به نام خدا

پاسخنامه تشریحی آزمون مرحله اول المپیاد فیزیک

«دوره 36»

(سال ۱۴۰۱)

کد دفترچه: (1)

تهیه و تنظیم: زهرا رجبی وندچالی

① گزینه (2)

$0 < t < T \Rightarrow v < 0$ (رد گزینه 1 و 3)

$x = A\cos\omega t \Rightarrow \dot{x} = -A\omega\sin\omega t \Rightarrow v^2 = A^2\omega^2\sin^2\omega t$

$\Rightarrow v^2 = \omega^2A^2(1-\cos^2\omega t) = \omega^2(A^2-x^2) \Rightarrow \underline{v = \pm\omega\sqrt{A^2-x^2}}$

طبق این رابطه، v برحسب x یک رابطهٔ غیرخطی است. ← گزینه (2)

② گزینه (2)

$$\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} & v^2 \to \text{ثابت} \\ a_t = 0 \end{cases}$$

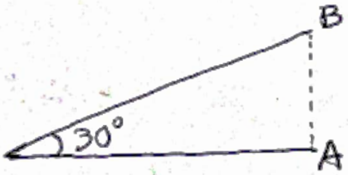
r. شعاع انحنای مسیر است که در نقاط مختلف یکسان نیست.

بنابراین شتاب یکسان نیست.

$r_B = r_{min} \Rightarrow a_B = a_{max} \longrightarrow$ گزینه (2)

③ گزینه (3)

$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} = 10\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ (چون $I \propto \frac{1}{r^2}$)



$\beta_A = 20\,(dB)$ $\beta_B = ?$

$$\beta_B - \beta_A = 10\log\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = 10\log(\cos30°)^2$$
$$= 10\log\frac{3}{4} = 10(\log3 - 2\log2)$$
$$= -1.25\,(dB)$$

$\beta_B = \beta_A - 1.25 = 18.75 \simeq 18.8\,(dB) \longrightarrow$ (3) گزینه

④ گزینه (4)

$\sum\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{f}_s = 0$

$-20\,\underline{i} + 10\,\underline{j} + 20\cos60°\,\underline{i} - 20\sin60°\,\underline{j} + \vec{f}_s = 0 \Rightarrow \vec{f}_s = 10\,\underline{i} + 10(\sqrt{3}-1)\,\underline{j}$

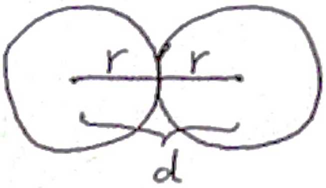
$\Rightarrow |\vec{f}_s| = 10\sqrt{1+(\sqrt{3}-1)^2} = 10\sqrt{5-2\sqrt{3}}\ (N) \longrightarrow$ (4) گزینه

۵ گزینه (۲)

جهان از کهکشان‌های متعددی تشکیل شده است. برای محاسبه‌ی چگالی جهان، می‌توان چگالی یک جزء از آن، یعنی چگالی یک کهکشان را محاسبه کرد. جرم یک کهکشان را می‌توان همان جرم ستاره‌های آن در نظر گرفت.

$$M_k = N M_{sun}$$

برای محاسبه‌ی حجم کهکشان، می‌توان آن را کره‌ای در نظر گرفت که شعاع آن، نصف فاصله‌ی آن تا کهکشان مجاور است.



$$r = \frac{d}{2} \qquad V_k = \frac{4}{3} \times \frac{d^3}{8} = \frac{\pi d^3}{6}$$

(چگالی جهان) $\rho_1 = \frac{M_k}{V_k} = \frac{N M_{sun}}{\frac{\pi}{6} d^3} = \frac{10^{11} \times 2 \times 10^{30}}{\frac{\pi}{6} \times (3.1 \times 10^{22})^3} = 1.28 \times 10^{-26} \left(\frac{kg}{m^3}\right)$

(چگالی هوا) $\rho_0 = \frac{M_m}{V_m} = \frac{29 \times 10^{-3}}{22.4 \times 10^{-3}} = 1.29 \left(\frac{kg}{m^3}\right)$

$\frac{\rho_1}{\rho_0} = 9.9 \times 10^{-27} \simeq 10^{-26} \longrightarrow$ گزینه (۲)

۶ گزینه (۴)

نیروی کشش نخ همان نیروی مرکزگرا است. بنابراین:

$$T = m \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \times \frac{r_1}{r_2}$$

طبق پایستگی تکانه‌ی زاویه‌ای داریم:

$$L_1 = L_2 \Rightarrow r_1 v_1 = r_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

