

ظرفیت خطهای انتقال

همان طور که در آغاز فصل ۳ بیان شد، ادمیتانس موازی هر خط انتقال، شامل رسانایی و رکتانس ظرفیتی است. همچنین اشاره کردیم که رسانایی، به علت تأثیر بسیار اندکش بر ادمیتانس موازی خط، معمولاً نادیده گرفته می شود. به همین علت است که عنوان ظرفیت، به جای ادمیتانس موازی، برای این فصل انتخاب شده است.

دلیل دیگر صرف نظر کردن از رسانایی خط این است که به علت کاملاً متغیر بودن آن هیچ راه مناسبی برای به حساب آوردنش نداریم. نشتی در مقره ها، که عامل اصلی رسانایی است، محسوساً با شرایط جوی و با میزان رسانایی گرد و خاک جمع شده بر روی مقره ها تغییر می کند. اثر کورونا، که باعث نشتی بین خطوط می شود، نیز با شرایط جوی به کلی تغییر می کند. جای خوشوقتی است که تأثیر رسانایی بر ادمیتانس موازی خطوط انتقال تا این حد ناچیز است.

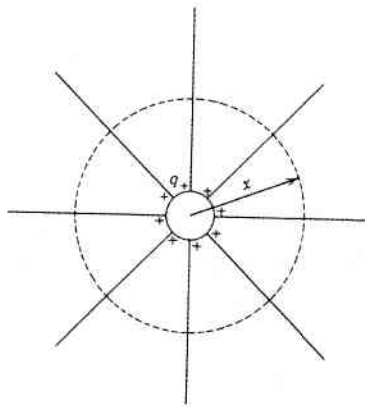
ظرفیت هر خط انتقال، نتیجه اختلاف پتانسیل بین سیمهاست و باعث می شود که هادیهای خط مانند صفحات خازنی که بینشان اختلاف پتانسیلی برقرار است باردار شوند. ظرفیت بین هادیها عبارت است از بار الکتریکی به ازای یک ولت اختلاف پتانسیل. ظرفیت بین هادیهای موازی مقداری است ثابت که به اندازه و فاصله بین هادیها بستگی دارد. برای خطوط انتقال نیروی کوتاه تر از حدود ۸۰ کیلومتر (۵۰ مایل)، تأثیر ظرفیت، اندک و معمولاً نادیده گرفته می شود. برای خطوط طولانی تر با ولتاژهای بالاتر، ظرفیت اهمیتی فزاینده می یابد.

ولتاژ متناوب اعمال شده بر خط انتقال باعث می شود که بار الکتریکی سیمها در هر نقطه همراه با افزایش و کاهش مقدار لحظه ای ولتاژ بین سیمها در آن نقطه افزوده و کاسته شود. عبور بار، همان جریان الکتریکی است، و جریان حاصل از باردار و بی بار شدن تناوبی خط بر اثر ولتاژ متناوب، جریان باردارکننده خط نامیده می شود. جریان باردارکننده، حتی زمانی که مدار خط انتقال باز است نیز عبور می کند. این جریان علاوه بر افت ولتاژ در طول خط، بر بازدهی و ضریب توان خط و بر پایداری سیستمی که خط، بخشی از آن است نیز تأثیر می گذارد.

۱-۴ میدان الکتریکی یک سیم مستقیم بلند

همان طور که میدان مغناطیسی در بررسی اندوکتانس مهم است، میدان الکتریکی نیز در مطالعه ظرفیت اهمیت دارد. در فصل گذشته در باره میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی خط دو سیمه سخن گفتیم. خطوط شار الکتریکی از بارهای مثبت یک سیم سرچشمه می گیرند و به بارهای منفی سیم دیگر ختم می شوند. شار کل الکتریکی صادر شده از یک هادی از لحاظ عددی برابر است با تعداد کولنهای بار روی هادی. چگالی شار الکتریکی عبارت است از شار الکتریکی هر متر مربع و بر حسب کولن بر متر مربع سنجیده می شود.

اگر سیمی استوانه ای و بلند، واقع در محیطی یکنواخت چون هوا، دارای بار الکتریکی یکنواختی در سراسر طول خود باشد، و طوری از بارهای دیگر جدا شده باشد که بار به صورت یکنواخت در سطحش توزیع شود، شار الکتریکی آن شعاعی خواهد بود. تمام نقاط هم فاصله از چنین سیمی نقاطی هم پتانسیل اند و چگالی شار الکتریکی برابری دارند. شکل ۱-۴، چنین هادی منفردی را که توزیع بار یکنواختی دارد نشان می دهد.



شکل ۱-۴ خطوط شار الکتریکی حاصل از بارهای مثبت با توزیع یکنواخت بر روی یک سیم استوانه ای منفرد.

چگالی شار الکتریکی در فاصله x متری از این سیم را می توان با تصور کردن يك سطح استوانه ای هم مرکز با سیم و به شعاع x متر محاسبه کرد. چون همه اجزای این سطح از سیم به يك فاصله اند، و هادی توزیع باریکناختی دارد سطح استوانه ای، سطحی هم پتانسیل است و چگالی شار الکتریکی بر روی آن برابر است با شاری که از هر متر از سیم صادر می شود تقسیم بر مساحت بخشی از سطح استوانه ای به طول يك متر.

$$D = \frac{q}{2\pi x} \text{ C/m}^2 \quad (1-4)$$

که در آن، D چگالی شار الکتریکی بر حسب کولن بر متر مربع، q بار الکتریکی هادی بر حسب کولن بر متر، و x فاصله هادی است بر حسب متر از نقطه ای که چگالی شار آن محاسبه شده است. شدت میدان الکتریکی، با به عبارت دیگر منفی گرادیان پتانسیل، برابر است با چگالی شار تقسیم بر گذردهی محیط*. به این ترتیب شدت میدان الکتریکی برابر است با

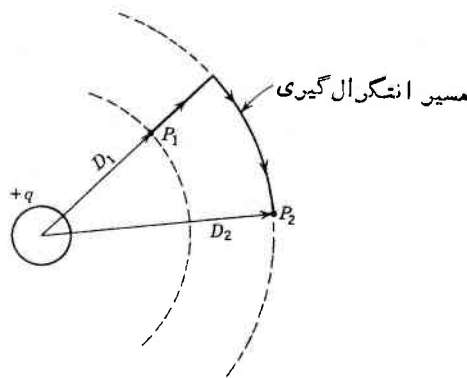
$$\mathcal{E} = \frac{q}{2\pi x k} \text{ V/m} \quad (2-4)$$

۲-۴ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه بر اثر بار الکتریکی

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه بر حسب ولت از لحاظ عددی برابر کار لازم بر حسب ژول بر کولان برای حرکت يك کولن بار بین آن دو نقطه است. شدت میدان الکتریکی، معیاری است از نیروی وارد شونده از جانب میدان بر بار الکتریکی واقع در میدان. شدت میدان الکتریکی بر حسب ولت بر متر برابر است با نیرویی بر حسب نیوتون بر کولن که بر يك کولن بار واقع در آن نقطه وارد می شود. بین دو نقطه، انتگرال خطی نیرویی بر حسب نیوتون که بر يك کولن بار مثبت وارد می شود عبارت است از کار انجام شده برای حرکت دادن بار از نقطه کم پتانسیل تر به نقطه دارای پتانسیل بالاتر، و از لحاظ عددی برابر است با اختلاف پتانسیل بین دو نقطه.

