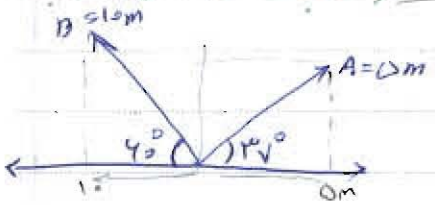
Subject :

Year . Month . Date . ( )

فیزیک پیش

* شخصی ۵ متر در جهت ۳۷° شمال شرق و سپس ۱۰ متر در جهت ۶۰° شمال غرب راه می‌رود. جابه‌جایی برآیند آن را حساب کنید.



$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

$\vec{C} = C_x\hat{X} + C_y\hat{Y}$

$$\begin{cases} C_x = A_x + B_x \\ C_y = A_y + B_y \end{cases}$$

$A_x = A\cos\theta = 5\cos 37^\circ = 3{,}5m$

$A_y = A\sin\theta = 5\sin 37^\circ = 3m$

$B_x = B\cos\theta = 10\cos 60 = -5m$

$B_y = B\sin\theta = 10\cos 60 = 8m$

$\vec{A} = A_x\hat{X} + A_y\hat{Y} \rightarrow \vec{A} = 3{,}5\hat{x} + 3\hat{y}$

$\vec{B} = B_x\hat{X} + B_y\hat{Y} \quad \vec{B} = -5\hat{x} + 8\hat{y}$

$\rightarrow C = -1{,}5\hat{x} + 11\hat{y}$

اندازه بردار برآیند: $|C| = \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2} = \sqrt{(-1{,}5)^2 + (11)^2} = \dots$

جهت برآیند: $\tan\theta = \frac{C_y}{C_x} = \frac{-11}{1{,}5} \rightarrow \theta = \text{Arctan}\frac{-11}{1{,}5}$

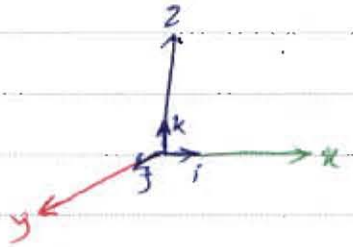
*

PdPCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

بردارهای واحد: بردارهایی هستند با اندازه واحد یک که فقط برای نمایش جهت در دستگاه‌های مختصات به کار می‌روند.

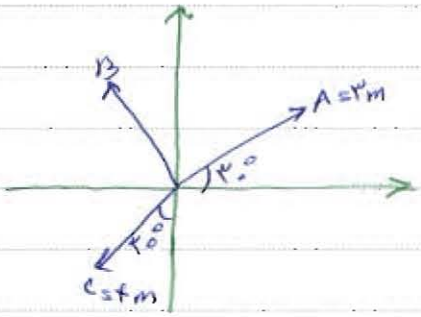


$|i| = |j| = |k|$

نمایش برداری:

$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

* با توجه به شکل اندازه بردار برآیند را بدست آورید.



$B = -۲\hat{i} + ۳\hat{j} + ۴\hat{k}$

$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

$\vec{D} = D_x\hat{i} + D_y\hat{j} + D_z\hat{k}$

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \\ \vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \\ \vec{C} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k} \end{cases}$$

$A_x = A\cos\theta = ۳\cos۳۰^\circ = ۲,۶m$

$A_y = A\sin\theta = ۳\sin۳۰^\circ = ۱,۵m$

$C_x = C\cos\theta = ۴\cos۶۰^\circ = -۲m$

$C_y = C\sin\theta = ۴\sin۶۰^\circ = -۲,۳m$

$$\begin{cases} A = ۲,۶\hat{i} + ۱,۵\hat{j} + ۰\hat{k} \\ B = -۲\hat{i} + ۳\hat{j} + ۴\hat{k} \\ C = -۲\hat{i} + (-۲,۳)\hat{j} + ۰\hat{k} \end{cases}$$

$D = -۱,۶\hat{i} + (-۰,۸)\hat{j} + ۴\hat{k}$ نمایش برداری بردار برآیند

PdPCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

اندازه بردار: $|D| = \sqrt{(D_x)^2 + (D_y)^2 + (D_z)^2} = \sqrt{(-1.6)^2 + (-0.8)^2 + (4)^2}$

جهت: $\tan \frac{D_y}{D_x} = \frac{-0.8}{-1.6}$

* ثابت کنید که بردار R که برآیند دو بردار دلخواه A و B می باشد از رابطه زیر بدست می آید:

$|R| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

ضرب بردارها : ۱- ضرب داخلی ۲- ضرب خارجی

1. $\vec{A}\cdot\vec{B} = |A||B|\cos\theta$ در ضرب داخلی حاصلضرب همیشه یک عدد است

2. $\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$ $\cos\theta$ زاویه بین دوبردار A و B است.

$\vec{A}\times\vec{B}$ در ضرب خارجی حاصلضرب همیشه یک بردار است.

دو چیز را بیفزا در ضرب داخلی :

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\cdot B_x) + (A_y\cdot B_y) + (A_z\cdot B_z)$$

نکته :

$$\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$$
$$\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{i}\cdot\hat{k} = 0$$

زاویه بین دوبردار :

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}$$

* زاویه بین بردارهای A و B را محاسبه کنید :

$$A = 3\hat{j} + 2\hat{k} + \hat{i}$$
$$B = -2\hat{k} + 9\hat{i}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_xB_x) + (A_yB_y) + (A_zB_z) = (1\cdot 9) + (3\cdot 0) + (2\times -2) = 5$$

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2} = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

$$|B| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2 + (B_z)^2} = \sqrt{85}$$

P4PCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|} \Rightarrow \cos\theta = \frac{0}{\sqrt{10}\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow \theta = \text{Arc}\cos\frac{0}{\sqrt{10}\sqrt{14}}$$

ماتریس: ← [روش دوم حاصلضرب خارجی]

دترمینان = حاصلضرب قطر اصلی − حاصلضرب قطر فرعی

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \Rightarrow AD - BC \qquad \vec{A}\times\vec{B} = |A||B|\sin\theta$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \overset{+}{\hat{i}} & \overset{-}{\hat{j}} & \overset{+}{\hat{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{j}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - A_yB_x)$$

* حاصلضرب خارجی بردارهای زیر را بدست آورید.

$\vec{A} = -2\hat{k} + 3\hat{j}$ $\qquad \vec{B} = 4\hat{j} + 2\hat{i} - 3\hat{k}$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-9+8) - \hat{j}(0+4) + \hat{k}(0-6) = -\hat{i} - 4\hat{j} - 6\hat{k}$$

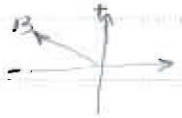
* اگر بردار $\vec{A} = 2\hat{i} + 5\hat{j}$ با بردار $B = 5\sqrt{2}\,m$ و در جهت شمال غرب با زاویه 45° را در نظر بگیریم بردار برآیند را محاسبه کنید.

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} \\ \vec{B} = -5\hat{i} + 5\hat{j} \end{cases} \rightarrow \vec{C} = -3\hat{i} + 10\hat{j}$$

$$\begin{cases} B_x = B\cdot\cos\theta = 5\sqrt{2} \times \cos 45^\circ = -5\,m \\ B_y = B\cdot\sin\theta = 5\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 5\,m \end{cases}$$

($\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$)



$$|c| = \sqrt{(c_x)^2 + (c_y)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (10)^2} = \sqrt{109}\ m$$

P4PCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

تعیین زاویه

$$\tan\theta = \frac{c_y}{c_x} = \frac{-10}{3} \rightarrow \theta = \text{Arctan} -\frac{10}{3}$$

* برآیند دو بردار $\vec{A} = \alpha\hat{i} + 3\hat{j}$ برداری است در جهت شمال شرق با زاویه 37°.

$\vec{B} = B\hat{j} + 4\hat{j}$

آ) رابطه بین α و β را بیابید.

