تحلیل سیستم های انرژی الکتریکی I

بهروز آدینه

پاییز ۱۳۹۴

توان در مدارهای سه فاز متعادل

یک منبع سه فاز متعادل که بار متعادلی با اتصال Y یا Δ را با ولتاژهای لحظه‌ای زیر تغذیه می‌نماید، در نظر بگیرید:

$$v_{an} = \sqrt{2}\left|V_p\right|\cos(\omega t + \theta_v)$$

$$v_{bn} = \sqrt{2}\left|V_p\right|\cos(\omega t + \theta_v - 120)$$

$$v_{cn} = \sqrt{2}\left|V_p\right|\cos(\omega t + \theta_v - 240)$$

برای بار متعادل جریان‌های فاز عبارتند از

$$i_a = \sqrt{2}\left|I_p\right|\cos(\omega t + \theta_i)$$

$$i_b = \sqrt{2}\left|I_p\right|\cos(\omega t + \theta_i - 120)$$

$$i_c = \sqrt{2}\left|I_p\right|\cos(\omega t + \theta_i - 240)$$

که در آن $|V_p|$ و $|I_p|$ به ترتیب اندازه‌های موثر ولتاژ و جریان فاز هستند. توان لحظه‌ای کل، حاصل جمع توان‌های لحظه‌ای هر فاز بود و برابر است با:

$$P_{3\phi} = v_{an}i_a + v_{bn}i_b + v_{cn}i_c$$

$$P_{3\phi} = 2|V_p||I_p|\cos(\omega t+\theta_v)\cos(\omega t+\theta_i) + 2|V_p||I_p|\cos(\omega t+\theta_v-120)\cos(\omega t+\theta_i-120)$$
$$+2|V_p||I_p|\cos(\omega t+\theta_v-240)\cos(\omega t+\theta_i-240)$$

$$P_{3\phi} = 3|V_p||I_p|\cos\theta$$

که در آن $\theta = \theta_v - \theta_i$ اختلاف بین زاویه ولتاژ فاز و زاویه جریان فاز است که بـه زاویـه امپـدانس نیـز موسوم است.

$$Q_{3\phi} = 3|V_p||I_p|\sin\theta$$

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi}$$

$$S_{3\phi} = 3V_p I_p^*$$

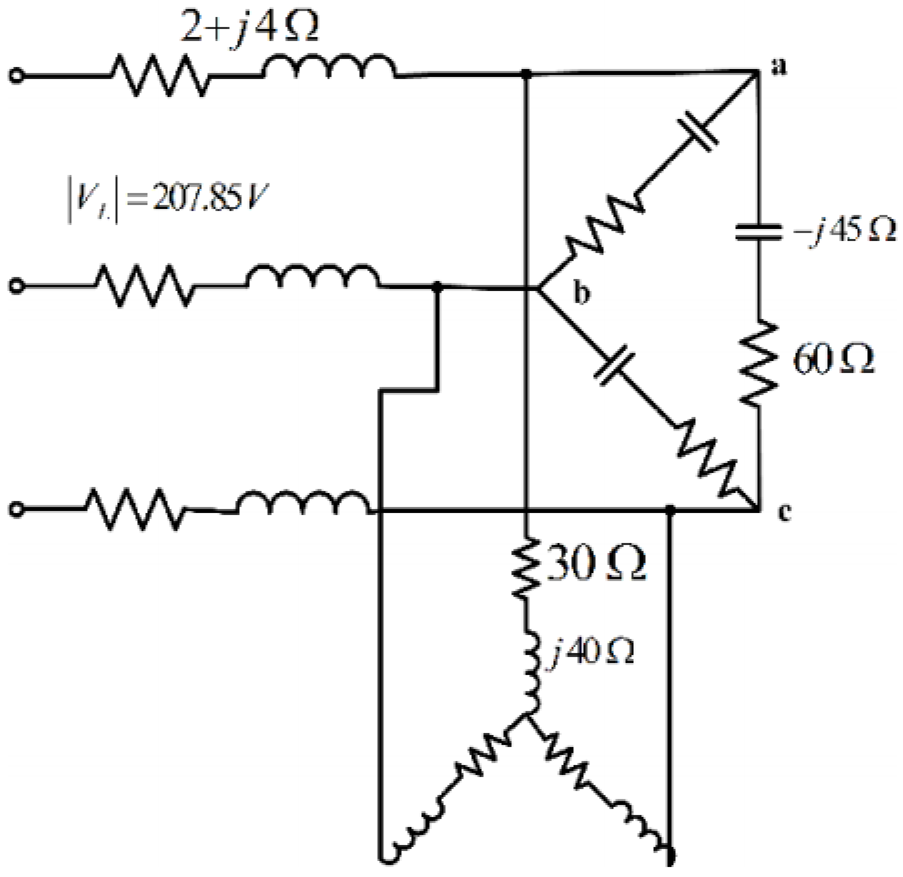
اتصال ستاره ولتاژ فاز $|V_p| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3}}$ و جریان فاز $I_p = I_L$

