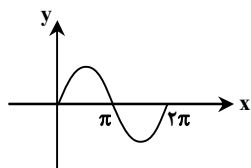


۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲، فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته ۱: نمودار تابع $y = \sin x$ به صورت مقابل است.



نکته ۲: برای رسم تابع $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

نکته ۳:

$$\sin(\pi + x) = -\sin x, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x, \quad \cos(\pi + x) = -\cos x, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

با توجه به نکات ۱ و ۲، ضابطه تابع داده شده به صورت $f(x) = -\sin x$ است. اکنون با توجه به نکته ۳، ضابطه هریک از گزینه ها را ساده تر می کنیم.

$$1 \text{ گزینه } : y = \cos(\pi + x) = -\cos x \quad \times \quad 2 \text{ گزینه } : y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \quad \times$$

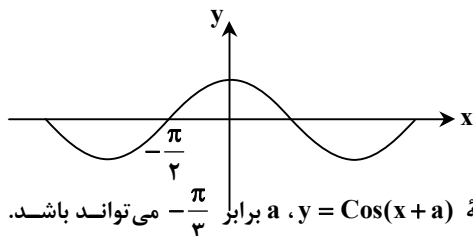
$$3 \text{ گزینه } : y = \sin(\pi + x) = -\sin x \quad \checkmark \quad 4 \text{ گزینه } : y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad \times$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نمودار تابع $y = \cos x$ مطابق شکل روبه رو است. این تابع با انتقال افقی به شکل داده شده در سؤال رسیده است.



مقدار انتقال به اندازه $-\frac{\pi}{6} - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$ یعنی $\frac{\pi}{3}$ به سمت راست می تواند باشد، پس در ضابطه $y = \cos(x + a)$ ، a برابر $-\frac{\pi}{3}$ می تواند باشد.

محل تقاطع تابع با محور y با جای گذاری صفر در معادله تابع به دست می آید.

$$x = 0 \Rightarrow y = \cos\left(0 - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

دقت کنید که a می تواند مقادیر دیگری نیز باشد که در نهایت جواب مسئله یکسان است.

۳- پاسخ: گزینه ۲

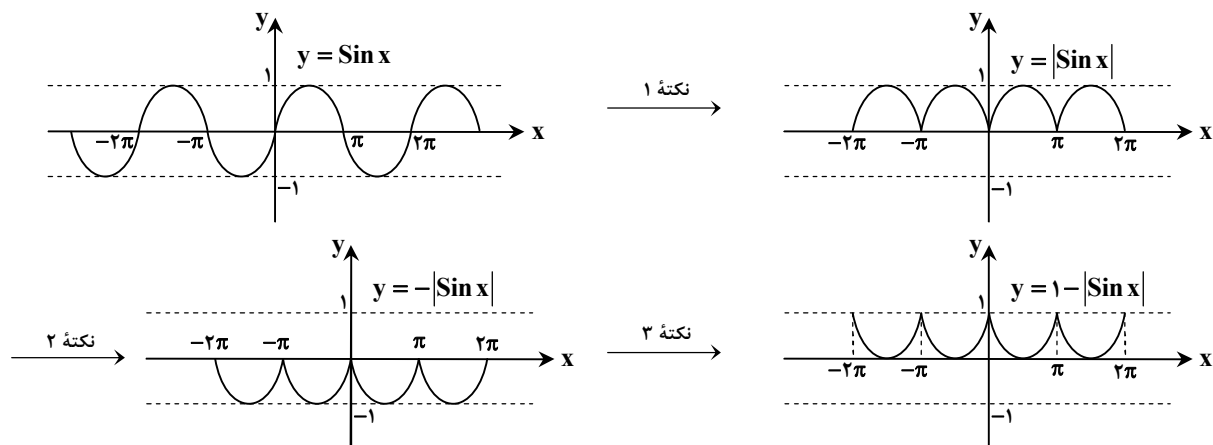
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته ۱: برای رسم نمودار تابع $y = |f(x)|$ ، کافی است قسمت‌هایی از نمودار $y = f(x)$ را که زیر محور x قرار گرفته‌اند، نسبت به محور x قرینه کنیم.

نکته ۲: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x قرینه کنیم.

نکته ۳: برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور y انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ ، انتقال به سمت پایین می‌باشد.

