

# المیادہای فیزیک

(۱۳۴۶-۱۳۷۲)



برگزاری المپیادهای فیزیک فرصتی است برای جوانان دانشپژوه تا در آزمونهایی که به صورت رقابتی سالم در رشته فیزیک در سطح جهانی برگزار می شود شرکت جویند و به ارزیابی دانش و استعداد خود در این زمینه پردازند. نتیجه این آزمونها نیز می تواند در برنامه ریزیها و کتابهای درسی و کمک آموزشی و روشهای آموزش فیزیک در آموزشگاهها مؤثر و مفید باشد.

المپیادهای جهانی فیزیک مجموعه ای است از مسائلی که از سال ۱۳۴۶ تا ۱۳۷۲ هجری شمسی در شانزده کشور اروپایی و آمریکایی وسیله سنجش دانش و استعداد جوانان شرکت کننده در این المپیادها در رشته فیزیک بوده است. ترجمه فارسی این مسائل و راه حل آنها، گذشته از اینکه وسیله ای است برای خودآزمایی دانش آموزان کشورمان درباره آنچه از فیزیک می دانند و خودآموزی در این زمینه، برای دبیران فیزیک و علاقه مندان دیگر به این رشته علمی نیز راهنمایی آموزنده و مفید است.

# المیادہای فیزیک

( ۱۳۴۶ - ۱۳۷۲ )

ترجمہ دکتر رضا منصور  
دکتر احمد شیرزاد



انتشارات فاطمی

## المیادہای فیزیکی

مترجمان : رضا منصوری ، احمد شیرزاد

ناشر : مؤسسہ انتشارات فاطمی

چاپ سوم (با اضافات و ملحقات) پاییز ۱۳۷۴

شابیک ۷-۴۱-۰۳۱۸-۹۶۴-7 964-318-041-7 ISBN

طرح جلد : آتلیہ انتشارات فاطمی

آمادہ سازی پیش از چاپ : تولید انتشارات فاطمی

چاپ و صحافی : چاپخانه ستاره-قم

تیراژ : ۵۰۰۰ نسخه

کلیہ حقوق برای مؤسسہ انتشارات فاطمی محفوظ است .

تهران ، کدپستی ۱۴۱۴۶ - خیابان دکتر فاطمی ، شماره ۱۵۹

تلفن : ۶۵۱۴۲۲ - ۶۵۴۷۷۰ فاکس : ۸۸۶۶۲۵۸



این کتاب با استفاده از کاغذ حمایتی وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی منتشر شده است .



## به نام خدا

### پیشگفتار

این کتاب در برگرفته مجموعه مسائل نظری و تجربی فیزیک و راه حل آنهاست که از سال ۱۳۴۶ تا ۱۳۷۲ هجری شمسی در بیست و چهار دوره المپیاد جهانی فیزیک که در شانزده کشور اروپایی و آمریکایی برگزار شد، وسیله سنجش دانش و استعداد جوانان دانشپژوه کشورهای گوناگون جهان در رشته فیزیک بوده است.

چاپ دوم این کتاب از دو بخش تشکیل شده است. بخش نخست آن از صفحات ۱ تا ۲۳۴، عیناً از چاپ اول کتاب افست شده و شامل المپیادهای اول تا شانزدهم و المپیاد نوزدهم جهانی فیزیک است. این بخش توسط استاد ارجمند جناب آقای دکتر رضا منصوری از متنی که توسط کمیسیون پیشدانشگاهی انجمن فیزیک اتریش در اختیار ایشان قرار داده شده بود، ترجمه شده است. طبیعت این گونه جمع‌آوری مسائل این است که احتمال دارد اشتباههایی در آنها راه یافته و پاره‌ای از آنها در ترجمه نیز بر جای مانده باشد. متأسفانه برای چاپ دوم کتاب، مجال و امکان تصحیح اینگونه اشتباهها وجود نداشت. امیدواریم با بهره‌گیری از راهنماییهای استفاده‌کنندگان از این مجموعه بتوانیم در چاپهای بعدی به برطرف کردن آنها اقدام کنیم.

بخش دیگر کتاب که توسط اینجانب ترجمه شده شامل متن کامل مسائل و پاسخهای المپیادهای هفدهم و هیجدهم و نیز متن سؤالهای المپیادهای بیستم تا بیست و چهارم است. برای ترجمه المپیادهای هفدهم و هیجدهم از متن گزارشهای منتشر شده توسط کشورهای میزبان (انگلستان و آلمان شرقی سابق) استفاده شده است. در این بخش مترجم سعی کرده است خود نیز به حل و تجزیه و تحلیل مسائل پرداخته و ظرایف مربوط به حل را در فرایند ترجمه دخالت دهد.

در مورد المپیادهای بعدی لازم به ذکر است که از سال ۱۳۶۸، یعنی از بیستمین

المپیاد جهانی فیزیک، کشور ما نیز به جمع کشورهای شرکت کننده در المپیاد پیوسته و همه ساله تیمهایی را برای شرکت در این مسابقات اعزام کرده است. (به استثنای سال ۱۳۷۲ که به دلیل عدم صدور روایید ورود به آمریکا، تیم ایران موفق به شرکت مستقیم در بیست و چهارمین المپیاد نشد و بعداً با ارسال پرسشهای نظری از سوی برگزارکنندگان، این مسابقه برای تیم ایران در داخل کشورمان برگزار شد.) در طی این مدت بنده به اتفاق جناب آقای دکتر محمد سپهری راد به عنوان سرپرستان تیم ایران وظیفه ترجمه مسائل برای اعضای تیم را به عهده داشته‌ایم. این امر خوشبختانه باعث شد تا ضمن تماس مستقیم با طراحان سؤال (از کشورهای میزبان) و شرکت در جلسات هیئت بین‌المللی المپیاد فیزیک برای بررسی مسائل، امکان احاطه به ریزه‌کاریها و نکات ظریف مسائل بیش از پیش برای ما فراهم گردد. آنچه به عنوان متن سؤالهای المپیادهای بیستم تا بیست و چهارم در این کتاب می‌بینید محصول این کار مشترک است که با اصلاحات مختصری درج می‌گردد و فقط مسئولیت نارساییهای آن به عهده این حقیر است.

در اینجا جا دارد از اینکه نتوانستم متن پاسخهای المپیادهای یاد شده را برای چاپ فعلی حاضر کنم از خوانندگان عزیز پوزش بطلبم. امیدوارم در چاپهای بعدی بتوانم آنها را همراه با المپیادهای دیگری که برگزار شده و خواهد شد ارائه کنم. در پایان از دانش‌آموزان، دبیران و دانشجویان و عزیزانی که این مجموعه را مورد استفاده قرار می‌دهند خواهشمندم هرگونه نقص و نارسایی احتمالی در کلیه قسمتهای کتاب را به اینجانب گوشزد کنند تا به یاری خدا در آینده مورد اصلاح قرار گیرد.

**احمد شیرزاد**

بهار ۱۳۷۴

# فهرست

۱	بخش اول
۱	اولین المپیاد بین الملل فیزیک لهستان ، ۱۳۴۶
۷	دومین المپیاد بین الملل فیزیک مجارستان ، ۱۳۴۷
۱۴	سومین المپیاد بین الملل فیزیک چکوسلواکی ، ۱۳۴۸
۳۰	چهارمین المپیاد بین الملل فیزیک شوروی ، ۱۳۴۹
۴۵	پنجمین المپیاد بین الملل فیزیک بلغارستان ، ۱۳۵۰
۶۰	ششمین المپیاد بین الملل فیزیک رومانی ، ۱۳۵۱
۷۹	هفتمین المپیاد بین الملل فیزیک لهستان ، ۱۳۵۳
۸۸	هشتمین المپیاد بین الملل فیزیک جمهوری دموکراتیک آلمان ، ۱۳۵۴
۱۰۰	نهمین المپیاد بین الملل فیزیک مجارستان ، ۱۳۵۵
۱۰۹	دهمین المپیاد بین الملل فیزیک چکوسلواکی ، ۱۳۵۶
۱۲۲	یازدهمین المپیاد بین الملل فیزیک شوروی ، ۱۳۵۸
۱۳۳	دوازدهمین المپیاد بین الملل فیزیک بلغارستان ، ۱۳۶۰
۱۴۶	سیزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک آلمان فدرال ، ۱۳۶۱

۱۶۱	چهاردهمین المپیاد بین الملل فیزیک رومانی ، ۱۳۶۲
۱۷۴	پانزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک سوئد ، ۱۳۶۳
۱۸۸	شانزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک یوگسلاوی ، ۱۳۶۴
۲۰۶	نوزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک اتریش ، ۱۳۶۷
۲۳۵	<b>بخش دوم*</b>
۲۳۵	هفدهمین المپیاد بین الملل فیزیک انگلستان ، ۱۳۶۵
۲۵۹	هجدهمین المپیاد بین الملل فیزیک آلمان شرقی ، ۱۳۶۶
۲۸۶	بیستمین المپیاد بین الملل فیزیک لهستان ، ۱۳۶۸
۲۹۴	بیست و یکمین المپیاد بین الملل فیزیک هلند ، ۱۳۶۹
۳۰۳	بیست و دومین المپیاد بین الملل فیزیک کوبا ، ۱۳۷۰
۳۱۲	بیست و سومین المپیاد بین الملل فیزیک فنلاند ، ۱۳۷۱
۳۲۷	بیست و چهارمین المپیاد بین الملل فیزیک آمریکا ، ۱۳۷۲

\* همان طور که در پیشگفتار اشاره شده است ، المپیادهای ۱۷ ، ۱۸ ، ۲۰ ، ۲۱ ، ۲۲ ، ۲۳ و ۲۴ در چاپ دوم به انتهای کتاب اضافه شده است.



