طرف خارج بیابید.




شکل ۲۵. مسئلهٔ ۸.

۹. به تجربه دریافته‌ایم که میدان الکتریکی در ناحیهٔ معینی از جوّ زمین بر سطح زمین عمود و به‌طرف داخل است. در ارتفاع ۳۰۰ متر شدت میدان $58\text{N/C}$ است و در ارتفاع ۲۰۰ متری میدان $110\text{N/C}$ است. مقدار بار خالص موجود در یک مکعب به ضلع ۱۰۰ متر که در ارتفاع بین ۲۰۰ و ۳۰۰ متر قرار گرفته است را محاسبه کنید. انحنای زمین را نادیده بگیرید.

۱۰. شار خالصی را که از سطح مکعب مسئله ۲ و شکل ۲۲ می‌گذرد به‌دست آورید اگر میدان الکتریکی برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر باشد (الف) $\mathbf{E} = 3y\mathbf{j}$ و (ب) $\mathbf{E} = -4\mathbf{i} + (6 + 3y)\mathbf{j}$. (ج) در هریک از دو مورد بالا، چقدر بار در داخل مکعب قرار دارد؟

۱۱. "قانون گاؤس برای گرانش" به‌صورت زیر است

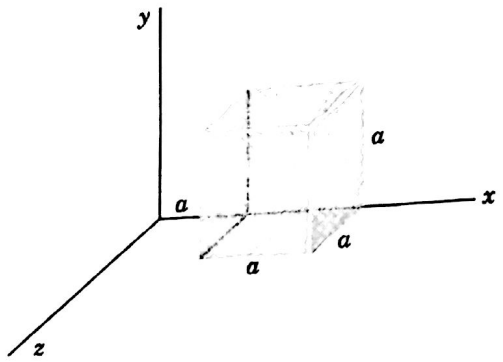
$$\frac{1}{4\pi G}\Phi_g = \frac{1}{4\pi G}\oint \mathbf{g}\cdot d\mathbf{A} = -m$$

که در آن $m$ جرم داخل سطح گاؤسی و $G$ ثابت گرانش جهانی است. با استفاده از این رابطه، قانون گرانش نیوتون را به‌دست آورید. در این رابطه علامت منها چه اهمیتی دارد؟



۱۲. بار نقطه‌ای $q$ در رأس مکعبی به ضلع $a$ قرار دارد. شاری که از هریک از وجوه مکعب می‌گذرد چقدر است؟ (راهنمایی: از قانون گاؤس و استدلال مبتنی بر تقارن استفاده کنید.)

۱۳. در شکل ۲۶ مؤلفه‌های میدان الکتریکی عبارت‌اند از $E_x = bx^{1/2}$، $E_y = E_z = 0$، که در اینجا $b = 8830\,\text{N/C}\cdot\text{m}^{1/2}$ است. (الف) شار $\Phi_E$ عبوری از مکعب و (ب) بار موجود در آن را محاسبه کنید. فرض کنید که $a = 13.0\,\text{cm}$.




شکل ۲۶. مسئلهٔ ۱۳.

### بخش ۲۹ـ۴ رسانای باردار منزوی

۱۴. یک کرهٔ رسانا و با بار یکنواخت به شعاع $1.22\,\text{m}$ دارای چگالی سطحی بار $8.13\mu\text{C/m}^2$ است. (الف) بار موجود روی کره را پیدا کنید. (ب) شار الکتریکی کل که از سطح کره می‌گذرد چقدر است؟ (ج) میدان الکتریکی را در سطح کره محاسبه کنید.

۱۵. سفینه‌های فضایی در عبور از کمربندهای تابشی زمین با الکترونهای به‌دام افتاده برخورد می‌کنند. چون در فضا جایی برای تخلیه بار وجود ندارد، انباشتگی بار می‌تواند قابل‌ملاحظه شود و به اجزا و قطعات الکترونیکی آسیب برساند و به آشفتگیهایی در مدار کنترل و ناهنجاریهای عملکرد بینجامد. برروی یک ماهوارهٔ فلزی به شکل کره‌ای به قطر ۱٫۳ متر در یک چرخش مداری مقدار $2.4\mu\text{C}$ بار جمع می‌شود. (الف) چگالی سطحی بار را معین کنید. (ب) میدان الکتریکی حاصل از این بار را روی سطح ماهواره محاسبه کنید.