با استفاده از نکات بالا داریم:



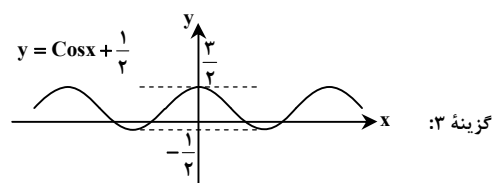
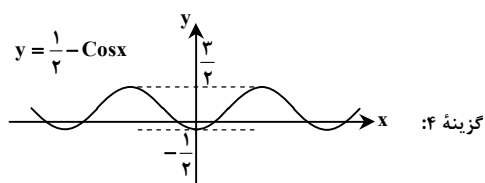
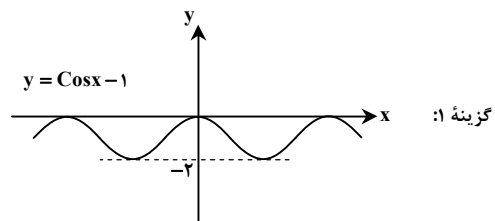
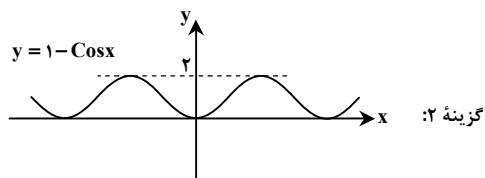
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را رسم کرده و در جاهایی که نمودار $f(x)$ زیر محور x ها است، تصویر آینه‌وار نمودار $f(x)$ را نسبت به محور x ها رسم کنیم.

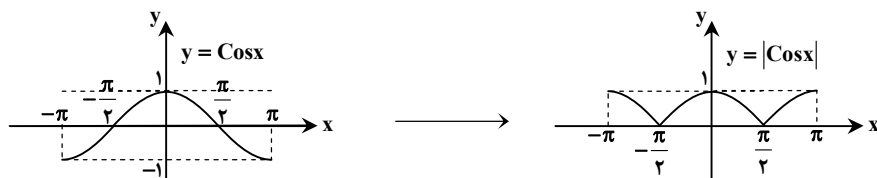
مطابق نکته، فقط وقتی نمودار دو تابع $y = f(x)$ و $y = |f(x)|$ کاملاً بر هم منطبق هستند که کل نمودار f بالای محور x ها قرار داشته باشد. تنها گزینه ۲ این چنین است. به نمودار گزینه‌ها دقت کنید:



۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

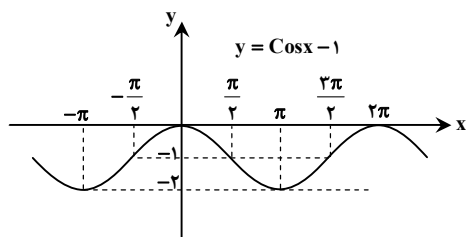
برای رسم تابع داده‌شده کافی است ابتدا تابع $y = \cos x$ را رسم کرده و سپس قسمت‌هایی را که زیر محور x ها قرار دارند نسبت به محور x قرینه کنیم:



۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

برای رسم تابع $y = \cos x - 1$ ، کافی است نمودار $y = \cos x$ را یک واحد به پایین منتقل کنیم. بنابراین نمودار این تابع به صورت روبه‌رو است:

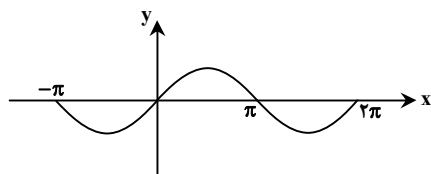


این تابع در بازه $(0, \pi)$ یک‌به‌یک است و در بازه‌های داده‌شده در سایر گزینه‌ها یک‌به‌یک نیست.

۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته: نمودار $y = \sin x$ مطابق شکل روبه‌رو است:



برای رسم $y = \sin(x - \frac{\pi}{6})$ کافی است نمودار $y = \sin x$ را به اندازه $\frac{\pi}{6}$ به راست انتقال دهیم. تمام نقاط روی نمودار $y = \sin x$ به اندازه $\frac{\pi}{6}$ به سمت راست انتقال می‌یابند. پس:

$$b = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

ضمناً مقدار a برابر $f(0)$ است، پس:

$$a = f(0) = \sin(0 - \frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

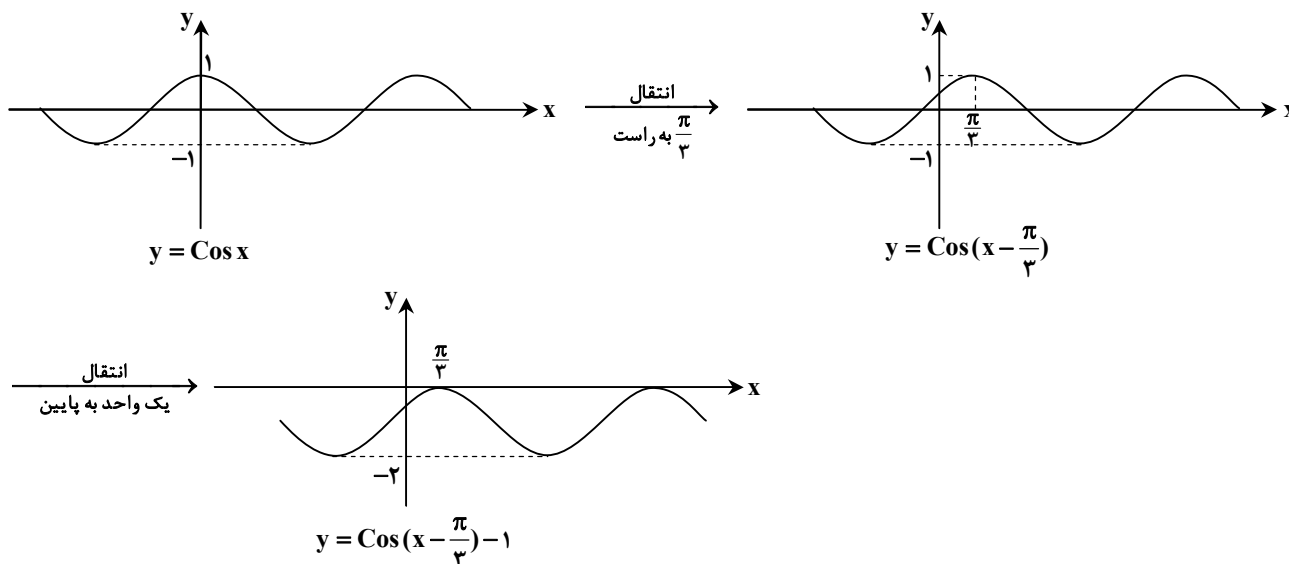
$$ab = \frac{7\pi}{6} \times (-\frac{1}{2}) = -\frac{7\pi}{12}$$

بنابراین:

۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۳)

با توجه به نمودار تابع $y = \cos x$ و قوانین تبدیل نمودار، تابع $y = \cos(x - \frac{\pi}{3}) - 1$ را رسم می‌کنیم.



مطابق شکل به دست آمده $a = \frac{\pi}{3}$ و $b = -2$ ، پس: $a \times b = \frac{-2\pi}{3}$

۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان (فصل ۴ ◀ درس ۲، فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته: $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ و $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$

ابتدا تابع مورد نظر را ساده می‌کنیم:

$$y = \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = \sin(\pi + (\frac{\pi}{2} - x)) = -\sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos x$$

با توجه به نمودار تابع $y = \cos x$ ، نمودار تابع $y = -\cos x$ که قرینه آن نسبت به محور طول‌ها می‌باشد، شکل گزینه ۴ است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱: می دانیم دامنه تابع $f(x) = \sin x$ ، اعداد حقیقی است. پس x می تواند $\sqrt{5}$ باشد. از طرفی برد تابع بازه $[-1, 1]$ است. پس مقدار $\sin \sqrt{5}$ عددی حقیقی است.

گزینه ۲: می دانیم برد تابع $f(x) = \sin x$ ، بازه $[-1, 1]$ است. چون $\sqrt{5} > 1$ ، پس سینوس هیچ زاویه ای برابر این مقدار نخواهد شد.

گزینه ۳: منظور از $\cos 3^\circ$ یعنی کسینوس ۳ رادیان و منظور از $\cos 3^\circ$ یعنی کسینوس ۳ درجه که مقدار این دو با هم برابر نیستند.

گزینه ۴: فرض کنیم:

$$\sin x \cos x = \sqrt{2} \xrightarrow{\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha} \frac{\sin 2x}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow \sin 2x = 2\sqrt{2}$$

می دانیم برد تابع $f(x) = \sin x$ بازه $[-1, 1]$ است. چون $2\sqrt{2} > 1$ پس این تساوی ممکن نیست.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته: صفر تابع $f(x)$ ، عددی است که به ازای آن مقدار $f(x)$ برابر صفر باشد.

نکته: مقادیر سینوس و کسینوس همواره در بازه $[-1, 1]$ قرار دارند.

