مدل سازی و ارزیابی سیستم های کامپیوتری

امتحان پایان ترم ۷۰٪
شبیه سازی ۱۵٪
مقاله ۱۵٪

مراجع درس:

1-“Introduction to computer system performance Evaluation”, k.kant, Mcgraw-Hill/1992.

(كتاب اصلي درس است).

2-“Performance modeling of communication Networks and computerArchitecture”, Peter G. Harison and Naresh M. pattle, Addison- wesley pub 1td/1993.

3-“Computer systems performance evaluation”, O. ferrari, 1978/prentice- Hall Inc.

4-“Computer systems performance Modeling”, C.H. sauer and K.M. chandy, prentice- Hall/1981.

5-“Reversibility and stochastic Networks”, F.P Kelly, John-willey/1979.

6. "Performance by Design: Computer capacity planning by example." Prentice Hall, 2004 (NEW

7. " Capacity Planning for web Services: metrics, models, and methods," Prentice Hall. 2002 (translated into Russian and Portuguese).

8. "Scaling for E-Business: technologies, models, performance, and capacity planning." Prentice Hall, 2000 (translated into Korean)

10. " Capacity Planning and performance Modeling: form mainframes to client-server System", Prentice- Hall, 1998.

9. " Capacity Planning for Web Performance: metrics, models, and methods", Prentice Hall, 1998.

مقدمه ای بر احتمالات

- ضرورت بررسی احتمالی
- فضای نمونه
  - دسترسی اطلاعات توسط CPU
  - طاس
- پیشامد
- احتمال

مقدمه ای بر احتمالات

- مثال
- یک مجموعه ای ۱۰۰ تایی از برنامه های کامپیوتری مورد بررسی قرار گرفت و ۲۰ برنامه خطای syntax ، ۱۰ برنامه خطایی I/O ، ۵ برنامه other، ۶ برنامه Syntax && I/O، ۳ برنامه syntax && other، ۲ برنامه شامل I/O && other و یک برنامه شامل هر نوع خطا می باشد.
- احتمال اینکه برنامه شامل خطای syntax یا I/O و یا هر دو خطا شود؟
- احتمال اینکه برنامه خطا داشته باشد؟
- احتمال اینکه برنامه خطا نداشته باشد؟

مقدمه ای بر احتمالات

- شمارش

- N1*N2
- P(n,k)=$\frac{n!}{(n-k)!}$
- c(n,k)=$\frac{n!}{(n-k)!*k!}$

مقدمه ای بر احتمالات

مثال

فرض می کنیم 5 ترمینال توسط یک خط ارتباطی به سیستم کامپیوتری متصل شده اند

$S=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$

فضای نمونه؟

احتمال آمادگی 3 از 5 ترمینال؟

مقدمه ای بر احتمالات

احتمال شرطی

$$P[A|B]=\begin{cases}\frac{P(A\cap B)}{P(B)} & p(B)>0\\ 0 & p(B)=0\end{cases}$$

مثال

احتمال دریافت پیام از خطوط ۱ تا ۵ به ترتیب ۲۰، ۳۰، ۱۰، ۱۵، ۲۵ درصد باشد و احتمال اینکه پیام دریافتی بیشتر از ۱۰۰ کاراکتر باشد برابر است با ۴۰، ۶۰، ۲۰، ۸۰، ۹۰ باشد

احتمال دریافت یک پیام بیش از ۱۰۰ کراکتری ؟

A **پیشامدی که پیغام انتخاب شده بیش از ۱۰۰ کراکتر باشد**

A_i **پیشامدی که پیغام در خط i دریافت شده باشد**

P(A)=P(A1)*P(A|A1)+ P(A2)*P(A|A2)+......

مقدمه ای بر احتمالات

متغیر تصادفی

گسسته (تعداد خطوط آزاد) تابع توزیع

پیوسته (زمان عمر دیسک) تابع چگالی

امید ریاضی

متغیر گسسته

$$E[X] = \sum_{x=i} xi * p[xi]$$

متغیر پیوسته

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x * f(x)dx$$

مقدمه ای بر احتمالات

واریانس

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}\ (\mathrm{x}) = \sum_{xi} \big(xi - E(x)\big)^2 P(xi)$$

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}\ (\mathrm{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \big(xi - E(x)\big)^2 f(x) dx$$

مقدمه ای بر احتمالات

مثال اگر ۳ ترمینال داشته باشیم متغیر تصادفی گسسته x را تعداد سرکشی برای یافتن ترمینال آزاد تعریف کنیم و تابع احتمال بصورت زیر تعریف کنیم

P(1)= .6, p(2)= .3, p(3)=.1

احتمال سرکشی ۲ بار و کمتر ؟

امید ریاضی؟

انحراف معیار؟

توزیع برنولی

توزیع برنولی ؟ احتمال p پیروزی و 1-p شکست

توزیع دو جمله ای ؟ هر گاه در n بار آزمایش k بار موفقیت داشته باشیم

$$p\ (x = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

مثال

یک کمپانی تجاری دارای ۲۰ خط ارتباطی مستقل می باشد احتمال مشغول بودن هر خط ۰.۶ باشد، احتمال حداقل ۱۰ خط مشغول باشد؟