۱۶. معادلهٔ (۱۱) ($E = \sigma/\epsilon_0$) میدان الکتریکی را در نقاط نزدیک به سطح یک رسانای باردار به‌دست می‌دهد. این معادله را در مورد یک کرهٔ رسانا به شعاع $r$، که حامل بار $q$ در سطحش است به‌کار

Scanned by CamScanner

ببرید و نشان دهید که میدان الکتریکی در خارج از کره درست مانند میدان یک‌بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته باشد.

۱۷. کرهٔ رسانایی را که حامل بار $Q$ است یک پوستهٔ رسانای کروی احاطه کرده است. (الف) بار خالص روی جدار داخلی پوسته چقدر است؟ (ب) بار دیگری به‌اندازهٔ $q$ در خارج از پوسته قرار می‌دهیم. اکنون بار خالص روی سطح داخلی پوسته چقدر است؟ (ج) اگر بار $q$ را در جایی بین پوسته و کره قرار دهیم، مقدار بار خالص روی سطح داخلی پوسته چقدر می‌شود؟ (د) آیا اگر کره و پوسته متحدالمرکز نباشند جوابهایتان معتبر است؟

۱۸. یک رسانای منزوی با شکل دلخواه حامل بار خالص $+۱۰\,\mu C$ است. در داخل این رسانا یک کاواک توخالی وجود دارد که در داخل آن بار نقطه‌ای $q = +۳٫۰\,\mu C$ قرارگرفته است. بار الکتریکی (الف) روی دیوارهٔ کاواک و (ب) روی سطح خارجی رسانا چقدر است؟

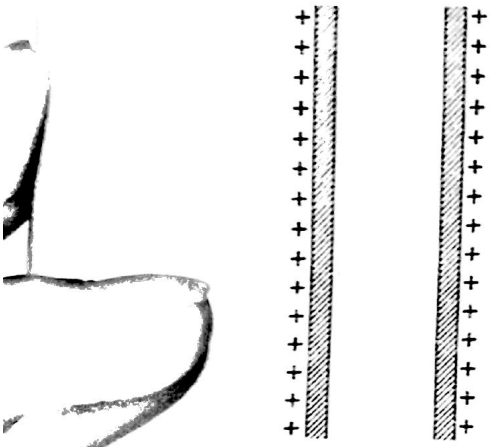
۱۹. یک صفحهٔ فلزی به ضلع $۸٫۰\,cm$ حامل بار کل $۶٫۰\,\mu C$ است. (الف) با بهره‌گیری از تقریب صفحهٔ نامتناهی، میدان الکتریکی را در فاصلهٔ $۵۰٫۰\,mm$ بالاتر از صفحه و در نزدیکی مرکز آن محاسبه کنید. (ب) میدان را در فاصلهٔ $۳۰\,m$ برآورد کنید.

## بخش ۲۹ـ۵ کاربردهای قانون گاوس

۲۰. یک خط بار نامتناهی در فاصله ۱٫۹۶ متری میدانی به‌شدت $۴٫۵۲ \times ۱۰^۴ N/C$ تولید می‌کند. چگالی طولی بار این توزیع را محاسبه کنید.