در اتصال مثلث، $V_p = V_L$ و $|I_p| = \frac{|I_L|}{\sqrt{3}}$

$$P_{3\phi} = \sqrt{3}|V_p||I_p|\cos\theta$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}|V_p||I_p|\sin\theta$$

مثال



این خط دو بار سه فاز متعادل موازی را تغذیه می‌نماید. بار با اتصال Y دارای امپدانس $30 + j\,40\ \Omega$ اهم در هر فاز (Ω/ϕ) می‌باشد. بار با اتصال مثلث دارای امپدانس $60 - j\,45\ \Omega$ در هر فاز است. این خط از سمت ارسال توسط یک منبع سه فاز متعادل با ولتاژ خط $207.85\,V$ تغذیه می‌گردد. با انتخاب ولتاژ فاز V_a به عنوان مرجع تعیین کنید:

(الف) جریان، توان‌های اکتیو و راکتیو جذب شده از منبع تغذیه.

(ب) ولتاژ خط در بارهای ترکیب شده.

(پ) جریان فاز در هر یک از بارها.

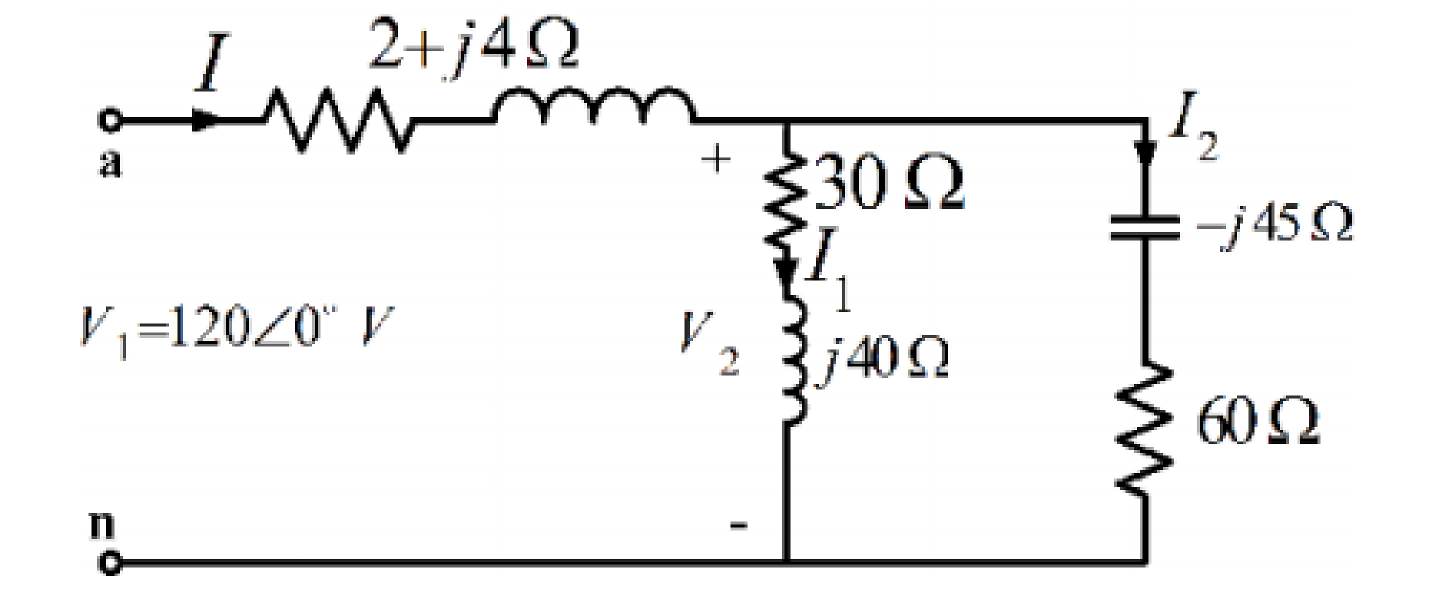
(ت) توان‌های اکتیو و راکتیو کل هر یک از بارها و توان‌های عبوری از خط.

