

۱- عدد  $(0.2498)_{10}$  را به دودویی تبدیل کنید .

جواب : طبق جدول زیر با دقت ۵ رقم اعشار ، عدد  $(0/00111)_{10}$  معادل  $(0.2498)_{10}$  است البته می توان محاسبات را به همین ترتیب ادامه داد و دقت تبدیل را بیشتر کرد .

	حاصلضرب	قسمت صحیح حاصلضرب
$0/2498 \times 2$	0/4996	0
$0/4996 \times 2$	0/9992	0
$0/9992 \times 2$	1/9984	1
$0/9984 \times 2$	1/9968	1
$0/9968 \times 2$	1/9936	1

۲- عدد 2406 را به مبنای 8 ببرید .

جواب : طبق جدول روبرو عدد  $(2406)_{10}$  معادل  $(4546)_8$  می باشد .

تقسیم	خارج قسمت	باقیمانده
$2406 \div 8$	300	6
$300 \div 8$	37	4
$37 \div 8$	4	5
$4 \div 8$	0	4

۳- عدد  $673.124$  در مبنای 8 معادل چه اعدادی در مبنای دودویی و دهدهی است .

جواب : برای پیدا کردن معادل دودویی عدد فوق معادل سه بیتی هر رقم را به جای آن می نویسیم :

$$(673/124)_8 = (110 \ 111 \ 011/001 \ 010 \ 100)_2$$

برای بدست آوردن معادل دهدهی عدد  $(673/124)_8$  داریم :

$$(673/124)_8 = (6 \times 8^2) + (7 \times 8^1) + (3 \times 8^0) + (1 \times 8^{-1}) + (2 \times 8^{-2}) + (4 \times 8^{-3}) = 384 + 56 + 3 + 0/125 + 0/3125 + 0/0078125 = (443/1640625)_{10}$$

۴- متمم 10 عدد 256703 چه عددی خواهد بود .

جواب : برای محاسبه متمم 10 رقم سمت راست را از 10 و بقیه ارقام را از 9 کم می کنیم لذا داریم :

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 5 & 6 & 7 & 0 & 3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9-2=7 & & 9-6=3 & 9-7=2 & 9-0=9 & 10-3=7 \\ & \downarrow & & & & \\ & 9-5=4 & & & & \end{array}$$

بنابراین متمم 10 عدد 256703 برابر 743297 می باشد.

۵- متمم 2 عدد 0100101 چه عددی خواهد بود .

جواب : برای محاسبه متمم 2، همه 0های سمت راست و اولین 1 سمت راست را بدون تغییر نگه می داریم، بقیه 0ها را به 1 و بقیه 1ها را به 0 تبدیل می کنیم لذا متمم 2 عدد 0100101 برابر 1011011 می باشد.

۶- متمم 9 عدد 062374 چه عددی خواهد بود؟

جواب: برای محاسبه متمم 9 همه ارقام را از 9 کم می کنیم لذا داریم :

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 6 & 2 & 3 & 7 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9-0=9 & 9-6=3 & 9-2=7 & 9-3=6 & 9-7=2 & 9-4=5 \\ & & & & & \\ & & & & & \Rightarrow \text{متمم 9 عدد 062374 برابر 937625 می باشد} \end{array}$$

۷- با استفاده از متمم 10 تفریق 3248-46532 را بدست آورید .

جواب : ابتدا یک ۰ به سمت چپ عدد 3248 اضافه می کنیم تا هر دو عدد ۵ رقمی شوند سپس به سمت چپ هر دو عدد یک ۰ دیگر اضافه می کنیم که این ۰ نشانه مثبت بودن این دو عدد است آنگاه داریم :

$$\begin{aligned} (\text{متمم 10 عدد } 046532) + (003248) &= (003248) - (046532) \\ &= (003248) + (953468) = (956716) \end{aligned}$$

در عدد بدست آمده (956716) رقم 9 نشان دهنده منفی بودن عدد است لذا برای مشاهده فرم متعارف پاسخ باید از این عدد متمم 10 گرفته و یک علامت منفی کنار آن بگذاریم که حاصل برابر 043284- خواهد بود .

۱- با استفاده از جدول درستی نشان دهید که گیت‌های NOR, NAND (هر یک با سه ورودی) متمم یکدیگر هستند یا خیر؟

جواب: با توجه به ردیف اول و ردیف آخر می بینیم که  $F_2, F_1$  (NOR, NAND) در این دوردیف مقدار مساوی دارند و لذا متمم یکدیگر نیستند. دقت کنید که خروجی گیت NAND هنگامی برابر 0 است که همه ورودی های آن 1 باشند خروجی گیت NOR هنگامی برابر 1 است که همه ورودی های آن 0 باشند.