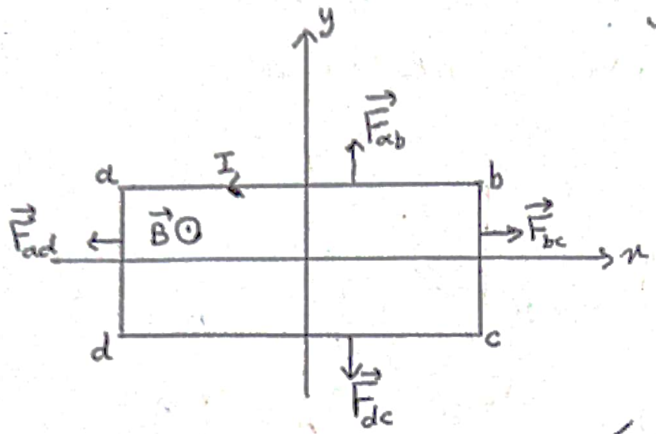
$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \longrightarrow$ گزینه (۴)

7) گزینه‌ی (4)

نیروی وارد بر سیم حامل جریان برابر است با :

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

که جهت آن طبق قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود.



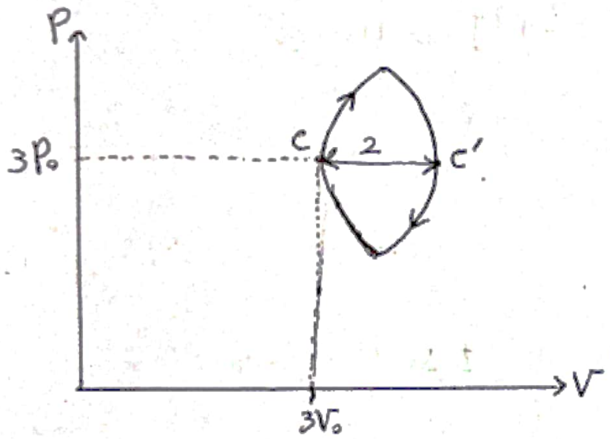
طبق تقارن:

$$|\vec{F}_{ab}| = |\vec{F}_{dc}|$$

$$|\vec{F}_{ad}| = |\vec{F}_{bc}|$$

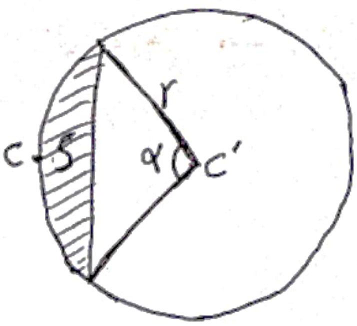
جهت آن‌ها نیز مخالف یکدیگر است، بنابراین همدیگر را خنثی می‌کنند و چرخش نخواهیم داشت، ← گزینه‌ی (4)

8) گزینه‌ی (3)



نمودار را برحسب P_0 و V_0 می‌نویسیم.

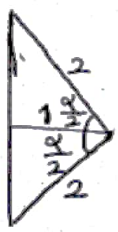
برای محاسبهٔ کار، کافی است مساحت چرخه را حساب کنیم.



$$S = S_{\text{قطاع}} - S_{\text{مثلث}}$$

$$\frac{S_{\text{قطاع}}}{\pi r^2} = \frac{\alpha}{2\pi} \Rightarrow S_{\text{قطاع}} = \frac{r^2\alpha}{2} \xrightarrow{r=2} S_{\text{قطاع}} = 2\alpha$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} r \times r \times \sin\alpha = \frac{4}{2}\sin\alpha = 2\sin\alpha$$



$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$$

$$\sin\alpha = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 2\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2.45 \Rightarrow W = 2S = 4.91\, P_0V_0 \rightarrow \text{گزینه‌ی } (3)$$

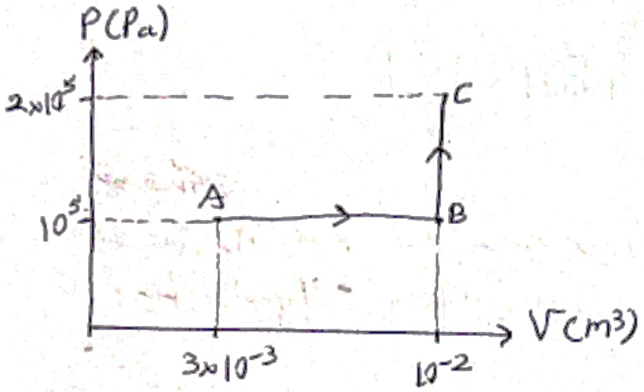
⑨ گزینهٔ (۱)

$$Q = \Delta U + W$$

W برابر است با سطح زیر نمودار P-V . چون هر دو گاز نمودار یکسانی دارند، بدون توجه به تفاوت در معادلهٔ حالت مقدار W آن ها برابر می شود.