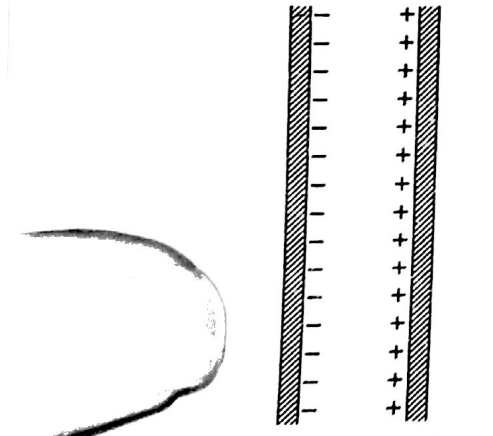
۲۱. (الف) استوانهٔ دستگاه فتوکپی مثال ۳ به‌طول $۴۲cm$ و قطر $۱۲cm$ را درنظر بگیرید. بار کل موجود روی این استوانه چقدر است؟ (ب) تولیدکننده این دستگاه فتوکپی مایل است که نوع رومیزی این دستگاه را به بازار عرضه کند. این کار مستلزم کاهش ابعاد استوانه به‌طول $۲۸cm$ و قطر $۸٫۰\,cm$ است. میدان الکتریکی روی سطح استوانه باید تغییر نکند. مقدار بار لازم برای استوانهٔ جدید چقدر است؟

۲۲. شکل ۲۷ دو ورقهٔ بزرگ و نازک نارسانا از بار مثبت را نشان می‌دهد که در برابر هم قرارگرفته‌اند. مقدار $\mathbf{E}$ در نقاط زیر چقدر است (الف) طرف چپ هر دو ورقه (ب) بین دو ورقه و (ج) در طرف راست دو ورقه برای هر دو ورقه چگالی بار سطحی $\sigma$ را یکسان درنظر بگیرید. تنها نقاطی را درنظر بگیرید که خیلی نزدیک به لبه‌ها نباشند و فاصلهٔ آنها از دو ورقه در مقابله با ابعاد آنها کوچک باشد. (راهنمایی: مثال ۶ را ببینید.)



شکل ۲۷. مسئلهٔ ۲۲.

۲۳. دو صفحهٔ فلزی بزرگ مطابق شکل ۲۸ روبه‌روی هم قرارگرفته‌اند و حامل بارهایی با چگالی سطحی $+\sigma$ و $-\sigma$ روی سطوح داخلی خود هستند. میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ را در نقاط زیر بیابید (الف) سمت چپ دو صفحه، (ب) بین دو صفحه و (ج) سمت راست دو صفحه. تنها نقاطی را درنظر بگیرید که به لبه‌ها نزدیک نباشند و فاصلهٔ آنها از صفحه‌ها در مقایسه با ابعاد آنها کوچک باشد. (راهنمایی: مثال ۶ را ببینید.)

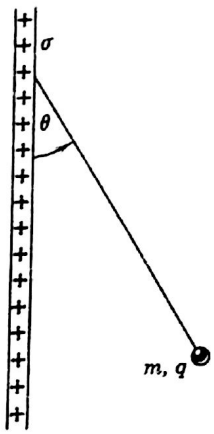


شکل ۲۸. مسئلهٔ ۲۳.

۲۴. الکترونی تحت تأثیر یک میدان الکتریکی پایین‌سو در میدان گرانشی زمین ساکن باقی می‌ماند. اگر میدان الکتریکی ناشی از بارهای روی دو صفحهٔ رسانای بزرگ و موازی باشد که بار آنها عکس یکدیگر، و فاصلهٔ بین آنها $۲٫۳cm$ است، با فرض توزیع یکنواخت بار دو صفحه، چگالی سطحی بار را به‌دست آورید؟

۲۵. گوی کوچکی که جرم $m$ آن $۱٫۱۲mg$ است حامل بار $q = ۱۹٫۷nC$ است. این گوی در میدان گرانشی زمین از یک رشته نخ ابریشمی آویخته شده است که، مطابق شکل ۲۹، با یک صفحهٔ نارسانای بزرگ دارای بار یکنواخت، زاویهٔ $\theta = ۲۷٫۴^\circ$ می‌سازد. چگالی بارسطحی یکنواخت را برای این صفحه محاسبه کنید.