ب) اگر α برابر با $3cm$ باشد زاویه بین دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را بیابید.

ج) حاصلضرب خارجی دو بردار را بدست آورید.

آ)

$$\tan\theta = \frac{c_y}{c_x} \rightarrow \tan 37^\circ = \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{c_y}{c_x} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\beta+3}{\alpha+4} \Rightarrow 4\alpha = 3\beta - 7$$

$$\vec{c} = \underbrace{(\alpha+4)\hat{i}}_{c_x} + \underbrace{(\beta+3)\hat{j}}_{c_y}$$

ب)

$$\begin{cases} \alpha = 3cm \\ \text{زاویه بین دو بردار} = ? \end{cases} \qquad 4\alpha = 3\beta - 7 \rightarrow 12 = 3\beta - 7 \rightarrow \beta = \frac{19}{3}$$

$$\begin{cases} \vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} \\ \vec{B} = \frac{19}{3}\hat{j} + 4\hat{i} \end{cases}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z) = 12 + 19 = 31$$

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2} = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18}$$

$$|B| = \sqrt{(4)^2 + \left(\frac{19}{3}\right)^2}$$

$$\cos\theta = \frac{31}{\sqrt{18} \times \sqrt{12 + \left(\frac{19}{3}\right)^2}} = ?$$

ج)

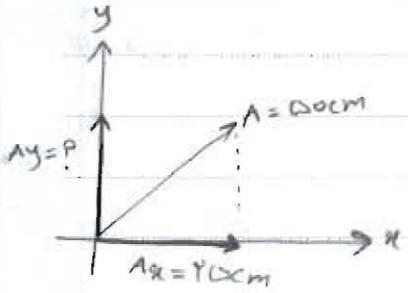
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 3 & 0 \\ 4 & \frac{19}{3} & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}(0) - \hat{j}(0) + \hat{k}(19 - 12) = 7\hat{k}$$

P4PCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

* حشره‌ای روی یک دیوار ۵۰cm را روی خط راست حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی افقی آن ۲۵cm باشد در راستای قائم چقدر جابه‌جا شده است؟



$A_x = A \cdot \cos\theta$

$۲۵ = ۵۰ \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{۲} \rightarrow \theta = ۶۰^\circ$

$A_y = A \cdot \sin\theta$

$A_y = ۵۰ \cdot \sin ۶۰ = ۴۰cm$

فصل سوم : حرکت یک بعدی

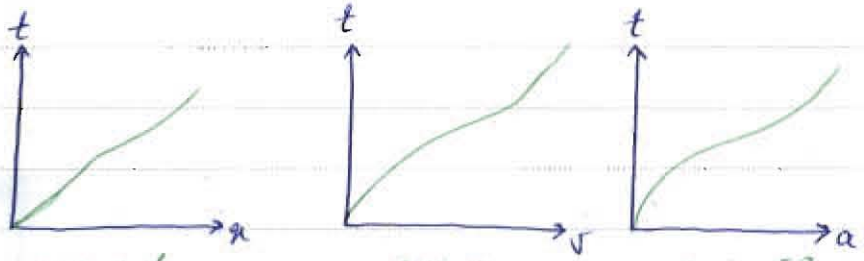
۱. سینماتیک : فقط به بررسی حرکت می‌پردازد.

۲. دینامیک : علت حرکت و یا نیروهای وارد بر جسم را بررسی می‌کند.

انواع حرکت : حرکت انتقالی ، دورانی ، ارتعاشی

حرکت انتقالی : ۱. حرکت مستقیم الخط (حرکت یک بعدی)

۲. حرکت منحنی الخط (حرکت دو بعدی)



v سرعت

x مکان

t زمان حرکت

a شتاب متحرک

جابه‌جایی متحرک : $\Delta x = x_۲ - x_۱$

مفهوم سرعت : جابه‌جایی مکانی در واحد زمان

PaPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

سرعت متوسط: $\bar{v} = \frac{\text{جابجایی متحرک}}{\text{زمان}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

سرعت لحظه‌ای: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = x'$

مشتق گیری ← $(x^n)' = n x^{n-1}$

شتاب متوسط: $\bar{a} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

شتاب لحظه‌ای: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'$ یا مشتق دوم متحرک $= x''$

* معادله حرکت متحرکی در سیستم SI به صورت زیر بیان شده است:

$x(t) = 2t^3 + 4t^2 + 2$

آ) سرعت متوسط متحرک را بین لحظه‌های ۱ و ۲ ثانیه بدست آورید:

ب) شتاب لحظه‌ای متحرک در لحظه ۲s چقدر است؟

آ) $\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ $\quad t_1 = 1s \quad t_2 = 2s$

$x(t) = 2t^3 + 4t^2 + 2 \rightarrow x(2) = 2(2)^3 + 4(2)^2 + 2 = 34m$

$x(1) = 2(1)^3 + 4(1)^2 + 2 = 8m$

$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{34 - 8}{2 - 1} = 26 \, m/s$

سرعت لحظه‌ای: $v = 6t^2 + 8t \rightarrow v(2) = 6(2)^2 + 8(2) = 40 \, m/s$

ب) $a = v' = 12t + 8 \rightarrow a(2) = 12(2) + 8 = 32 \, m/s^2$

PdPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حرکت یکنواخت:

$v = \frac{x - x_0}{t} \rightarrow x - x_0 = vt \rightarrow x = vt + x_0$ معادله مکان - زمان در حرکت یکنواخت (یا حرکت با سرعت ثابت)

* متحرکی بر روی خط راست در حرکت است. اگر در شروع حرکت در مکان $-30m$ و با سرعت $72km/h$ در حرکت باشد: آ) معادله حرکت را بنویسید:

ب) در چه زمانی متحرک در مبدأ مکان است:

ج) جابه جایی متحرک را $t = 40s$ پس از شروع حرکت بدست آورید:

آ)

$x_0 = -30m$

$v = 72km/h \times \frac{1000}{3600} = 20m/s$

$x = vt + x_0$

$x = 20t + (-30)$

ب)

$t = ?$ $x = 0m$

$x = vt + x_0 \rightarrow 0 = 20t - 30 \rightarrow t = \frac{3}{2} = 1.5s$

ج)

$x = ?$ $t = 40s$ $x = 20(40) - 30 = 770m$

* معادله حرکت متحرکی را بنویسید که در مدت $3s$ از $-10m$ به $+80m$ میرود.

$x = vt + x_0$ $x_0 = -10m$ $x = 80m$ $t = 3s$

$v = \frac{x - x_0}{t} = \frac{80 + 10}{3} = 30m/s$

$x = 30(t) - 10$

در معادله مکان - زمان، مکان و زمان را مجهول نگه می داریم و جای بقیه عدد می گذاریم

PqPCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

* اتومبیلی با سرعت $90\,km/h$ در حرکت است. پس $10s$ از شروع حرکت مکان متحرک را بیابید باشرط آنکه در شروع حرکت در مکان 400 متری قرار داشته باشد.