## بخش اول

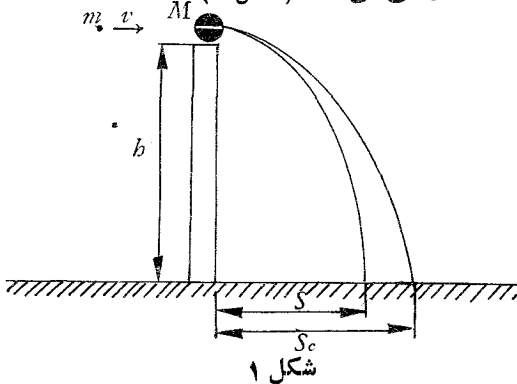
### اولین المپیاد بین الملل فیزیک

لهستان، ۱۳۴۶

### مسائل

#### مسئله ۱

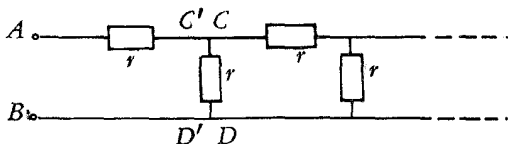
کره‌ای به جرم  $M = 200 \text{ g}$  روی ستونی به ارتفاع  $h = 5 \text{ m}$  قرار دارد. تیرشلیک شده‌ای با سرعت  $v = 500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  و به جرم  $m = 10 \text{ g}$  این کره را درست در وسط سوراخ می‌کند. (شکل ۱)



اگر کره در فاصله  $s$  از پای ستون به زمین برسد، فاصله  $s_0$  که تیر به زمین می‌خورد چقدر است. چه مقدار از انرژی جنبشی تیر به هنگام سوراخ کردن به گرما تبدیل شده است؟ از اصطکاک هوا صرف نظر می‌شود.

### مسئله ۲

مطلوب است مقاومت میان  $A$  و  $B$  در زنجیره بینهایت مقاومتها که رسم شده است. (شکل ۲)



شکل ۲

### مسئله ۳

دو کره به اندازه مساوی و با جرم و دمای یکسان در نظر می‌گیریم. یکی از دو کره به یک نخ وصل است، دیگری روی یک صفحه افقی قرار دارد. به هر دو کره مقدار مساوی حرارت می‌دهیم. فرایند گرمسازی به قدری سریع انجام می‌شود که هیچ گونه تبادل گرمایی با محیط به وجود نمی‌آید. آیا دمای دو کره بعد از گرم کردن مساوی است یا خیر؟ دلیل بیاورید!

### مسئله ۴

در مخزنی به حجم  $V = 10$  لیتر هوای خشک در شرایط متعارف وجود دارد. ۳ گرم آب به مخزن اضافه می‌شود. سپس مخزن را تا  $100^\circ\text{C}$  گرم می‌کنند. فشار پس از گرم کردن چقدر است؟ از انبساط گرمایی صرف نظر می‌شود.

### مسئله تجربی

دستگاههای زیر را در اختیار داریم:  
ترازو، گرماسنج، دماسنج، منبع ولتاژ، مدار، سیمهای اتصال، مقاومت گرمایی،

ظرف شیشه‌ای، آب، نفت و ساعت.

می‌خواهیم گرمای ویژه نفت را حساب کنیم. از ظرفیت گرمایی گرماسنج می‌توان صرف نظر کرد. گرمای ویژه آب را می‌توان  $1 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{grad}^{-1}$  در نظر گرفت. منابع خطا را ذکر کنید!

اگر ظرفیت گرمایی گرماسنج را در نظر بگیریم، چگونه می‌توانیم در همان شرایط گرمای ویژه نفت را حساب کنیم؟

$$C_{\text{گرماسنج}} = 0.09 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{grad}^{-1}$$

## حل مسائل

### مسئله ۱

بنا بر قانون بقای (پایستگی) اندازه حرکت داریم:

$$m \cdot v_0 = mv + Mv_1 \quad (1)$$

که در آن  $v_0$  سرعت تیر،  $v$  سرعت تیر درست بعد از برخورد،  $m$  جرم تیر،  $v_1$  سرعت کره درست بعد از برخورد، و  $M$  جرم کره است. زمان سقوط تیر و کره یکسان و برابر است با

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2)$$

مؤلفه افقی سرعت کره برابر است با

$$v_1 = \frac{s}{t} \quad (3)$$

از معادلات (۱) تا (۳) می‌توان  $v$  سرعت تیر پس از برخورد را حساب کرد. مثلاً به ازای  $s = 20 \text{ m}$  به دست می‌آوریم  $v = 104 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . مؤلفه افقی

سرعت تیر برابر است با

$$v = \frac{s_0}{t} \quad (۴)$$

که از آنجا فاصله  $s_0$  به دست می آید ( $s_0 = ۱۰۵ \text{ m}$ ). انرژی جنبشی تیر برابر است با

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \text{قبل از برخورد} \quad (۵)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{پس از برخورد} \quad (۶)$$

انرژی جنبشی کره پس از برخورد برابر است با

$$T_3 = \frac{1}{2} M v_3^2$$

بنابراین برای انرژی جنبشی  $T$ ، که به هنگام سوراخ کردن کره به گرما تبدیل می شود، به دست می آوریم:

$$T = T_1 - (T_2 + T_3)$$

محاسبه نشان می دهد که تقریباً  $۹۲/۵$  درصد انرژی جنبشی اولیه به گرما تبدیل می شود.

## مسئله ۲

فرض می کنیم که مقدار مقاومت زنجیره بینهایت از راست به چپ تا نقاط C و D برابر  $r_n$  است (شکل ۱). از نقاط که به سمت چپ برویم به یک مقاومت  $r$  بر می خوریم که به موازات مقاومت  $r_n$  بسته شده است. بنابراین مقاومت کل در نقاط C' و D' می شود:

$$r_{C,D} = \frac{r \cdot r_n}{r + r_n}$$

مقاومت بعدی به طور متوالی به مجموعه مقاومت های قبلی متصل است. بنابراین



مقاومت میان نقاط A و B برابر است با

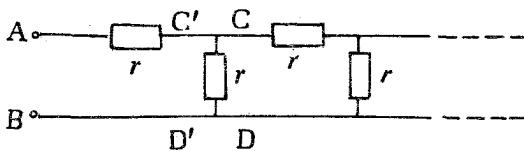
$$r_{A,B} = r + \frac{r \cdot r_n}{r + r_n}$$

هر گاه زنجیره بینهایت باشد، می توان از تأثیر هر مقاومت بعدی بر مقاومت کل صرف نظر کرد. به این معنی که مقاومت میان نقاط A و B برابر است با مقاومت میان نقاط C و D:

$$r_{A,B} = r_n = r + \frac{r \cdot r_n}{r + r_n}$$

از این معادله برای  $r_n$  به دست می آوریم:

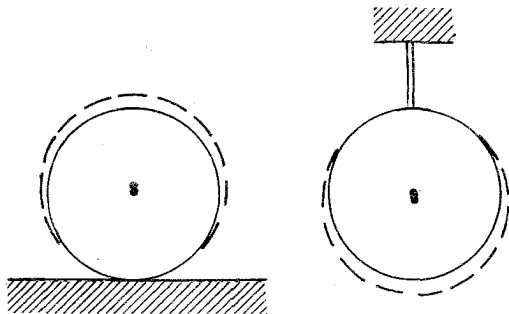
$$r_n = r \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



شکل ۱

### مسئله ۳

دو کره به هنگام گرم شدن منبسط می شوند (ر.ك شكل). مرکز ثقل کره روی صفحه به هنگام گرم شدن بالا می رود؛ پس در مقابل نیروی ثقل کار انجام



می‌شود. بنابراین دمای کره روی صفحه قدری کمتر از مقدار مورد انتظار خواهد بود. در صورتی که مرکز ثقل کره آویزان پس از گرم شدن پایین می‌آید، که در نتیجه آن کار مکانیکی به گرما تبدیل می‌شود.