Scanned by CamScanner

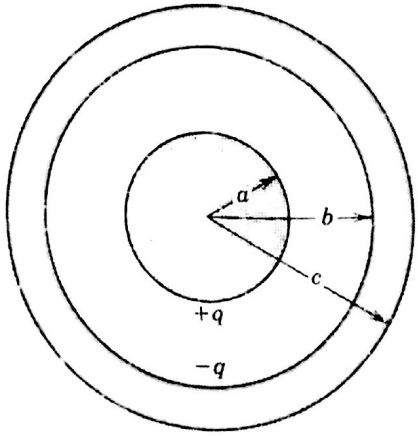



**شکل ۲۹.** مسئلهٔ ۲۵.

**۲۶.** شعاعهای دو پوستهٔ نازک کروی متحدالمرکز باردار برابر با ۱۰٫۰cm و ۱۵٫۰cm است. بار موجود روی پوستهٔ داخلی ۴۰٫۶nC است و برای پوستهٔ خارجی ۱۹٫۳nC. میدان الکتریکی را در فاصله‌های (الف) $r = 12{,}0\,\text{cm}$، (ب) $r = 22{,}0\,\text{cm}$ و (ج) $r = 18{,}8\,\text{cm}$ از مرکز این پوسته‌ها معین کنید.

**۲۷.** یک سیم نازک مستقیم بسیار طویل حامل بار ثابت منفی $-3{,}60\,\text{nC/m}$ است. قرار است که این سیم را استوانه‌ای یکنواخت با بار مثبت، به شعاع ۱٫۵۰cm و هم‌محور با سیم احاطه کند. چگالی حجمی بار $\rho$ استوانه را باید چنان برگزید که میدان الکتریکی برایند در خارج از استوانه صفر باشد. چگالی بار مثبت $\rho$ مورد نیاز را محاسبه کنید.

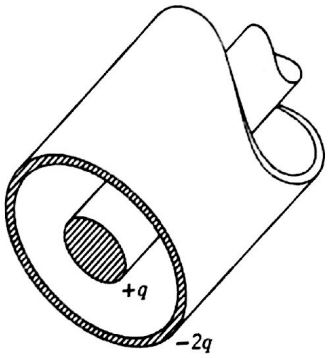
**۲۸.** شکل ۳۰ نشان می‌دهد که بار $+q$ به‌صورت یک کرهٔ رسانای یکنواخت به شعاع $a$ درآمده و در مرکز یک پوستهٔ کروی به شعاع داخلی $b$ و شعاع خارجی $c$ قرارگرفته است. پوستهٔ خارجی حامل بار $-q$ است. میدان الکتریکی $E(r)$ را در مکانهای زیر به‌دست آورید (الف) داخل کره $(r < a)$، (ب) بین کره و پوسته $(a < r < b)$،




**شکل ۳۰.** مسئلهٔ ۲۸.

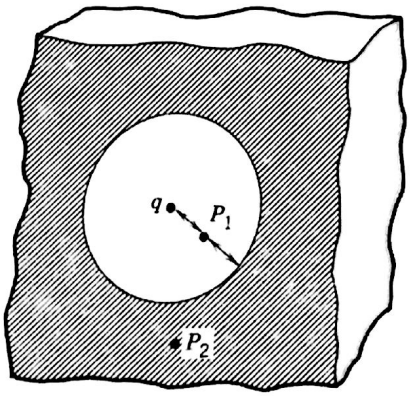
(ج) در داخل پوسته $(b < r < c)$ و (د) خارج پوسته $(r > c)$.
(ه) روی سطوح داخلی و خارجی پوسته کروی چه بارهایی ظاهر می‌شود؟

**۲۹.** یک استوانه رسانای بسیار طویل (به‌طول $L$) حامل بار کل $+q$ است و یک پوستهٔ استوانه‌ای رسانا (آن هم به‌طول $L$) با بار کل $-2q$ آن را احاطه کرده است. مقطع این مجموعه را در شکل ۳۱ نشان داده‌ایم. با بهره‌گیری از قانون گاؤس کمیتهای زیر را معین کنید؛ (الف) میدان الکتریکی در خارج از پوستهٔ استوانه‌ای رسانا، (ب) توزیع بار روی پوستهٔ استوانه‌ای و (ج) میدان الکتریکی در ناحیهٔ بین استوانه‌ها.