سیم مستقیم بلندی را حامل بار الکتریکی مثبت $q \text{ C/m}$ ، مطابق شکل ۲-۴ در نظر بگیرید. نقاط P_1 و P_2 در فاصله های D_1 و D_2 متری از سیم واقع اند. بار مثبت روی سیم، نیروی دافعی بر هر بار مثبت موجود در میدان وارد می کند. به این علت، و به فرض $D_2 > D_1$ ، برای آوردن بار مثبت از نقطه P_1 به P_2 باید کار انجام شود، و پتانسیلی بیشتر از P_1 دارد. این اختلاف پتانسیل عبارت از مقدار کار انجام شده برای جا به جایی هر کولن بار

* در دستگاه یکاهای SI، گذردهی خلاء $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ است. گذردهی نسبی ϵ_r عبارت است از نسبت گذردهی مطلق ماده بر گذردهی خلاء: $\epsilon_r = k/\epsilon_0$. برای هوای خشک، $\epsilon_r = 1.00054$ که در محاسبات خطوط هوایی مساوی يك فرض می شود.



شکل ۳-۴ مسیر انتگرال گیری بین دو نقطه خارج از يك سیم استوانه‌ای دارای بار مثبت با توزیع یکنواخت.

بین دو نقطه است. از سوی دیگر، اگر بار الکتریکی از P_1 به P_2 برود، انرژی صرف خواهد کرد و مقدار کار یا انرژی بر حسب نیوتون-متر عبارت است از افت ولتاژ از P_1 به P_2 . اختلاف پتانسیل دو نقطه به مسیر بین آن دو نقطه بستگی ندارد. ساده‌ترین راه تعیین افت ولتاژ بین دو نقطه عبارت است از محاسبه ولتاژ بین سطوح هم پتانسیل گذرنده از آنها به وسیله انتگرال گیری از شدت میدان بر روی يك مسیر شعاعی بین سطوح هم پتانسیل. بنابراین افت ولتاژ لحظه‌ای بین P_1 و P_2 چنین می‌شود

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \mathcal{E} dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi k x} dx = \frac{q}{2\pi k} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{V} \quad (3-4)$$

که در آن q ، بار لحظه‌ای بر روی واحد طول سیم بر حسب کولن بر متر است. باید دانست که افت ولتاژ بین دو نقطه، بنا بر معادله (۳-۴)، بسته به اینکه بار الکتریکی پدیدآورنده اختلاف پتانسیل مثبت باشد یا منفی، و بر حسب اینکه افت ولتاژ از نقطه‌ای نزدیک به سیم تا نقطه‌ای دورتر محاسبه شود یا برعکس، می‌تواند مثبت یا منفی باشد. علامت q ممکن است مثبت یا منفی باشد، و علامت جمله لگاریتمی بسته به اینکه D_2 بزرگتر یا کوچکتر از D_1 باشد مثبت یا منفی می‌شود.

۳-۴ ظرفیت يك خط دوسیمه

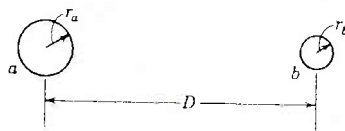
ظرفیت بین دو هادی يك خط دوسیمه را به صورت بار الکتریکی روی هادیها به ازای هر ولت اختلاف پتانسیل بین آنها تعریف کردیم. ظرفیت واحد طول خط را می‌توان با معادله زیر بیان کرد

$$C = \frac{q}{v} \quad \text{F/m} \quad (4-4)$$

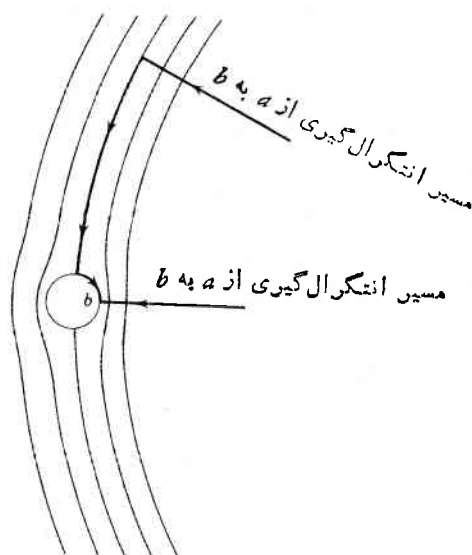
که در آن q بار روی هادیها بر حسب کولن بر متر و v اختلاف پتانسیل بین هادیها بر حسب ولت است. از این پس، برای سادگی، ظرفیت واحد طول را ظرفیت می خوانیم اما دیانسین در دست آن را در معادلات به دست آمده رعایت می کنیم. ظرفیت بین دو هادی را می توان با گذاردن مقدار v بر حسب q از معادله (۳-۴) در معادله (۴-۴) به دست آورد. ولتاژ v_{ab} بین دو هادی خط دوسیمه شکل ۳-۴ را می توان از طریق تعیین اختلاف پتانسیل بین دو هادی، نخست با محاسبه افت ولتاژ بر اثر بار روی هادی a ، q_a ، و سپس با محاسبه افت ولتاژ بر اثر بار روی هادی b ، q_b ، یافت. بنابراین جمع آثار، افت ولتاژ از هادی a تا هادی b بر اثر بارهای هر دو هادی برابر است با مجموع افت ولتاژهای حاصل از بار هر هادی به تنهایی.

بار q_a را بر روی هادی a در نظر بگیرید، و فرض کنید که هادی b بدون بار است و فقط سطحی هم پتانسیل در میدان الکتریکی پدید آمده از بارهای a است. سطح هم پتانسیل هادی b و سطوح هم پتانسیل حاصل از بار هادی a را شکل ۴-۴ نشان می دهد. اعوجاج سطوح هم پتانسیل در نزدیکی هادی b ناشی از این است که خود هادی b نیز یک سطح هم پتانسیل است. معادله (۳-۴) با این فرض به دست آمده که سطوح هم پتانسیل حاصل از بار یکخواخت روی هر سیم گرد، همگی استوانه ای شکل و هم مرکز با سیم اند. در اینجا نیز این شرط، جز در نقاط نزدیک به هادی b ، برقرار است. پتانسیل هادی b ، پتانسیل سطح هم پتانسیلی است که هادی را قطع می کند. بنابراین، در تعیین v_{ab} می توان مسیری را از هادی a به سطح هم پتانسیل قطع کننده هادی b ، از درون منطقه با سطح هم پتانسیل اعوجاج نیافته پیمود. آن گاه حرکت بر روی سطح هم پتانسیل به سمت نقطه b ، ولتاژ را تغییر نمی دهد. شکل ۴-۴، این مسیر انتگرال گیری را همراه با مسیر مستقیم از a به b ، نشان می دهد. البته می دانیم که اختلاف پتانسیل، مستقل از مسیری است که انتگرال گیری از شدت میدان بر روی آن صورت می گیرد. با پیمودن مسیری از منطقه اعوجاج نیافته دیده می شود که هنگام تعیین v_{ab} حاصل از q_a از روی معادله (۳-۴)، مقادیر D و r_a به ترتیب جانشین D_1 و D_2 می شوند. به همین ترتیب، هنگام تعیین v_{ab} حاصل از q_b از روی معادله (۳-۴)، مقادیر r_b و D به ترتیب جانشین D_1 و D_2 می شوند. با نماد فابرداری (که q_a و q_b اعدادی مختلط می شوند) به دست می آید

$$V_{ab} = \underbrace{\frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r_a}}_{\text{بر اثر بار } q_a} + \underbrace{\frac{q_b}{2\pi k} \ln \frac{r_b}{D}}_{\text{بر اثر بار } q_b} \quad V \quad (5-4)$$



شکل ۳-۴ برش يك خط با سیمهای موازی.