(الف) بار با اتصال مثلث به معادل ستاره تبدیل شده است. امپدانس هر فاز ستاره برابر است با:

$$Z_2 = \frac{60 - j\,45}{3} = 20 - j15\ \ \Omega$$

ولتاژ فاز نیز این چنین است:

$$V = \frac{207.85}{\sqrt{3}} = 120\ V$$



امپدانس کل برابر است با:

$$Z = 2 + j4 + \frac{\overbrace{(30 + j40)(20 - j15)}^{1200 + j350}}{(30 + j40) + (20 - j15)} = 2 + j4 + 22 - j4 = 24\ \Omega$$

جریان فاز a با فرض ولتاژ فاز V_{an} به عنوان مرجع عبارتست از:

$$I = \frac{V_1}{Z} = \frac{120\angle 0^\circ}{24} = 5\ A$$

توان سه فاز تحویل داده شده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S = 3V_1 I^* = 3(120\angle 0^\circ)(5\angle 0^\circ) = 1800\ W$$

(ب) ولتاژ فاز در پایانه بار را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$V_2 = 120\angle 0^\circ - (2 + j4)(5\angle 0^\circ) = 110 - j20 = 111.8\angle -10.3^\circ \ V$$

ولتاژ خط در پایانه بار برابر است با:

$$V_{2ab} = \sqrt{3}\angle 30^\circ V_2 = \sqrt{3}(111.8)\angle 19.7^\circ = 193.64\angle 19.7^\circ \ V$$

(پ) جریان فاز در بار Y و در مدار معادل ستاره بار مثلث عبارتست از:

$$I_1 = \frac{V_2}{Z_1} = \frac{110 - j20}{30 + j40} = 1 - j2 = 2.236\angle -63.4^\circ \ A$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} = \frac{110 - j20}{20 - j15} = 4 + j2 = 4.472\angle 26.56^\circ \ A$$

جریان فاز در بار مثلث اصلی، یعنی I_{ab} برابر است با:

$$I_{ab} = \frac{I_2}{\sqrt{3}\angle -30^\circ} = \frac{4.472\angle 26.56^\circ}{\sqrt{3}\angle -30^\circ} = 2.582\angle 56.56^\circ$$

(ت) توان سه فاز جذب شده توسط هر یک از بارها عبارتست از:

$$S_1 = 3V_2 I_1^* = 3(111.8\angle -10.3^\circ)(2.236\angle 63.4^\circ) = 450\,W + j\,600\,VAr$$
$$S_2 = 3V_2 I_2^* = 3(111.8\angle -10.3^\circ)(4.472\angle -26.54^\circ) = 1200\,W - j\,900\,VAr$$

توان سه فاز جذب شده توسط خط این چنین است:

$$S_L = 3(R_L + jX_L)\left|I\right|^2 = 3(2 + j\,4)(5)^2 = 150\,W + j\,300\,VAr$$

واضح است که مجموع توان‌های بار و تلفات خط با توان تحویل شده از منبع تغذیه برابر است، یعنی:

$$S_1 + S_2 + S_L = (40 + j\,600) + (1200 - j\,900) + (150 + j\,300) = 1800\,W + j\,0\,VAr$$

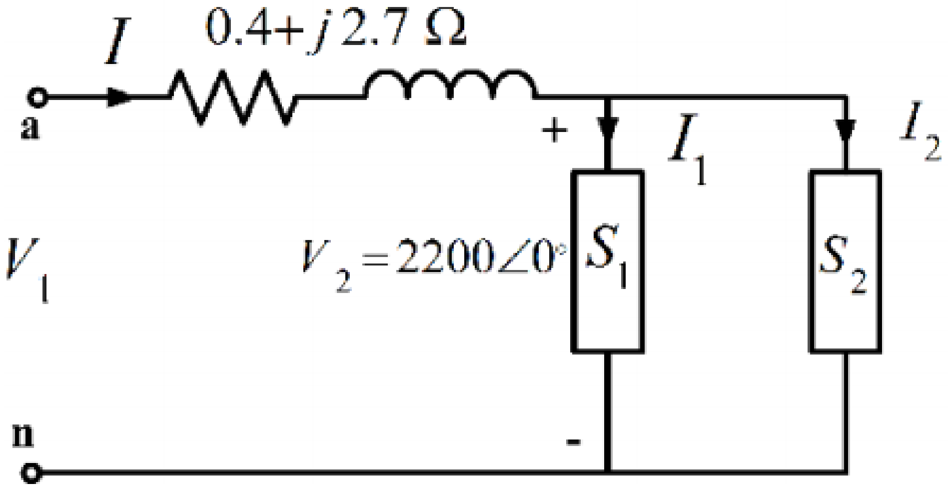
مثال

یک خط سه فاز دارای امپدانس $0.4+j2.7\ \Omega$ در هر فاز می‌باشد. این خط دو بار سه فاز متعادل موازی را تغذیه می‌نماید. بار S_1، توان $560.1\ kVA$ را در ضریب قدرت ۰.۷۰۷ پس‌فاز و بار S_2 توان $132\ kW$ را در ضریب قدرت واحد جذب می‌کند. ولتاژ خط در انتهای بار ۳۸۱۰.۵ ولت است.

(الف) اندازه ولتاژ خط در سمت منبع را بدست آورید.

(ب) تلفات اکتیو و راکتیو کل خط را محاسبه نمایید.

(پ) توان‌های اکتیو و راکتیو تحویل داده شده در ابتدای خط را تعیین کنید.