**شکل ۳۱.** مسئلهٔ ۲۹.

**۳۰.** شکل ۳۲ بار نقطه‌ای $q = 126\,\text{nC}$ را در مرکز یک کاواک کروی، به شعاع ۳٫۶۶cm در یک قطعه فلز نشان می‌دهد. از قانون گاؤس استفاده کنید و میدان الکتریکی را در نقطهٔ (الف) $P_1$، در وسط مرکز و سطح کاواک و (ب) $P_2$ داخل فلز بیابید.



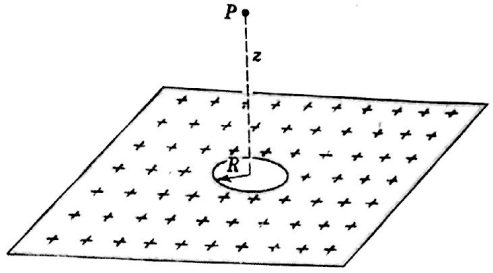

**شکل ۳۲.** مسئلهٔ ۳۰.

**۳۱.** پروتونی درست در خارج از کرهٔ بارداری به شعاع $r = 1{,}3\,\text{cm}$ با سرعت $v = 294\,\text{km/s}$ دور آن می‌چرخد. بار روی کره را معین کنید.

**۳۲.** یک ورقهٔ نارسانای تخت و بزرگ حامل چگالی بار یکنواخت

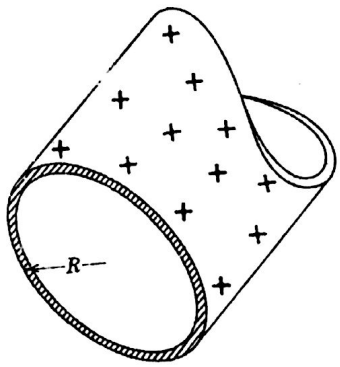
Scanned by CamScanner

$\sigma$ است. در وسط این ورقه یک سوراخ دایره‌ای کوچک به شعاع $R$، مطابق شکل ۳۳، ایجاد شده است. نادیده‌گرفتن مسئله‌های حاشیه‌ای خطوط میدان در لبه‌ها، میدان الکتریکی را در نقطهٔ $P$، در فاصلهٔ $z$ از مرکز سوراخ و در امتداد محور آن تعیین کنید. (راهنمایی: نگاه کنید به معادلهٔ (۲۷) فصل ۲۸ و از اصل برهم‌نهی استفاده کنید.)




شکل ۳۳. مسئلهٔ ۳۲.

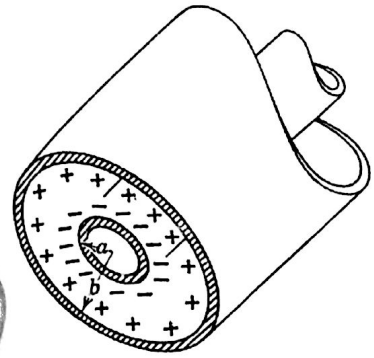
۳۳. شکل ۳۴ بخشی از یک لولهٔ فلزی دراز با جدارهٔ نازک به شعاع $R$ را نشان می‌دهد، که حامل بار بر واحد طول $\lambda$ روی سطحش است رابطه‌هایی را برای میدان الکتریکی $E$ را در فاصله‌های متفاوت $r$ از محور لوله برای (الف) $r > R$ و (ب) $r < R$ به‌دست آورید. (ج) نتایج به‌دست آمده را با این فرض که $\lambda = ۲٫۰ \times ۱۰^{-۸}$ و $R = ۳٫۰\,\text{cm}$ باشد، در فاصلهٔ $r = ۰$ تا $r = ۵٫۰\,\text{cm}$ رسم کنید. (راهنمایی: سطوح گاؤسی را استوانه‌ای، هم‌محور با لوله درنظر بگیرید.)




شکل ۳۴. مسئلهٔ ۳۳.