$$V = 90\,km/h \times \frac{1000}{3600} = 25\,m/s$$

$$t = 10s$$

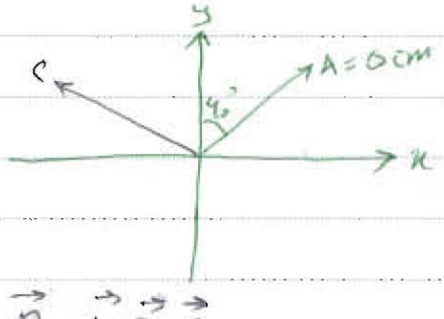
$$x = ?$$

$$x_0 = 400m$$

$$x = Vt + x_0 \longrightarrow x = 25 \times 10 + 400 = 650m$$

مثال : جبرانی

* با توجه به شکل بردار برآیند را بیابید:



$$\vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{k} - 2\hat{j}$$

$$C = \begin{cases} 4cm \\ \text{شمال غرب} \\ \theta = 45^\circ \end{cases}$$

$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

$$\vec{A} = Ax\,i + Ay\,j + Az\,k \qquad \begin{cases} \vec{A} = 4i + 2{,}05j + 0k \\ \vec{B} = -3i - 2j + 4k \\ \vec{C} = -2{,}83i + 2{,}83j + 0k \\ \vec{D} = -1{,}83i + 3{,}83j + 4k \end{cases}$$

$$\vec{B} = Bx\,i + By\,j + Bz\,k$$

$$\vec{C} = Cx\,i + Cy\,j + Cz\,k$$

$$Ax = A\cos\theta = 4 \qquad Ay = A\sin\theta = 8 \times 0{,}5 = 2{,}05$$

$$Cx = 4 \times 0{,}7 = -2{,}83 \qquad Cy = C\sin\theta = 2{,}83$$

$$|D| = \sqrt{(Dx)^2 + (Dy)^2 + (Dz)^2}$$

$$\tan\theta = \frac{Dy}{Dx}$$

PAPCO

m-۲۰.ucp.ir

Subject :

Year . Month . Date . ( )

ب : زاویه بین دو بردار A و B را بدست آورید :

فرمول زاویه بین دو بردار $\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}$

$(A\cdot B) = (Ax\,Bx) + (Ay\,By) + (Az\,Bz) = -۱۲ - ۵ + ۰ = -۱۷$

$|A| = \sqrt{(Ax)^۲ + (Ay)^۲ + (Az)^۲} = \sqrt{۴^۲ + (۳/۵)^۲ + (۰)^۲} = ۴$

$|B| = ۵$

$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|} = \frac{-۱۷}{۴\times۵} = \frac{-۱۷}{۲۰} \rightarrow \theta = \cos^{-۱}\left(-\frac{۱۷}{۲۰}\right)$

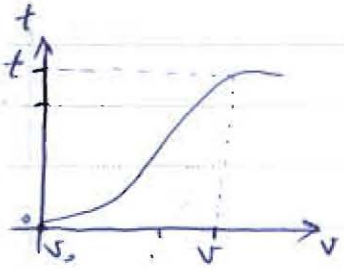
ج : حاصلضرب خارجی بین دو بردار B و C را بدست آورید :

$\vec{B}\times\vec{C} = \begin{vmatrix} i & -j & k \\ Bx & By & Bz \\ Cx & Cy & Cz \end{vmatrix}$

$\vec{B}\times\vec{C} = \begin{vmatrix} +i & -j & +k \\ -۳ & -۲ & ۴ \\ -۲/۸ & ۲/۸ & ۰ \end{vmatrix} = \hat{i}(۰ - ۱۱/۲) - \hat{j}(۰ - ۱۱/۲) + \hat{k}(-۸/۴ - ۵/۶)$

$= -۱۱/۲\hat{i} + ۱۱/۲\hat{j} - ۱۴\hat{k}$

معادله سرعت ـ زمان در حرکت شتابدار :



$\bar{a} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}} = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{V - V_۰}{t - ۰}$

$a = \frac{V - V_۰}{t} \Rightarrow V - V_۰ = at$

$V = at + V_۰$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* هواپیمایی با سرعت 40 m/s بر روی باند پرواز می‌نشیند، اگر با شتاب ثابت سرعتش کاهش یابد و در مدت 8s متوقف شود تعیین کنید:

آ) شتاب حرکت:

ب) در چه زمانی سرعت هواپیما به 10 m/s می‌رسد؟

آ)

$v_0 = 40\ m/s$ — $v = at + v_0$

$v = 0\ m/s$ — $0 = a(8) + 40 \rightarrow a = -5\ m/s$ — حرکت کند شونده

$t = 8s$

$a = ?$

ب)

$t = ?$ — $v = at + v_0$

$v = 10\ m/s$ — $10 = -5t + 40 \rightarrow t = 6s$

$a = -5\ m/s$

* گلوله‌ای با سرعت 100 m/s به تنه درختی برخورد می‌کند و پس از طی مسیری بسیار کم در زمان 0/02 s متوقف می‌شود. شتاب حرکت گلوله را بیابید.

$v_0 = 100\ m/s$ — $v = at + v_0$

$t = 0/02\ s$ — $0 = a \times (0/02) + 100 \rightarrow 0/02a = -100 \rightarrow a = -\frac{100}{0/02}$

$v = 0$ — $\Rightarrow a = -5000$

$a = ?$

PAPCO

Subject :

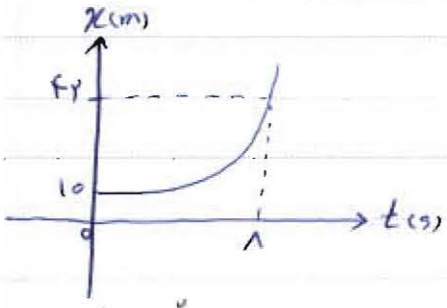
Year . Month . Date . ( )

معادله مکان ـ زمان در حرکت شتابدار :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

* شکل روبه رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که با شتاب ثابت حرکت می کند.

با فرض اینکه سرعت اولیه متحرک ۲m/s باشد معادله سرعت زمان را بدست آورید



$x_0 = 10m$ $\quad v = at + v_0$ سرعت ـ زمان

$x = 42m$ $\quad a = ?$

$t = 8s$

$v_0 = 2m/s$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow 42 = \frac{1}{2}a \times 16 + (2 \times 8) + 10 \Rightarrow$$

$$42 = \frac{1}{2}a \times 42 \rightarrow 42 = 21a$$

$$\rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 2t + 2$$

معادله مستقل از زمان در حرکت شتابدار :

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

اثبات : $x = \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + x_0 = \dots$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* اتومبیلی سرعتش را در مدت ۱۰s بااستاب ثابت از ۰ به ۳۰m/s می‌رساند و سپس باهمان سرعت به راهش ادامه می‌دهد. آ) این اتومبیل درمرحله اول چه شتابی داشته است؟ ب) دراین مرحله در ۱۰s اول چه مسافتی را طی کرده است؟

ج) درچه مسافتی سرعتش از ۱۰m/s به ۲۰m/s می‌رسد؟

آ)

$t=10s$ $\quad v = at + v_0$

$v_0 = 0\ m/s$ $\quad 30 = a \times 10 + 0 \rightarrow a = 3\ m/s^2$

$v = 30\ m/s$

$a = ?$

ب)

$a = 3\ m/s^2$ $\quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$t = 10$ $\quad x = \frac{1}{2} \times 3 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \rightarrow x = 150\ m$

$x = ?$

ج)

$x = ?$ $\quad v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$v_0 = 10\ m/s$ $\quad (20)^2 - (10)^2 = 2 \times 3 \times \Delta x \rightarrow 300 = 6\Delta x \rightarrow \Delta x = 50\ m$

$v = 20\ m/s$

$a = 3\ m/s^2$

* سرعت یک قطار ضمن طی مسافت ۹۰m به طور یکنواخت از ۷m/s به ۱۵m/s کاهش می‌یابد. آ) شتاب حرکت قطار را بیابید. ب) اگر این شتاب ثابت بماند قطار پس از طی چه مسافتی می‌ایستد؟

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

آ)

$\Delta x = 90m \quad v_0 = 10m/s \quad v = 0m/s \quad a = ?$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (0)^2 - (10)^2 = 2a \times 90 \Rightarrow a = -0/98 m/s^2$

ب)

$a = -0/98 m/s^2 \quad v_0 = 0m/s \quad v = 0m/s$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - v^2 = 2 \times (-0/98) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 20m$

حرکت پرتابی (سقوط آزاد): فقط در راستای y ها حرکت می‌کند.