$$Q - Q' = (\Delta U + W) - (\Delta U' + W) = \Delta U - \Delta U' = \frac{5}{2} nR(\Delta T - \Delta T')$$

$$n=1 \Rightarrow \Delta Q = \frac{5}{2}R[(T_c - T_A) - (T'_c - T'_A)]$$



(یکاها SI شده‌اند)

$$T_c = \frac{P_c(V_c - b)}{R} \qquad T_A = \frac{P_A(V_A - b)}{R}$$

$$T'_c = \frac{P_c V_c}{R} \qquad T'_A = \frac{P_A V_A}{R}$$

به ازای جایگذاری مقادیر نمودار و $b = 4\times10^{-5}\,\frac{m^3}{mol}$ خواهیم داشت:

$Q - Q' = -10J \rightarrow$ گزینهٔ (۱)

⑩ گزینهٔ (۴)

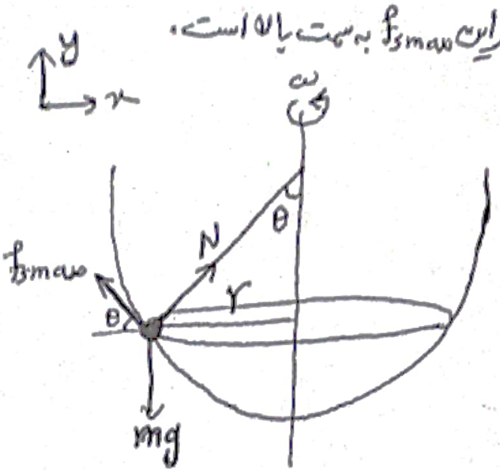
t : مدت زمان واپاشی

$n = \frac{t}{T_1} + \frac{t}{T_2} = \frac{6}{6} + \frac{6}{2} = 4$ (تعداد کل دفعات واپاشی)

$N = [1 - (\frac{1}{2})^n] = N_0(1 - (\frac{1}{2})^4) = \frac{15}{16}N_0 \rightarrow$ گزینهٔ (۴) (تعداد هسته‌های واپاشی شده)

(11) گزینهٔ (2)

وقتی ω مینیمم باشد، مهره در آستانهٔ لغزش به سمت پایین است. بنابراین f_{smax} به سمت بالا است.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N\cos\theta + f_{smax}\sin\theta = mg$$

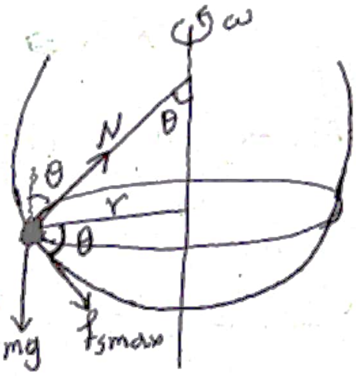
$$f_{smax} = N\mu_s \Rightarrow N = \frac{mg}{\mu_s\sin\theta + \cos\theta}$$

$$\sum F_x = m a_x \Rightarrow N\sin\theta - f_{smax}\cos\theta = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow N(\sin\theta - \mu_s\cos\theta) = mr\omega^2 \Rightarrow mg\left(\frac{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}{\mu_s\sin\theta + \cos\theta}\right) = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2_{min} = \frac{g}{r}\left(\frac{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}{\mu_s\sin\theta + \cos\theta}\right)$$

وقتی ω ماکسیمم باشد، مهره در آستانهٔ لغزش به سمت بالا است. بنابراین f_{smax} به سمت پایین می‌باشد



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N\cos\theta = mg + f_{smax}\sin\theta$$

$$f_{smax} = N\mu_s \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_s\sin\theta}$$

$$\sum F_x = m a_x \Rightarrow f_{smax}\cos\theta + N\sin\theta = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow mg\left(\frac{\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s\sin\theta}\right) = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2_{max} = \frac{g}{r}\left(\frac{\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s\sin\theta}\right)$$

$$\frac{\omega^2_{max}}{\omega^2_{min}} = \frac{(\sin\theta + \mu_s\cos\theta)(\mu_s\sin\theta + \cos\theta)}{(\sin\theta - \mu_s\cos\theta)(\cos\theta - \mu_s\sin\theta)} = \frac{(\tan\theta + \mu_s)(\tan\theta\,\mu_s + 1)}{(\tan\theta - \mu_s)(1 - \mu_s\tan\theta)}$$

$$\frac{\omega_{max}}{\omega_{min}} = \sqrt{\left(\frac{1 + \mu_s\tan\theta}{1 - \mu_s\tan\theta}\right)\left(\frac{\tan\theta + \mu_s}{\tan\theta - \mu_s}\right)} \longrightarrow (2) \text{ گزینهٔ}$$

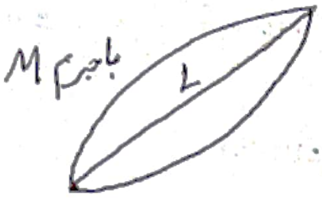
(12) گزینهٔ (1)

از تعادل وزنه داریم:

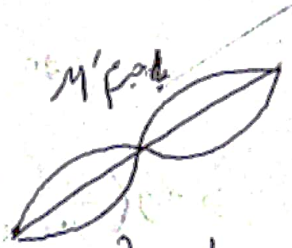
$2F = Mg \Rightarrow F = \frac{Mg}{2}$ F : نیروی کشش طناب

$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Mg}{2\mu}}$ μ : جرم واحد طول

$\Rightarrow v \propto \sqrt{M}$



$\lambda_1 = 2L$



$\lambda_2 = L$

$M' = M + \Delta M$

$v = \lambda f$ $f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{M}{M+\Delta M}} = 2 \Rightarrow \frac{M}{M+\Delta M} = 4 \Rightarrow 3M = -4\Delta M$$

$\Rightarrow \Delta M = -\frac{3}{4}M \rightarrow$ گزینهٔ (1)

(13) گزینهٔ (4)

$$k = 1\,\frac{dyne\cdot cm^2}{esu^2} = 9\times10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2} = 9\times10^9\,\frac{(10^5\,dyne)(10^4\,cm^2)}{C^2}$$

$\Rightarrow C^2 = 9\times10^{18}\,esu^2 \Rightarrow 1C = 3\times10^9\,esu \rightarrow$ گزینهٔ (4)

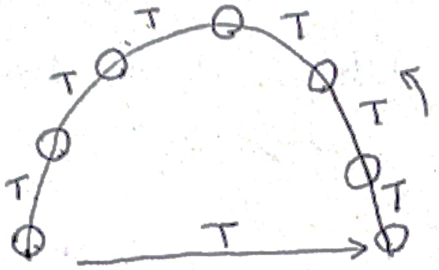
(14) گزینهٔ (3)

بر ذرهٔ باردار در حال حرکت در میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود که از رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ بدست می‌آید.
جهت نیرو همواره بر جهت سرعت عمود است. بنابراین اندازهٔ سرعت را تغییر نمی‌دهد، اما باعث تغییر جهت آن می‌شود. بنابراین ذرات بر روی یک خط راست حرکت نمی‌کنند (رد گزینهٔ 1 و 2)

در مختصات n-t، شتاب مرکزگرا از رابطهٔ روبه‌رو بدست می‌آید: $a_n = m\frac{v^2}{r}$

از آنجا که v و B همواره اندازهٔ ثابتی دارند، مقدار نیروی F و در نتیجه a_n ثابت است. با ثابت بودن v و a_n، r نیز ثابت می‌شود و در نتیجه حرکت دایره‌ای است. ← گزینهٔ (3)

15 گزینه (3)



در هر سیکل به هر توپ دو بار انرژی $\frac{1}{2}mv^2$ داده می‌شود.
یک بار برای پرتاب آن به بالا و بار دیگر برای متوقف کردن آن.

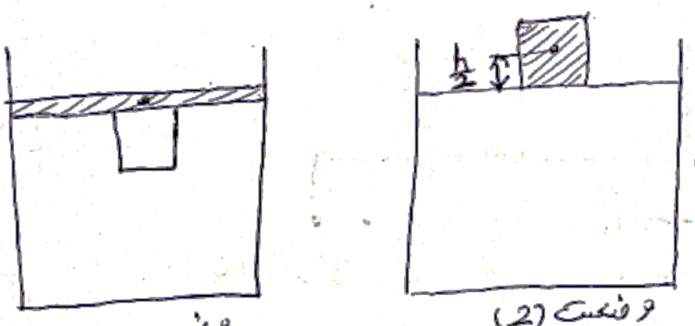
$$P=\frac{\cancel{2}\cancel{N}\times\frac{1}{\cancel{2}}mv^2}{\cancel{N}T}=\frac{mv^2}{T}\Rightarrow P\propto\frac{v^2}{T}$$

$$\left.\begin{array}{l} t_{\text{مسیر}}=(N-1)T=2\,t_{\text{اوج}}=2\frac{v}{g} \\ t_{\text{مسیر}}=(N-1)T \end{array}\right\}\Rightarrow v=\frac{g}{2}(N-1)T\Rightarrow v\propto(N-1)T$$

$$P\propto\frac{v^2}{T}\propto\frac{(N-1)^2T^2}{T}\Rightarrow P\propto(N-1)^2T\longrightarrow \text{گزینه (3)}$$

16 گزینه (2)

از نقطه شروع حرکت تا ابتدای خروج سطل از آب، آبی که سطل حمل می‌کند توسط آب‌های اطراف سطل جایگزین می‌شود. گویا آبی جابه‌جا نشده است و تغییر انرژی پتانسیل آب صفر است. در مرحله خروج سطل از استخر تا انتهای مسیر، مثل این است که یک المان از سطح آب از وضعیت (1) برداشته شده و به وضعیت (2) رسیده است. از آنجایی که جرم سطل صفر است، تغییر انرژی پتانسیل آن در کل مسیر صفر است.