(الف) ولتاژ فاز در پایانه‌های بار برابر است با:

$$V_2 = \frac{3810.5}{\sqrt{3}} = 2200\,V$$

مدار معادل یک فاز در شکل ۱۵.٤ نشان داده شده است. توان مختلط کل عبارتست از:

$$S_{R(3\phi)} = 560.1(0.707 + j\,0.707) + 132 = 528 + j\,396 = 660\angle 36.87^\circ\ kVA$$

با انتخاب ولتاژ فاز V_2 به عنوان مرجع، جریان عبوری از خط به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I = \frac{S^*_{R(3\phi)}}{3V_2^*} = \frac{660000\angle -36.87^\circ}{3(2200\angle 0^\circ)} = 100\angle -36.87^\circ\ A$$

ولتاژ فاز در ابتدای خط این چنین است:

$$V_1 = 2200\angle 0^\circ + (0.4 + j\,2.7)100\angle -36.87^\circ = 2401.7\angle 4.58^\circ\,V$$

(ب) تلفات سه فاز در خط انتقال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{L(3\phi)} = 3R\,|I|^2 + j\,3X\,|I|^2 = 3(0.4)(100)^2 + j\,3(2.7)(100)^2 = 12\ kW\ + j\,81\ kVAr$$

واضح است که مجموع توان‌های بار و تلفات خط با توان تحویلی منبع تغذیه برابر است، یعنی:

$$S_{S(3\phi)} = S_{L(3\phi)} + S_{R(3\phi)} = (528 + j\,396) + (12 + j\,81) = 540\ kW\ + j\,477\ kVAr$$

سیستم پریونیت (نسبت به واحد)

حل سیستم قدرت بهم‌پیوسته با چندین سطح ولتاژ مختلف به تبدیلات پرزحمتی، شامل تغییر تمامی امپدانس‌ها به یک سطح ولتاژ خاص، نیاز دارد. با وجود این، مهندسان سیستم‌های قدرت، سیستم نسبت به واحد[1] را ابداع کرده‌اند، به طوری که کمیت‌های فیزیکی مختلف مانند توان، ولتاژ، جریان و امپدانس به صورت اعداد اعشاری یا ضریبی از کمیت‌های مبنا بیان می‌شوند. در این سیستم، سطوح ولتاژ مختلف از بین رفته و شبکه‌های قدرت شامل ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط (با سطوح ولتاژ مختلف) به سیستمی از امپدانس‌های ساده تبدیل می‌شوند. مقدار نسبت به واحد (pu) هر کمیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$PerUnit = \frac{real\ value}{base\ value}$$

به عنوان مثال داریم:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_B}, V_{pu} = \frac{V}{V_B}, I_{pu} = \frac{I}{I_B}, Z_{pu} = \frac{Z}{Z_B}$$

[1] Per Unit System

که در آن‌ها صورت کسرها (مقادیر واقعی) کمیت‌های فازوری یا مقادیر مختلط هستند و مخرج آن‌ها (مقادیر مبنا) همواره اعداد حقیقی می‌باشند. حداقل چهار کمیت مبنا برای تعریف کامل یک سیستم نسبت به واحد لازم است: ولت- آمپر، ولتاژ، جریان و امپدانس. معمولا ولت‌آمپر سه‌فاز مبنا S_B یا MVA_B و ولتاژ مبنای خط به خط V_B یا kV_B، انتخاب می‌شوند. جریان مبنا و امپدانس مبنا به S_B و V_B بستگی داشته و باید از قوانین مدار پیروی کنند. این مقادیر عبارتند از:

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B}$$

$$Z_B = \frac{\frac{V_B}{\sqrt{3}}}{I_B}$$

با جایگزینی I_B امپدانس مبنا برابر است با:

$$Z_B = \frac{(V_B)^2}{S_B} \; or \; Z_B = \frac{(kV_B)^2}{MVA_B}$$

کمیت‌های فاز و خط بیان شده بر حسب نسبت به واحد یکسان بوده و قوانین مدار نیز معتبر است:

$$S_{pu} = V_{pu} I^*_{pu}, V_{pu} = Z_{pu} I_{pu}$$

توان بار در ولتاژ نامی آن را می‌توان بوسیله امپدانس نسبت به واحد بیان نمود. اگر $S_{L(3\phi)}$ توان مختلط بار باشد، جریان بار در هر فاز در ولتاژ فاز (V_p) مطابق زیر است:

$$S_{L(3\phi)} = 3V_p I^*_p$$

جریان فاز برحسب امپدانس اهمی بار برابر است با:

$$I_p = \frac{V_p}{Z_p}$$

با جایگزینی I_p

$$Z_p = \frac{3|V_p|^2}{S^*_{L(3\phi)}} = \frac{|V_{L-L}|^2}{S^*_{L(3\phi)}}$$

$$Z_{pu} = \frac{Z_p}{Z_B} = \left|\frac{V_{L-L}}{V_B}\right|^2 \frac{S_B}{S^*_{L(3\phi)}}$$

