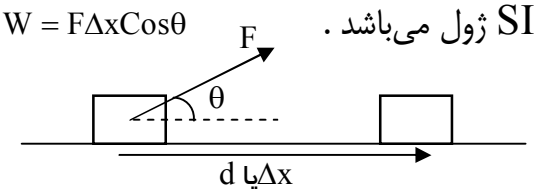
کار و انرژی

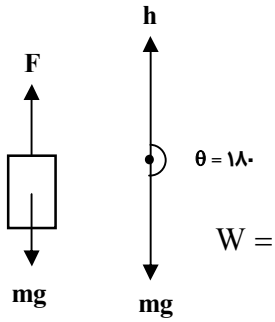
کار : به حاصلضرب نیرو در جابجایی نقطه اثر نیرو را کار گویند ،که یک کمیّت نرده‌ای است و آن را با نماد W نشان می‌دهند و واحد آن در SI ژول می‌باشد . $W = F\Delta x\cos\theta$ $\boxed{W = Fd\cos\theta}$



مثال : اگر نیروی ۳۰N با زاویه ۶۰ درجه نسبت به افق به جسمی وارد شود و آن را ۱۰ m جابجا کند ، کار انجام شده چند ژول است ؟

کار نیروی وزن

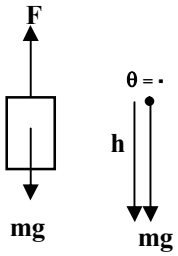
از آنجایی که نیروی وزن همواره رو به پایین به اجسام وارد می‌شود ،جسمی که در راستای قائم جابجا می‌شود نیروی وزن روی جسم کار انجام می‌دهد :



الف) کار نیروی وزن در جابجایی رو به بالا :

جابجایی جسم رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است .

$W = (mg)h(\cos 180) = mgh(-1) \rightarrow \boxed{W = -mgh}$



ب) کار نیروی وزن در جابجایی رو به پایین :

جابجایی جسم رو به پایین و نیروی وزن نیزرو به پایین است .

$W = (mg)h(\cos 0) = mgh(1) \rightarrow \boxed{W = mgh}$

مثال : جسمی به جرم ۳Kg تحت نیروی ۲۵N رو به بالا قرار دارد ، کار نیروی F و نیروی وزن را پس از ۸m جابجایی حساب کنید .

مثال : جسمی به جرم $3Kg$ روی سطح افقی ، با ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲ ،با نیروی افقی F شتاب $2m/s^2$ پیدا می‌کند:

الف) نیروهای وارد بر جسم را با رسم یک شکل نشان دهید .

ب) پس از $10\ m$ جابجایی کار نیروهای رسم شده در قسمت الف را محاسبه کنید .

ج) کل کار انجام شده را محاسبه کنید .

🔔 : ازحل مثال فوق این نکته را درمی‌یابیم که ،کارکل(W_T) را علاوه بر رابطه $\boxed{W_T = W_1 + W_2 + W_3 + ...}$ می‌توان از رابطه مقابل نیز محاسبه کرد : $\boxed{W_T = ma\Delta x}$ $\rightarrow$ و $\sum F = ma$ $W_T = \sum F.d = \sum F.\Delta x$

انواع کارهای صفر

الف) کاری که در مسیر بسته انجام گیرد ، یعنی جابجایی متحرک صفر باشد $(\Delta x = 0)$

ب) اگر نیرویی عمود بر مسیر جابجایی باشد ، کار آن نیرو صفر است . $(Cos90 = 0)$

ج) اگر کاری با سرعت ثابت انجام گیرد $(a = 0)$ ، در این صورت کار کل صفر است . $(W_T = 0)$

🔔 : اگر نیرویی خلاف جهت جابجایی به جسم وارد شود ، کار آن نیرومنفی است . $(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \Rightarrow Cos\theta < 0)$

انواع کارهای منفی

الف) کار منفی بعضی از نیروها به صورت انرژی تلف شده است و تبدیل به گرما می‌شود ، مانند کار نیرو اصطکاک . $\boxed{W = -f_k\Delta x}$

ب) کار منفی بعضی از نیروها به صورت انرژی پتانسیل ذخیره می‌شود و قابلیت انجام کار مجدد را دارد . مانند کار نیروی وزن هنگام بالا رفتن جسم $(\boxed{W = -mgh})$. (در ادامه با این حالت بیشتر آشنا می‌شویم)

قضیه کار و انرژی

تعریف : کار برایند نیروها در یک جابجایی ، برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابجایی است .