می‌خواهیم اندازه این اثر را تخمین بزنیم. گیریم  $r$  شعاع کره،  $\rho$  چگالی،  $\gamma$  وزن مخصوص،  $\alpha$  ضریب انبساط خطی، و  $C$  گرمای ویژه باشد. وزن کره می‌شود:

$$G = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \gamma$$

به هنگام گرم شدن، شعاع زیاد می‌شود، که در اثر آن کار مکانیکی انجام می‌شود:

$$W = \frac{4}{3}\pi \cdot \alpha \cdot r^4 \cdot \gamma \cdot T$$

این کار مکانیکی متناظر است با مقداری گرما. تغییر دما را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$Q = \frac{4}{3}\pi \cdot \rho \cdot r^3 \cdot C \cdot \Delta T$$

برای يك کره مسی با شعاع ۱۰ cm نسبت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-7}$$

## دومین المپیاد بین الملل فیزیک

مجارستان، ۱۳۴۷

### مسائل

#### مسئله ۱

غلتهکی همگن به جرم  $m_1 = 8 \text{ kg}$  و به شعاع  $d = 10 \text{ cm}$  بر روی یک سطح شیب‌دار (زاویه شیب  $30^\circ$ ) قرار دارد. آجری به جرم  $m_2 = 4 \text{ kg}$  با نخ‌ی به محور غلته متصل است. اجسام با چه شتابی حرکت می‌کنند؟ ضریب اصطکاک میان آجر و سطح شیب‌دار برابر  $\mu = 0.2$  است. از مقاومت دورانی و اصطکاک محور صرف نظر کنید.

#### مسئله ۲

مقدار  $300 \text{ cm}^3$  از مایعی با دمای  $5^\circ \text{C}$  در یک لیوان قرار دارد. در لیوان دیگری مقدار  $110 \text{ cm}^3$  از همان مایع، یعنی مجموعاً  $410 \text{ cm}^3$  وجود دارد.

اگر دو مایع را روی هم بریزیم حجم مجموع چقدر خواهد شد؟ ضریب انبساط حجمی مایع برابر  $1/501 \text{ grad}^{-1}$  است. از اتلاف گرما

صرف نظر می کنیم.

### مسئله ۳

نیم استوانه‌ای داریم از جنس شیشه با ضریب شکست  $n = \sqrt{2}$ . نور با زاویه  $45^\circ$  بر روی سطح تخت آن تابانده می شود. پرتو نور در صفحه‌ای قرار دارد که بر محور استوانه عمود است. پرتوهای نور از کدام قسمت رویه خارجی استوانه خارج می شوند؟

### مسئله تجربی

سه جعبه مدار به شما می دهند که هیچ يك را نباید باز کنید. در داخل هر کدام يك مدار قرار دارد.

الف) تعیین کنید در هر جعبه چه مداری قرار دارد.

ب) داده‌های مشخصه مدار را به دست آورید

وسایل زیر در اختیار شما هستند: دو دستگاه اندازه گیری؛ منبع ولتاژ

برای جریان متناوب ۵۰ Hz؛ منبع ولتاژ جریان مستقیم.

به علاوه مقاومت داخلی دستگاههای اندازه گیری برای هر يك از

محدوده‌های اندازه گیری معلوم است. خطای اندازه گیری برای جریان

مستقیم ۲ درصد، و برای جریان متناوب ۳ درصد است.

## حل مسائل

### مسئله ۱

این مسئله را می توان از دو طریق حل کرد:

الف) از طریق قانون بقای انرژی

شتاب مطلوب غلتك و آجر را با  $a$  نشان می دهیم. در مدت  $t$  راه

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

پیموده می شود. وزن جسم کاری برابر با



$$W_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot a \cdot \frac{t^2}{2} \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

انجام می‌دهد. این کار صرف حرکت شتابدار راست خط جسم، حرکت چرخشی غلتک، و اصطکاک آجر می‌شود. سهم هر یک از انرژیها به این قرار است: انرژی حرکت شتابدار راست خط هر دو جسم،

$$W_2 = (m_1 + m_2) a^2 \frac{t^2}{2} \quad (2)$$

انرژی چرخشی غلتک،

$$W_3 = J a^2 \frac{t^2}{2r^2} \quad (3)$$

که در آن  $J$  گشتاور لختی غلتک است. اصطکاک لغزشی آجر،

$$W_4 = \mu m_2 g \frac{at^2}{2} \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

بنا بر قانون بقای انرژی می‌نویسیم:

$$W_1 = W_2 + W_3 + W_4 \quad (5)$$

از این معادله شتاب،  $a$ ، به دست می‌آید:

$$a = g \frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}} \quad (6)$$

مقادیر  $\mu = 0.2$ ،  $\alpha = 30^\circ$ ،  $dw = 10 \text{ cm}$ ،  $m_2 = 4 \text{ kg}$ ،  $m_1 = 8 \text{ kg}$  را که در این رابطه بنشانیم، شتاب می‌شود:

$$a = 3.252 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

ب) از طریق تجزیه نیروها

با این فرض که غلتک نمی‌لغزد، نیروی  $F$  به دو انتهای نخ وارد می‌شود. در نقطه تماس غلتک با سطح شیب‌دار نیروی  $S$  وارد می‌شود؛ و

نیروی اصطکاک  $R$  به آجر وارد می‌شود (ر. ک. شکل). بنابراین معادلات حرکت زیر به دست می‌آیند:

حرکت آجر:

داده‌های عددی را که نشانیم، به دست می‌آوریم:

$$m_2 \cdot a = m_2 g \sin \alpha + F - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

حرکت انتقالی غلتک:

$$m_1 a = m_1 g \sin \alpha - F - S \quad (2)$$

حرکت زاویه‌ای غلتک:

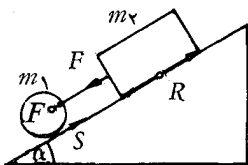
$$\frac{a}{r} = \frac{S \cdot r}{J} \quad (3)$$

این دستگاه معادلات را بر حسب  $a$ ،  $S$  و  $F$  حل می‌کنیم:

$$a = g \cdot \frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cdot \cos \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}} \quad (4)$$

$$S = \frac{J}{r^2} \cdot g \cdot \frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}} \quad (5)$$

$$F = m_2 \cdot g \cdot \frac{\mu \cdot \left(m_1 + \frac{J}{r^2}\right) \cos \alpha - \frac{J}{r^2} \sin \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}} \quad (6)$$



داده های عددی را که بنشانیم به دست می آوریم:

$$a = 3/252 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad S = 12/91 \text{ N}, \quad F = 0/19 \text{ N}$$

غلطک، تحت چه شرایطی، حرکت لغزشی خواهد داشت؟ هنگامی که غلتک بلغزد، نیروی نخ صفر می شود:  $F = 0$ . از معادله (۶) نتیجه می شود:

$$\operatorname{tg} \alpha = \mu \left( \frac{mr^2}{J} + 1 \right)$$

مسئله ۲

حجمهای مفروض را  $V_1$  و  $V_2$ ، و حجم مایعها را در  $0^\circ \text{C}$  برابر  $V_{10}$  و  $V_{20}$  می گیریم. داریم:

$$V_{10}(T_1 - T_m) = V_{20}(T_m - T_2) \quad (1)$$

$$V_{10} = \frac{V_1}{1 + \beta T_1} \quad (2)$$

با مقادیر مفروض  $V_2 = 110 \text{ cm}^3$ ،  $V_1 = 300 \text{ cm}^3$ ،  $T_1 = 100^\circ \text{C}$ ،  $T_2 = 0^\circ \text{C}$  و  $\beta = 0/001 \text{ grad}^{-1}$  به دست می آوریم:

$$V_{10} = 100 \text{ cm}^3, \quad T_m = 25^\circ \text{C}$$

اگر تمام مایع از  $0^\circ \text{C}$  تا  $25^\circ \text{C}$  گرم شود، پس از مخلوط کردن داریم:

$$V_{1m} + V_{2m} = 410 \text{ cm}^3 = V_1 + V_2$$

در این مورد خاص مجموع حجم مایعهای یکسان با دمای مختلف قبل و بعد از مخلوط کردن به یک اندازه است. آیا این موضوع همواره صادق است؟