A	B	C	NAND سه ورودی ( $F_1 = \overline{ABC}$ )	NOR سه ورودی ( $F_2 = \overline{A+B+C}$ )
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

۲- جداول درستی توابع زیر را تهیه کنید .

$$F_1 = (X+Y).(X'+Z).(X+Y'+Z') \quad , \quad F_2 = X'+YZ'$$

جواب :

X	Y	Z	X'	Y'	Z'	X+Y	X'+Z	X+Y'+Z'	F <sub>1</sub>	YZ'	F <sub>2</sub>
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

۳- متمم توابع زیر را بدست آورید .

جواب :

$$F_1 = X'YZ' + X'Y' \rightarrow F_1' = (X + Y' + Z).(X + Y)$$

$$F_2 = X(Y'Z' + YZ) \rightarrow F_2' = X' + ((Y + Z).(Y' + Z'))$$

$$F_3 = (XY' + Z)X'Z' \rightarrow F_3' = ((X' + Y).Z) + X + Z$$

دقت کنید که برای بدست آوردن متمم هر تابع ابتدا همه AND ها به OR و همه OR ها به AND تبدیل می شود سپس به جای هر متغیر ، متمم آن را می نویسیم .

۴- با استفاده از جدول درستی نشان دهید که گیت های XOR, X-NOR (هر یک با دو ورودی X, Y) متمم یکدیگرند .

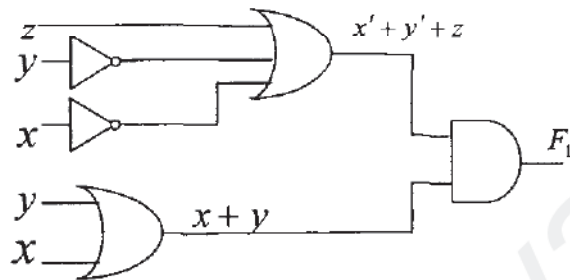
جواب: همانطور که در جدول مشاهده می کنید در همه ردیف ها مقادیر

$(X-NOR)F_2, (X-NOR)F_1$  معکوس یکدیگرند لذا  $F_1, F_2$  متمم یکدیگرند .

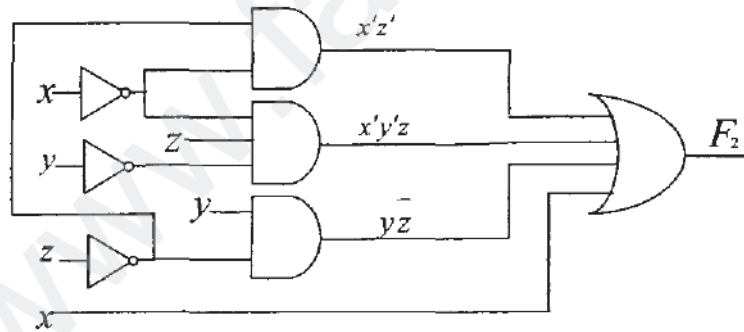
X	Y	$(F_1 = X \oplus Y)$ $(X-NOR)$	$F_2 = \overline{X \oplus Y}$ $(X-NOR)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

۵- نمودار منطقی عبارات زیر را رسم نمایید .

$$F_1 = (X + Y).(X' + Y' + Z)$$



$$F_2 = X + (YZ') + (X'YZ) + X'Z'$$



۱- تابع بولی زیر را به صورت جملات جمع ماکسترم نشان دهید :

$$F = xy + x'z + y'z'$$

جواب: برای اینکه جملات تابع F را به صورت جملات ماکسترم در بیاوریم چند بار از قانون توزیع پذیری ( $A+BC = (A+B)(A+C)$ ) استفاده می کنیم :

$$F = \underbrace{XY}_A + \underbrace{XZ}_B + \underbrace{YZ'}_C = (\underbrace{XY + X'}_A) \cdot (\underbrace{XY + Z'}_A) + YZ' =$$

$$\underbrace{[(X'+X) \cdot (X'+Y)]}_1 \cdot [(Z+X) \cdot (Z+Y)] + YZ' =$$

$$\underbrace{(X'+Y) \cdot (Z+X) \cdot (Z+Y)}_A + \underbrace{YZ'}_{B \ C}$$

$$= [Y' + (X'+Y) \cdot (Z+X) \cdot (Z+Y)] [Z' + (X'+Y) \cdot (Z+X) \cdot (Z+Y)]$$