۳۴. شکل ۳۵ مقطعی از دو پوستهٔ استوانه‌ای هم‌مرکز نازک دراز با شعاعهای $a$ و $b$ را نشان می‌دهد. استوانه‌ها حامل بار بر واحد طول مساوی و مختلف‌العلامت $\lambda$ هستند. از قانون گاؤس بهره بگیرید و ثابت کنید که (الف) برای $r < a$ داریم $E = ۰$ و (ب) در فاصلهٔ بین دو استوانهٔ میدان $E$ از معادله زیر به‌دست می‌آید

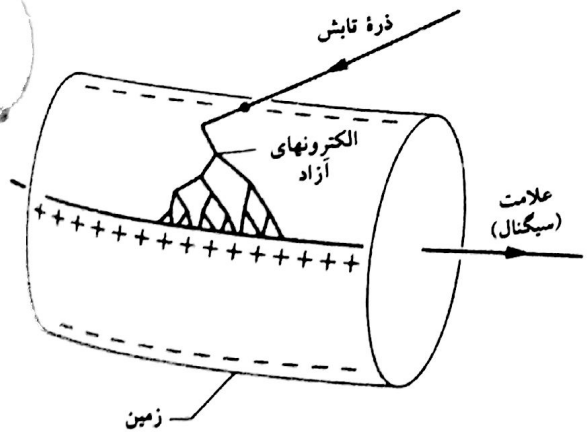
$$E = \frac{۱}{۲\pi\epsilon_۰}\frac{\lambda}{r}$$




شکل ۳۵. مسئلهٔ ۳۴.

۳۵. در ترتیب هندسی مسئله ۳۴ پوزیترونی در مسیر دایره‌ای و هم‌مرکز با استوانه‌ها بین آنها می‌چرخد. انرژی جنبشی آن را برحسب الکترون ولت تعیین کنید. فرض کنید $\lambda = ۳۰\,\text{nC/m}$. (چرا نیازی نیست که شعاع استوانه‌ها را بدانیم؟)

۳۶. شکل ۳۶ یک شمارگر گایگر را نشان می‌دهد که برای آشکارسازی تابش یونندهٔ مورد استفاده قرار می‌گیرد. شمارگر متشکل از یک سیم نازک مرکزی حامل بار مثبت است و یک استوانهٔ دایره‌ای هم‌محور رسانا آن را احاطه کرده است که حامل همان مقدار بار منفی است. به این ترتیب یک میدان الکتریکی شعاعی قوی در استوانه به‌وجود می‌آید. استوانه حاوی یک گاز بی‌اثر با فشار کم است. وقتی ذره‌ای از تابش از دیوارهٔ استوانه وارد آن می‌شود، چند اتم از گاز بی‌اثر را یونیده می‌کند. الکترونهای آزاد حاصل از عمل یونش به‌طرف سیم مثبت کشیده می‌شوند. ولی، میدان الکتریکی آن به قدری شدید است که الکترونها بین برخوردهای متوالی با اتمهای گاز به قدر کافی انرژی به‌دست می‌آورند که این اتمها را نیز یونیده کنند. در اینجا تعداد بیشتری الکترون آزاد به‌وجود می‌آید و این فرایند تکرار می‌شود تا الکترونها به سیم برسند. "بهمن" الکترونها را سیم گردآوری می‌کند، سیگنالی را به‌وجود می‌آورد که نشانهٔ عبور ذرهٔ فرودی است. فرض کنید که شعاع سیم میانی برابر




شکل ۳۶. مسئلهٔ ۳۶.

Scanned by CamScanner

۲۵$\mu$m، شعاع استوانه ۱٫۴cm و طول استوانه ۱۶cm باشد. میدان الکتریکی روی جدارهٔ استوانه $۲٫۹ \times ۱۰^۴ \mathrm{N/C}$ است. مقدار بار مثبت واقع بر سیم مرکزی را محاسبه کنید. (راهنمایی: نگاه کنید به مسئله ۳۴.)

