

۱- ضابطه‌ی $\frac{dy}{dx}$ و مقدار آن را به ازای نقطه‌ی داده شده به دست آورید.

$$(a) y = x^2 \sin^2\left(x + \frac{1}{x+1}\right), \quad x_0 = 0 \quad (b) y = \sin(\sin(\sin x)), \quad x_0 = \pi/2$$

$$(c) y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}, \quad x_0 = 0 \quad (d) x^{1/2} + y^{1/2} = a^{1/2}, \quad x_0 = 1$$

$$(e) y^3 - xy + x^3 = 1, \quad x_0 = 1 \quad (f) xy^2 + \sqrt{xy} = 2, \quad x_0 = 1$$

$$(g) y = \sin(x^2 + 1), \quad x = \cos(\sqrt{t+1}), \quad t = 0$$

$$(h) y = 1 + t^2, \quad x = \frac{t}{1+t^2}, \quad t = 2$$

۲- معادله‌ی خط مماس و قائم بر خم‌های زیر را در نقطه‌ی داده شده بیابید.

$$I. x^2 - 2xy + y^2 + 2x + y - 6 = 0, \quad (x, y) = (2, 2)$$

$$II. (y-x)^2 = 2x + 4, \quad (x, y) = (6, 2)$$

۳- به ازای چه مقداری از c خط مماس بر خم $y = c/(x+1)$ بر خط گذرنده از نقاط $(0, 1)$ و $(-1, 3)$ قائم است؟

۴- به ازای چه مقادیری از a و b تابع f در نقطه‌ی $x = 0$ مشتق‌پذیر است.

$$f(x) = \begin{cases} |1 - x^2| & x < 0 \\ x^2 + ax + b & x \geq 0 \end{cases}$$

۵- صورت خطی توابع $f(x) = \frac{1}{1-x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+\tan x}$ را در نقطه‌ی $x = 0$ به دست آورید.

۶- در هر یک از توابع زیر نقاط بحرانی، اکسترمم‌های نسبی و مطلق، مجانب‌ها و محورهای تقارن، تقعر و تحدب و صعودی و نزولی بودن تابع را معین و سپس نمودار تابع را رسم کنید.

$$f(x) = \frac{4}{1-x^2}, \quad g(x) = 4x + \frac{1}{x}, \quad h(x) = x^5 - 5x, \quad k(x) = 2 + 3x - x^3$$

$$l(x) = \frac{1+x}{1-x}, \quad m(x) = \cos x + 1, \quad n(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}, \quad p(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

۷- سه جمله‌ی اول سری تیلور هر یک از توابع زیر

$$f(x) = \sin x, \quad h(x) = \frac{1}{1-x}, \quad k(x) = \tan x, \quad m(x) = e^x$$

را حول نقطه‌ی $x_0 = 0$ و برای تابع $g(x) = \ln x$ حول $x_0 = 1$ به دست آورید.

۸- قیمت فروش x تن برنج در ماه از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود. کمترین و بیشترین درآمد حاصل از فروش $[1, 5]$ تن برنج را به دست آورید.

$$p(x) = 8 - 3x - \frac{1}{3}x^2$$

۹- ضابطه‌ی $\frac{dy}{dx}$ و مقدار آن را به ازای نقطه‌ی داده شده به دست آورید.

(a) $y = x(\sin^{-1}(x))^2 + \sqrt{1 - x^2}$, $x_0 = 0$

(b) $y = \tan^{-1}(\sin x)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$

(c) $y = x\sqrt{1 + x^2} - \cos^{-1}(\pi x)$, $x_0 = 0$

(d) $y = \ln(e^{-x^2} \sin x)$, $x_0 = \pi/4$

(e) $y = x^2 e^x + \sin^{-1}(x)$, $x_0 = 0$

(f) $y = \sin(e^{\ln(x^2+1)} - 1)$, $x_0 = \sqrt{\pi}$

(g) $y = \cot^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, $x_0 = 0$

(h) $y = \sinh(1 + \sin x)$, $x_0 = 0$

(i) $y = \tanh(\sqrt{x} - \cos x)$, $x_0 = 1$

(j) $y = x[\sin(\ln x) + \cos(\ln x)]$, $x_0 = 1$

۱۰- مقدار حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید.

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \ln(x + e)}{\sin x}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan^{-1} x}{x^3}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

iv. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 5^x}{3^x - 4^x}$

v. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin 3x)}{\ln(\sin x)}$