توزیع هندسی

توزیع هندسی – اگر آزمایش بر نولی راتا اولین موفقیت انجام دهیم و x تعداد آزمایش های لازم برای بدست آوردن اولین موفقیت باشد xرا متغییر تصادفی هندسی می نامند

$$P_x\ (k) = pq^{k-1}\ \text{k=1,2,3,4,...}$$

میانگین و واریانس این نوع متغیر تصادفی برابر است با

$$E(x) = \frac{q}{p}, Var(x) = \frac{q}{p^2}$$

توزیع پواسن

احتمال اینکه یک حادثه به تعداد مشخصی در فاصله زمانی یا مکانی ثابتی رخ دهد را شرح می دهد، به شرط اینکه این حوادث با نرخ میانگین مشخصی و مستقل از زمان آخرین حادثه رخ دهند.
مثلا برای شمارش ایمیل های دریافتی در یک روز

اگر امید ریاضی ظهورها در این بازه λباشد، احتمال اینکه دقیقاً k ظهور داشته باشیم

$$p(x=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

میانگین و واریانس متغیر تصادفی که دارای توزیع پواسن باشد عبارتست از λ

توزیع نمایی

توزیع نمایی بیشتر در تخمین زدن مدت زمان لازم برای رخداد یک پیشامد خاص استفاده می‌شود.(اگر برای n پیشامد تعریف شود از توزیع گاما استفاده می شود)

برای نمونه، مدت زمان لازم (از هم‌اکنون) تا رخداد یک زمین‌لرزه، آغاز یک جنگ، دریافت یک تماس تلفنی اشتباه، و ... متغیرهای تصادفی با توزیع نمایی می‌باشند.

توزیع نمایی به عنوان توصیف کننده زمان بین دو رویداد در فرایند پواسن به طور طبیعی ظاهر می‌شود.

خاصیت بی حافظگی

توزیع نمایی

تابع چگالی

$$f(X) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

تابع توزیع تجمعی

$$F(X) = \begin{cases} 1 - \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

توزیع نمایی

مثال

اگر زمان استفاده هر کلاینت از سرور با توزیع نمایی با مقدار میانگین ۳۶ دقیقه باشد

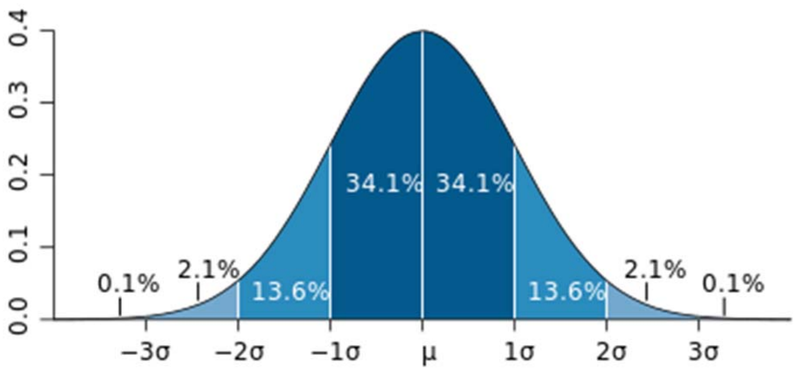
احتمال اینکه یک کلاینت کمتر از ۳۰ دقیقه ترمینال را اشغال کند؟

احتمال اینکه یک کلاین بیش از یک ساعت ترمینال را اشغال کند؟

احتمال اینکه اگر یک کلاینت یک سرور را قبلا ۳۰ دقیقه اشغال نموده و احتمال اینکه بیش از یک ساعت دیگر اشغال نماید؟

توزیع نرمال (طبیعی)

یکی از مهمترین توزیع‌های احتمالی پیوسته در نظریه احتمالات است. علت نام‌گذاری و همچنین اهمیت این توزیع، هم‌خوانی بسیاری از مقادیر حاصل شده، هنگام نوسان‌های طبیعی و فیزیکی پیرامون یک مقدار ثابت با مقادیر حاصل از این توزیع است. بعنوان مثال، با اینکه متغیرهای زیادی بر میزان خطای اندازه‌گیریِ یک کمیت اثر می گذارند، (مانند خطای دید، خطای وسیله اندازه‌گیری، شرایط محیط ، مثال دیگری از این نوسان‌های طبیعی، طول قد، وزن یا بهره هوشی افراد است).



