

درس سوم: نابرابری‌ها و نامعادله‌ها

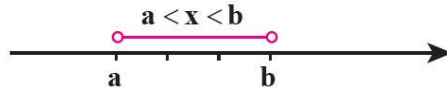
هرگاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، فقط یکی از حالت‌های " $a$  بزرگ‌تر از  $b$ " یا " $a$  کوچک‌تر از  $b$ " یا " $a$  برابر با  $b$ " را خواهیم داشت.

چنانچه عدد حقیقی  $a$  منفی نباشد در این صورت  $a > 0$  یا  $a = 0$  است. در این حالت می‌نویسیم  $a \geq 0$  و می‌خوانیم  $a$  بزرگ‌تر یا برابر با صفر است.

چنانچه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، به طوری که  $a$  از  $b$  کمتر نباشد، در این صورت  $a > b$  یا  $a = b$  است. در این حالت می‌نویسیم  $a \geq b$ .

برای سه عدد حقیقی  $a$  و  $b$  و  $x$  به طوری که عدد دلخواه  $x$  بین اعداد  $a$  و  $b$  باشد ( $a < b$ ) می‌نویسیم:

$$a < x < b$$



مثال ۱۴۳: متناظر با هر یک از ناحیه‌های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.



مثال ۱۴۴: درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید.

(الف) اگر  $a + b > 0$  آنگاه،  $a$  و  $b$  هر دو مثبت‌اند.

(ب) اگر  $ab > 0$  آنگاه،  $a$  و  $b$  هم‌علامت هستند.

(پ) اگر  $\frac{ab}{c} < 0$  آنگاه،  $a$ ،  $b$  و  $c$  منفی هستند.

(ت) اگر  $a^2 b < 0$  آنگاه،  $b$  منفی است.

مثال ۱۴۵: عبارت‌های کلامی را به صورت جبری بنویسید.

الف) ۳ برابر عددی منهای یک از ۷ بزرگ‌تر است.

ب) قرینه دو برابر عددی به‌علاوه ۳ از ۸ کوچک‌تر است.

مثال ۱۴۶: به دو طرف نابرابری‌های زیر، عددی را مانند نمونه اضافه کنید، آیا نابرابری باز هم برقرار است؟

$$\text{الف)} \quad -3 < 1 \xrightarrow{+3} -3 + 3 < 1 + 3 \rightarrow 0 < 4$$

$$\text{ب)} \quad -3 < 1 \xrightarrow{-7}$$

**خاصیت ۱:** اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند  $c$  جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است؛ یعنی اگر:

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

مثال ۱۴۷: دو طرف نابرابری زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید، آیا نابرابری‌ها تغییر می‌کنند؟

$$\text{الف)} \quad -7 > -9 \xrightarrow{\times 3}$$

$$\text{ب)} \quad -7 > -9 \xrightarrow{\times (-3)}$$

$$\text{پ)} \quad -7 > -9 \xrightarrow{\times 0}$$

**خاصیت ۲:** اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند  $c$  ضرب کنیم، نابرابری همچنان برقرار خواهد بود؛ یعنی

اگر:

$$a > b \text{ و } c > 0 \Rightarrow ac > bc$$

**خاصیت ۳:** اگر دو طرف نابرابری  $a > b$  را در عدد منفی  $c$  ( $c < 0$ ) ضرب کنیم، در این صورت داریم:

$$ac < bc$$

\* نابرابری  $2x + 1 > 7$  را در نظر بگیرید؛ این نابرابری شامل متغیر  $x$  است و درجه نسبت به  $x$  با ۱ برابر است؛ در

این صورت به این نابرابری، **نامعادله یک مجهولی درجه اول** می‌گوییم.

در جدول زیر مقدارهای داده شده را به جای  $x$  قرار دهید؛ آیا در هر حالت نابرابری برقرار است؟

| نامعادله     | $x = -1$                                              | $x = 2$ | $x = 3$ | $x = 4$ | $x = 7$ |
|--------------|-------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| $2x + 1 > 7$ | $2(-1) + 1 > 7$<br>$\downarrow$<br>$-1 > 7$<br>نادرست |         |         |         |         |

مجموعه مقادیری که به ازای آنها، نامعادله به نابرابری درست تبدیل شود، **مجموعه جواب نامعادله** است.

مثال ۱۴۸: مجموعه جواب نامعادله  $2x + 1 > 7$  را به دست آورید.

مثال ۱۴۹: مجموعه جواب نامعادله‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف)  $2x + 7 \geq 15$

ب)  $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$

۱- علامت عددهای حقیقی  $a$ ،  $b$  و  $c$  را طوری تعیین کنید که نابرابریهای زیر برقرار باشد:

الف)  $\frac{ac}{b^2} < 0$

ب)  $\frac{a}{bc} > 0$

پ)  $ab > 0$

ت)  $\frac{a^2}{bc} > 0$

۲- مجموعه جواب نامعادلههای زیر را به دست آورید و سپس آن را به صورت مجموعه نشان دهید.

الف)  $3(x - 1) \geq 2x + 1$

$$\text{ب) } \frac{2}{3}(x+7) - \frac{x}{4} \leq \frac{1}{2}(3-x) + \frac{x}{6}$$

$$\text{پ) } 2(x-3) + 5 < 5 - x$$

$$\text{ت) } \frac{y-3}{4} - 1 > \frac{y}{2}$$

$$\text{ث) } 3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$$

$$\text{ج) } -2 - \frac{q}{4} \leq \frac{1+q}{3}$$

۳- اگر  $a^2 > b^2$  آیا همواره می‌توان نتیجه گرفت،  $a > b$ ؟

۴- اگر  $a, b > 0$  و  $a^2 > b^2$ ، نشان دهید  $a > b$  (از اتحاد مزدوج کمک بگیرید).

۵- عبارتهای کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) اگر پول علی را سه برابر کنیم، حداقل ۳۰۰ تومان از دو برابر پولش بیشتر می شود.

ب) مجموع نصف عدد  $a$  و چهار برابر عدد  $b$ ، حداکثر ۶ واحد است.

۶- مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورید و حاصل را روی محور نمایش دهید.

الف)  $2x + 1 \geq 5$

ب)  $28 - 4x < 0$

پ)  $0/1x - 0/3 < 0/5$