

در دهر مرا جز تو دل افروز مباد  
بر لعل لبث زمانه پیروز مباد  
و آن شب که مرا تو در کناری یا رب  
تا صبح قیامت نشود روز مباد  
مهستی گنجوی

## آزمون تئوری چهارم

دوشنبه چهارم دی ماه ۱۳۹۱ - زمان: ۲ ساعت

پرسش نخست: چند جمله‌ای (معروف)

یک چند جمله‌ای به شکل  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  را در نظر بگیرید. الگوریتمی ارائه دهید که با گرفتن مقدار  $a_i$  ها و یک عدد حقیقی  $x$  مقدار  $f(x)$  را در زمان  $\theta(n)$  محاسبه کند.

پرسش دوم: راه (لنینگراد - ۱۹۶۵)

در کشوری، هر دو شهر، به وسیله‌ی جاده به هم وصل شده‌اند ولی هر جاده یک طرفه است، یعنی تنها در یک جهت می‌توان از آن عبور کرد. ثابت کنید شهری وجود دارد، که با شروع از آن می‌توان از همه‌ی شهرهای کشور، و از هر کدام تنها یک بار، عبور کرد.

پرسش سوم: رنگینک (لنینگراد - ۱۹۶۶)

یک تخته‌ی نامتناهی داریم که هر نقطه‌ی آن یا سپید است یا سیاه.  
آ) ثابت کنید سه نقطه‌ی هم‌رنگ در این تخته وجود دارد که یکی درست وسط دوتای دیگر است.  
ب) ثابت کنید اگر عدد حقیقی  $\delta > 0$  داده شده باشد، می‌توان سه نقطه با مشخصات بالا یافت که فاصله‌ی هر دو تا از آن‌ها از  $\delta$  کم‌تر باشد.

پرسش چهارم: تبدیل جای گشت

دو جای گشت از اعداد طبیعی ۱ تا  $n$  داده شده است. از ما خواسته‌اند که جای گشت اولی را به دومی تبدیل کنیم. برای تبدیل جای گشت در هر مرحله می‌توانیم دو عنصر از جای گشت را انتخاب کرده و جای آن‌دو را با هم عوض کنیم.

الگوریتمی از  $\theta(n)$  ارائه دهید که با گرفتن دو جای گشت در ورودی، حداقل تعداد مراحل لازم برای تبدیل اولی به دومی را بیابد.

ماییم و نوای بی‌نوایی  
بسم‌اله اگر حریف مایی  
از بندگی زمانه آزاد  
غم شاد به ما و ما به غم شاد  
نظامی گنجوی