$\boxed{W_T = \Delta K}$

اثبات : (یادآوری $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ انرژی جنبشی) $W_T = \sum F.d = \sum F.\Delta x$ و $\sum F = ma \rightarrow W_T = ma\Delta x$

$$V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow \frac{V_۲^۲ - V_۱^۲}{۲} = a\Delta x \rightarrow \frac{۱}{۲}(V_۲^۲ - V_۱^۲) = a\Delta x$$

$$W_T = ma\Delta x = m(\frac{۱}{۲}(V_۲^۲ - V_۱^۲) \rightarrow W_T = \frac{۱}{۲}mV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ = K_۲ - K_۱ = \Delta K \rightarrow \boxed{W_T = \Delta K}$$

مثال : جسمی به جرم ۲Kg با سرعت ۱۰m/s ، روی سطح افقی پرتاب می‌شود وپس از طی مسافتی می-ایستد : الف) کار نیروی اصطکاک چند ژول است ؟

ب) اگر نیروی اصطکاک ۴۰N باشد ، متحرک قبل از توقف چه مسافتی را طی کرده است ؟

مثال : جسمی از ارتفاع ۲۰m سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شود . با استفاده از قضیّه کار و انرژی سرعت برخورد جسم با زمین را محاسبه کنید .

مثال :جسمی به جرم ۰/۵Kg از ارتفاع ۴۵m سطح زمین رها می‌شود و باسرعت ۲۵m/s به زمین می‌رسد ، کار نیروی اصطکاک و نیروی اصطکاک را محاسبه کنید .

مثال: جسمی به جرم ۲Kg ، با سرعت ۱۰ m/s روی سطح افقی پرتاب می‌شود ، و پس از طی ۶m سرعت آن به ۴m/s می‌رسد : الف) کار انجام شده روی جسم چند ژول است ؟
ب) چه نیرویی کار انجام داده است ؟
ج) نیروی اصطکاک سطح را محاسبه کنید .

مثال: از ارتفاع h در شرایط خلأ جسمی به جرم m را رها می‌کنیم جدول زیر را برای ارتفاع های مختلف کامل کنید .

ارتفاع	انرژی پتانسیل گرانشی (U)	انرژی جنبشی (K)	سرعت (V)
h			
$\frac{۳}{۵}h$			
$\frac{۱}{۵}h$			
صفر			

مثال: جسمی به جرم ۴Kg از ارتفاع ۴۰m سطح زمین رها می‌شود و با سرعت ۲۰m/s به زمین می‌رسد ، کار نیروی مقاوم و نیروی محرک را محاسبه کنید . (از قضیّه کار و انرژی استفاده نکنید.)

مثال : مثال قبل را با استفاده قضیّه کار و انرژی محاسبه کنید .

مثال : روی سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن ۰/۲ است جسمی به جرم ۲Kg با نیروی F شروع به حرکت می‌کند و پس از ۳s ، سرعت آن به ۱۲ m/s می‌رسد :
الف) کار نیروی اصطکاک را حساب کنید .
ب) کار نیروی محرک چقدر است ؟

مثال : جسمی به جرم ۳Kg از ارتفاع ۱۰۰m سطح زمین رها می‌شود و با سرعت ۴۰m/s به زمین می‌رسد ، اگر شتاب سقوط ثابت باشد ، نیروی مقاومت هوا چند نیوتن است ؟

انرژی پتانسیل گرانشی : انرژی پتانسیل‌گرانشی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین ، برابر است باکاری که انجام می‌هیم تا، با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطه یاد شده منتقل کنیم .

انرژی پتانسیل کشسانی : انرژی پتانسیل فنر ، دریک وضعیت کشیده یا فشرده نسبت به حالت آزاد فنر ، برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا آن را از حالت آزاد با سرعت ثابت به وضعیت یاد شده برسانیم .

انرژی پتانسیل الکتریکی : کاری که با سرعت ثابت ، برای نزدیک کردن دو بار همنام و دور کردن دو بار غیر همنام انجام می‌دهیم ، به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در دو بار ذخیره می‌شود .