وضعیت (1)   وضعیت (2)

$$\Delta U=mg\left(\frac{h}{2}\right)=(\rho V)(g)\left(\frac{h}{2}\right)$$
$$=\rho Ah\times\frac{h}{2}=\rho\frac{h^2}{2}(\pi R^2)$$
$$=\frac{1}{2}\pi R^2\rho h^2\rightarrow \text{گزینه (2)}$$

17 گزینه (3)

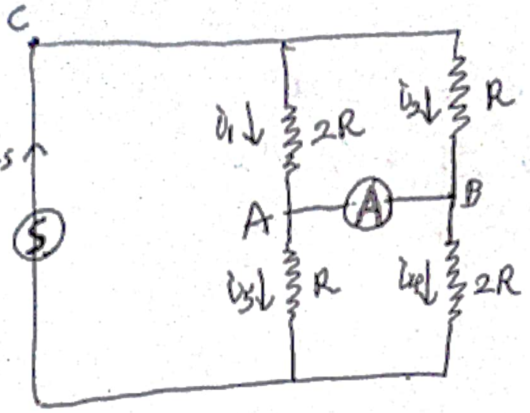
تعداد واکنش انجام شده در یک ثانیه $=\frac{P}{Q}$ P توان تابشی خورشید

$$E=mc^2\Rightarrow P=4.5\times10^9\times(3\times10^8)^2$$

$$\text{تعداد واکنش در ثانیه}=\frac{4.5\times10^9\times(3\times10^8)^2}{27\times10^6\times1.6\times10^{-19}}=9.37\times10^{37}\simeq10^{38}$$

در هر واکنش 4 اتم هیدروژن در نتیجه 4 پروتون می‌سوزد. ⇐ تعداد پروتون بر ثانیه $=4\times10^{38}$ ⟵ گزینه (3)

(18) گزینه‌ی (۱)



هنگامی که ولت‌سنج را متصل کنیم، از آن جریانی نمی‌گذرد، بنا به تقارن، جریان در هر شاخه برابر با $\frac{I_s}{2}$ خواهد بود.

$$\left.\begin{aligned} V_A &= V_c - 2R\frac{I_s}{2} \\ V_B &= V_c - R\frac{I_s}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_{AB} = -R\frac{I_s}{2}$$

هنگامی که آمپرسنج را متصل کنیم، از آن جریان i_5 را خواهد گذشت.

$$KCL:\ I_s = i_1 + i_2 = i_4 + i_5 \quad , \quad i_1 = i_3 + i_5$$

$$KVL:\ -2\cancel{R}i_1 + \cancel{R}i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = 2i_1$$

$$-\cancel{R}i_5 + 2\cancel{R}i_4 = 0 \Rightarrow 2i_4 = i_5$$

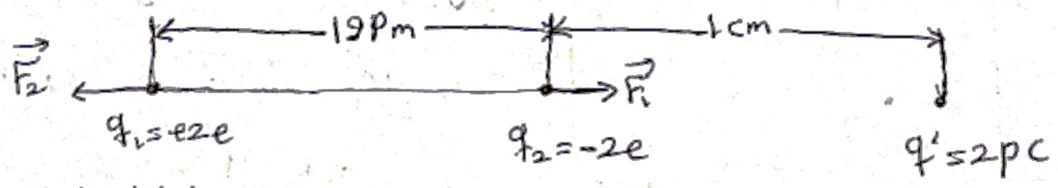
$$\Rightarrow I_s = i_5 + \frac{i_2}{2} = \frac{3}{2}i_5 \Rightarrow i_5 = \frac{2}{3}I_s$$

$$I_s = i_1 + 2i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{I_s}{3}$$

$$\Rightarrow i_3 = \frac{I_s}{3} - \frac{2}{3}I_s = -\frac{I_s}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{AB}}{i_3} = \frac{3}{2}R \longrightarrow$$ گزینه‌ی (۱)

(19) گزینه‌ی (2)



$$|q_1| = |q_2| = 2e$$

$$\vec{F}_{net} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \Rightarrow F_{net} = F_1 - F_2 = k q q' \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)$$

$$r_2^2 = (10^{-2} + 19\times10^{-12})^2 = 10^{-4}(1 + 19\times10^{-10})^2 = 10^{-4}(1 + 2\times19\times10^{-10})$$

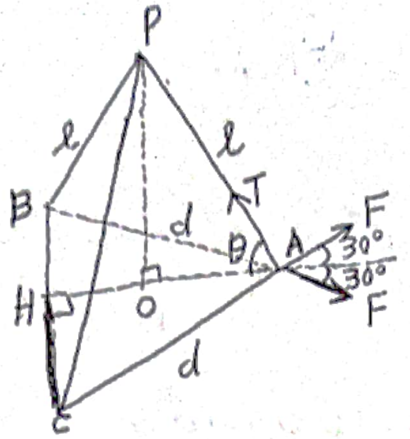
$$F_{net} = 9\times10^9 \times (2\times1.6\times10^{-19}) \times (2\times10^{-12})\left(\frac{1}{10^{-4}} - \frac{1}{10^{-4}(1+2\times19\times10^{-10})}\right)$$