شکل ۴-۴ سطوح هم‌پتانسیل بخشی از میدان الکتریکی حاصل از سیم باردار a (که نشان داده نشده است). هادی b باعث می‌شود سطوح هم‌پتانسیل اعوجاج یا بنند. پیکانها مسیرهای اختیاری انتگرال‌گیری را بین نقطه‌ای از سطح هم‌پتانسیل هادی b و هادی a ، کسه بار آن، q_a ، سطوح هم‌پتانسیل نشان داده شده را پدید می‌آورد، نشان می‌دهند.

و از آنجایی که در خط دوسیمه $q_a = -q_b$ داریم

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi k} \left(\ln \frac{D}{r_a} - \ln \frac{r_b}{D} \right) \quad V \quad (4-6)$$

با ترکیب کردن جملات لگاریتمی می‌توان نوشت

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D^2}{r_a r_b} \quad V \quad (4-7)$$

ظرفیت بین هادیها برابر است با

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{2\pi k}{\ln(D^2/r_a r_b)} \quad F/m \quad (4-8)$$

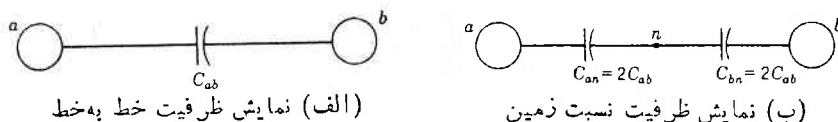
اگر $r_a = r_b = r$ خواهیم داشت

$$C_{ab} = \frac{\pi k}{\ln(D/r)} F/m \quad (9-4)$$

معادله (۹-۴)، ظرفیت بین هادیهای يك خط انتقال دوسیمه را به دست می دهد. گاهی لازم است ظرفیت بین یکی از هادیها و نقطه خنثایی بین آنها را بدانیم. برای مثال، اگر خط انتقال را ترانسفورماتوری که میانگاه سیم پیچش زمین شده است تغذیه کند اختلاف پتانسیل بین هر يك از هادیها و زمین، نصف اختلاف پتانسیل بین دو هادی خواهد بود و ظرفیت نسبت به زمین یا ظرفیت نسبت به خنثی، عبارت است از بار روی هر هادی به ازای هر ولت اختلاف پتانسیل بین هادی و زمین. بنابراین ظرفیت نسبت به زمین برای خط دو سیمه دو برابر ظرفیت خط به خط (ظرفیت بین هادیها) است. اگر ظرفیت خط به خط را دو ظرفیت مساوی متوالی در نظر بگیریم، ولتاژ بین دو خط به تساوی بین آن دو تقسیم می شود و نقطه اتصال آنها، پتانسیل زمین را خواهد داشت. بنابراین، ظرفیت نسبت به زمین، ظرفیت یکی از دو خازن متوالی، یا دو برابر ظرفیت خط به خط است. یعنی

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi k}{\ln(D/r)} F/m \quad \text{نسبت به زمین} \quad (10-4)$$

مفهوم ظرفیت نسبت به زمین در شکل ۵-۴ به نمایش در آمده است. معادله (۱۰-۴)، متناظر با معادله (۳-۳) اندوکتانس است. يك اختلاف بین این دو معادله را باید به دقت در نظر داشت: شعاع r در معادله ظرفیت، شعاع خارجی واقعی اما در معادله اندوکتانس، شعاع میانگین هندسی هادی است. معادله (۳-۴) که از آن معادله های (۵-۴) تا (۱۰-۴) مشتق شده اند، با فرض یکنواخت بودن توزیع بار بر روی سطح هادی به دست آمده است. زمانی که بارهای دیگری موجود باشد، توزیع بار بر روی سطح هادی یکنواخت نیست و معادله های مشتق شده از معادله (۳-۴) کاملاً درست نیستند. لیکن، در مورد خطوط هوایی، یکنواخت نبودن توزیع بار را می توان به کلی نادیده گرفت، زیرا حتی در مورد فاصله های بسیار کم بین هادیها با نسبت $D/r = 50$ ، میزان خطا در معادله (۱۰-۴) تنها ۰.۱ درصد است. حال با توجه به اینکه معادله (۱۰-۴) برای يك سیم گرد یکپارچه به دست آمده است، باید دید در مورد هادیهای رشته ای، r در جمله لگاریتمی چه مقداری پیدا می کند. از آنجایی که خطوط شار الکتریکی بر سطح هر هادی ایدئال، قائم اند میدان الکتریکی در سطح هادی رشته ای با میدان در سطح هادی استوانه ای فرق دارد. بنابراین، محاسبه ظرفیت هادی



شکل ۵-۴ رابطه بین مفاهیم ظرفیت خط به خط و ظرفیت نسبت به زمین.

رشته‌ای اگر در معادله (۴-۱۰) اندازه شعاعی خارجی هادی را به جای r بگذاریم، قدری خطا خواهد داشت، زیرا این معادله مربوط به هادی استوانه‌ای یکپارچه است. لیکن، این خطا بسیار کوچک است چون میدان، تنها در فاصله بسیار نزدیک به هادی از این اختلاف تأثیر می‌پذیرد. پس در محاسبه ظرفیت هادیهای رشته‌ای نیز شعاع خارجی هادیها به کار می‌رود.

پس از به دست آوردن ظرفیت نسبت به زمین، می‌توان رئکتانس ظرفیتی هادی نسبت به زمین را در محیطی با گذردهی نسبی $k_r = 1$ به دست آورد.

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{27862}{f} \times 10^9 \ln \frac{D}{r} \quad \Omega \cdot m \quad \text{نسبت به زمین} \quad (4-11)$$

از آنجایی که در معادله (۴-۱۱)، C بر حسب فاراد بر متر است واحد X_c اهم متر می‌شود. همچنین باید دانست که معادله (۴-۱۱)، بیان کننده رئکتانس هر متر از خط نسبت به زمین است. چون رئکتانس ظرفیتی در طول خط، بخش موازی دارد برای به دست آوردن رئکتانس نسبت به زمین برای همه خط باید X_c بر حسب اهم متر را بر طول خط بر حسب متر تقسیم کرد. با تقسیم طرف دوم معادله (۴-۱۱) بر ۱۶۰۹، مقدار X_c بر حسب اهم مایل به دست می‌آید.

$$X_c = \frac{1779}{f} \times 10^6 \ln \frac{D}{r} \quad \Omega \cdot mi \quad \text{نسبت به زمین} \quad (4-12)$$

جدول پ-۱، قطر خارجی بیشتر انواع متداول هادیهای آلومینیومی تقویت شده با فولاد (ACSR) را به دست می‌دهد. با بسط دادن معادله (۴-۱۲) به شکل زیر، در صورتی که D و r بر حسب فوت بیان شوند جمله اول، رئکتانس ظرفیتی برای فاصله گذاری يك فوت، X'_d ، و جمله دوم، ضریب فاصله گذاری رئکتانس ظرفیتی، X'_d ، خواهد بود.

$$X_c = \frac{1779}{f} \times 10^6 \ln \frac{1}{r} + \frac{1779}{f} \times 10^6 \ln D \quad \Omega \cdot mi \quad \text{نسبت به زمین} \quad (4-13)$$

جدول پ-۱، مقادیر X'_d را برای اندازه‌های متداول هادیهای ACSR نشان می‌دهد، و جدولهای مشابهی هم برای انواع و اندازه‌های دیگر هادیها موجود است. جدول پ-۳، مقادیر X'_d را به دست می‌دهد.