انرژی مکانیکی

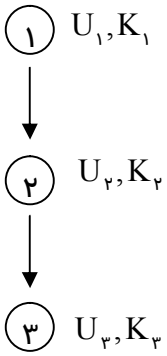
مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل را انرژی مکانیکی می‌نامند ، و با نماد E نمایش میدهند .

$$\boxed{E = K + U}$$

پایستگی انرژی مکانیکی : اگر در جابجایی جسمی اصطکاک وجود نداشته باشد ، به عبارت دیگر اتلاف انرژی نباشد ، انرژی مکانیکی پایسته است ، یعنی مقدارانرژی مکانیکی در طول مسیر ثابت است ولی از نوعی به نوع دیگر تبدیل می‌شود .

$$E_۱ = E_۲ \rightarrow \boxed{U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲}$$

بطور مثال ، جسمی را که در شکل مقابل در حال سقوط است .
را ، در سه موقعیت ۱ و ۲ و ۳ در نظر بگیرید.



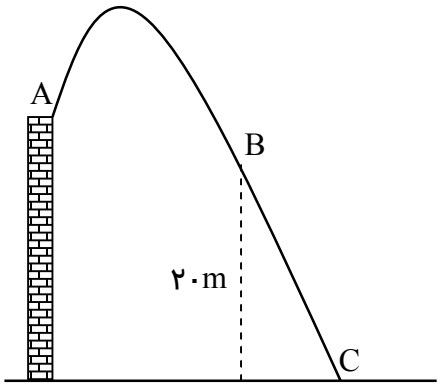
$$\boxed{U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ = U_۳ + K_۳ = \text{ثابت}}$$

🔔 : اگراتلاف انرژی وجود داشته باشد تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی اصطکاک(W_f) است.

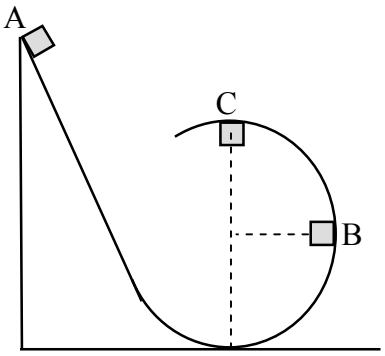
$\boxed{E_۲ - E_۱ = W_f < ۰}$ چون $E_۲$ کمتر از $E_۱$ است مقدار W_f همواره منفی است .

مثال : هواپیمایی از ارتفاع ۲۰۰m متری با سرعت ۸۰m/s در حال حرکت است ، بسته ای را رها می‌کند ، تعیین کنید با چه سرعتی به زمین می‌رسد .

مثال : در شکل مقابل جسمی از نقطه A با سرعت ۲۰m/s از ارتفاع ۳۰m پرتاب می‌شود ، سرعت آن در نقاط B و C چقدر است ؟

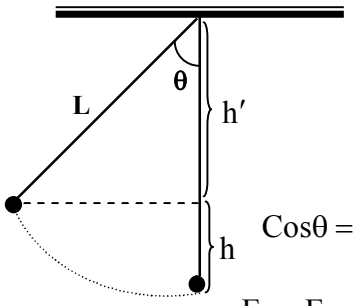


مثال : در شکل مقابل جسمی از نقطه A به ارتفاع ۱۵m رها می‌شود و در دایره ، به شعاع ۶m به چرخش می‌افتد ،سرعت آن در نقاط B و C چقدر است ؟



محاسبه سرعت آونگ در پایین ترین نقطه :

آونگی به طول L انتخاب می‌کنیم و به اندازه زاویه θ از تعادل خارج می‌کنیم ، با رها کردن آن انرژی پتانسیل آن به جنبشی تبدیل می‌شود ،و در پایین ترین نقطه فقط انرژی جنبشی خواهیم داشت :



$$\text{Cos}\theta = \frac{h'}{L} \rightarrow h' = L\text{Cos}\theta \quad \text{و} \quad L = h + h' \rightarrow h = L - h' = L - L\text{Cos}\theta = L(1 - \text{Cos}\theta)$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow U_1 = K_2 \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mV_2^2 \rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$

$$\rightarrow \boxed{V_2 = \sqrt{2gL(1 - \text{Cos}\theta)}}$$

مثال :آونگی به طول ۳۰cm را به اندازه ۳۷ درجه از حال تعادل خارج کرده و رها می‌کنیم ، سرعت آن هنگام عبور از حال تعادل چقدر است ؟

توان به طور کلی آهنگ تبدیل انرژی را توان می‌نامند ، به عبارت دیگر توان ، مقدار انرژی تبدیل یافته در واحد زمان است . توان را با نماد P نمایش می‌دهند و واحد آن در SI برابر وات (W) است .