شتاب گرانش زمین: $g = 9/8 m/s^2$

معادلات حرکت پرتابی در راستای قائم:

$v = -gt + v_0$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0$

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$

* جسمی را از حالت سکون رها می‌کنیم تا حرکت سقوط آزاد را انجام دهد؛ مکان و سرعت جسم را پس از گذشت زمان 2s حساب کنید.

$v_0 = 0m/s$

$y = ?$

$v = ?$

$t = 2s$

$v = -gt + v_0 \rightarrow v = -9/8 \times 2 + 0 \rightarrow v = -19/6 m/s$

$y = -\frac{1}{2}gt + v_0 t + y_0$

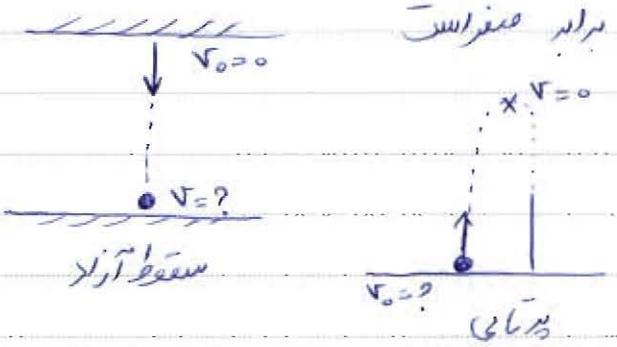
$y = -\frac{1}{2} \times (9/8) \times (2)^2 + 0 + 0$

$y = -19/6 m$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نکته: در حرکت سقوط آزاد v_0 همیشه برابر صفر است



در حرکت حرکت پرتابی v_0 تغییر می‌کند
اما v همیشه برابر صفر است.

* گلوله‌ای با سرعت $24,5 \frac{m}{s}$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود.

آ) چه مدت طول می‌کشد تا گلوله به بالاترین نقطه مسیر خود برسد؟

نکته: معادله همیشه ثابت برای ارتفاع اوج

ب) گلوله تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ $v^2-v_0^2=-2g\Delta y$

ج) در چه زمانی حالی گلوله در ارتفاع 29,4 متری از زمین خواهد بود؟

آ) $t=?$ $\quad v=-gt+v_0 \rightarrow 0=-9,8\times t+24,5$

$\rightarrow t=2,5\,s$

ب)

$v^2-v_0^2=-2g\Delta y \Rightarrow (0^2)-(24,5)^2=-2\times 9,8\times \Delta y$

$\rightarrow \Delta y=30,6\,m$

ج)

$t=?$ $\quad y=29,4$ $\quad y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0$

$29,4=-\frac{1}{2}\times 9,8t^2+24,5\times t+0$

$\rightarrow -4,9t^2+24,5t-29,4=0$

از روش Δ $\rightarrow t_1=2\,s$

$t_2=3\,s$

PdPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* قطاری به طول ۴۴m در ایستگاه متوقف است و ۱۰۰m جلوتر از آن چراغ راهنمایی ایستگاه است. اگر قطار به حرکت درآید و شتاب ثابت آن $0.5 m/s^2$ باشد:

آ) چه مدت طول می‌کشد تا تمام قطار از جلوی چراغ عبور کند؟

ب) سرعت قطار با چه سرعتی عبور می‌کند؟ $x=100m$

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$44 = \frac{1}{2} \times 0.5 t^2 + 0t + 100 \Rightarrow -0.25t^2 = -44 + 100 \Rightarrow t^2 = 256$

$\Rightarrow t = \sqrt{256} = 24s$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0^2 = 2 \times 0.5 \times 100 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = \sqrt{100} = 10 m/s$

* دوچرخه سواری که با سرعت $12 m/s$ در حرکت است فنری سرعتش را تغییر می‌دهد و در ۴s بعدی مسافت ۳۲m را طی می‌کند. آ) شتاب دوچرخه سوار چقدر است؟

$v = 0$

$v_0 = 12 m/s$ $\quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$t = 4s$ $\quad 32 = \frac{1}{2} a \times 16 + 12 \times 4 + 0 \Rightarrow -16 = 8a \Rightarrow a = -2 m/s^2$

$x = 32m$

ب)

$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 4 + 12 \Rightarrow v = 4 m/s$

Subject :
Year . Month . Date . ( )

* سنگی از دهانه چاهی رها می‌شود و بعد از مدت 1,5s به سطح آب برخورد می‌کند

آ) عمق چاه آب را بدست آورید. ب) سرعت سنگ هنگام برخورد به سطح آب را

بدست آورید.

$t = 1,5s \quad v_0 = 0$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \times (1,5)^2 \times 9,8 + 0 + 0 \simeq -11$

$v = -gt + v_0 \Rightarrow v = -9,8 \times 1,5 + 0 = -14,7 m/s$

* تیری در جهت قائم از کمان پرتاب می‌شود و 8s طول می‌کشد تا به کمان اولیه بازگردد

آ) سرعت اولیه تیر چقدر بوده و این تیر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

$v = 0 \quad t = 8s \Rightarrow 8 \div 2 = 4$

$v = -gt + v_0 \Rightarrow 0 = -9,8 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = 40 m/s$

ب)

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0^2 - (40)^2 = -2(9,8)\Delta y$

$\Rightarrow 1600 = -20\Delta y \Rightarrow \Delta y = 80m$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* توپی با سرعت اولیه ۲۰ m/s از سطح زمین به هوا پرتاب می‌شود. چه مدت طول می‌کشد تا این توپ به نصف ارتفاع اوج خود برسد؟

$v_0 = 20\,m/s \qquad v = 0$

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0 - (20)^2 = -2(10)\Delta y \Rightarrow \Delta y = 20m$

نصف ارتفاع اوج = 10m

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \Rightarrow 10 = -\frac{1}{2}\times 10 t^2 + 20t + 0$

$-5t^2 + 20t - 10 = 0$ ... از روش Δ $\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0{,}6\,s \\ t_2 = 3{,}8\,s \end{cases}$

فصل سوم: حرکت دو بعدی

$\hat{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$

$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$

معادلات حرکت پرتابی در راستای افق:
$$\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \\ v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x \Delta x \end{cases}$$

معادلات حرکت پرتابی در راستای قائم:
$$\begin{cases} v_y = a_y t + v_{0y} \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \\ v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y \Delta y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g = 9{,}8 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \rightarrow x = v_{0x} t + x_0 \Rightarrow R = v_{0x} t$ برد پرتابه

* $$\begin{cases} v_y = -gt + v_{0y} \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y} t + y_0 \\ v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g\Delta y \end{cases}$$

PAPCO

Subject:

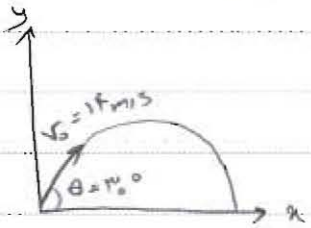
Year. Month. Date. ( )

* فوتبالیستی تحت زاویه 30° نسبت به افق توپی را با سرعت اولیه $14\,m/s$ شوت می‌کند.

آ) مدت زمانی که در آن توپ به بالاترین نقطه مسیر خود می‌رسد را بیابید.

ب) توپ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

ج) برد توپ را بیابید.



$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta = 14 \times 0.8 = 7\sqrt{3}\ m/s \\ v_{0y} = v_0 \sin\theta = 14 \times 0.5 = 7\ m/s \end{cases}$$

آ)

$t = ?$ $\quad v = 0\ m/s$

$$v_y = -gt + v_{0y} \Rightarrow 0 = -9.8t + 7 \Rightarrow t = 0.7\,s$$

ب)

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0^2 - 7^2 = -2 \times 9.8\,\Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{49}{20}\,m$$

ج)

$t_{\text{کل پرواز}} = 0.7 \times 2 = 1.4\,s$

$$R = v_{0x} t \Rightarrow 7\sqrt{3} \times 1.4 = 16.9$$

PdPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* توپی با سرعت اولیه $15 m/s$ از بالای صخره‌ای به ارتفاع $20m$ در جهت افقی پرتاب می‌شود

آ) زمان کل پرواز توپ تا هنگام برخورد به زمین را بدست آورید.