مایع  $X_1$  با دمای  $T_1$  و حجم  $V_1$  را در نظر می گیریم. همین طور مایع  $X_2$  با دمای  $T_2$  و حجم  $V_2$ . در دمای  $0^\circ \text{C}$ :

$$V_{10} = \frac{V_1}{1 + \beta T_1}, \quad V_{20} = \frac{V_2}{1 + \beta T_2}$$

دما پس از مخلوط کردن برابر است با

$$T_m = \frac{(m_{10}T_1 + m_{20}T_2)}{m_{10} + m_{20}}$$

وقتی تمام حجم مایع  $V_{10} + V_{20}$  تا این دمای مخلوط گرم شود، داریم:

$$\begin{aligned} V_{10}(1 + \beta T_m) + V_{20}(1 + \beta T_m) &= \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta T_m \cdot (V_{10} + V_{20}) = \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta \cdot \frac{m_1 + m_2}{\rho} \cdot \frac{m_{10}T_1 + m_{20}T_2}{m_{10} + m_{20}} = \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta(V_{10}T_1 + V_{20}T_2) = \\ &= V_{10} + \beta V_{10}T_1 + V_{20} + \beta V_{20}T_2 = \\ &= V_{10}(1 + \beta T_1) + V_{20}(1 + \beta T_2) = V_1 + V_2 \end{aligned}$$

### مسئله ۳

برای نقطه A، مثلث AMC متساوی الاضلاع است (ر. ک. شکل). کمترین زاویه‌ای که تحت آن نور به رویه خارجی استوانه می‌رسد برابر  $\beta = 30^\circ$  است. طبق قانون شکست نور، نور در شیشه تحت زاویه  $\beta = 30^\circ$  نسبت به عمود بر سطح ورودی می‌شکند. زاویه حد انعکاس کلی برابر است با  $\gamma = 45^\circ$ . پس باید زاویه  $\varphi'$  را طوری حساب کنیم که  $\gamma < 45^\circ$  باشد. در سمت چپ نیم استوانه داریم:

$$\varphi' + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ \rightarrow \varphi' = 75^\circ$$

در سمت راست نیم استوانه داریم:

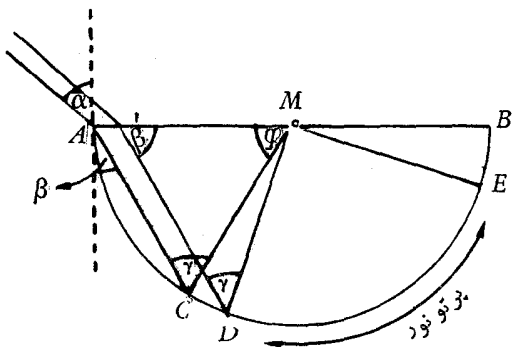
$$(180 - \varphi') + (180 - 60^\circ) + 45^\circ = 180 \rightarrow \varphi' = 165^\circ$$

پس نور وقتی از رویه خارجی بیرون می‌آید که

$$75^\circ < \varphi < 165^\circ$$

لازم است بینیم که نکند پرتوی که کاملاً منعکس شده است در نقطه

دیگری از استوانه شیشه‌ای خارج شود. به ازای  $\varphi = 60^\circ$  نور با زاویه  $60^\circ$  به رویه خارجی برمی‌خورد و کاملاً منعکس می‌شود. برای  $\varphi = 74^\circ$  نور با زاویه  $46^\circ$  کاملاً منعکس می‌شود، و با زاویه فرودی  $28^\circ$  به سطح تخت نیم استوانه برمی‌خورد. به ازای  $\varphi = 166^\circ$  نور با زاویه  $\gamma = 46^\circ$  کاملاً منعکس می‌شود.



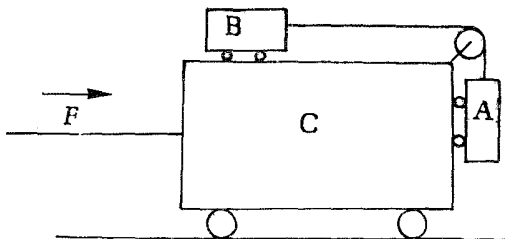
## سومین المپیاد بین الملل فیزیک

چکوسلواکی، ۱۳۴۸

### مسائل

#### مسئله ۱

یک سیستم مکانیکی از سه واگن A، B و C تشکیل شده است. جرم این واگنها به ترتیب  $m_1 = 300\text{ g}$ ،  $m_2 = 200\text{ g}$  و  $m_3 = 1500\text{ g}$  است.



۱. یک نیروی افقی بر C وارد می شود. اندازه این نیرو به قدری است که واگنهای A و B نسبت به C ساکن اند.  
(الف) مطلوب است کشش نخ که A و B را به یکدیگر متصل می کند.

(ب) اندازه نیروی  $F$  را حساب کنید.

۲. سیستم را با این شرط در نظر بگیرید که واگن  $C$  ساکن باشد.

(الف) شتاب  $A$  و  $B$  را به دست آورید.

(ب) کشش نخ را حساب کنید.

از نیروهای مقاومت و اصطکاک صرف نظر کنید. به علاوه از جرم نخ و

نیز گشتاور قرقره و تمام چرخهای واگنها نیز می توان چشم پوشید.

### مسئله ۲

در يك ظرف گرماسنج مسی به جرم  $m_1$  مقداری آب به جرم  $m_2$  وجود دارد؛ دمای تعادل کل دستگاه  $T_2$  است. تکه ای یخ به جرم  $m_3$  و دمای  $T_3 < 0^\circ\text{C}$  در آب گرماسنج قرار می دهیم.

(الف) دما و جرم آب و یخ را در حالت تعادل، با این فرض که کمیتهای  $m_1, m_2, m_3, T_2, T_3$  عام هستند، تعیین کنید. معادلات گرماسنجی لازم برای فرایندهای احتمالی را بنویسید.

(ب) دما و جرم آب و یخ را در حالت تعادل حساب کنید، با این شرط که

$$m_1 = 1/00 \text{ kg}, m_2 = 1/00 \text{ kg}, m_3 = 2/00 \text{ kg}, T_2 = 10^\circ\text{C},$$

$$T_3 = -20^\circ\text{C}$$

تذکره: از اتلافها صرف نظر می کنیم. برای فشار هوا مقدار متعارف

آن را می گیریم:

$$C_1 = 0/0094 \text{ kcal}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{grad}^{-1} \quad \text{گرمای ویژه مس}$$

$$C_2 = 0/492 \text{ kcal}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{grad}^{-1} \quad \text{گرمای ویژه یخ}$$

$$l = 79/7 \text{ kcal}\cdot\text{kg}^{-1} \quad \text{گرمای ذوب ویژه یخ}$$

### مسئله ۳

کره ای به جرم  $m$  با بار الکتریکی  $q$  به انتهای يك نخ عایق نازک وصل شده

است. انتهای دیگر نخ به بالاترین نقطه يك حلقه دایره‌ای به شعاع  $R$  وصل شده است. حلقه از يك سیم فلزی سفت درست شده است که از سطح مقطع آن می‌توان چشم پوشید؛ روی این حلقه، که به طور قائم قرار گرفته است، بار الکتریکی  $Q$ ، با همان علامت بار  $q$ ، به طور یکنواخت توزیع شده است. طول نخ را طوری تعیین کنید که کره در موقعیت نهایی خود پس از انحراف روی محور حلقه، که به صفحه‌اش عمود است، قرار بگیرد.

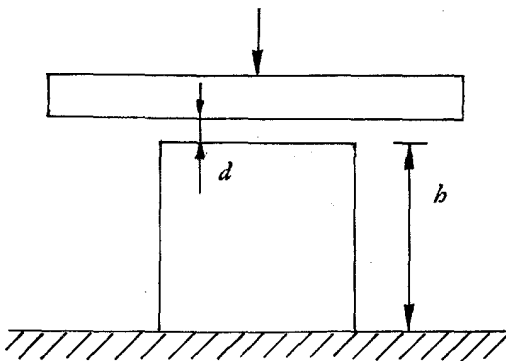
ابتدا جواب عام مسئله را تعیین کنید. سپس جواب را برای اندازه‌های زیر به دست آورید:

$$Q = q = 9/0 \times 10^{-8} \text{ C}, \quad R = 5/0 \text{ cm}, \quad m = 1/0 \text{ g},$$

$$\epsilon_0 = 8/9 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$$

از جرم نخ صرف نظر کنید.

#### مسئله ۴



بر روی يك مكعب شیشه‌ای با تراش اپتیکی به اضلاع  $2/00 \text{ cm}$  يك صفحه صیقل و برش داده شده نصب شده است، طوری که میان صفحه و مكعب يك لایه تداخلی تخت نازك از هوا به وجود آمده است. هرگاه بر این صفحه امواج الکترومغناطیسی با تمام طول مسووجهای واقع در گستره  $400 \text{ nm}$  تا  $1150 \text{ nm}$  تابیده شود، شرط تداخل برای انعکاس بیشینه بر لایه نازك



هوا درست برای دو طول موج در فاصله بالا صادق است. یکی برای  $\lambda = 400/0 \text{ nm}$  و دیگری برای طول موجی دیگر. این طول موج را به دست آورید.