توان متوسط : در این فصل با توان متوسط که نسبت کار انجام شده به زمان انجام کار است ، آشنا می‌شویم .

$$\boxed{\bar{P} = \frac{W}{t}}$$

مثال : بالابری به جرم ۱۵۰Kg ، درمدت یک دقیقه می‌تواند، ۲۵۰Kg بار را به ارتفاع ۴۰m ببرد . توان این بالابر چند واتاست ؟

مثال : شخصی به جرم ۵۰ Kg در مدت ۱۰۰s می‌تواند ۶۰ پله به ارتفاع ۲۵cm را بالا رود . توان متوسط این شخص را محاسبه کنید .

مثال : یک پمپ آب با توان ۲۰۰۰w در عمق ۲۰m چاهی قرار دارد ، محاسبه کنید این پمپ در مدت یک ساعت چند Kg آب را می‌تواند به ۱۰m سطح زمین برساند ؟

بازده یا راندمان : نسبت کار مفید انجام گرفته به کل کار ورودی (انرژی مصرف شده) را بازده می‌نامند که با نماد Ra نمایش میدهند وبصورت در صد بیان می‌شود و واحد ندارد . $Ra = \frac{W_2}{W_1} \times 100$ W_2 = کارمفیدانجام یافته و W_1 = انرژی مصرف شده

مثال : الف) اگر بازده یک بالابر ٪۷۰ باشد چند ژول انرژی لازم دارد تا ۴کیسه سیمان ۵۰Kg را تا ارتفاع ۳۰m بالا ببرد ؟ ب) اگرتوان بالابر ۱۵۰۰w باشد ، انجام این کار چند ثانیه طول می‌کشد ؟

تمرینات دوره‌ای

۱ – جسمی به جرم ۲ Kg با نیروی ۲۸ N به سمت بالا کشیده می‌شود بعد از ۱۲ m بالا بردن جسم مطلوبست :

الف) کار نیروی وزن ب) کار نیروی کشش طناب ج) کار برایند نیروها

۲ – اتومبیلی به جرم ۷۰۰Kg با سرعت ۱۶m/s در حال حرکت می‌باشد ناگهان ترمز می‌کند و سرعتش نصف می‌شود : الف) کار نیروی مقاوم چند ژول است ؟ ب) اگر هنگام ترمز ، اتومبیل ۲۰ m جابجا شود نیروی مقاوم چند نیوتن است ؟

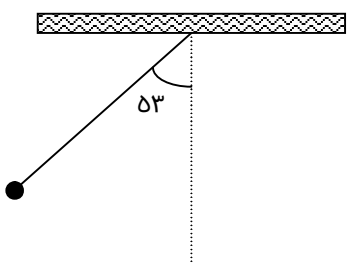
۳ – گلوله‌ای به جرم ۸۰gr با سرعت ۳۰ m/s به درختی برخورد می‌کند و ۱۲ cm در درخت نفوذ کرده و متوقف می‌شود ، نیروی مقاوم درخت در مقابل حرکت گلوله چند نیوتی است ؟ اگر قطر درخت ۲۰cm باشد حداقل سرعت گلوله برای عبور از درخت چقدر بایستی باشد ؟

۴ – هواپیمایی با سرعت ۱۲۰ m/s در حال حرکت است از ارتفاع ۲Km زمین موشکی به جرم ۵۰ Kg را رها می‌کند .
الف) موشک با چه سرعتی به زمین می‌رسد ؟
ج) کار نیروی وزن موشک چند ژول است ؟