ب) برد توپ را محاسبه کنید.

$v_0 = 15 m/s$

$y_0 = h = 20m \quad , \quad y = 0$

$t = ?$

آ)

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta = 15 \times \cos 0^\circ = 15 m/s \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta = 15 \times \sin 0^\circ = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t + y_0$$

$$y = -\frac{1}{2} \times 9.8 t^2 + 0 + 20 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 9.8 t^2 + 0 + 20 \Rightarrow t = 2.02 s$$

ب)

$$R = v_{0x} \times t \Rightarrow R = 15 \times 2.02 = 30.3 m$$

* از بام ساختمانی به ارتفاع $16m$ گلوله‌ای با سرعت اولیه $21 m/s$ در جهت 30° نسبت به افق پرتاب می‌شود. کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

آ) زمان کل پرواز ب) برد افقی ج) بیشترین ارتفاع از سطح زمین

د) سرعت توپ در ارتفاع ۲ متری از سطح بشت بام

$y_0 = 16m$

$v_0 = 21 m/s$

$\theta = 30^\circ$

آ)

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta = 21 \times 0.86 = 18 \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta = 21 \times 0.5 = 10.5 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t + y_0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \times 10 t^2 + 10.5 t + 16$$

$$\Rightarrow y = -5t^2 + 10.5t + 16 \qquad a = -5 \quad b = 10.5 \quad c = 16$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 110.25 - 4(-5)(16) = 430.25$$

$$t_1 , t_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = 3.1 \end{cases}$$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ب) $R = F_{ox} t_1 = 18 \times (-1) = -18$

$R = F_{ox} t_2 = 18 \times (3,1) = 55,8$

2.)

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0^2 - (21,2)^2 = -2 \times 10 \times \Delta y \Rightarrow 449 = -20\Delta y$

$\Rightarrow \Delta y = \frac{449}{-20} = -22,05 m$

3)

فصل چهارم: دینامیک

بررسی سرعت حرکت اجسام (علم دینامیک):

۱- بررسی مفهوم به نام (F) نیرو و معرفی آن برحسب شتابی که به اجسام می‌دهد.

۲- بررسی علت تفاوت شتاب‌های اجسام در محیط‌های همسانگرد و معرفی مفهوم (m) جرم.

۳- بررسی قوانین نیرو یعنی قانون نیوتون:

1 قانون اول: قانون اینرسی یا لختی: تمایل جسم به حفظ موقعیت قبلی یا مقاومت جسم در برابر تغییر وضعیت

اگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد وضعیت حرکت جسم ثابت می‌ماند، یعنی اگر جسم ساکن است، ساکن باقی می‌ماند و اگر متحرک است با سرعت ثابت به مسیر خود ادامه می‌دهد.

PqPCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

۲ قانون دوم : اگر مجموع نیروهای وارد بر جسمی به جرم m باشد جسم در جهت این نیرو شتاب می‌گیرد که طبق رابطه زیر بیان می‌گردد. $\Sigma \vec{F} = ma$

۳ قانون سوم : قانون عمل و عکس العمل

اگر جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B بر جسم A نیروی F' را وارد می‌کند که این دو نیرو دقیقاً هم‌راستا و هم‌اندازه ولی در دو جهت مخالف می‌باشد.

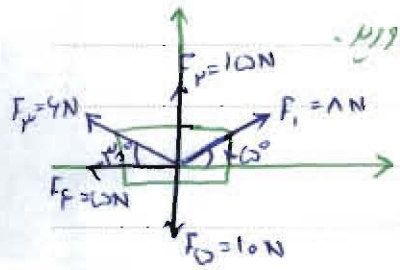
* بر جسمی به جرم 5kg نیروهای زیر وارد شده اند :
آ) شتاب حرکت جسم را بدست آورید.
ب) سرعت جسم را ۳ ثانیه پس از شروع حرکت محاسبه کنید.

$\vec{F_1} = 2\hat{i} + 12\hat{j}$
$\vec{F_2} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$
$\vec{F_3} = 3\hat{i} + \hat{j}$

آ)
$\Sigma \vec{F} = ma$
$2\hat{i} + 5\hat{i} + 3\hat{i} + 12\hat{j} - 3\hat{j} + \hat{j} \rightarrow 10\hat{i} + 10\hat{j}$
$10\hat{i} + 10\hat{j} = 5a$
$\Rightarrow a = \frac{10}{5}\hat{i} + \frac{10}{5}\hat{j} \Rightarrow a = 2\hat{i} + 2\hat{j}$
$|a| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

ب)
$v = at + v_0 \Rightarrow v = \sqrt{8} \times 3 \ m/s$

* بر جسمی به جرم 2kg نیروهای مطابق شکل وارد شده اند. آ) شتاب حرکت جسم را بیابید. ب) مکان (افقی) جسم را ۴s پس از شروع حرکت بدست آورید.



Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$$

$\vec{F}_1 = 0.4\hat{i} + 0.4\hat{j}$

$\begin{cases} F_{1x} = F_1 \cos\theta = 0.8 \times 0.7 = 0.4\,N \\ F_{1y} = F_1 \sin\theta = 0.8 \times 0.7 = 0.4\,N \end{cases}$

$\vec{F}_2 = 0\hat{i} + 1.0\hat{j}$

$\vec{F}_3 = -4.8\hat{i} + 3\hat{j}$

$\begin{cases} F_{3x} = F_3 \cos\theta = 6 \times 0.8 = -4.8\,N \\ F_{3y} = F_3 \sin\theta = 6 \times 0.5 = 3\,N \end{cases}$

$\vec{F}_4 = -0\hat{i} + 0\hat{j}$

$\vec{F}_5 = 0\hat{i} - 1.0\hat{j}$

$\Sigma\vec{F} = -4.2\hat{i} + 13.6\hat{j}$

$\Sigma\vec{F} = ma \Rightarrow -4.2\hat{i} + 13.6\hat{j} = 2a \Rightarrow \vec{a} = \frac{-4.2}{2}\hat{i} + \frac{13.6}{2}\hat{j}$

$\Rightarrow \vec{a} = -2.1\hat{i} + 6.8\hat{j}$

$|a| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = \sqrt{(-2.1)^2 + (6.8)^2} = 16.38\ m/s^2$

ب)

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_{0x}t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(16.38) \times 4^2 = 131.04$

* سرعت اولیه ذره‌ای به جرم 1.5kg برابر با $v_0 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ می‌باشد. اگر نیروی F برابر $F = 4\hat{i} - \hat{j}$ به مدت 2s بر ذره اثر کند سرعت نهایی آن چقدر است؟

$m = 1.5 \quad v_0 = 2\hat{i} + 3\hat{j} \quad t = 2s \quad F = 4\hat{i} - \hat{j}$

$17.1 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}\ m/s$

PqPCO

Subject:

Year. Month Date. ( )

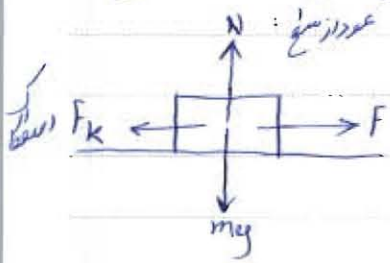
$\vec{F} = ma \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{f^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}\ N$

$\sqrt{17} = 1.0 \times a \Rightarrow a = \frac{\sqrt{17}}{1.0}\ m/s^2$

$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{17}}{1.0} \times 2 + \sqrt{13} = \dots$

برآیند تمام نیروهای عمودی وارد بالا = برآیند تمام نیروهای عمودی وارد پایین ⇒ نیروی عمود از سطح N

N : عمود از سطح



$\sum \vec{F} = ma$

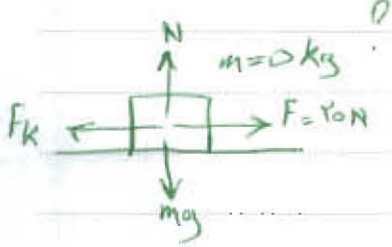
$F_k = \mu_k \cdot N$

$N = mg$

$F - F_k = ma \rightarrow F - (\mu_k \cdot N) = ma \rightarrow F - (\mu_k \cdot mg) = ma$

ضریب اصطکاک μ_k به جنس سطوح، شرایط تماس دو سطح و شرایط محیطی تماس بستگی دارد.