از طرفی: $1 - \frac{1}{1+\varepsilon} = 1 - (1+\varepsilon)^{-1} = 1 - (1-\varepsilon) = \varepsilon$

بنابراین: $F_{net} = 36\times1.6\times10^{-18}\times\left(1 - \frac{1}{1+\varepsilon}\right)$; $\varepsilon = 2\times19\times10^{-10}$

$$\Rightarrow F_{net} = 36\times1.6\times10^{-18}\times38\times10^{-10} = 2\times10^{-25} \Rightarrow n = 25 \longrightarrow$$ گزینه‌ی (2)

(20) گزینه (1)



$$T\sin\theta = mg$$
$$T\cos\theta = 2F\cos 30^\circ = \sqrt{3}F$$
$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{mg}{\sqrt{3}F}$$

به علت تقارن، نقطه P در بالای مرکز ثقل (O) قرار می‌گیرد.

$$OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}\times d\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}d$$

$$\cos\theta = \frac{OA}{l} = \frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{d}{l} \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta}-1} = \sqrt{\frac{3l^2}{d^2}-1}$$

$$F = \frac{mg}{\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{3l^2}{d^2}-1}} = \frac{mgd}{\sqrt{9l^2-3d^2}}$$

$$F = k\frac{q^2}{d^2} \Rightarrow q^2 = \frac{mgd^3}{k\sqrt{9l^2-3d^2}} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{mgd^3}{k\sqrt{9l^2-3d^2}}} \rightarrow \text{(1)}$$ گزینه

(21) گزینه (3)

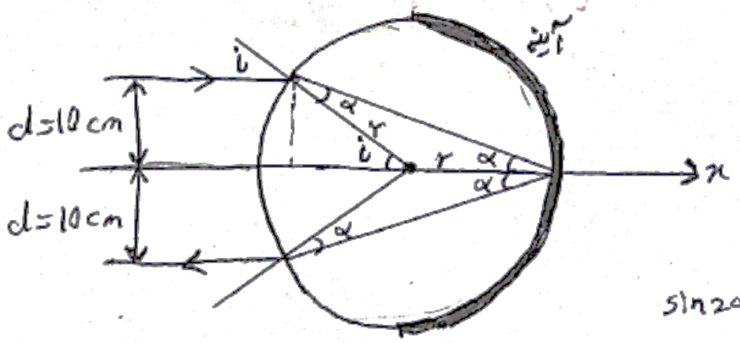
$$\Delta P = -\rho g\Delta h \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta h} = -\rho g$$

$$1\text{km} \text{ تا } 0 \rightarrow -\rho_1 g = \frac{10\,\text{kPa}}{1\,\text{km}} = 10\,\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

$$15\text{km} \text{ تا } 14\text{km} \rightarrow -\rho_2 g = \frac{2.5\,\text{kPa}}{1\,\text{km}} = 2.5\,\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2.5}{10} = 0.25 \rightarrow \text{(3)}$$ گزینه

(22) گزینه (1)



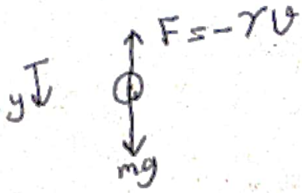
قانون اسنل-دکارت: $\sin i = n\sin\alpha$

طبق هندسه شکل داریم: $i = 2\alpha$

$$\sin 2\alpha = n\sin\alpha \Rightarrow 2\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha = n\cancel{\sin\alpha}$$
$$\Rightarrow n = 2\cos\alpha$$

$$\cos i = \frac{\sqrt{r^2-d^2}}{r} = \frac{10\sqrt{4-1}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow i = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{12} \Rightarrow n = 2\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \rightarrow \text{(1)}$$ گزینه

(23) گزینه‌ی (2)



$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow mg - \gamma v = ma \quad (*)$$

$$\begin{cases} t=0 \\ v=0 \end{cases} \Rightarrow ma = mg \Rightarrow a = g$$

بنابراین شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در $t=0$ باید برابر g باشد (در گزینه‌ی ۱ و ۳)

با گذشت زمان سرعت v افزایش می‌یابد بنابراین طبق رابطه‌ی $(*)$، شتاب a کم می‌شود، یعنی شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ باید کاهش یابد. در گزینه‌ی ۴، در بخشی از نمودار شیب خط مماس ثابت است. بنابراین گزینه‌ی (2) صحیح است.