مثال ۴-۱ سوسپانسیون ظرفیتی هسرمایل از يك خط انتقال تکفاز ۶۰ Hz را پیدا کنید. هادی خط از نوع پادریج، و فاصله گذاری محور تا محور هادیها ۲۰ ft است. حل: قطر خارجی را از جدول پ-۱، برابر ۰.۴۲ in می‌خوانیم. بنابراین

$$r = \frac{0.642}{2 \times 12} = 0.0268 \text{ ft}$$

با استفاده از معادله (۱۲-۴) داریم

$$X_c = \frac{1779}{60} \times 10^6 \ln \frac{20}{0.0268} = 0.1961 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi}$$

$$B_c = \frac{1}{X_c} = 5.10 \times 10^{-6} \text{ S/mi}$$

یا اینکه با خواندن رثکتانس ظرفیتی برای فاصله گذاری يك فوت و ضرب فاصله گذاری رثکتانس ظرفیتی از جدولهای پ-۱ و پ-۳ می توان نوشت

$$X'_a = 0.1074 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

$$X'_d = 0.0889 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

$$X_c = 0.1074 + 0.0889 = 0.1963 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

لذا رثکتانس و سوسپتانس ظرفیتی خط به خط چنین می شوند

$$X_c = 2 \times 0.1963 \times 10^6 = 0.3926 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi}$$

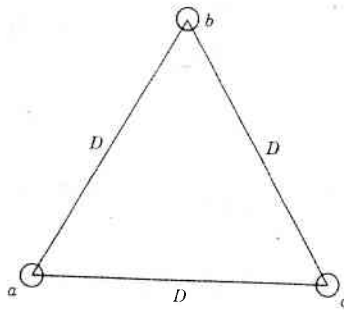
$$\square \quad B_c = \frac{1}{X_c} = 2.55 \times 10^{-6} \text{ S/mi}$$

۴-۴ ظرفیت يك خط سه فاز با فاصله گذاری منتظم

سه هادی یکسان به شعاع r يك خط سه فاز با فاصله گذاری منتظم را شکل ۴-۶ نشان می دهد. معادله (۴-۵)، ولتاژ بین دو هادی را حاصل از بارهای هریك از هادیها در صورت یکنواخت بودن توزیع بار بیان می کند. بنابراین ولتاژ V_{ab} خط سه فاز، تنها حاصل از بارهای هادیهای a و b برابر است با

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \underbrace{\left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} \right)}_{\text{برای بارهای } q_a \text{ و } q_b} \quad \text{V} \quad (12-4)$$

به کمک معادله (۴-۳)، می توان اثر q_c را هم به حساب آورد، زیرا اثر بار الکتریکی یکنواخت توزیع شده بر سطح سیم معادل است با اثر بار متمرکزی بر محور سیم. در نتیجه، V_{ab} حاصل از اثر q_c به تنهایی برابر می شود با



شکل ۴-۶ برش خط سه فازي با فاصله گذاري منتظم.

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} \quad V$$

که مساوی صفر است زیرا q_c از هادیهای a و b به يك فاصله است. لیکن برای نشان دادن اینکه هر سه بار الکتریکی را در نظر گرفته ایم می توانیم بنویسیم

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D} \right) \quad V \quad (15-4)$$

به همین ترتیب در مورد V_{ac} داریم

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D} \right) \quad V \quad (16-4)$$

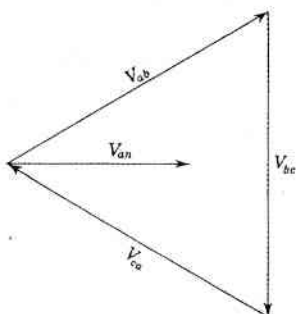
با جمع کردن معادله های (۱۵-۴) و (۱۶-۴) خواهیم داشت

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left[2q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D} \right] \quad V \quad (17-4)$$

در به دست آوردن این معادله ها فرض شده است، که هادیها از زمین چنان دورند که اثر زمین قابل نظر کردن است. چون ولتاژها را سینوسی فرض کرده و با فاز بردار نشان داده ایم، بارهای الکتریکی هم سینوسی اند و با فاز بردار نموده می شوند. اگر هیچ بار دیگری در آن نزدیکی نباشد، مجموع بارهای سه هادی صفر است، و به جای $q_b + q_c$ در معادله (۱۷-۴) می توان $-q_a$ گذاشت. در این صورت خواهیم داشت

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} \quad V \quad (18-4)$$

شکل ۴-۷، نمودار فاز برداری ولتاژها را نشان می دهد. از روی این شکل می توان



شکل ۲-۴ نمودار فازبرداری ولتاژهای متداول يك خط سه فاز.

ولتاژهای خط به خط V_{ab} و V_{ac} را برحسب ولتاژ V_{an} خط a به زمین برای این خط سه فاز نوشت:

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} (0.866 + j0.5) \quad (19-4)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3} V_{an} (0.866 - j0.5) \quad (20-4)$$

با جمع کردن معادله‌های (۱۹-۴) و (۲۰-۴) خواهیم داشت

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \quad (21-4)$$

گذاردن $3V_{an}$ به جای $V_{ab} + V_{ac}$ در معادله (۱۸-۴)، نتیجه می‌دهد

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} \quad V \quad (22-4)$$

چون ظرفیت هادی نسبت به زمین برابر است با نسبت بار روی هادی به ولتاژ بین آن هادی و زمین، داریم

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln(D/r)} \quad \text{نسبت به زمین } F/m \quad (23-4)$$

که همان معادله (۱۰-۴) است. این دو معادله، به ترتیب، بیانگر ظرفیت هادی نسبت به زمین در خط تکفاز و در خط سه فاز با فاصله گذاری منتظم است. در فصل سوم هم دیدیم که معادله‌های بیان کننده اندوکتانس هادی در خط تکفاز و خط سه فاز با فاصله گذاری منتظم یکسان اند.

اصطلاح جریان بارداد کننده به جریان مربوط به ظرفیت خط گفته می‌شود. در مورد يك خط انتقال تکفاز، برابر حاصل ضرب ولتاژ خط به خط و سوسپتانس ظرفیتی خط به خط است، و به صورت فاز برداری چنین می‌شود:

$$I_{chg} = j\omega C_{ab} V_{ab} \quad (۲۴-۲)$$

برای خط انتقال سه فاز، جریان باردار کننده از ضرب کردن ولتاژ نسبت به زمین در سوسپتانس ظرفیتی نسبت به زمین به دست می آید. این مقدار، جریان باردار کننده هر فاز خط است، و با محاسبات مدارهای سه فاز متعادل بر مبنای یک فاز و بازگشت از زمین، سازگار است. فاز بردار جریان باردار کننده در فاز a عبارت است از

$$I_{chg} = j\omega C_n V_{an} \quad A/mi \quad (۲۵-۴)$$

از آنجایی که ولتاژ مؤثر در طول خط تغییر می کند، جریان باردار کننده در همه جا یکسان نیست. غالباً ولتاژی که برای محاسبه جریان باردار کننده به کار می رود ولتاژی است که خط برای آن طراحی شده است، مانند ۲۲۰، یا ۵۰۰ کیلو ولت، که احتمالاً ولتاژ واقعی هیچ یک از دوسر خط انتقال نیست.