* در شکل ضریب اصطکاک بین جسم و سطح 0.2 است. اگر نیروی افقی 20 نیوتون بر جسم وارد شود شتاب حرکت را بیابید. سرعت و جابه‌جایی جسم را پس از 4 ثانیه بیابید.



$F_k = \mu_k \cdot N = \mu_k \cdot mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10N$

$\sum \vec{F} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 20 - 10 = 5 \times a$

$\Rightarrow a = 2 m/s^2$

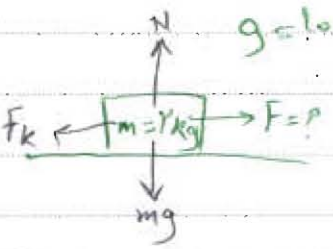
$v = at + v_0 = 2 \times 4 = 12 m/s$

$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 = 16m$

PdPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* نیروی افقی F بر جسمی به جرم 2Kg مطابق شکل وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ۰٫۲۵ باشد و پس از 1s سرعت جسم تحت تاثیر این نیرو به $20 m/s$ برسد مقدار جسم را در این لحظه بدست آورید.



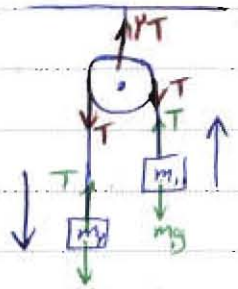
$f_k = \mu_k . N = \mu_k . mg = 0.25 \times 2 \times 10 = 5N$

$v_0 = 0 \quad t = 1s \quad v = 20 \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow 20 = a(1) + 0 \Rightarrow a = 2 m/s^2$

$\sum \vec{F} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - 5 = 2 \times 2 \Rightarrow F = 9N$

$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 = 100m$ مقدار جسم

* طناب و قرقره (ماشین آتود)



T = نیروی کشش طناب

$\sum F = ma$

m_1 جسم: $T - m_1 g = m_1 a$

m_2 جسم: $m_2 g - T = m_2 a$

$T - m_1 g + m_2 g - T = m_1 a + m_2 a$

$g(m_2 - m_1) = a(m_1 + m_2)$

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$T = m_1 \left(\frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} \right) + m_1 g$$

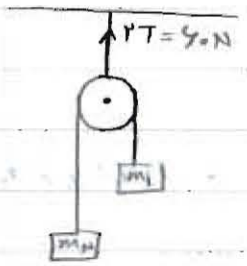
$$T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

PdPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

* در شکل زیر دو جرم توسط طناب از قرقره‌ای آویزان اند. نیروی $F = 60\,N$ محور قرقره را به سمت بالا نگه می‌دارد. شتاب سیستم و نیروی کشش طناب را بیابید.



$2T = 60 \Rightarrow T = 30\,N$

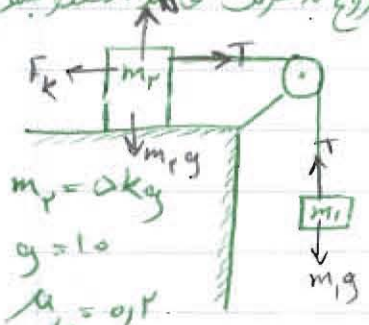
$m_1 = 2kg$

$m_2 = 6kg$

$\sum \vec{F} = ma \Rightarrow T - m_1 g = m_1 a \Rightarrow 30 - (2 \times 10) = 2a$

$\Rightarrow a = 5\,m/s^2$

* در شکل زیر دستگاه از حالت سکون با شتاب $2\,m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. ضلوبست



آ) جرم جسم m_1 ، ب) نیروی کشش طناب

$\sum \vec{F} = ma$ $\begin{cases} 1: m_1 g - T = m_1 a \\ 2: T - F_k = m_2 a \end{cases}$

$f_k = \mu_k \cdot N = \mu_k \cdot m_2 g = 0,2 \times 5 \times 10 = 10N$

2 $T - f_k = ma \Rightarrow T - 10 = 5 \times 2 \Rightarrow T = 20N$

1 $m_1 g - T = m_1 a \Rightarrow m_1 g - m_1 a = T \Rightarrow m_1 (g - a) = T$

$\Rightarrow m_1 = \frac{T}{g-a} = \frac{20}{10-2} = \frac{20}{8}\,kg$

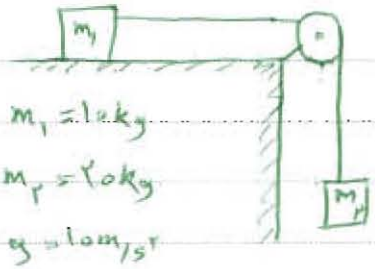
* در شکل مقابل ضریب اصطکاک بین جسم m_1 و سطح افقی برابر $0,2$ می‌باشد.

هرگاه دستگاه از حالت سکون شروع به حرکت کند شتاب حرکت و کشش طناب را بیابید.

PAPCO

Subject:

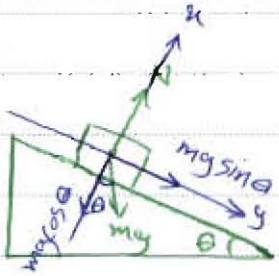
Year. Month. Date. ( )



$m_1 = 1\text{kg}$

$m_2 = 2\text{kg}$

$g = 10\,m/s^2$



سطح شیبدار:

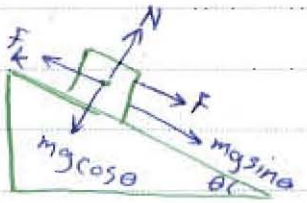
$\sum \vec{F} = ma$

نیروهایی را می‌نویسیم که در راستای حرکت باشند:

$mg\sin\theta = ma$

$(mg)_x = mg\cos\theta$

$(mg)_y = mg\sin\theta$



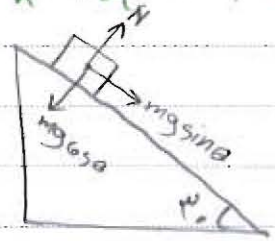
$\sum \vec{F} = ma$

$(F + mg\sin\theta) - F_k = ma$

$(F + mg\sin\theta) - (\mu_k \cdot N) = ma$

$(F + mg\sin\theta) - (\mu_k \cdot mg\cos\theta) = ma$

* شخصی به جرم 70kg با اسکی از سطح یخ زده‌ای به شیب 30° به پایین سُر می‌خورد. شتاب حرکت شخص را در دو حالت به دست آورید. آ) سطح لیز و بی‌اصطکاک باشد. ب) $\mu_k = 0.25$



آ)

$\sum \vec{F} = ma \rightarrow$

$mg\sin\alpha = ma \Rightarrow (10)(\frac{1}{2}) = a \Rightarrow a = 5\,m/s^2$

ب)

$\mu_k = 0.25$

$\sum \vec{F} = ma \Rightarrow mg\sin\theta - F_k = ma \Rightarrow$

$\Rightarrow mg\sin\theta - (\mu_k \cdot N) = ma \xrightarrow{N = mg\cos\theta} mg\sin\theta - \mu_k \cdot mg\cos\theta = ma$

PqPCO

Subject :

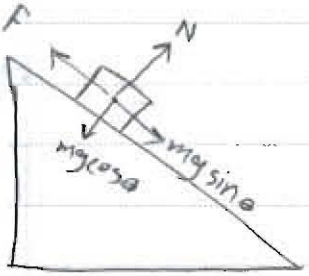
Year . Month . Date . ( )

$\Rightarrow 60\times10\times\frac{1}{2} - (0{,}25)\times60\times10\times0{,}8 = 60a \Rightarrow 300-100=20a \rightarrow$

$a=\frac{20}{6}\ m/s^2$

* شخصی جعبه‌ای به جرم 5kg را تحت نیروی به اندازه 20N از روی یک سطح شیب دار با زاویه شیب 30° به بالا می‌کشد اگر ضریب اصطکاک 0.2 باشد شتاب جسم را در هر دو حالت زیر بدست آورید.