۵ – آسانسوری با سرعت ثابت ۱۰ نفر مسافر را در مدت ۲دقیقه تا ارتفاع ۳۰m بالا می‌برد اگر جرم هرمسافر ۶۰Kg و جرم آسانسور ۴۰۰Kg باشد : الف) توان مفید آسانسور چقدر است ؟
ب) اگر بازده آسانسور ۸۰٪ باشد انرژی مصرفی آن چند ژول است ؟

۶ – آونگی به جرم ۳ Kg و طول ۲m مطابق شکل زیر قراردارد سرعت آونگ هنگامی که از وضعیت قائم عبور می‌کند چقدر است ؟

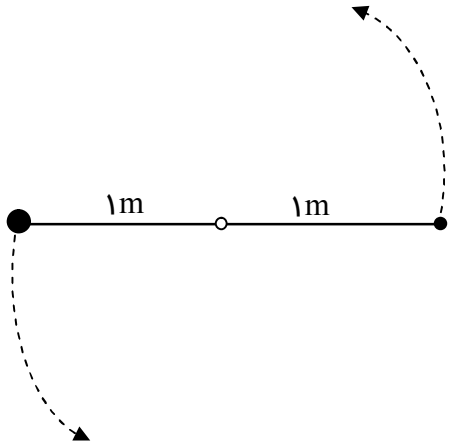
$\cos ۵۳ = ۰/۶$ $\sin ۵۳ = ۰/۸$



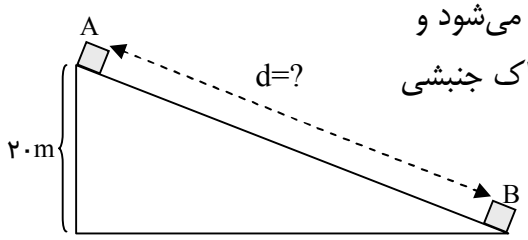
۷ – جسمی به جرم m از ارتفاع h رها می‌شود با توجه به ارتفاع داده شده جدول را کامل کنید :

ارتفاع	انرژی پتانسیل‌گرانشی	انرژی جنبشی	سرعت	انرژی مکانیکی
h				
$h\frac{۲}{۳}$				
$h\frac{۱}{۳}$				
زمین				

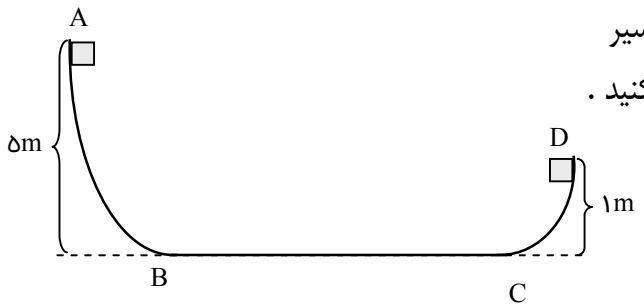
۸ – دو جرم ۲Kg و ۴Kg را مطابق شکل به دو سر میله افقی به طول ۲m متصل می‌کنیم ، میله می‌تواند حول محوری که در وسط میله است آزادانه بچرخد . اگر میله را از حال تعادل افقی رها کنیم سرعت وزنه ها هنگام عبور از وضع تعادل چقدر است ؟



۹ – جسمی روی سطح شیبدار از نقطه A با سرعت ۲۰m/s پرتاب می‌شود و با سرعت ۱۰m/s به پایین سطح شیبدار می‌رسد اگر ضریب اصطکاک جنبشی سطح ۰/۴ باشد ، طول سطح شیبدار چند متر است ؟



۱۰ - در شکل مقابل جسم m از نقطه A شروع به لغزش می‌کند و پس از طی مسیر در نقطه D متوقف می‌شود ، و فقط مسیر BC اصطکاک دارد(μ_k=۰/۲) . فاصله BC را محاسبه کنید .



**۱۱ – جسمی به جرم ۱۰kg را با سرعت اولیه ۸ m/s از پایین سطح شیبداربا شیب۳۰ درجه روی سطح به بالا پرتاب می‌کنیم هنگامی که ۴m روی سطح بالا می‌رود سرعتش نصف می‌شود :

الف) تغییرات انرژی پتانسیل آن چقدر است ؟

ب) جواب قسمت الف برابر با کار کدام نیرو است ؟

ج) تغییرات انرژی مکانیکی آن چقدر است ؟

د) جواب قسمت ج برابر با کار کدام نیرو است ؟