۳۷. دو استوانهٔ هم‌محور طویل دارای شعاعهای ۳٫۲۲cm و ۶٫۱۸cm هستند. چگالی بار سطحی روی استوانهٔ داخلی $۲۴٫۷\mu\mathrm{C/m}^۲$ و روی استوانهٔ خارجی $-۱۸٫۰\mu\mathrm{C/m}^۲$ است. میدان الکتریکی را در (الف) $r = ۴٫۱۰\mathrm{cm}$ و (ب) $r = ۸٫۲۰\mathrm{cm}$ معین کنید.

۳۸. در مرکز یک پوستهٔ بدون بار کروی فلزی نازک بار نقطه‌ای $q$ قرار دارد. با بهره‌گیری از قانون گاوس رابطه‌ای را برای میدان الکتریکی (الف) در داخل پوسته و (ب) خارج از پوسته، به‌دست آورید. (ج) آیا پوسته هیچ تأثیری بر میدان ناشی از $q$ دارد؟ (د) آیا وجود بار $q$ هیچ تأثیری روی پوسته دارد؟ (ه) اگر یک‌بار نقطه‌ای دیگر را در خارج از پوسته نگه داریم، آیا بر این بار بیرونی نیرویی وارد می‌شود؟ (و) آیا بر بار داخلی نیرویی وارد می‌شود؟ (ز) آیا در اینجا تناقضی با قانون سوم نیوتون وجود دارد؟ اگر پاسخ آری است چرا و اگر پاسخ شما خیر است چرا؟

۳۹. الکترونی با انرژی ۱۱۵keV به‌سوی یک ورقهٔ پلاستیکی بزرگ و تخت که دارای چگالی بار سطحی $-۲٫۰۸\mu\mathrm{C/m}^۲$ است شلیک می‌شود. الکترون را از چه فاصله‌ای باید شلیک کرد تا درست قبل از برخورد با صفحه بازگردد؟ (آثار نسبیتی را نادیده بگیرید.)

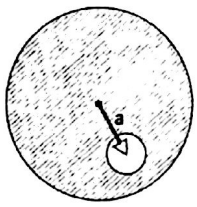
۴۰. ذرات غبار باردار، که هرکدام حامل یک الکترون اضافی و همگی دارای جرم یکسان هستند در فضای میان ستاره‌ای، ابر کروی یکنواخت پایداری را تشکیل می‌دهند. جرم هر ذره را معین کنید.

۴۱. بار مثبت به‌طور یکنواخت در سرتاسر یک پوستهٔ استوانه‌ای نارسانای دراز به شعاع داخلی $R$ و شعاع خارجی $۲R$ توزیع شده است. در چه فاصله‌ای بین $R$ و $۲R$ شدت میدان الکتریکی نصف شدت میدان روی سطح است؟

۴۲. در ناحیهٔ کروی $a < r < b$ با بار چگالی حجمی $\rho = A/r$ توزیع شده است، که در آن $A$ مقداری ثابت است. در مرکز این کره ($r = ۰$) بار نقطه‌ای $q$ قرار گرفته است. مقدار ثابت $A$ چقدر باشد تا شدت میدان الکتریکی در ناحیهٔ $a < r < b$ اندازه‌ای ثابت داشته باشد؟

۴۳. نشان دهید که تعادل پایدار با اعمال نیروهای الکتروستاتیکی به تنهایی حاصل نمی‌شود. (راهنمایی: فرض کنید که اگر بار $+q$ در نقطه‌ای مانند $P$ در میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ قرار گیرد در تعادل پایدار خواهد بود. یک سطح گاوسی کروی در اطراف نقطهٔ $P$ رسم کنید، و مجسم کنید که میدان $\mathbf{E}$ در روی این سطح باید چه جهتی داشته باشد، اکنون قانون گاوس را اعمال کنید تا نشان دهد که فرض به تناقض می‌انجامد.) این نتیجه به نام قضیهٔ اِرنشاو مشهور است.