الف) اگر شخص جسم را رها کند تا چه شتابی به پایین سُر می‌خورد؟



$\Sigma F = ma$

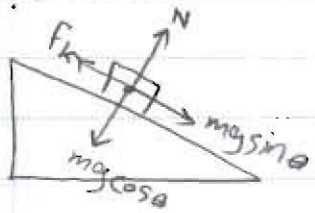
$F-(F_k+mg\sin\theta)=ma$

$F-(\mu_k mg\cos\theta+mg\sin\theta)=ma$

$20-\left(\frac{2}{10}\times5\times10\times\frac{8}{10}\right)+\left(5\times10\times\frac{1}{2}\right)=5a$

$\Rightarrow a=-\frac{13}{5}\ m/s^2$

ب)



$\Sigma F = ma$

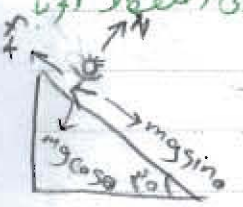
$mg\sin\theta - f_k = ma$

$mg\sin\theta - \mu_k\cdot mg\cos\theta = ma$

$\left(5\times10\times\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{2}{10}\times5\times10\times\frac{8}{10}\right)=5a$

$25-8=5a \Rightarrow a=\frac{17}{5}\ m/s^2$

* شخصی به جرم 20kg از سرسره‌ای به طول 3m که زاویه شیب آن 30° است به پایین سُر می‌خورد. اگر ابتدا شخص با سرعت 1m/s به امتحای سُر سره برسد نیروی اصطکاک آن با سرسره چقدر بوده است؟



$v_0 = 0\ m/s$

$v = 1\ m/s$

PdPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\Sigma f = ma$

$mg\sin\theta - f_k = ma \Rightarrow 20\times10\times\frac{1}{2} - f_k = 20a \Rightarrow 100 - f_k = 20\times\frac{1}{4}$

$\Rightarrow f_k = 100 - \frac{20}{4} = \dots$ N

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 1^2 - 0^2 = 2a\times3 \Rightarrow a = \frac{1}{6}\ m/s^2$

* شخصی به جرم 30kg که اسکیت به پا کرده و با سرعت 10km/h در حرکت است به یک سربالایی با شیب 30° می رسد. اگر این شخص از این لحظه به بعد تلاشی برای جلو راندن خود نکند حداکثر مسافتی که روی سطح به بالا می رود چقدر است؟ $\mu_k = 0.2$

$\Sigma f = ma$

$0 - (mg\sin\theta + f_k) = ma$

$0 - (mg\sin\theta + \mu_k \times mg\cos\theta) = ma$

$0 - (30\times10\times\frac{1}{2} + 0.2\times30\times10\times0.8) = 30a$

$0 - (150 + 48) = 30a \Rightarrow a = -\frac{198}{30}\ m/s^2$

$v_0 = 10\ km/h \times \frac{1000}{3600} = 2.8\ m/s$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - (2.8)^2 = 2\times\left(-\frac{198}{30}\right)\times\Delta x \Rightarrow \Delta x = 1.85\ m$

فصل پنجم

کار و انرژی

کار نیروی ثابت: کار نیروی ثابت F وقتی که به صورت پیوسته روی ذره‌ای اثر می‌کند

P4PCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ ..... وآن را به اندازه‌ی $\vec{d}$ جابه‌جایی کند به صورت زیر تعریف می‌شود.
کار به نیرو و جابه‌جایی بستگی دارد.

$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$

$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$
$\vec{d} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ $\longrightarrow W = F.d = (F_x a_x)\hat{i} + (F_y a_y)\hat{j} + (F_z a_z)\hat{k}$

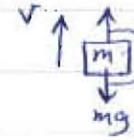
به تعداد نیروهایی که در راستای حرکت باشند کار وجود دارد:

$W_{\text{خالص}} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$

کار نیروهای وارد بر جسم: ۱- نیروی وزن ۲- نیروی اصطکاک ۳- نیروی فنر

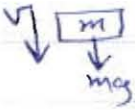
۱- نیروی وزن:

آ) حرکت جسم به سمت بالا: $\theta = 180^\circ$



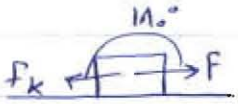
$W_{mg} = mgh\cos\theta$
$W_{mg} = mgh\cos 180^\circ = -1$

ب) حرکت جسم به سمت پایین:



$W_{mg} = mgh\cos\theta$
$W_{mg} = mgh\cos 0^\circ = 1$

۲- نیروی اصطکاک:



$W_{f_k} = f_k d \cdot \cos\theta$
$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -1$

۳- نیروی فنر:

$W_{\text{فنر}} = -\frac{1}{2}k(x_F^2 - x_i^2) = -\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

$F = -k.x$ قانون هوک
k: ثابت فنر
x: چون حرکت فنر

PAPCO

مخالفت می‌کند با حرکت جسم

Subject:

Year. Month. Date. ( )

* جسمی به جرم $3kg$ تحت تاثیر نیروی $\vec{F}=2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$ از مکان اولیه $\vec{r}_1=2\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$ به مکان نهایی $\vec{r}_2=4\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k}$ برده می‌شود. کار این نیرو را بدست آورید.

* در شکل مقابل نیروی $F=40N$ بر جسم وارد شده و آن را به اندازه $10m$ جابه‌جا می‌کند، اگر $\mu_k=0.25$ باشد، کار خالص انجام شده بر روی جسم را حساب کنید.

* جسمی به جرم $3kg$ در یک سالن قائم به اندازه $50m$ بالا می‌رود سپس به پایین برگشته و در ارتفاع 25 متری از سطح زمین قرار می‌گیرد، کار انجام شده بر روی جسم چقدر است؟

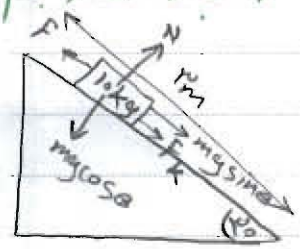
$$W_{mg}=-mgh \Rightarrow W_{mg}=mg(h_f-h_i)$$

$$W_{mg}=3\times 10(25-50)=-900j$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

* شخصی صندوقی به جرم 10kg را با اعمال نیروی 80N در جهت موازی با سطح شیبداری به زاویه شیب 30° به اندازه ۳ متر بالا می برد. اگر ضریب اصطکاک ۰/۲ باشد کل کار انجام شده بر روی صندوق چقدر است؟



$F = 80N$

$\mu_k = 0/2$

$W_{\text{خالص}} = ?$

نیروهایی که در راستای جابه جایی کار انجام می دهند ← F_k , F , $mg\sin\theta$

$W_F = F.d.\cos\theta^\circ = 80 \times 3 \times 1 = 240\,j$

θ در فرمول کار (سم): زاویه بین بردار نیرو و راستای جابه جایی.