تعیین کنید مکعب را تا چند درجه باید گرم کرد تا با صفحه تماس حاصل کند. فاصله صفحه تا سطح پایین مکعب در ضمن گرم کردن ثابت می ماند. ضریب انبساط طولی شیشه برابر است با  $8/0 \times 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ . ضریب شکست هوا  $n = 1$  است.

### مسئله تجربی

از وسایل زیر استفاده کنید:

دو آکومولاتور NiFe، یک باتری خشک، یک سیم اندازه گیری با مقاومت نامعین  $x$  که با مقیاس میلیمتری مشخص شده است و یک عقربه تماس دارد، یک جعبه مقاومت (مقدار مقاومت وصل شده  $R$ )، یک گالوانومتر، و یک مقاومت. موارد زیر را در نظر بگیرید:

الف) یک مدار بسته، متشکل از دو آکومولاتور NiFe که به طور متوالی بسته شده اند، یک جعبه مقاومت و یک مقاومت نامعین  $X$ ؛  
ب) یک مدار فرعی، که از بستن متوالی باتری خشک و گالوانومتر با یک مقاومت درست شده است.

می خواهیم مدار فرعی (ب) را به مدار الف متصل کنیم، به طوری که بتوان عقربه را روی نقطه ای از مقاومت  $X$  قرار داد که عقربه گالوانومتر حرکت نکند. به طور مستدل طرح این اتصال را بیان کنید.

در مداری که به دست می آید مطلوب است:

۱. نسبت ولتاژ آکومولاتورها را که پشت سر هم بسته شده اند، به ولتاژ الکتروموتوری باتری. ولتاژ آکومولاتور را ثابت فرض کنید.

۲. مقاومت مجهول  $X$ .

چه شرطی برای مقاومت  $R$  باید برقرار باشد تا مسئله جواب داشته باشد.

## حل مسائل

### مسئله ۱

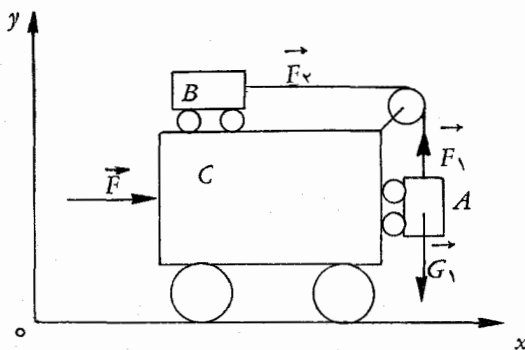
#### قسمت اول

دستگاه مختصاتی فرض می‌کنیم که در آن محور  $x$  افقی باشد (ر.ک شکل). چون واگنهای  $A$  و  $B$  نسبت به  $C$  ساکن‌اند، باید شتاب آنها برابر شتاب  $C$  باشد. اگر شتاب واگن  $B$  را  $a_x$  و کشش نخ را  $F_T$  بنامیم، داریم:

$$F_T = m_T a_x \quad (1)$$

زیرا  $F_T$  تنها نیرویی است که به  $B$  وارد می‌شود. همین‌طور برای  $A$ ، که بر آن نیروهای  $F_T$  و  $G_A = m_A g$  در راستای محور  $y$  وارد می‌شود، اما شتاب در این جهت ندارد، داریم:

$$F_T - m_A g = 0 \quad (2)$$



اما برای کششها داریم:

$$F_T = F_T \quad (3)$$

از معادلات (۲) و (۳) برای نیروی کشش نخ به دست می‌آوریم:

$$F_T = m_A g \quad (4)$$

برای معادله حرکت دستگاه در جهت محور  $x$  داریم:

$$F = (m_A + m_T + m_C) \cdot a_x \quad (5)$$

زیرا، نیروی  $F$  تنها نیروی خارجی است که بر دستگاه وارد می‌شود. تمام نیروهای دیگر در این مورد نیروهای داخلی اند. بخصوص، با در نظر گرفتن نیروهای وارد بر قرقره، می‌توان دید که  $F_2$  به معنی یک نیروی داخلی است. از معادلات (۱) و (۴) به دست می‌آوریم:

$$a_x = \frac{m_1}{m_2} \cdot g$$

وقتی این رابطه را در (۵) بنشانیم جواب به دست می‌آید:

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot g \quad (۶)$$

اندازه‌های عددی راکه بنشانیم می‌شود:

$$F_2 = F_1 = 2/94N, F = 29/43N$$

### قسمت دوم

حالا واگن C را ساکن فرض می‌کنیم. شتاب واگنهای A و B به ترتیب  $a_y$  و  $a_x$  است. چون طول نخ ثابت است، باید داشته باشیم:

$$a_x = -a_y = a \quad (۷)$$

معادله حرکت واگنهای A و B می‌شود:

$$F_1 - G_1 = -m_1 a \quad (۸)$$

$$F_2 = m_2 a \quad (۹)$$

برای نیروهای وارد بر نخ داریم:

$$F_1 = F_2 \quad (۱۰)$$

از معادلات (۸)، (۹) و (۱۰) نتیجه می‌شود:

$$(m_1 + m_2) a = m_1 g \quad (۱۱)$$

و از آنجا داریم:

$$a = a_x = -a_y = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \quad (۱۲)$$

$$F_2 = F_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \quad (۱۳)$$

مقادیر عددی را که نشانیم به دست می آوریم:

$$a = a_x = 5/88 \text{ ms}^{-2}$$

$$F_2 = F_1 = 1/18 \text{ N}$$

## مسئله ۲

علاوه بر کمیت‌های  $m_1, m_2, m_3, T_2, T_3, c_1, c_2, c_3$  و  $l$  که در صورت مسئله تعریف شده‌اند کمیت‌های زیر را نیز وارد می‌کنیم:

$$T \quad \text{دمای مخلوط در حالت تعادل}$$

$$T_0 = 0^\circ \text{C} \quad \text{دمای ذوب یخ}$$

$$M_2 \quad \text{جرم آب در حالت تعادل}$$

$$M_3 \quad \text{جرم یخ در حالت تعادل}$$

$$m'_2 \leq m_2 \quad \text{جرم آبی که به یخ تبدیل می‌شود}$$

$$m'_3 \leq m_3 \quad \text{جرم یخی که به آب تبدیل می‌شود}$$

الف) به طور کلی چهار فرایند زیر با حالت‌های تعادل متناظر ممکن

است:

$$M_2 = m_2 + m_3, \quad m'_2 = m_3, \quad m'_3 = 0, \quad T_0 < T < T_3 \quad 1$$

$M_3 \neq 0$ . دمای نهایی  $T$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} (m_1 c_1 + m_2 c_2) \cdot (T_2 - T) &= \\ = m_3 c_3 (T_0 - T_3) + m_3 l + m_2 c_2 (T - T_2) \end{aligned} \quad (\text{الف } 1)$$

تنها جوابی از لحاظ فیزیکی قابل قبول است که در شرط  $T_0 < T < T_3$  صادق کند.

$$M_2 = m_2 + m_3, \quad M_3 = 0, \quad m'_2 = 0, \quad m'_3 = m_2, \quad T_3 < T < T_0 \quad 2$$

دمای نهایی  $T$  از این رابطه به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} m_1 c_1 (T_2 - T) + m_2 c_2 (T_2 - T_0) + m_2 l + m_2 c_3 (T_0 - T) &= \\ = m_2 c_3 (T - T_3) \end{aligned} \quad (\text{الف } 2)$$

تنها جوابی از لحاظ فیزیکی قابل قبول است که در شرط  $T_3 < T < T_0$  صادق کند.

$$۳. \quad M_2 = m_2 + m'_2, \quad 0 < m'_2 \leq m_2, \quad m'_1 = 0, \quad T = T_0.$$

$M_3 = m_3 - m'_3$ . جرم مجهول  $m'_3$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2) \cdot (T_2 - T_0) = m_3 c_3 (T_0 - T_2) + m'_3 l \quad (\text{الف } ۳)$$

جوابی از لحاظ فیزیکی مورد قبول است که در شرط  $0 < m'_3 \leq m_3$  صدق کند.

$$۴. \quad M_2 = m_2 - m'_2, \quad m'_3 = 0, \quad 0 < m'_2 \leq m_2, \quad T = T_0.$$

$M_3 = m_3 + m'_3$ . جرم مجهول  $m'_3$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2) (T_2 - T_0) + m'_3 l = m_3 c_3 (T_0 - T_2) \quad (\text{الف } ۴)$$

جوابی از لحاظ فیزیکی مورد قبول است که در شرط  $0 < m'_3 \leq m_3$  صدق کند.