توزیع نرمال (طبیعی)

فرض کنید تعداد پیغام های بافر شده در یک سیستم کامپیوتری که با متغییر تصادفی توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و با انحراف معیار ۱۰ باشد احتمال تعداد بافرهای استفاده شده در شرایط زیر

۱- بیشتر از ۱۲۰ بافر نباشد

۲- بیشتر از ۱۳۰ بافر باشد

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

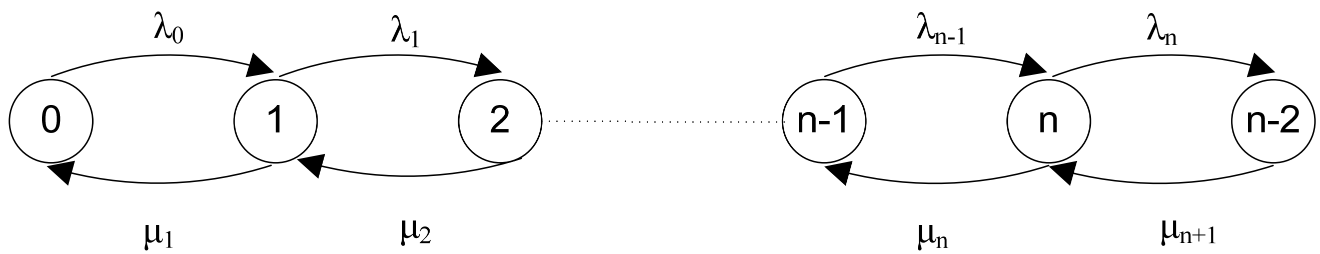
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7854
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8804	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

z	3.00	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90
P	0.9986	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

فصل سوم مارکف

- فرایند تصادفی
- به فرایندی اطلاق می گردد که قابل پیش بینی نبوده و در طول زمان تغییر می کند(تعداد برنامه های منتظر دریافت سرویس CPU)
- فرایند تولید و مرگ در یک سیستم پایدار (نرخ ورود = نرخ خروج)
- ۱) اگر وضعیت سیستم N(t)=n باشد، مدت زمان باقی مانده برای آنکه ورود بعدی اتفاق بیافتد دارای توزیع نمایی با پرامتر های ...,n=0,1,2 λ_n می باشد
- ۲) اگر وضعیت سیستم N(t)=n باشد، مدت زمان باقی مانده برای آنکه خروج بعدی اتفاق بیافتد دارای توزیع نمایی با پرامتر های ...,n=1,2 μ_n می باشد
- ۳) در هر زمان یک ورود و یا یک خروج می تواند رخ دهد

فصل سوم مارکف



- میانگین نرخ ورود به وضعیت صفر ؟
- میانگین نرخ ورود به وضعیت یک ؟
- میانگین نرخ خروج از وضعیت یک؟

فصل سوم مارکف

- همانطور که ملاحظه می شود تمامی احتمال ها را با استفاده از احتمال حالت P_0 بدست آورد

- $P_1 = \frac{\lambda 0}{\mu 1} P_0$
- $P_{n+1} = \frac{\lambda_n \lambda_{n-1} \dots \lambda_0}{\mu_{n+1} \mu_n \dots \mu_1} P_0$
- $R_n = \frac{\lambda_{n-1} \dots \lambda_0}{\mu_n \dots \mu_1}$
- $P_n = RnP_0 \ , \sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$

فصل سوم مارکف

- همانطور که ملاحظه می شود تمامی احتمال ها را با استفاده از احتمال حالت P_0 بدست آورد

- $P_1 = \frac{\lambda 1}{\mu 2} P_0$
- $P_{n+1} = \frac{\lambda_n \lambda_{n-1} \ldots \lambda_0}{\mu_{n+1} \mu_n \ldots \mu_1} P_0$
- $R_n = \frac{\lambda_{n-1} \ldots \lambda_0}{\mu_n \ldots \mu_1}$
- $P_n = RnP_0$, $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$

فصل سوم مارکف

- مثال
- در یک سیستم کامپیوتری وضعیت سیستم به صورت دو وضعیت مشغول و آزاد که فرایند ورود برنامه با توزیع پواسن λ و مدت دریافت سرویس μ می باشد. احتمال قرار گرفتن در وضعیت آزاد و مشغول را بدست آورید.

فصل سوم مارکف

- در فرایند مارکف احتمال اینکه در حالت i بوده احتمال انتقال به حالت J را با رابطه زیر بدست می آموریم
- $P_{ij} = P[X_{n+1} = j \mid X_n = i]$
- احتمالات انتقال یک مرحله ای P_{ij} به صورت ماتریس بیان می شود که جمع سطر ها برابر یک می باشد
- معادلات چپمن-کولموگرف
- اگر احتمال انتقال چند مرحله ای $P^n{}_{ij}$ که عبارتست از احتمال اینکه
- در وضعیت i بوده و پس از n انتقال به وضعیت j برسد را بصورت زیر می توان نوشت:
- $P^n{}_{ij} = \sum_{r=0}^{\infty} P^{(r)}{}_{ik}\, \mathrm{P}^{(n-r)}{}_{kj}$

فصل سوم مارکف

- مثال
- در یک شبکه انتقال پیغام چندین مرحله جهت انتقال بسته داریم. احتمال اینکه آنکه این بسته صحیح به مرحله بعدی انتقال یابد 75% می باشد احتمال اینکه یک بسته بعد از چهار مرحله صحیح دریافت گردد چقدر است؟