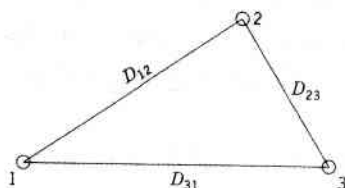
۵-۴ ظرفیت یک خط سه فاز با فاصله گذاری نامنتظم

زمانی که هادیهای خط سه فاز از یکدیگر فاصله های یکسان ندارند، محاسبه ظرفیت مشکل تر می شود. در خط انتقالی بی جایگشت، ظرفیت فازها نسبت به زمین نابرابرند. در خط جایگشت دار، در هر دوره کامل جایگشت که فازها جایگشت یکسان دارند ظرفیت متوسط فازها نسبت به زمین یکسان می شود. در بیشتر موارد، عدم تقارن خطوط سه فاز بی جایگشت بسیار جزئی است و محاسبات ظرفیت مانند حالت جایگشت دار انجام می شود. برای خط به نمایش در آمده در شکل ۸-۴، برای V_{ab} ، سه معادله به ازای سه بخش مختلف دوره جایگشت به دست می آید. اگر فاز a در وضعیت ۱، فاز b در وضعیت ۲، و فاز c در وضعیت ۳ باشد،

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) V \quad (۲۶-۴)$$

برای حالتی که فاز a در وضعیت ۳، فاز b در وضعیت ۱ و فاز c در وضعیت ۲ است،

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \ln \frac{D_{31}}{D_{12}} \right) V \quad (۲۷-۴)$$



شکل ۸-۴ برش خط سه فازی با فاصله گذاری نامنتظم.

و در حالتی که فاز a در وضعیت ۳، فاز b در وضعیت ۱، فاز c در وضعیت ۲ است،

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{r1}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{r1}} + q_c \ln \frac{D_{12}}{D_{r2}} \right) \quad V \quad (28-4)$$

معادله‌های (۲۶-۴) تا (۲۸-۴) به معادله‌های (۳-۶) تا (۳-۶۲) شارهای حلقه‌زن هر هادی در خط سه فاز جایگشت دار شباهت دارند. لیکن، در معادله‌های شارهای حلقه‌زن، دیدیم که جریان هر فاز در بخشهای دوره جایگشت یکسان است. در معادله‌های (۲۶-۴) تا (۲۸-۴) اگر ازاافت و لثاژ در طول خط چشم ببوشیم، و لثاژ فاز نسبت به زمین در بخشهای دوره جایگشت یکسان می‌ماند. بنا بر این، و لثاژ بین هر دو هادی در طول دوره جایگشت ثابت می‌ماند. در نتیجه بار روی هادی باید زمانی که جای هادی نسبت به هادیهای دیگر عوض می‌شود، فرق کند. پس بر خورد یکسان با معادله‌های (۲۶-۴) تا (۲۸-۴) و معادله‌های (۳-۶) تا (۶۲-۳) دقیق نخواهد بود.

تعیین دقیق ظرفیت خط سه فاز، جز در خط مسطح با فاصله‌های یکسان بین هادیهای مجاور، پیچیده‌تر از آن است که به کار آید. در مورد فواصل و هادیهای متداول با فرض اینکه بار واحد طول هر هادی در بخشهای مختلف دوره جایگشت یکسان است، ظرفیت با دقت کافی به دست می‌آید. با چنین فرضی در مورد بارها، و لثاژ بین دو هادی در بخشهای مختلف دوره جایگشت، فرق می‌کند. پس مقدار متوسطی برای و لثاژ بین هادیها می‌توان محاسبه کرد و از روی آن ظرفیت میانگین را به دست آورد. و لثاژ متوسط می‌تواند از تقسیم مجموع معادله‌های (۲۶-۴)، (۲۷-۴) و (۲۸-۴) بر ۳ تعیین شود. و لثاژ متوسط بین هادیها a و b ، بر اساس این فرض که بار هادی صرف نظر از جایش در دوره جایگشت فرق نمی‌کند، چنین است.

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{12} D_{r2} D_{r1}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{12} D_{r2} D_{r1}} + q_c \ln \frac{D_{12} D_{r2} D_{r1}}{D_{12} D_{r2} D_{r1}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V \quad (29-4)$$

که در آن

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{r2} D_{r1}} \quad (30-4)$$

به همین ترتیب، افت متوسط و لثاژ از هادی a به هادی c برابر است با

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_c \ln \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V \quad (31-4)$$

با به کار گیری معادله (۲۱-۴) برای پیدا کردن و لثاژ هادی a نسبت به زمین، خواهیم داشت

$$3V_{an} = V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}} + q_c \ln \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V \quad (32-4)$$

چون در مدار سه فاز متعادل، $q_a + q_b + q_c = 0$ داریم

$$3V_{an} = \frac{3}{2\pi k} q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} \quad V \quad (33-4)$$

و

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/r)} \quad F/m \quad \text{نسبت به زمین} \quad (34-4)$$

معادله (34-4) برای ظرفیت فاز نسبت به زمین در خط سه فاز جایگشت دار، مشابه معادله (3-6) برای اندوکتانس فازهمین نوع خط انتقال است. برای به دست آوردن رئکتانس ظرفیتی نسبت به زمین، می توان آن را به دو مؤلفه رئکتانس نسبت به زمین برای فاصله گذاری یک فوت X'_0 و ضریب فاصله رئکتانس نسبت به زمین X'_d ، به صورت تعریف شده با معادله (4-13) تجزیه کرد.

مثال 4-2 ظرفیت و رئکتانس ظرفیتی یک مایل از خط تشریح شده در مثال 3-2 را به دست آورید. اگر طول خط، 175 mi و ولتاژ عادی بهره برداری از خط، 220 kV باشد رئکتانس ظرفیتی نسبت به زمین برای همه خط، جریان باردارکننده در مایل، و مگاوات-آمپر باردارکننده کل خط را حساب کنید.

حل:

$$r = \frac{1.108}{2 \times 12} = 0.0462 \text{ ft}$$

$$D_{eq} = 24.8 \text{ ft}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln(24.8/0.0462)} = 8.8466 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$X_c = \frac{10^{12}}{2\pi \times 60 \times 8.8466 \times 1609} = 0.1864 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi}$$

یا با استفاده از جدولها

$$X'_a = 0.0912 \times 10^6 \quad X'_d = 0.0953 \times 10^6$$

$$X'_c = (0.0912 + 0.0953) \times 10^6 = 0.1865 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi} \quad \text{نسبت به زمین}$$

برای طول 175 mi

$$\text{نسبت به زمین} \quad \Omega = \frac{0.1865 \times 10^6}{175} = 1066$$

$$I_{chg} = 120\pi \frac{220000}{\sqrt{3}} \times 88466 \times 10^{-12} \times 1609 = 0.681 \text{ A/mi}$$

و $119 \text{ A} = 0.681 \times 175$ برای تمام خط. توان واکنشی برابر است با

$$Q = \sqrt{3} \times 220 \times 119 \times 10^{-3} = 45.3 \text{ Mvar}$$

این مقدار توان واکنشی جذب شده در ظرفیت گسترده خط، براساس قرارداد تعیین شده در فصل ۲، منفی است. به عبارت دیگر، همین توان واکنشی مثبت را ظرفیت گسترده خط تولید کرده است. □

۶-۴ تأثیر زمین بر ظرفیت خطهای انتقال سه فاز

زمین بر مقدار ظرفیت خط انتقال تأثیر می گذارد. زیرا حضورش میدان الکتریکی خط را تغییر می دهد. اگر فرض کنیم که زمین رسانای کاملی به شکل صفحه ای مسطح و نامحدود است، درمی یابیم که میدان الکتریکی هادیهای باردار واقع در نزدیکی زمین با حالتی که این سطح هم پتانسیل حضور نداشته باشد یکسان نیست. میدان الکتریکی هادیهای باردار ناچار است خود را با حضور سطح زمین وفق دهد. البته فرض مسطح بودن این سطح هم پتانسیل را پستی و بلندی و نوع سطح زمین محدود می کند. لیکن، این فرض امکان می دهد که به اثر رسانایی زمین بر محاسبات ظرفیت پی ببریم.