ب) مقادیر عددی زیر را به مقادیری که در صورت مسئله داده شده است اضافه می کنیم:

$$c_3 = 1/100 \text{ kcal kg}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}, \quad T_0 = 0^\circ \text{C}$$

با نشان دادن این اعداد در معادلات (الف ۱، ۲، ۳) می بینیم که نتیجه از لحاظ فیزیکی بی معنی است (یعنی شرایطی که ذکر شد صدق نمی کنند). تنها فرایند فیزیکی که معنی دارد مبتنی بر معادله (الف ۴) است. از این معادله نتیجه می شود:

$$m'_2 = \frac{1}{l} [m_3 c_3 (T_0 - T_2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2) (T_2 - T_0)]$$

با نشان دادن مقادیر عددی به دست می آید  $m'_2 = 0/111 \text{ kg}$ . پس داریم:

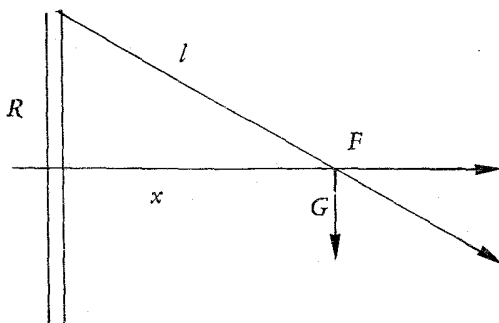
$$T = 0^\circ \text{C}, \quad M_2 = m_2 - m'_2 = 0/189 \text{ kg},$$

$$M_3 = m_3 + m'_3 = 2/111 \text{ kg}$$

### مسئله ۳

نخ در جهت بر ایند نیروهای  $G = mg$  و  $F = qE$  کشیده می شود، که در آن

$E$  شدت میدان الکتریکی است که حلقه در فاصله  $x$  از صفحه حلقه روی محور آن تولید می کند

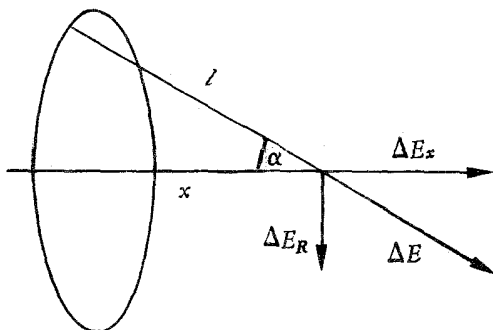


از تشابه مثلثها به دست می آید:

$$\frac{x}{R} = \frac{Eq}{mg} \quad (1)$$

برای اینکه شدت میدان الکتریکی را به دست آوریم، حلقه را به  $n$  جزء طول مساوی تقسیم می کنیم، به طوری که روی هر جزء مقدار بار  $Q/n$  باشد. شدت میدان ناشی از هر جزء برابر است با:

$$\Delta E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 l^2 n}$$



این شدت را به مؤلفه‌هایش در جهت  $x$  و جهت عمود بر آن تجزیه می کنیم.

این دو مؤلفه می‌شوند:

$$\Delta E_x = \Delta E \cdot \cos \alpha = \frac{\Delta E_x}{l}$$

$$\Delta E_R = \Delta E \cdot \sin \alpha$$

به‌ازای هر جزء، جزء دیگری وجود دارد که برای آن مؤلفه شدت میدان در جهت عمود بر محور همان مقدار را دارد و لسی جهت آن مخالف است. بنا براین مؤلفه‌های شدت میدان عمود بر محور یکدیگر را خنثی می‌کنند، و شدت برآیند می‌شود:

$$E = E_x = n \Delta E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 l^3} \quad (2)$$

با نشانیدن رابطه (۲) در رابطه (۱) طول نخ به‌دست می‌آید:

$$l = \left( \frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

مقادیر عددی را که جا‌گذاری کنیم به‌دست می‌آید:

$$l = 7/2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

### مسئله ۴

شرط تداخل برای انعکاس بیشینه به این صورت است:

$$2dn - \frac{\lambda_k}{2} = k\lambda_k \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

یا

$$2dn = (2k + 1) \frac{\lambda_k}{2} \quad (1)$$

که در آن  $d$  ضخامت لایه،  $n$  ضریب شکست، و  $k$  مرتبه تداخل است. بزرگترین طول موج تابش  $\lambda' = 1150 \text{ nm}$  است. چون بنا بر فرض به‌ازای

$\lambda = 400/0 \text{ nm}$  شرط بیشینه صادق است، می‌توان نوشت  
 $\lambda_p = 400/0 \text{ nm}$ ، که در آن  $p$  عدد درستی است که مرتبه تداخل را تعیین  
می‌کند و در معادله زیر صدق می‌کند:

$$\lambda_p \cdot (2p + 1) = 4dn \quad (2)$$

از معادله (۱) درمی‌یابیم که وقتی  $d$  ثابت است و  $k$  افزایش می‌یابد مقادیر  
 $\lambda_k$  يك دنباله نزولی تشکیل می‌دهند، و برعکس. بنابراین نامساوی زیر  
را داریم:

$$\lambda_p < \lambda_{p-1} < \lambda' < \lambda_{p-2}$$

یا

$$\frac{4dn}{2(p-1)+1} < \lambda' < \frac{4dn}{2(p-2)+1}$$

در این نامساوی به جای  $4dn$  کمیت  $\lambda_p$  را از معادله (۲) می‌نشانیم، داریم:

$$\frac{\lambda_p(2p+1)}{2(p-1)+1} < \lambda' < \frac{\lambda_p(2p+1)}{2(p-2)+1}$$

از قسمت اول نامساوی به دست می‌آوریم:

$$\lambda_p \cdot (2p+1) < \lambda' (2p-1),$$

$$2p(\lambda' - \lambda_p) > \lambda' + \lambda_p$$

یعنی

$$p > \frac{\lambda' + \lambda_p}{2\lambda' - \lambda_p} = \frac{1}{2} \frac{1150 + 400/0}{1150 - 400/0} = 1, \dots \quad (3)$$

به همین ترتیب از قسمت دوم نامساوی به دست می‌آوریم:

$$\lambda_p(2p+1) > \lambda'(2p-3)$$

$$2p(\lambda' - \lambda_p) < 3\lambda' + \lambda_p$$



یعنی

$$p < \frac{13\lambda' + \lambda_p}{2\lambda' - \lambda_p} = \frac{13 \times 1150 + 400/0}{2 \times 1150 - 400/0} = 2, \dots \quad (4)$$

از نامساویهای (۳) و (۴) نتیجه می‌شود که مرتبه تداخل  $p=2$  است. محاسبه ضخامت لایه  $d$ :

$$d = \frac{2p}{4}(2p+1) = \frac{400/0}{4}(2 \times 2 + 1) \text{ nm} = 500/0 \text{ nm}$$

محاسبه طول موج مورد نظر:

با نشانیدن  $k = p - 1$  در معادله (۱)،  $\lambda_{p-1}$  به دست می‌آید:

$$\lambda_1 = \frac{4dn}{2(p-1)+1} = \frac{4dn}{2p-1}$$

و پس از نشانیدن مقادیر عددی

$$\lambda_1 = 666,7 \text{ nm}$$

محاسبه ازدیاد دمای مکعب:

معادله انبساط گرمایی خطی این است:

$$\Delta l = \alpha l \cdot \Delta T$$

اگر به جای  $l$  ضلع مکعب  $h$  را بنشانیم به دست می‌آوریم:

$$d = \alpha \cdot h \cdot \Delta T, \quad \Delta T = \frac{d}{\alpha h}$$

$$\Delta T = \frac{5/000 \times 10^7 \text{ grad}}{1,0 \times 10^{-6} \times 2/00 \times 10^{-2}} = 3/1 \text{ grad}$$

### مسئله تجربی

این مسئله در دو گام حل می‌شود. بسته به انتخاب گامها، دو راه حل ممکن است. البته هر دو راه معادل هم‌اند.