«سوالات پاسخ کوتاه»

(1) پاسخ: 15

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} g t^2 = v(T-t) \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \\ h_2 &= \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow h_1 = v\left(\sqrt{\frac{2h_2}{g}} - \sqrt{\frac{2h_1}{g}}\right)$$

$$h_2 = \frac{100}{95} h_1 \Rightarrow h_1 = v\left(\sqrt{\frac{2\times 100 h_1}{95 g}} - \sqrt{\frac{2h_1}{g}}\right)$$

$$h_1 = v\sqrt{\frac{2h_1}{g}}\left(\sqrt{\frac{100}{95}} - 1\right)$$

$$\sqrt{\frac{100}{95}} = \left(1+\frac{5}{95}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\times\frac{5}{95} = 1 + \frac{1}{38}$$

$$h_1 = 330\sqrt{\frac{2h_1}{9.8}} \times \frac{1}{38} \Rightarrow h_1^{\cancel{2}} = 330^2\left(\frac{2\cancel{h_1}}{9.8}\right)\times\frac{1}{38^2}$$

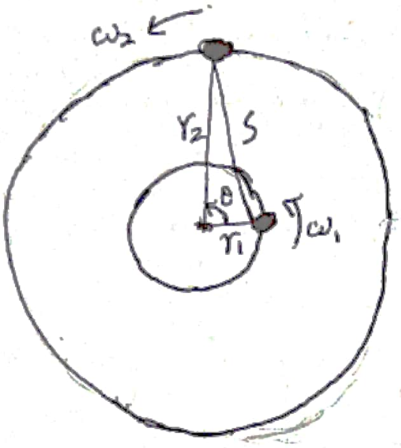
$$\Rightarrow h_1 \simeq 15 \,(m)$$

② پاسخ: 15

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فارادی، نیروی محرکه القایی با آهنگ تغییر شار متناسب است، بنابراین هرچه میله به سمت پایین سرعت می گیرد، نیروی محرکه القایی و درنتیجه جریان القایی افزایش می یابد. از طرفی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم ($F=BIL$) با افزایش جریان افزایش یافته تا جائیکه با نیروی وزن برابر شود در این لحظه، میله به سرعت حد خود می رسد (V_{max}) پس از آن میله با سرعت ثابت پایین می آید.

$$mg = BIL \Rightarrow m = \frac{1\times 0.5\times 0.3}{9.8} \simeq 15(g)$$

③ پاسخ: 54



$$s^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\theta$$

$$\theta = \omega_2 t - \omega_1 t + 90^\circ$$

$$\omega_2 = \frac{360^\circ}{360} = 1\ \frac{deg}{day} \qquad \omega_1 = \frac{360^\circ}{60} = 6\ \frac{deg}{day}$$

$$\Rightarrow \theta = -5t + 90^\circ \quad \Rightarrow s^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\sin(5t)$$

$$\frac{d(s^2)}{dt} = 0 \Rightarrow -2r_1r_2(5)(\cos(5t)) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5t = 90^\circ \Rightarrow t = 18(day) \\ 5t = 270^\circ \Rightarrow t = 54(day) \end{cases}$$

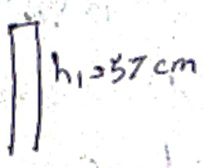
مشتق گیری از فاصله برحسب زمان، دو زمان را بدست می دهد.
از آنجا که $\omega_2 < \omega_1$ ، ابتدا s کاهش می یابد و به مینیمم مقدار خود می رسد و سپس افزایش می یابد. بنابراین $t=18day$ زمان مینیمم شدن s و $t'=54(day)$ زمان ماکسیمم شدن s را نشان می دهد. بنابراین:

$$t_2 - t_1 = 54(day)$$

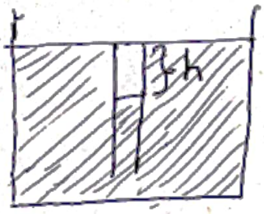
البته می توان با تعیین علامت مشتق نیز به جواب رسید.

t		18		54	
$\frac{d(s^2)}{dt}$	$-$	0	$+$	0	$-$
s^2	↘	min	↗	max	↘

(4) پاسخ: 38



$P_0=76\,cm\text{-}Hg$



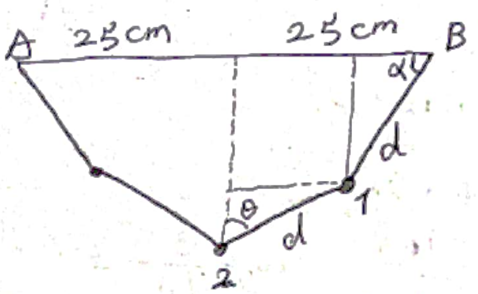
(فشار هوای محبوس) $P = P_0 + \rho g h$

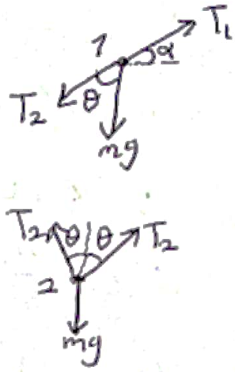
$P_0 V_1 = P V_2 \Rightarrow P_0 \cancel{A} h_1 = P \cancel{A} h$