با استفاده از تعمیم توزیع پذیری یعنی رابطه  $A + BCD = (A+B) \cdot (A+C) \cdot (A+D)$  داریم:

$$= [( \underbrace{Y'+Y+X'}_1 ) \cdot (Y'+Z+X) \cdot ( \underbrace{Y'+Y+Z'}_1 )] [(Z'+X'+Y) \cdot ( \underbrace{Z'+Z+X}_1 ) \cdot ( \underbrace{Z'+Z+Y}_1 )]$$

با استفاده از روابط  $A+A=1$  ,  $B+1=1$  ,  $C1=C$  خواهیم داشت:

$$= (1) \cdot (X + Y' + Z) \cdot (1) \cdot (X' + Y + Z') \cdot (1) \cdot (1) = \underbrace{(X + Y' + Z)}_{M_2} \cdot \underbrace{(X' + Y + Z')}_{M_5}$$

$$= M_2 \cdot M_5 = \pi(2,5)$$

۲- متمم توابع زیر را به صورت جمع مینترم ها بنویسید .

الف)  $F(z, y, z) = \pi(0,1,5,7)$

جواب: تابع F به صورت ضرب ماکسترم های  $M_7, M_5, M_1, M_0$  بیان شده است دقت کنید که تابع F

به ازای این ماکسترم ها مقدار 0 داشته و لذا  $F'$  به ازای  $M_7, M_5, M_1, M_0$  مقدار 1 دارد و بنابراین

به صورت جمع مینترم های  $M_7, M_5, M_1, M_0$  می باشد :

$$F' = m_0 + m_1 + m_5 + m_7 = \underbrace{xyz}_{M_0} + \underbrace{xy\bar{z}}_{M_1} + \underbrace{x\bar{y}z}_{M_5} + \underbrace{xyz}_{M_7} = \Sigma(0,1,5,7)$$

ب)  $f(x, y, z, w) = \pi(0, 2, 4, 11, 14)$

با توجه به توضیحات قبل  $f'$  برابر است با :

$$f' = \Sigma(0, 2, 4, 11, 14) = m_0 + m_2 + m_4 + m_{11} + m_{14} = \overline{x}yzw + x\overline{y}zw + xy\overline{z}w + x\overline{y}z\overline{w} + xy\overline{z}\overline{w}$$

ج)  $F(x, y, z) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7)$

تابع F به صورت جمع مینترم های  $m_1, m_4, m_5, m_6, m_7$  بیان شده است بنابراین تابع F به ازای این مینترم ها مقدار 1 داشته و لذا  $F'$  به ازای آنها مقدار 0 دارد در نتیجه  $F'$  به ازای بقیه مینترم ها ( $m_0, m_2, m_3$ ) مقدار 1 دارد بنابراین  $F' = m_0 + m_2 + m_3 = \Sigma(0, 2, 3)$  می باشد

د)  $f(x, y, z, w) = \Sigma(0, 3, 5, 9, 12, 13)$

با توجه به توضیحات قسمت قبل داریم:

$$f' = \Sigma(1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 15)$$

۳-اگر تابع  $f_1(x, y, z)$  به صورت زیر باشد متمم تابع  $f_1$  را بدست آورید :

$$f_1(x, y, z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_5$$

جواب : با توجه به توضیحات سوال قبل داریم :

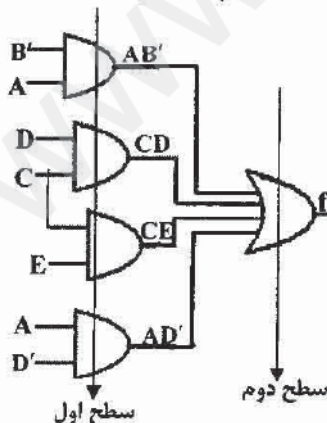
$$f_1 = M_0 \cdot M_2 \cdot M_5 = \pi(0, 2, 5) \rightarrow f_1' = \Sigma(0, 2, 5) = m_0 + m_2 + m_5 = \overline{x}yz + x\overline{y}z + xyz$$

۴-تابع ذیل را با حداقل تعداد سطح پیاده سازی و نمودار منطقی آن را رسم نمایید.

$$f_1 = AB' + C(D + E) + AD'$$

جواب : برای اینکه یک تابع با حداقل تعداد سطح پیاده سازی شود باید آنرا از فرم غیر استاندارد خارج کرد و آنرا به یکی از دو فرم استاندارد sop (جمع حاصلضربها) یا pos (ضرب حاصلجمعها) نوشت که ما آنرا به فرم sop می نویسیم :

$$f_1 = AB' + C(D + E) + AD' = AB' + CD + CE + AD'$$



با فرض اینکه متمم ورودی ها به طور مستقیم وجود دارند مدار روبرو نمودار منطقی  $f_1$  را نشان می دهد دقت کنید که این نمودار یک نمودار دو سطحی است .