$$Z_{pu} = \frac{|V_{pu}|^2}{S^*_{L(pu)}}$$

تغییر مبنا

امپدانس هر یک از ژنراتورها و ترانسفورماتورها معمولا توسط سازندگان برحسب درصد یا pu بر مبنای مقادیر نامی آنها ارائه می‌شود. امپدانس خطوط انتقال معمولا برحسب مقادیر اهمی آنها بیان می‌گردد. تمام امپدانس‌ها باید برحسب نسبت به واحد در مبنای مشترک سیستم بیان شوند. برای انجام این کار، یک مبنای دلخواه برای توان ظاهری انتخاب می‌گردد؛ به عنوان مثال $100\ MVA$. سپس باید ولتاژهای مبنا را انتخاب نمود. پس از انتخاب ولتاژ مبنا برای نقطه‌ای از سیستم، سایر ولتاژهای مبنا دیگر مستقل نبوده و با نسبت تبدیل‌های مختلف ترانسفورماتورها تعیین می‌شوند. به عنوان مثال، اگر در سمت فشار ضعیف یک ترانسفورماتور $34.5/115\ kV$ ولتاژ مبنا $36\ kV$ انتخاب شود، ولتاژ مبنای سمت فشار قوی باید $36(\frac{115}{34.5}) = 120\ kV$ باشد. در شرایط عادی، سعی می‌شود که ولتاژهای مبنای انتخاب شده با مقادیر نامی آنها برابر باشد.

فرض کنید Z_{pu}^{old} امپدانس نسبت به واحد در توان مبنای S_B^{old} و ولتاژ مبنای V_B^{old} باشد که با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$Z_{pu}^{old} = \frac{Z_\Omega}{Z_B^{old}} = Z_\Omega \frac{S_B^{old}}{(V_B^{old})^2}$$

با بیان Z_Ω در مبناهای جدید توان و ولتاژ، امپدانس نسبت به واحد جدید به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Z_{pu}^{new} = \frac{Z_\Omega}{Z_B^{new}} = Z_\Omega \frac{S_B^{new}}{(V_B^{new})^2}$$

با استفاده از روابط (۱۰.۵) و (۱۱.۵)، بین مقادیر نسبت به واحد قدیم و جدید رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \frac{S_B^{new}}{S_B^{old}} \left(\frac{V_B^{old}}{V_B^{new}}\right)^2$$

اگر ولتاژهای مبنا یکسان باشند، رابطه بالا به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \frac{S_B^{new}}{S_B^{old}}$$

مزایای سیستم نسبت به واحد برای تجزیه و تحلیل عبارتند از:

سیستم نسبت به واحد ایده روشنی از مقادیر نسبی کمیت‌های گوناگون، از قبیل ولتاژ، جریان، توان و امپدانس ارائه می‌دهد.

امپدانس نسبت به واحد تجهیزات از نوع مشابه برحسب مقادیر نامی آنها، بدون توجه به مقادیر نامی آن‌ها، در محدوده باریکی قرار می‌گیرد. در حالی که امپدانس آن‌ها برحسب اهم با تغییر مقادیر نامی آن-ها تغییرات زیادی می‌نماید.

مقادیر نسبت به واحد امپدانس، ولتاژ و جریان ترانسفورماتور بدون رعایت تبدیل اولیه به ثانویه، مساوی هستند. این مزیت عمده است، زیرا سطوح ولتاژ مختلف حذف و تمامی سیستم به یک سیستم با امپدانس ساده کاهش می‌یابد.

سیستم نسبت به واحد برای تجزیه و تحلیل کامپیوتری و شبیه‌سازی مسائل پیچیده سیستم قدرت ایده‌آل است.

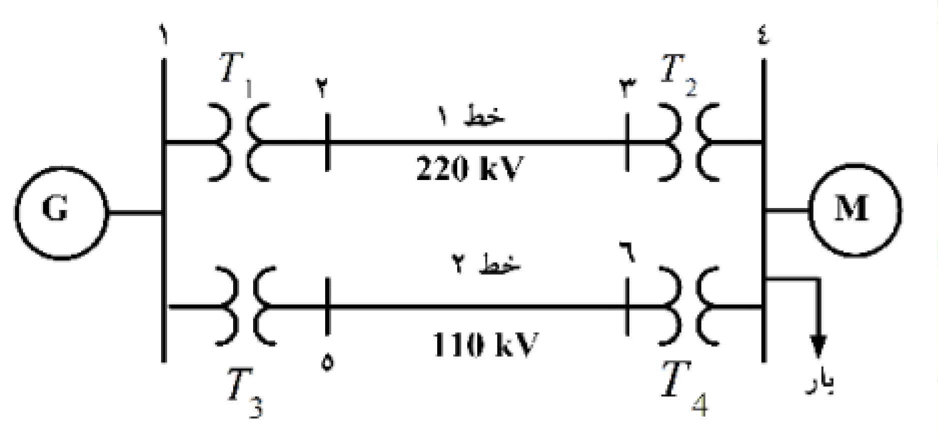
قوانین مدار در سیستم‌های نسبت به واحد صادق بوده و معادلات توان و ولتاژ ساده می‌شوند زیرا ضریب $\sqrt{3}$ و ۳ در سیستم نسبت به واحد حذف می‌شوند.