الف) در هر دو گام مدار یکسان می ماند. مقدار تنظیم شده مقاومت  $R$  تغییر می کند. مدار بر طبق شکل است. نمادهای زیر به کار می روند:

$U_a$ : ولتاژ آکومولاتورها

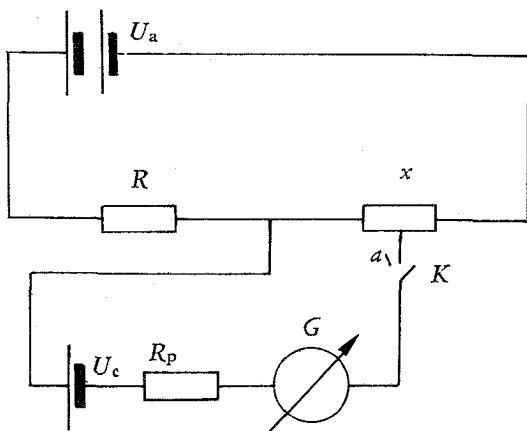
$U_c$ : ولتاژ الکتروموتوری باطری

$R_p$ : مقاومت

$G$ : گالوانومتر

$K$ : کلید

$l$ : طول سیم اندازه گیری



ابتدا باید دقت کرد که شرط بی جریان بودن گالوانومتر تنها موقعی واقع می شود که قطبهای یکسان زوج آکومولاتور و باطری به هم وصل شوند.

گام اول:  $R = 0$ ; عقربه تماس در نقطه  $a_1$  است. از رابطه

$$m = \frac{a_1}{l}$$

به دست می آید:

$$U_c = m \cdot U_a \quad (1)$$

گام دوم:  $R \neq 0$ ; عقربه تماس در نقطه  $a_1$  است. گیریم:

$$n = \frac{a_2}{l}$$

حالا به دست می آوریم:

$$U_c(R+X) = U_a(R+nX) \quad (۲)$$

از معادلات (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$X = R \frac{1-m}{m-n} \quad (۳)$$

$$\frac{U_a}{U_c} = \frac{1}{m} \quad (۴)$$

بحث

گام دوم را فقط وقتی می توان انجام داد که شرط زیر صادق باشد:

$$R < \frac{mX}{1-m} \quad (۵)$$

این شرط را می توان به دو طریق به دست آورد. یکی به طریق ریاضی، وقتی  $R$  را تابعی از  $n$  در نظر بگیریم. دیگری به طریق فیزیکی بسا نوشتن نامساوی

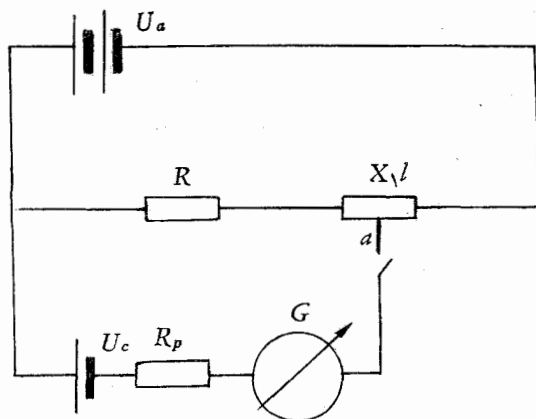
$$U_c > R \frac{U_a}{R+X}$$

و تبدیل آن.

به هر حال باید توجه داشت که  $0 < n < m < l$ . پس از انجام گام اول  $m$  معین است و می توان شرط  $R$  را به دست آورد. (ب) مقدار تنظیم شده مقاومت  $R$  تغییر داده نمی شود. مدار را کمی تغییر می دهیم.

گام اول: مدار را طبق شکل اول انتخاب می کنیم. حالا  $R \neq 0$ . معادله (۲) صادق می ماند.

گام دوم: مدار را طبق شکل زیر تعیین می کنیم. عقربه تماس در نقطه  $a_p$  است.



گیریم:

$$q = \frac{a_p}{l}$$

مقدار  $R$  به همان اندازه مورد گام اول است. عبارت زیر را به دست می آوریم:

$$U_c(R+X) = U_a \cdot q \cdot X \quad (۶)$$

از معادلات (۶) و (۲) نتیجه می شود:

$$X = \frac{R}{q-n} \quad (۷)$$

$$\frac{U_a}{U_c} = \frac{R+X}{q \cdot X} \quad (۸)$$

بحث

از تعریف  $q$  و  $n$  نتیجه می شود  $q < 1$  و  $n < 1$ ، به علاوه می بینیم که  $q > n$  و  $q - n < 1$ . بنابراین باید  $R < X$ .

تذکره:

۱. برای ارضای شرط (۵) یا (۹) باید به هنگام حل مسئله مرتبه بزرگی مقاومت  $X$  تخمین زده شود.
۲. اگر راه الف انتخاب شود، می توان در هر دو گام فرض کرد که  $R = 0$ . البته در این صورت محاسبات و معادلات نهایی نسبتاً پیچیده خواهند بود.

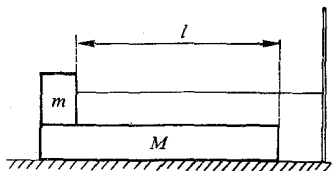
## چهارمین المپیاد بین الملل فیزیک

شوروی، ۱۳۴۹

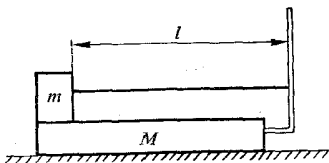
### مسائل

#### مسئله ۱

مکعب مستطیلی به جرم  $M = 1$  می تواند بر روی یک سطح افقی صاف (بی اصطکاک) حرکت کند. بر روی سطح بالایی مکعب که افقی است جعبه ای بایک موتور می تواند با اصطکاک بلغزد. فاصله سطح جلوی جعبه از سطح جلوی مکعب  $l = 50$  cm است. ضریب اصطکاک لغزشی  $\mu = 0.02$ ، و جرم جعبه با موتور آن  $m = 100$  g است. موتور جعبه می تواند نخ را با سرعت ثابت  $V_0 = 10$  cm.s<sup>-1</sup> بر روی یک قرقره بیند. سر دیگر نخ در مورد اول (شکل ۱) به دیواره ای که در فاصله مناسبی قرار دارد وصل است، و در مورد دوم (شکل ۲) به دیواره ای متصل به مکعب  $M$  وصل است. مکعب  $M$  را نگه میداریم و می گذاریم جعبه با سرعت  $V_0$  حرکت کند. سپس مکعب را نیز آزاد می گذاریم. برای هر دو مورد نوع حرکت و سرعت مکعب و جعبه را پس از آزاد گذاشتن مکعب تعیین کنید. در هر دو مورد



شکل ۱

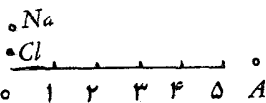
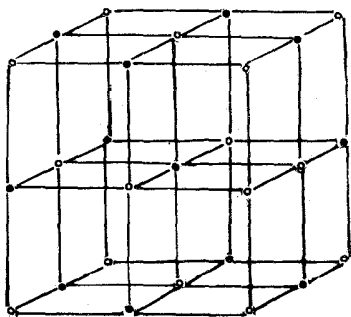


شکل ۲

حساب کنید جعبه کمی به سطح جلوی مکعب می‌رسد.

مسئله ۲

سلول ساده شبکه بلوری نمک (NaCl) به شکل يك مكعب است؛ ضلع این مکعب  $a = 5/6 \text{ \AA}$  است ( $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ ). در تصویر زیر اتمهای کلر و سدیم (نساتریم) روی يك سلول مشخص شده‌اند. محل شبکه بلوری نمک از تکرار این نوع سلولها به وجود می‌آید. وزن اتمی سدیم ۲۳ و

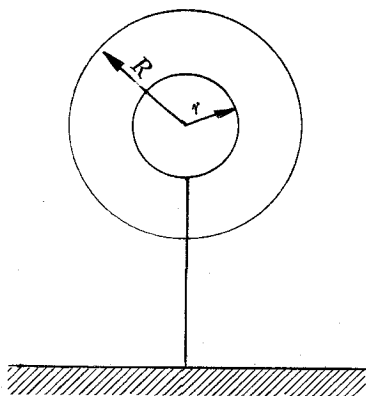


شکل ۳

وزن اتمی کالر ۳۵/۵ است. چگالی نمک  $\rho = ۲/۲۲ \text{ g}\cdot\text{cm}^{-۳}$  است. جرم مطلق اتم هیدروژن را حساب کنید و راه حل را توضیح دهید.

### مسئله ۳

کره ای توخالی از جنس فلز با دیواره نازک به شعاع  $R = ۲۰ \text{ cm}$  مفروض است. کره فلزی دیگری به شعاع  $r = ۱۰ \text{ cm}$  به طور هم-مرکز در داخل آن قرار دارد. این کره از طریق سوراخی در کره توخالی به توسط رسانایی دراز به زمین متصل است.



شکل ۴

روی کره خارجی بار  $Q = ۱۰^{-۸} \text{ C}$  قرار دارد. پتانسیل این کره توخالی را حساب کنید.

ظرفیت الکتریکی این سیستم چقدر است؟

برای این سیستم یک دستگاه الکتریکی به عنوان جانشین پیدا کنید!