مصداری را مشتمل بر یک سیم هوایی با مسیر برگشت از زمین در نظر بگیرید. با آمدن بار از زمین بر روی سیم، اختلاف پتانسیلی بین سیم و زمین برپا می شود. زمین باری خواهد داشت هم اندازه بار روی سیم اما با علامت مخالف. چون زمین رسانای کامل فرض شده، خطوط شار الکتریکی که از بارهای روی سیم به بارهای روی زمین می رسند بر سطح زمین (سطح هم پتانسیل) عمودند. یک سیم مجازی هم اندازه و هم شکل با سیم هوایی را درست در زیر آن سیم به فاصله دو برابر فاصله سیم تا زمین در نظر می گیریم. هادی مجازی زیر زمین و سیم هوایی بالای زمین، فاصله هایی مساوی تا سطح زمین دارند. اگر زمین را برداریم و باری هم اندازه ولی با علامت مخالف بار روی سیم هوایی بر روی این هادی مجازی فرض کنیم، صفحه واقع در نیمراه میان دو سیم، سطحی هم پتانسیل می شود که در همان محل سطح هم پتانسیل زمین قرار دارد. شار الکتریکی بین سیم هوایی و این صفحه هم پتانسیل، برابر شار الکتریکی بین سیم و سطح زمین خواهد بود. لذا، برای محاسبه ظرفیت، می توان به جای زمین، یک هادی باردار مجازی در زیر زمین، هم فاصله با سیم هوایی تا سطح زمین گذاشت. چنین سیمی باری هم اندازه ولی با علامت مخالف بار روی سیم اصلی دارد و سیم تصویر نامیده می شود.

روش محاسبه ظرفیت از راه قراردادن تصویر سیم هوایی به جای زمین می تواند به حالت بیش از یک هادی تعمیم یابد. اگر برای هر یک از سیمهای هوایی یک سیم تصویر

در نظر بگیریم، خطوط شار بین سیمهای اصلی و تصویروهایشان، بر صفحه هم‌پتانسیل جانشین زمین، عمود می‌شوند. شارهای الکتریکی بالای این صفحه با حالتی که زمین را به جای سیم تصویر در نظر بگیریم یکسان است.

برای به کار گرفتن روش تصویر در محاسبه ظرفیت یک خط سه فاز، شکل ۴-۹ را در نظر می‌گیریم، فرض می‌کنیم خط جایگشت دارد و سیمهای a ، b و c حامل بارهای q_a ، q_b و q_c اند و به ترتیب وضعیتهای ۱، ۲ و ۳ را در بخش اول دوره جایگشت اشغال می‌کنند. صفحه زمین در شکل نمایان است، و در زیر آن هادیهای حامل بارهای تصویر $-q_a$ ، $-q_b$ و $-q_c$ دیده می‌شوند. معادله‌های افت ولتاژ را از سیم a تا سیم b در سه بخش دوره جایگشت می‌توان از سه سیم هوایی و تصویروهایشان به دست آورد. در حالی که سیم a در وضعیت ۱، سیم b در وضعیت ۲ سیم c در وضعیت ۳ است داریم

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left[q_a \left(\ln \frac{D_{12}}{r} - \ln \frac{H_{12}}{H_1} \right) + q_b \left(\ln \frac{r}{D_{12}} - \ln \frac{H_2}{H_{12}} \right) + q_c \left(\frac{D_{23}}{D_{31}} - \ln \frac{H_{23}}{H_{31}} \right) \right] \quad (35-4)$$

$$H_1 = \sqrt[3]{H_{12} \cdot H_{13} \cdot H_{14}}$$

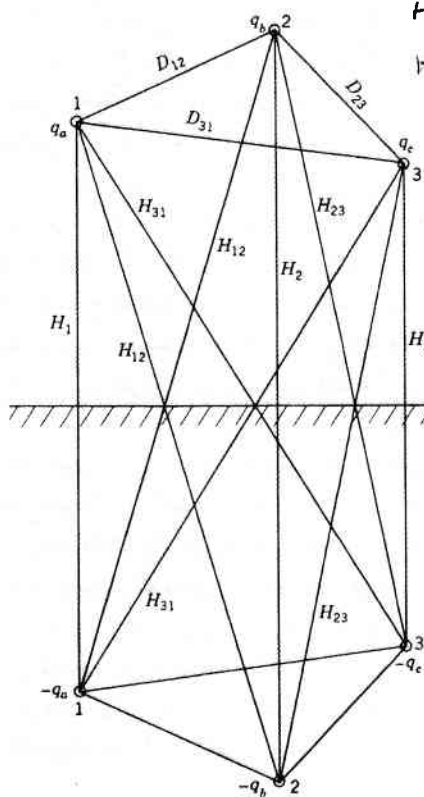
$$H_2 = \sqrt[3]{H_{21} \cdot H_{23} \cdot H_{24}}$$

$$D_q = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ac}}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_q}{r} - \ln \frac{H_1}{H_2}}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r \sqrt{1 + \left(\frac{D}{rH} \right)^2}}}$$

$H > 8D$



شکل ۴-۹ خط سه فاز و تصویرویش.

معادله‌های مشابهی برای V_{ab} در دوبخش دیگر دوره جایگشت می‌توان نوشت. با قبول این فرض تقریباً درست که بار واحد طول هر هادی در سراسر دوره جایگشت ثابت است، می‌توانیم مقدار متوسط فازبردار V_{ab} را به دست آوریم. معادله مقدار میانگین فازبردار V_{ac} به طریقی مشابه به دست می‌آید و $3V_{an}$ برابر مجموع مقادیر میانگین V_{ac} و V_{ab} می‌شود. با دانستن اینکه مجموع بارها صفر است، خواهیم داشت

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/r) - \ln(\sqrt[3]{H_1 H_2 H_3} / \sqrt[3]{H_1 H_2 H_3})} \quad F/m \quad \text{نسبت به زمین} \quad (۳۶-۴)$$

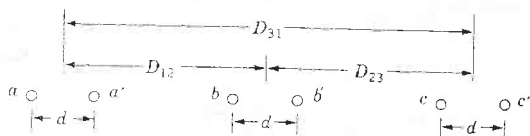
مقایسه معادله‌های (۳۴-۴) و (۳۶-۴) نشان می‌دهد که تأثیر زمین، ظرفیت را افزایش می‌دهد. برای منظور کردن اثر زمین باید مقدار

$$\ln \sqrt[3]{H_1 H_2 H_3} / \sqrt[3]{H_1 H_2 H_3}$$

را از مخرج کسر معادله (۳۴-۴) کاست. اگر فاصله هادیها از زمین نسبت به فاصله‌های آنها از هم زیاد باشد، فاصله‌های قطری و عمودی در صورت و مخرج جمله تصحیح کننده تقریباً برابر و جمله تصحیح کننده بسیار کوچک می‌شود. در عمل نیز چنین است و معمولاً اثر زمین در خطهای سه فاز نادیده گرفته می‌شود مگر در محاسبه ظرفیت از راه مؤلفه‌های متقارن هنگامی که مجموع جریان فازها صفر نیست.