$W_{F_k} = -f_k d = -(\mu_k . N)d = -(\mu_k \cdot mg\cos\theta)d$

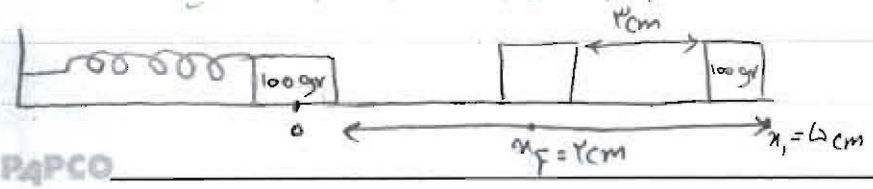
$= -(0/2 \times 10 \times 10 \times \cos 30^\circ) \times 3 = -48\,j$

$W_{mg} = -mg\sin\theta \times h = -10 \times 10 \times \sin 30^\circ \times 3 = -150\,j$

$W_{\text{خالص}} = W_F + W_{F_k} + W_{mg} = 240 + (-48) + (-150) = 42\,j$

* جسمی به جرم 100gr به انتهای فنری که ثابت آن 40N/m است وصل شده است.

این سیستم روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک 1 قرار دارد. فنر را به اندازه 5cm می کشیم و رها می کنیم. آن کاری که فنر از لحظه رهاشدن تا تراکم به اندازه 3cm انجام می دهد را بیابید. یعنی کار خالص انجام شده بر روی جسم را بدست آورید.



PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

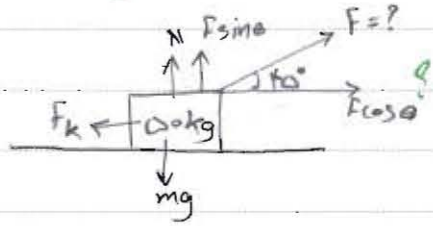
ا) $W_{\text{فنر}} = -\frac{1}{2}k(x_F^2 - x_i^2) = -\frac{1}{2} \times 40 \times ((0/02)^2 - (0/05)^2) \approx 0/042\,J$

ب) $W_{Fk} = -f_k \cdot d = (\mu_k \cdot N) \cdot d = -(\mu_k \cdot mg) \times 0/08 = -0/008\,J$

$d = 5 + 3 = 8\,cm$

$W_{\text{خالص}} = W_{\text{فنر}} + W_{f_k} = 0/042 + (-0/008)\,j$

* شخصی سورتمه‌ای به وزن 500N را روی یک سطح افقی با سرعت ثابت به اندازه 10m می‌کشد. اگر $\mu_k = 0/2$ و نیروی کشش شخص با افق زاویه 53° بسازد این شخص چقدر کار روی سورتمه انجام داده است؟



یعنی شتاب = 0

$mg = N + F\sin\theta$

$N = mg - F\sin\theta$

$\Sigma F = ma$

$F\cos\theta - f_k = ma$

$F\cos\theta - (\mu_k \cdot N) = ma$

$F\cos\theta - (\mu_k \cdot (mg - F\sin\theta)) = ma \Rightarrow F\cos\theta - \mu_k mg + \mu_k F\sin\theta = ma$

$F(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) = ma + \mu_k mg$

$W_F = F \cdot d\cos\theta \Rightarrow W_F = 125 \times 10 \times \cos 53^\circ = 1250 \times 0/6 = 750\,j$

$F = \frac{\mu_k \cdot mg}{\cos\theta + \mu_k \sin\theta} = \frac{0/2 \times 50 \times 10}{\cos 53^\circ + 0/2 \times \sin 53^\circ} = 125$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

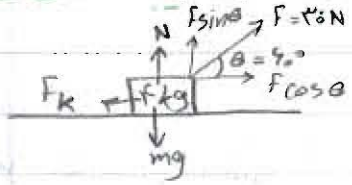
قضیه کار - انرژی

انرژی:
- پتانسیل: $u = mgh$
- جنبشی: $k = \frac{1}{2}mv^2$

قضیه کار و انرژی: کار خالص انجام شده بر روی جسم = تغییرات انرژی جنبشی آن می باشد

$$W = F.d = F.\Delta x$$
$$= ma.\Delta x$$
$$W = m\frac{v^2 - v_0^2}{2} \Rightarrow W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow W = k_f - k_i = \Delta k$$

* نیروی $F = 30N$ تحت زاویه $60°$ بر جسمی به جرم $4kg$ وارد می‌شود و آن را به اندازه $2m$ روی سطح افقی به جلو می‌کشد. اگر سرعت اولیه جسم $3m/s$ باشد و ضریب اصطکاک $\frac{1}{5}$ باشد سرعت نهایی جسم را بیابید.



$$N = mg - F\sin\theta$$

$$W_F = F.d\cos\theta = 30 \times 2 \times \cos 60° = 30j$$

$$W_{F_k} = -F_k.d = -(\mu_k.N)d = -(\mu_k(mg - F\sin\theta))d$$

$$= -(\frac{1}{5} \times 4 \times 10 - 30 \times \sin 60°) \times 2 = -16,3j$$

$$W_{\text{خالص}} = W_F + W_{F_k} = 30 + (-16,3) = 13,6j$$

$$W_{\text{خالص}} = \Delta k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 13,6 = \frac{1}{2} \times 4v^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2$$

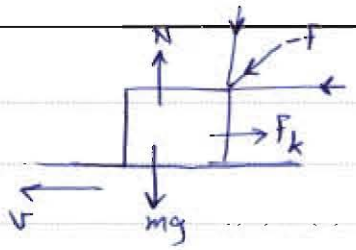
$$\Rightarrow 13,6 = 2v^2 - 18 \Rightarrow v^2 = \frac{31,6}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{31,6}{2}}\ m/s$$

PaPCO

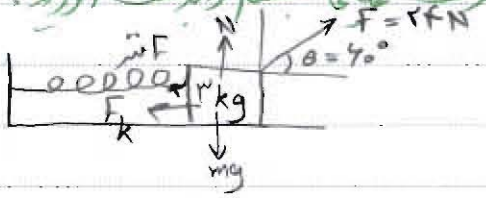
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$N = mg + f\sin\theta$



* مطابق شکل مکعبی به جرم 3k به فنری با ثابت 20 N/m متصل شده است. نیروی F=24N تحت زاویه 60° نسبت به افق به مکعب وارد می‌شود و آن را 40cm جابه‌جا می‌کند. اگر سرعت اولیه جسم صفر باشد سرعت نهایی جسم را بدست آورید.



$k = 20\ N$ $\quad W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$\mu_k = 0.1$ $\quad d = 40cm = 0.4m$

$W_f = F d\cos\theta = 24 \times 0.4 \times \cos 60 = 4.8j$

$W_{F_k} = -f_k \cdot d = -(\mu_k \cdot N)\, d = -(\mu_k (mg - F\sin\theta))\, d$

$= -(0.1(3\times 10 - 24\times\sin 60))\times 0.4 = -0.35j$

$W_{\text{فنر}} = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2) = -\frac{1}{2}k(0x^2) = -\frac{1}{2}\times 20\times(0.4)^2 = -1.6j$

$W_{\text{خالص}} = 4.8 - 0.35 - 1.6 = 2.85j$

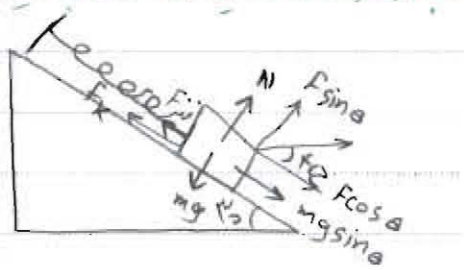
$W_{\text{خالص}} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 2.85 = \frac{1}{2}\times 3v^2 \Rightarrow v = 1.3\ m/s$

PqPCO

Subject:

Year. Month. Date ( )

* جسمی به جرم $3kg$ روی یک سطح شیب دار با زاویه شیب $30°$ تحت نیروی $F=24N$ با زاویه $45°$ به اندازه $2m$ به پایین می آید سرعت جسم را در مکان نهایی آن حساب کنید



P4PCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

PqPCO