مثال

نمایش تک خطی یک سیستم سه فاز ارائه شده است. قدرت مبنای مشترک را $100\ MVA$ و ولتاژ مبنا در سمت ژنراتور را $22\ kV$ انتخاب کنید. نمایش امپدانس را با تمامی امپدانس‌ها شامل امپدانس بار برحسب نسبت به واحد رسم نمایید. اطلاعات سازندگان برای هر وسیله به صورت زیر داده شده است:

$$
\begin{array}{llll}
G: & 90\ MVA & 22\ kV & X=\%18 \\
T_1: & 50\ MVA & 22/220\ kV & X=\%10 \\
T_2: & 40\ MVA & 220/11\ kV & X=\%6 \\
T_3: & 40\ MVA & 22/110\ kV & X=\%6.4 \\
T_4: & 40\ MVA & 110/11\ kV & X=\%0.8 \\
M: & 66.5\ MVA & 10.45\ kV & X=\%18.5
\end{array}
$$

بار سه‌فاز در شین ٤ قدرت $57\ MVA$ را در ضریب قدرت ٠.٦ پس فاز و با ولتاژ $10.45\ kV$ دریافت می‌کند. خطوط ۱ و ۲ به ترتیب دارای راکتانس‌های $48.4\ \Omega$ و $65.43\ \Omega$ می‌باشند.



ابتدا باید ولتاژهای مبنا برای تمام قسمت‌های شبکه تعیین شوند. ولتاژ نامی ژنراتور شین ۱ به عنوان ولتاژ مبنا داده شده است. این عمل ولتاژهای مبنا را برای شین‌های دیگر، مطابق نسبت دور ترانسفورماتورها تثبیت می‌کند. ولتاژ مبنای V_{B1} در سمت LV ترانسفورماتور T_1، دارای مقدار $22\ kV$ است. بنابراین، ولتاژ در سمت HV برابر است با:

$$V_{B2} = 22\left(\frac{220}{22}\right) = 220\ kV$$

با توجه به این ولتاژ ترانسفورماتور T_2 در سمت HV منجر به ولتاژ مبنای $V_{B3} = 220\ kV$ می‌شود. از این رو در سمت LV آن داریم:

$$V_{B4} = 220\left(\frac{11}{220}\right) = 11\ kV$$

به همین ترتیب برای ولتاژ مبنا در شین ۵ و ٦ خواهیم داشت:

$$V_{B5} = V_{B6} = 22\left(\frac{110}{22}\right) = 110\ kV$$

از آنجایی که ولتاژهای مبنای ژنراتور و ترانسفورماتور برابر مقادیر نامی آنها هستند، راکتانس‌های آنها بر حسب pu در مبنای $100\ MVA$ عبارتند از:

$$G: \quad X = 0.18\left(\frac{100}{90}\right) = 0.2\ pu$$

$$T_1: \quad X = 0.1\left(\frac{100}{50}\right) = 0.2\ pu$$

$$T_2: \quad X = 0.01\left(\frac{100}{40}\right) = 0.15\ pu$$

$$T_3: \quad X = 0.064\left(\frac{100}{40}\right) = 0.16\ pu$$

$$T_4: \quad X = 0.08\left(\frac{100}{40}\right) = 0.2\ pu$$

راکتانس موتور برحسب مقادیر نامی ثبت شده در پلاک آن $66.5\ MVA$ و $10.45\ kV$ می‌باشد. با وجود این، ولتاژ مبنا در شین ٤ برای موتور $11\ kV$ خواهد بود. با استفاده از رابطه (١٢.٥)، راکتانس موتور در مبنای $100\ MVA$ و $11\ kV$ برابر است با:

$$M: X = 0.185\left(\frac{100}{66.5}\right)\left(\frac{10.45}{11}\right)^2 = 0.25\ pu$$

امپدانس‌های مبنا برای خطوط ١ و ٢ با استفاده از رابطه (٤.٥) عبارتند از:

$$Z_{B2} = \frac{(220)^2}{100} = 484\ \Omega$$

$$Z_{B5} = \frac{(110)^2}{100} = 121\ \Omega$$

راکتانس‌های نسبت به واحد برای خط ۱ و ۲ به صورت زیر هستند:

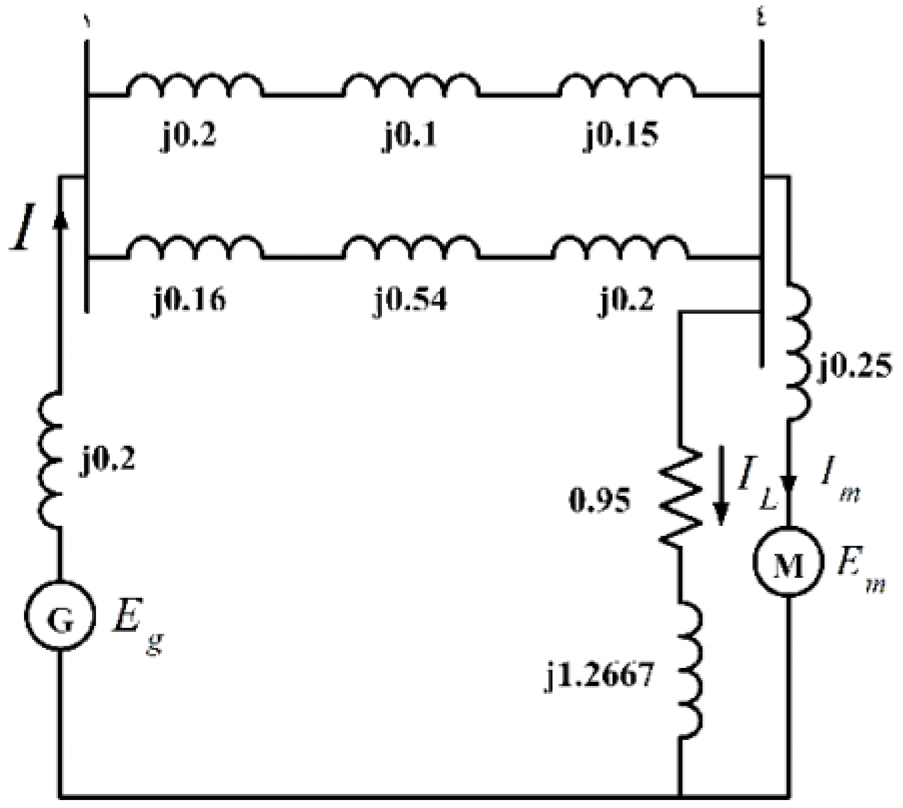
$$Line1: X = \left(\frac{48.4}{484}\right) = 0.1\ pu$$

$$Line2: X = \left(\frac{65.43}{121}\right) = 0.54\ pu$$

توان ظاهری بار در ضریب قدرت ۰.٦ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_{L(3\phi)} = 57\angle 53.13^\circ$$

در نتیجه امپدانس بار برحسب اهم برابر است با:



$$Z_L = \frac{(V_{L-L})^2}{S^*_{L(3\phi)}} = \frac{(10.45)^2}{57\angle -53.13^\circ} = 1.1495 + j1.53267\ \Omega$$

امپدانس مبنا برای بار عبارتست از:

$$Z_{B4} = \frac{(11)^2}{100} = 1.21\ \Omega$$

بنابراین امپدانس بار برحسب pu به صورت زیر است:

$$Z_{L(pu)} = \frac{1.1495 + j1.53262}{1.21} = 0.95 + j1.2667\ pu$$

مثال

موتور در بار کامل با ضریب قدرت ۰.۸ پیش فاز و ولتاژ پایانه ۱۰.٤۵ کیلوولت کار می‌کند

(الف) ولتاژ شین ژنراتور (شین ۱) را تعیین نمایید.

(ب) مقادیر emf داخلی ژنراتور و موتور را بدست آورید.

(الف) ولتاژ pu در شین ٤ که به عنوان مبنا انتخاب شده، برابر است با:

$$V_4 = \frac{10.45}{11} = 0.95\angle 0^\circ$$

برای توان ظاهری موتور در ضریب قدرت ۰.۸ پیش فاز داریم:

$$I_m = \frac{S_m^*}{V_4^*} = \frac{0.665\angle 36.87^\circ}{0.95\angle 0^\circ} = 0.56 + j\,0.42\ pu$$

جریان دریافتی توسط بار برابر است با:

$$I = I_m + I_L = (0.56 + j\,0.42) + (0.36 - j\,0.48) = 0.92 - j\,0.06\ pu$$

راکتانس معادل شاخه‌های موازی برابر است با:

$$X_{II} = \frac{0.45 \times 0.9}{0.45 + 0.9} = 0.3\ pu$$

ولتاژ پایانه ژنراتور عبارتست از:

$$V_1 = V_4 + Z_{tl} I = 0.95\angle 0^\circ + j0.3(0.92 - j0.06) = 0.968 + j0.276 = 1\angle 15.91^\circ \ pu$$