۲-۴ هادیهای گروهی

شکل ۱۰-۴، خطی دارای هادیهای گروهی را نشان می‌دهد. می‌توان معادله ولتاژ بین فازهای a و b را به صورت معادله (۲۶-۴) نوشت، جز اینکه حالا باید بارهای روی هر شش هادی را در نظر گرفت. هادیهای هر گروه با هم موازی‌اند، و می‌توان پنداشت که بار هر گروه به تساوی میان هادیهای گروه تقسیم می‌شود زیرا معمولاً فاصله بین گروهها بیش از ۱۵ برابر فاصله بین هادیهای گروه است. همچنین، از آنجایی که D_{12} بسیار بزرگتر از d است، می‌توان در محاسبه V_{ab} ، به جای $D_{12} - d$ و $D_{12} + d$ خود D_{12} و نیز به جای سایر عبارات دقیق‌تر، فاصله‌های بین گروهها را به کار برد. اختلاف نتایج حاصل از این



شکل ۱۰-۴ برش خط سه‌فازی با هادیهای گروهی.

تقریبهها، برای فاصلههای متداول، حتی زمانی که محاسبه تا پنج یا شش رقم بامعنی دنبال شود ناچیز است.

اگر بار فاز a را q_a بنامیم، بار هادیهای a و a' هر يك $q_a/2$ می شود، با فرض تقسیم باری مشابه در فازهای b و c خواهیم داشت

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left[\underbrace{\frac{q_a}{2} \left(\ln \frac{D_{12}}{r} \right)}_a + \underbrace{\frac{q_a}{2} \left(\ln \frac{D_{12}}{d} \right)}_{a'} + \underbrace{\frac{q_b}{2} \left(\ln \frac{r}{D_{12}} \right)}_b + \underbrace{\frac{q_b}{2} \left(\ln \frac{d}{D_{12}} \right)}_{b'} + \underbrace{\frac{q_c}{2} \left(\ln \frac{D_{23}}{D_{21}} \right)}_c + \underbrace{\frac{q_c}{2} \left(\ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right)}_{c'} \right] \quad (37-4)$$

حروف زیر هر جمله لگاریتمی نشان دهنده سیمی است که بارش در آن جمله به حساب آمده است. از ترکیب جملات به دست می آید

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \ln \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) \quad (38-4)$$

معادله (۳۸-۴) همان معادله (۲۶-۴) است جز اینکه $\sqrt{rd}$ جانشین r شده است. بنابراین در حالت خط جایگشت دار خواهیم داشت

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/\sqrt{rd})} \quad \text{نسبت به زمین} \quad \text{F/m} \quad (39-4)$$

$\sqrt{rd}$ همان D_s^b گروه دوسیمه است، جز اینکه r جانشین D_s شده است. پس به این نتیجه بسیار مهم می رسیم که در محاسبه ظرفیت خط انتقال سه فاز دارای گروههای دوسیمه، می توان از روش GMD اصلاح شده استفاده کرد. اصلاح عبارت از این است که به جای GMR هرهادی، شعاع خارجی آن را به کار می بریم.

منطقی است نتیجه بگیریم که روش GMD اصلاح شده را می توان برای گروههای سه و چهار سیمه نیز به کار گرفت. اگر GMR اصلاح شده را در محاسبات ظرفیت با D_{sc}^b نشان دهیم، تا از D_s^b به کار رفته در محاسبات اندوکنانس متمایز باشد، خواهیم داشت

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/D_{sc}^b)} \quad \text{نسبت به زمین} \quad \text{F/m} \quad (40-4)$$

برای گروه دوسیمه

$$D_{sc}^b = \sqrt[4]{(r \times d)^2} = \sqrt{rd} \quad (41-4)$$

برای گروه سه سیمه

$$D_{sc}^b = \sqrt[3]{(r \times d \times d)^2} = \sqrt[3]{rd^2} \quad (22-2)$$

برای گروه چهارسیمه

$$D_{sc}^b = \sqrt[3]{(r \times d \times d \times d \times 2^{1/2})^2} = 1.09 \sqrt[3]{rd^2} \quad (23-2)$$

مثال ۳-۴ رثکنانس ظرفیتی هر فاز نسبت به زمین را در خط تشریح شده در مثال ۵-۳، برحسب اهم-کیلومتر (و برحسب اهم-مایل) به دست آورید.
حل: محاسبه بر مبنای قطر هادی از جدول پ-۱ چنین است

$$r = \frac{1.382 \times 0.3048}{2 \times 12} = 0.01755 \text{ m}$$

$$D_{sc}^b = \sqrt{0.01755 \times 0.45} = 0.0889 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10.08 \text{ m}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln(10.08/0.0889)} = 1.1754 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$X_c = \frac{10^{12} \times 10^{-3}}{120\pi \times 1.1754} = 0.2257 \times 10^6 \Omega \cdot \text{km} \quad \text{برای هر فاز نسبت به زمین}$$

$$\square \left(X_c = \frac{0.2257 \times 10^6}{1.609} = 0.1403 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi} \quad \text{برای هر فاز نسبت به زمین} \right)$$

۸-۴ خطهای سه فاز دابل

بحث محاسبه ظرفیت در این فصل تشابه رابطه‌های محاسبه اندوکنانس و ظرفیت خطوط هوایی را به نمایش گذاشت. روش GMD اصلاح شده برای تعیین ظرفیت خطوط با هادی گروهی به دست آمد. می‌توان نشان داد که این روش برای خطهای سه فاز جایگزین دار با فاصله گذاری منتظم (با هادیهای واقع بر رأسهای یک شش ضلعی منتظم) یا با فاصله گذاری قائم وار (با هادیهای هر مدار در یک صفحه قائم) نیز معتبر است. روش GMD اصلاح شده برای آرایشهای بینابین فاصله گذاری منتظم و قائم وار نیز معقول به نظر می‌رسد. حتی اگر هادیهای خط، بی جایگزین باشند نیز این روش عموماً به کار می‌رود. یک مثال برای به نمایش گذاشتن این روش کافی است.

مثال ۴-۴ سوسپتانس ظرفیتی نسبت به زمین یک مایل از خط سه فاز دابل تشریح شده در مثال ۳-۴ را در فرکانس ۶۰ Hz به دست آورید.

حل: از مثال ۳-۶، $D_{eq} = 16.1 \text{ ft}$.
 محاسبه D_{sc}^p مشابه محاسبه D_s^p در مثال ۳-۶ است، جز اینکه به جای GMR سیم
 اوستریچ در اینجا از شعاع خارجی سیم استفاده می شود. قطر خارجی سیم ۲۶/۱۷ ACSR،
 اوستریچ، ۰۰۶۸۵ اینچ است.

$$r = \frac{0.685}{2 \times 12} = 0.0283 \text{ ft}$$

$$D_{sc}^p = (\sqrt{26.9 \times 0.0283} \sqrt{21 \times 0.0283} \sqrt{26.9 \times 0.0283})^{1/3}$$

$$= \sqrt{0.0283} (26.9 \times 21 \times 26.9)^{1/6} = 0.837 \text{ ft}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln(16.1/0.837)} = 1.8807 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$B_c = 2\pi \times 60 \times 1.8807 \times 1609 = 1.141 \times 10^{-6} \text{ } \Omega/\text{mi}$$

هر فاز نسبت به زمین

۹-۴ خلاصه

در طول بحثها بر شباهت محاسبات اندوکتانس و ظرفیت تأکید شد. برای انجام محاسبات مفصل ظرفیت نیز، مانند محاسبات اندوکتانس، بهره گیری از برنامه های کامپیوتری توصیه می شود. جدولهایی مانند پ-۱ و پ-۳، جز در مورد خطوط دوبل، محاسبات را بسیار ساده می کند.