$\Rightarrow P = \dfrac{h_1}{h_0} P_0$

$$\Rightarrow 76 + h = \frac{57\times 76}{h} \Rightarrow h^2 + 76h - 57\times 76 = 0 \Rightarrow h = 38\ (cm)$$

(5) پاسخ: 73 و 74





$T_1 \cos\alpha = T_2 \sin\theta$

$T_1 \sin\alpha = mg + T_2 \cos\theta$

$2T_2 \cos\theta = mg$

$$\Rightarrow T_1 = T_2 \frac{\sin\theta}{\cos\alpha} \Rightarrow T_2 \sin\theta \tan\alpha = mg + T_2\cos\theta$$

$$T_2 = \frac{mg}{2\cos\theta} \Rightarrow \frac{\cancel{mg}}{2}\tan\theta\tan\alpha = \cancel{mg} + \frac{\cancel{mg}}{2} \Rightarrow \tan\theta = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$$

$$d\sin\theta + d\cos\alpha = 25 \Rightarrow d = \frac{25}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}} = 18.3$$

$$L = 4d \simeq 73\ (cm)$$

(جواب سوال 6 در صفحهٔ بعد)

(7) پاسخ: 24 و 25

(تعداد الکترون بدن انسان) $N = \dfrac{m}{M} \times N_A \times N'$

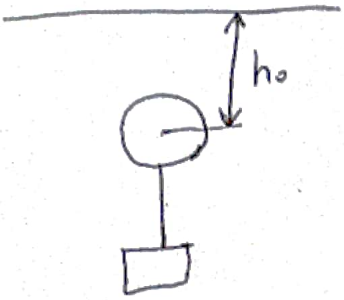
(تعداد الکترون H_2O) $N' = 2+8 = 10$

$$q = Ne = \frac{50\times 10^3}{18} \times 6.02\times 10^{23} \times 10 \times 1.6\times 10^{-19}$$

به همان تعداد که الکترون از بدن خارج می‌شود، پروتون باقی می‌ماند بنابراین:

$$F = k\frac{q^2}{r^2} = \frac{9\times 10^9 \times q^2}{100^2} = 6.4\times 10^{24} \Rightarrow n = 24$$

(6) پاسخ: 14



آهن $\begin{cases} m' \\ \rho' \\ V' \end{cases}$

آب $\rightarrow \rho_w$

هوای بالن در بالا $\begin{cases} m = ? \\ V_1 \\ \rho_1 \\ P_1 = P_0 \end{cases}$

هوای بالن در پایین (زیر آب) $\begin{cases} m \\ V_2 \\ P_2 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l}(m+m')g = F_b \\ F_b = \rho_w g (V'+V_2)\end{array}\right\} \Rightarrow (m+m') = \rho_w (V'+V_2)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{m+m'}{\rho_w} - V' = \frac{\rho_1 V_1 + m'}{\rho_w} - V' = 0.21 (L)$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = \frac{P_0 V_1}{V_2} = \rho_w g h_0 + P_0 \Rightarrow h_0 = \frac{P_0}{\rho_w g}\left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right)$$

با جایگذاری مقادیر خواهیم داشت: $h_0 \simeq 14 (m)$

(8) پاسخ: 18

$$mgh_1 + 0 = mgh_2 + \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$\begin{cases} v_1: \text{سرعت قبل از برخورد} \\ v_2: \text{سرعت پس از برخورد} \\ v_3: \text{سرعت در پایین ترین نقطه} \\ h_1: \text{ارتفاع نقطه A} \\ h_2: \text{ارتفاع اولیه گربه} \\ H = ? \end{cases}$

$$v_2 = \frac{1}{2} v_1$$

$$\cancel{m} g h_2 + \left(\frac{1}{2}\cancel{m} v_2^2\right) \times \cancel{2} = \left(\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{m} v_3^2\right) \times \cancel{2}$$

توجه کنید که انرژی جنبشی در هر دو طرف رابطه در 2 ضرب شده است، زیرا انرژی جنبشی الاکلنگ و گربه در هر لحظه با هم برابر است.

$$\Rightarrow g h_2 + \frac{1}{4} v_1^2 = v_3^2 \Rightarrow v_3^2 = g h_2 + \frac{1}{4} \times 2g(h_1 - h_2) = g\left(h_2 + \frac{h_1 - h_2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow v_3^2 = g\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) \Rightarrow H = \frac{5h_2 + h_1}{4} = \frac{5 \times 1 + 2.2}{4} = \frac{7.2}{4} = 18 (dm)$$