با توجه به نکات بالا، هر یک از گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱: $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ ✓

گزینه ۲: $\sin(3\pi) = 0$ ✓

گزینه ۳: $-\frac{\sqrt{7}}{3} \in [-1, 1] \Rightarrow \exists x; \cos x = -\frac{\sqrt{7}}{3}$ ✓

گزینه ۴: $\frac{\sqrt{7}}{2} \notin [-1, 1] \Rightarrow \nexists x; \sin x = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ✗

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

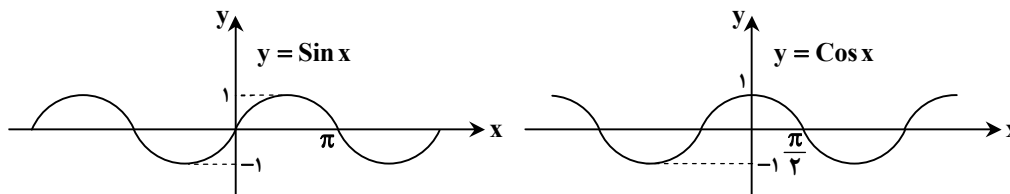
۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته ۱: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

نکته ۲: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

نکته ۳: نمودار توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ به صورت زیر است.



با توجه به نکته ۱ داریم:

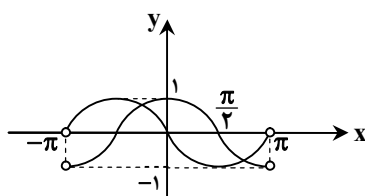
$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

حال نمودار دو تابع را در بازه $(-\pi, \pi)$ در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم.

همان طور که در شکل مشخص است، این دو تابع در بازه $(-\pi, \pi)$ در دو نقطه یکدیگر

را قطع می کنند، پس گزینه ۲ پاسخ است.



۱۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲، فصل ۴ ◀ درس ۳)

ماکزیمم تابع $y = \sin x$ برابر یک است با توجه به نمودار تابع $f(x) = \sin x + a$ ، ماکزیممش برابر صفر است، پس $a = -1$ ، بنابراین مقدار

خواسته شده برابر است با:

$$f\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = -\sin \frac{\pi}{6} - 1 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

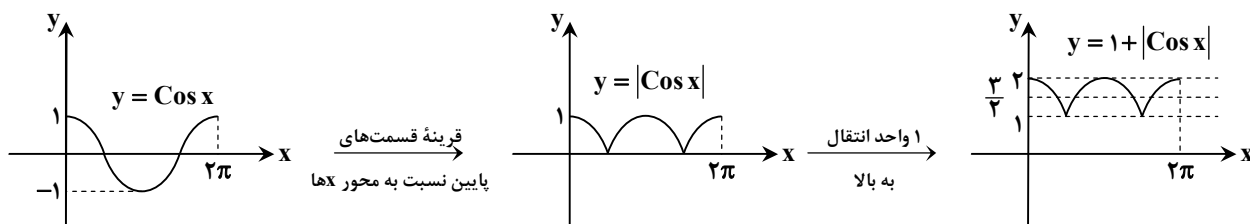
۱۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ ، کافی است قسمت‌هایی از نمودار تابع $y = f(x)$ را که زیر محور طول‌ها قرار دارد، نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x) + a$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد در راستای محور y ها انتقال دهیم؛ اگر $a > 0$ ، انتقال در جهت مثبت و اگر $a < 0$ ، انتقال در جهت منفی است.

با استفاده از نکات بالا داریم:



مطابق شکل مشخص است که خط $y = \frac{3}{2}$ چهار بار، خط $y = 1$ دو بار و خط $y = 2$ سه بار نمودار $y = 1 + |\cos x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ قطع می‌کنند. پس گزینه ۲ پاسخ است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

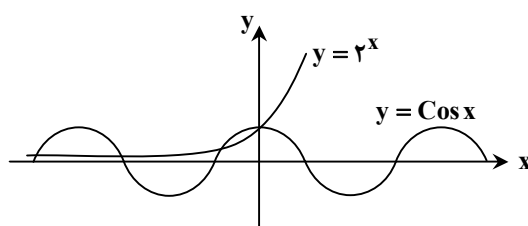
▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳ ◀ درس ۱، فصل ۴ ◀ درس ۳)

نکته: برای به دست آوردن تعداد جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ ، کافی است از طریق رسم نمودار این دو تابع در یک دستگاه مختصات تعداد نقاط تقاطع نمودارهای آن‌ها را به دست آورد.

$$2^x - \cos x = 0 \Rightarrow 2^x = \cos x$$

اکنون نمودار دو تابع $y = \cos x$ و $y = 2^x$ را در یک دستگاه

مختصات رسم می‌کنیم.



واضح است که دو نمودار در بی‌شمار نقطه با طول منفی متقاطع‌اند، پس

معادله موردنظر بی‌شمار جواب منفی دارد.