معادله مهم برای ظرفیت نسبت به زمین خط سه فاز تک مداری عبارت است از

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln D_{eq}/D_{sc}} \text{ F/m} \quad \text{نسبت به زمین} \quad (44-4)$$

برای خط دارای یک سیم برای هر فاز، D_{sc} شعاع خارجی سیم است. برای خطوط هوایی، k برابر 8.85×10^{-12} است. زیرا k برای هوا برابر ۱ است. رگکتانس ظرفیتی بر حسب اهم-متر برابر $1/2\pi f C$ است که در آن C بر حسب فاراد بر متر است. پس در فرکانس ۶۰ Hz

$$X_c = 4.77 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{sc}} \text{ } \Omega \cdot \text{km} \quad \text{نسبت به زمین} \quad (45-4)$$

یا با تقسیم بر ۱۶۰۹، برای تبدیل کیلومتر به مایل

$$X_c = 2.9965 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{sc}} \text{ } \Omega \cdot \text{mi} \quad \text{نسبت به زمین} \quad (46-4)$$

مقادیر سوسپتانس ظرفیتی بر حسب مـو بر کیلومتر (زیمنس بر کیلومتر) و مـو بر مایل (زیمنس بر مایل) به ترتیب معکوسهای معادله‌های (۴-۴۵) و (۴-۴۶) اند.
 D_{eq} و D_{sc} هر دو باید بر حسب واحد یکسانی، که معمولاً فوت است، باشند. برای هادیهای گروهی، D_{sc}^b با توجه به تعریف بخش ۴-۷، جانشین D_{sc} می‌شود. چه برای خطوط با هادی تکی و چه گروهی

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$$

در خطوط با هادی گروهی D_{ab} ، D_{bc} و D_{ca} فاصله‌های بین مراکز گروههای فازهای a و b و b و c و a و c اند.
 برای خطوط با یک هادی برای هر فاز، ساده‌تر است X_c را با جمع کردن X'_a از جدولهای شبیه پ-۱ و X'_d از جدول پ-۳ تعیین کنیم.
 ظرفیت و رثکنانس ظرفیتی خطوط سه فاز دابل با پیروی از روش مثال ۴-۴ به دست می‌آیند.

مسائل

۴-۱ در یک خط انتقال سه فاز دارای فاصله گذاری افقی تخت، فاصله بین هادیهای مجاور، ۲ m است. در یک لحظه معین، بار روی یکی از هادیهای کناری $60 \mu C/km$ ، و بار روی هادی مرکزی و هادی کناری دیگر هر کدام $30 \mu C/km$ - است. شعاع هر هادی ۸ cm است. اثر زمین را نادیده بگیرید، و افت ولتاژ بین دو هادی هم بار را در لحظه مشخص شده به دست آورید.

۴-۲ رثکنانس ظرفیتی 60 Hz نسبت به زمین سیمی یکپارچه، که یک سیم از خط سه فاز با فاصله گذاری منظم معادل 5 ft است $196.1 \text{ k}\Omega/\text{mi}$ است. رثکنانس این سیم، در جدولی که رثکنانس ظرفیتی نسبت به زمین را با فاصله گذاری 1 ft و در فرکانس 25 Hz ، بر حسب اهم-مایل به دست می‌دهد چقدر می‌شود؟ سطح مقطع سیم را بر حسب میل مدور بیا بید.

۴-۳ معادله‌ای برای ظرفیت نسبت به زمین یک خط تکفاز، با در نظر گرفتن اثر زمین، بر حسب فاراد بر متر به دست آورید. از همان نامگذاری که در معادله به دست آمده برای ظرفیت خط سه فاز با بارهای تصویری به جای اثر زمین به کار رفت استفاده کنید.

۴-۴ ظرفیت نسبت به زمین خط سه فاز متشکل از دو سیم یکپارچه، هر یک به قطر 229 in را بر حسب فاراد بر متر به دست آورید. فاصله سیمها از هم 10 ft و از زمین 25 ft است. مقادیر به دست آمده از معادله (۴-۱۰) را با مقادیر حاصل از معادله تشکیل شده در مسئله ۴-۳ مقایسه کنید.

۵-۴ دريك خط انتقال سه فاز ۶۰ Hz با فاصله گذاری مثلثی، دوتا از فاصله های بين سیمها ۲۵ ft و سومی ۴۲ ft است. سیمها ACSR اوسپری اند، ظرفیت نسبت به زمین را بر حسب میکرو فاراد بر مایل و رثکتانس ظرفیتی نسبت به زمین را بر حسب اهم-مایل تعیین کنید. اگر طول خط ۱۵۰ mi باشد، ظرفیت نسبت به زمین و رثکتانس ظرفیتی نسبت به زمین خط را به دست آورید.

۶-۴ خط سه فاز ۶۰ هرتزی دارای فاصله گذاری افقی تخت است. قطر خارجی هادیها ۳٫۲۸ cm و فاصله بین آنها ۱۲ متر است. رثکتانس ظرفیتی نسبت به زمین را بر حسب اهم-متر و رثکتانس ظرفیتی خط نسبت به زمین را بر حسب اهم، اگر طول خط ۱۲۵ mi باشد، تعیین کنید.

۷-۴ خط سه فاز ۶۰ هرتزی متشکل از يك هادی ACSR بلوچی^۱ برای هر فاز دارای فاصله گذاری افقی تخت ۱۱ متر بين هادیهای مجاور است. رثکتانس ظرفیتی بر حسب اهم-کیلو متر این خط را با رثکتانس ظرفیتی خطی مقایسه کنید که هادیهای گروهی دوسیمه ۲۶/۷ ACSR با فاصله ۱۱ متر بين مراکز گروهها دارد و سطح مقطع آلومینیم آن با خط تک سیمه برابر است. فاصله بين هادیهای گروه ۴۰ cm است.

۸-۴ رثکتانس ظرفیتی خط سه فاز ۶۰ هرتزی متشکل از هادیهای گروهی سه سیمه ACSR دبل^۲ با فاصله ۴۵ cm بين هادیهای گروه را بر حسب اهم-کیلو متر محاسبه کنید. فاصله بين مراکز گروهها ۹،۹ و ۱۸ متر است.

۹-۴ شش سیم ACSR دريك^۴ خط سه فاز دابل ۶۰ هرتزی، مطابق شکل ۳-۱۵، تشکیل می دهند. لیکن در اینجا فاصله قائم ۱۴ ft، فاصله افقی بزرگتر ۳۲ ft و فاصله افقی کوچکتر ۲۵ ft است. رثکتانس ظرفیتی نسبت به زمین را بر حسب اهم-مایل و جریان باردار کننده يك مایل از هر فاز و از هر سیم را ۱۳۸ kV به دست آورید.