$$V_1 = 22\angle 15.91^\circ \ kV$$

(ب) مقدار emf داخلی ژنراتور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

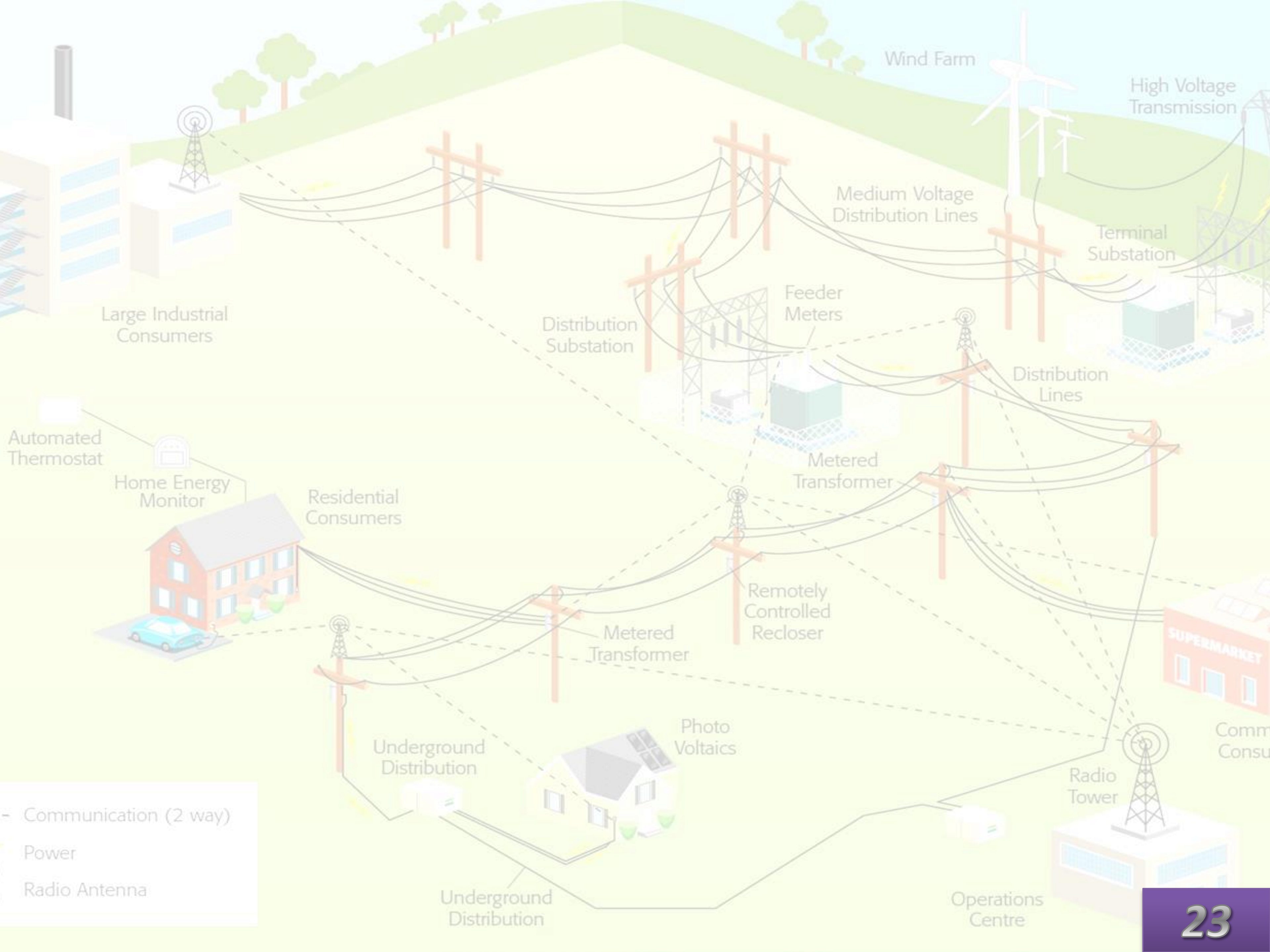
$$E_g = V_1 + Z_g I = 0.968 + j0.276 + j0.2(0.92 - j0.06) = 1.0826\angle 25.14^\circ \ pu$$

$$E_g = 23.82\angle 25.14^\circ$$

و emf داخلی موتور برابر است با:

$$E_m = V_4 - Z_m I_m = 0.95 + j0 - j0.25(0.56 + j0.42) = 1.064\angle -7.56^\circ \ pu$$

$$E_m = 11.71\angle -7.56^\circ \ kV$$


Wind Farm
High Voltage Transmission
Medium Voltage Distribution Lines
Terminal Substation
Large Industrial Consumers
Feeder Meters
Distribution Substation
Distribution Lines
Automated Thermostat
Home Energy Monitor
Residential Consumers
Metered Transformer
Remotely Controlled Recloser
Metered Transformer
Photo Voltaics
Underground Distribution
Radio Tower
Communication (2 way)
Power
Radio Antenna
Underground Distribution
Operations Centre
SUPERMARKET