۴۴. یک ناحیه کروی حامل بار بر واحد حجم یکنواخت $\rho$ است. فرض کنید $\mathbf{r}$ برداری است که مرکز کره را به یک نقطه عمومی $P$ در داخل کره وصل می‌کند. (الف) نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطه $P$ از رابطهٔ $\mathbf{E} = \rho\mathbf{r}/۳\epsilon_۰$ به‌دست می‌آید. (ب) در داخل این کره، مطابق شکل ۳۷، یک کاواک کروی ایجاد می‌کنیم. با بهره‌گیری از مفاهیم برهم‌نهی، نشان دهید که میدان الکتریکی در تمام نقاط واقع در داخل کاواک برابر است با $\mathbf{E} = \rho\mathbf{a}/۳\epsilon_۰$ (میدان یکنواخت)، در اینجا $\mathbf{a}$ برداری است که مرکز کره را به مرکز کاواک متصل می‌کند. توجه کنید که هر دو نتیجه مستقل از شعاعهای کره و کاواک است.




**شکل ۳۷.** مسئلهٔ ۴۴.

۴۵. بار به‌طور یکنواخت در سرتاسر یک استوانهٔ بی‌نهایت بلند به شعاع $R$ توزیع شده است. (الف) نشان دهید میدان $E$ در فاصلهٔ $r$ از محور استوانه ($r < R$) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$E = \frac{\rho r}{۲\epsilon_۰}$$

در اینجا $\rho$ چگالی حجمی بار است. (ب) چه نتیجه‌ای را برای $r > R$ پیش‌بینی می‌کنید؟

۴۶. یک تیغهٔ تخت به ضخامت $d$ حامل چگالی حجمی بار یکنواخت $\rho$ است. شدت میدان الکتریکی در تمام نقاط فضای (الف) داخل و (ب) خارج از تیغه را برحسب $x$، که فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از صفحهٔ میانی تیغه است، به‌دست آورید.

۴۷. کرهٔ نارسانایی به شعاع $R$ حامل توزیع بار غیر یکنواختی است که در آن چگالی بار با $\rho = \rho_s r/R$ مشخص شده است. در این معادله $\rho_s$ ثابت و $r$ فاصلهٔ نقطه از مرکز کره است. نشان دهید که (الف) بار کل موجود در کره $Q = \pi\rho_s R^۳$ است و (ب) میدان الکتریکی در

داخل کره از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$E = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_۰}\frac{Q}{R^۴}r^۲$$

۴۸. یک سطح گاؤسی کروی درنظر بگیرید که مرکز آن روی یک خط بار نامتناهی باشد، شار عبوری از کره را محاسبه کنید و در نتیجه نشان دهید که قانون گاؤس صحیح است.

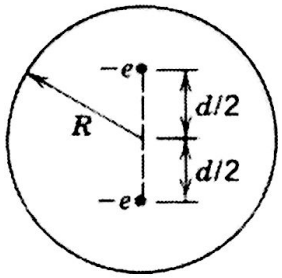
## بخش ۲۹ـ۷ مدل هسته‌ای اتم

۴۹. در یک مقالهٔ مربوط به سال ۱۹۱۱، ارنست رادرفورد گفت: به‌منظور دستیابی به ایده‌ای از نیروهای لازم برای انحراف ذرات آلفا در زاویه‌های بزرگ، اتم را به‌صورت یک‌بار نقطه‌ای مثبت $Ze$ در مرکز درنظر بگیرید که با یک توزیع یکنواخت بار منفی $-Ze$ در سرتاسر کره‌ای به شعاع $R$، احاطه شده است. میدان الکتریکی $E$ در فاصلهٔ $r$ از مرکز برای نقاط داخلی اتم عبارت است از

$$E = \frac{Ze}{۴\pi\epsilon_۰}\left(\frac{۱}{r^۲} - \frac{r}{R^۳}\right)$$

درستی این معادله را بررسی کنید.

۵۰. شکل ۳۸ اتم هلیم $(Z = ۲)$ را براساس مدل اتمی تامسون نشان می‌دهد. دو الکترون ساکن، در یک توزیع بار کروی یکنواخت مثبت به مقدار $۲e$ قرار گرفته‌اند. فاصلهٔ $d$ بین دو الکترون را طوری تعیین کنید که این پیکربندی در حالت تعادل استاتیک باشد.




شکل ۳۸. مسئلهٔ ۵۰.

Scanned by CamScanner