### مسئله ۴

در یک تلسکوپ، آینه ای کروی با شعاع انحنای  $۲ \text{ m}$  به کار رفته است. در



کانون اصلی آینه یک گیرنده تابش به شکل یک قرص مدور قرار دارد. این قرص بر محور اپتیکی تلسکوپ عمود است. اگر قطر آینه ۵۰ cm باشد، گیرنده باید چه اندازه‌ای داشته باشد تا تمام پرتوی که آینه منعکس می‌کند، دریافت کند؟

اگر اندازه گیرنده را یک هشتم بکنیم چند بار کمتر پرتو دریافت می‌شود؟

تذکره:

۱. به هنگام محاسبه می‌توان برای  $x$  کوچک از تقریب زیر استفاده کرد:

$$\sqrt{1-x^2} \approx \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$$

۲. از پراش نور صرف نظر می‌شود.

### مسئله تجربی

بر روی میزی سه عدسی مختلف، یک مقیاس طول، یک پرده با تصویر، یک شیء هندسی، و یک تکه سیم عمودی قرار دارند. پرده و سیم به پایه‌ای متصل‌اند.

تنها به کمک این اشیاء فاصله کانونی عدسیها و علامت فواصل کانونی را تعیین کنید.

توجه کنید که باید:

(الف) حداقل دو روش اندازه‌گیری پیشنهاد کنید و برای هر روش محل دستگاهها و مسیر پرتوهای نور را مشخص کنید.

(ب) برای محاسبات دلیل نظری بیاورید و معادلات مربوطه را به دست آورید.

(ج) در هر روش اندازه‌گیری را انجام دهید و از داده‌های اندازه‌گیری

شده فاصله کانونی را به دست آورید.  
 (د) گزاشی از کار انجام شده تهیه کنید.

## حل مسائل

### مسئله ۱

#### مورد اول

با استفاده از قوانین نیوتون و محاسبه سرعت نسبی جعبه، مسئله را حل می‌کنیم.  
 جعبه نیروی اصطکاک زیر را بر مکعب وارد می‌کند:

$$F_f = \mu \cdot m \cdot g$$

این نیرو باعث حرکت شتابدار مکعب می‌شود:

$$a = \frac{F_f}{M} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{M}$$

به طوری که مکعب نسبت به زمین با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه حرکت می‌کند. سرعت مکعب از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v_f = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{M} \cdot t$$

جعبه نسبت به زمین با سرعت ثابت  $v_0$ ، که سرعت بستن نخ به دور قرقره است، حرکت می‌کند.

سرعت جعبه نسبت به مکعب،  $v_f$ ، برابر است با تفاوت سرعت جعبه و مکعب نسبت به زمین:

$$v_f = v_0 - v_1$$

$$v_2 = v_0 - \frac{\mu \cdot m \cdot g}{M} \cdot t$$

یعنی سرعت جعبه نسبت به مکعب یکنواخت کند شونده است. در لحظه

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot M}{\mu \cdot m \cdot g}$$

لغزش روی مکعب قطع می‌شود. رابطه میان طول مسیر و زمان برای حرکت نسبی جعبه می‌شود:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{\mu \cdot m \cdot g}{2M} t^2$$

پس برای مسیری که جعبه روی مکعب طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$s_1 = \frac{v_0^2 M}{\mu \cdot m \cdot g} - \frac{v_0^2 M}{2\mu \cdot m \cdot g} = \frac{v_0^2 M}{2\mu \cdot m \cdot g}$$

$$s_1 \approx 25 \text{ cm}$$

چون  $s_1 < l$ ، پس جعبه به جلوی مکعب نمی‌رسد باید فرض کرد زمان لازم برای رسیدن جعبه به جلوی مکعب به سمت بینهایت میل می‌کند:

$$t_2 \rightarrow \infty$$

### مورد دوم

برای حل مسئله از قانون بقای اندازه حرکت و قانون جمع سرعتها استفاده می‌کنیم. سرعت جعبه و مکعب را به ترتیب  $v_1$  و  $v_2$  می‌گیریم. سرعت جعبه نسبت به زمین  $v_0$  است. پس از اینکه مکعب رها می‌شود، چون هیچ نیروی خارجی وارد نمی‌شود، برای اندازه حرکت کل دستگاه داریم:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2 \quad (1)$$

برای سرعتها داریم:

$$v_0 = v_1 - v_2 \quad (2)$$

اگر از معادلات (۱) و (۲) کمیت‌های  $v_1$  و  $v_2$  را حذف کنیم، به دست می‌آوریم:

$$v_1 = v_0, \quad v_2 = 0$$

یعنی مکعب پس از رها شدن بی حرکت می ماند، در صورتی که جعبه با سرعت  $v_0$ ، که قبل از رها شدن داشته است، حرکت می کند. بنابراین جعبه پس از مدت زمان

$$t = \frac{l}{v_0} = 5 \text{ s}$$

به جلوی مکعب می رسد.

## مسئله ۲

نسبت جرم موجود در يك سلول بر حجم سلول چگالی را تعیین می کند. پس لازم است تعداد و جرم اتمهای يك سلول را بدانیم. البته، باید توجه کرد که: هر اتم روی يك رأس متعلق به ۸ سلول همسایه است، پس به هر سلول  $1/8$  جرم این اتمها می رسد؛

هر اتم روی ضلع متعلق به ۴ سلول همسایه است و به هر سلول تنها  $1/4$  جرم آن می رسد؛

هر اتم در وسط هر سطح سلول متعلق به ۲ سلول است، بنابراین  $1/2$  جرم آن سهم هر سلول است؛

هر اتم در مرکز يك سلول تنها به همان سلول تعلق دارد.

بنابراین هر سلول ۴ اتم کلر و ۴ اتم سدیم دارد. پس می توان نوشت:

$$\rho = \frac{4m_H(A_{Cl} + A_{Na})}{a^3}$$

که در آن  $m_H$  جرم يك اتم هیدروژن،  $A_{Cl}$  و  $A_{Na}$  به ترتیب وزن اتمی کلر و سدیم است. پس جرم اتم هیدروژن می شود:

$$m_H = \frac{\rho \cdot a^3}{4(A_{Cl} + A_{Na})} =$$

$$= \frac{2 \times 22 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \times (\frac{5}{6})^3 \times 10^{-24} \text{ cm}^3}{4 \times 58/5}$$

$$m_H \approx 1,67 \times 10^{-24} \text{ g}$$

### مسئله ۳

بار  $Q$  بر روی سطح داخلی و خارجی کره تو خالی توزیع می شود. در این میان روی کره داخلی بار  $q$  با علامت مخالف القا می شود. برای تعیین پتانسیل کره تو خالی می توان فرض کرد که پتانسیل بارهایی که روی کره تو خالی و کره داخلی قرار دارند برابر است با پتانسیل یک بار نقطه ای در مرکز آنها. در خارج میدانهای ناشی از بار  $Q$  و  $q$  را داریم. پس پتانسیل کره تو خالی برابر است با:

$$\varphi = \frac{Q - q}{R}$$

چون کره داخلی به زمین وصل است، پس برای پتانسیل آن داریم  $\varphi_1 = 0$  که از آنجا می توان بار کره داخلی را حساب کرد. اختلاف پتانسیلها برابر است با

$$\varphi_1 - \varphi = \frac{q}{R} - \frac{q}{r}$$

پتانسیل کره داخلی می شود:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{q}{R} - \frac{q}{r} + \varphi = \frac{q}{R} - \frac{q}{r} + \frac{Q}{R} - \frac{q}{R} = \\ &= \frac{Q}{R} - \frac{q}{r} = 0 \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$q = \frac{Q \cdot r}{R}$$

و از آنجا پتانسیل کره توخالی می شود:

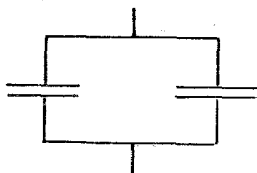
$$\varphi = \frac{Q}{R} - \frac{Q \cdot r}{R} = \frac{R-r}{R} Q$$

$$\varphi = 0.25 \times 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{cm}^{-1}$$

از مقدار پتانسیل کره توخالی ظرفیت الکتریکی سیستم کره‌ها به دست می آید:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \cdot \frac{R^2}{R-r} = 40 \text{ cm} = 44.4 \text{ PF}$$

این سیستم از دو خازن با اتصال موازی تشکیل شده است: یکی از آنها خازنی است که روی کره داخلی و سطح داخلی کره توخالی تشکیل شده است؛ دیگری از سطح خارجی کره توخالی و زمین تشکیل شده است. تصویر زیر خازنهای هم‌ارز را نشان می دهد.



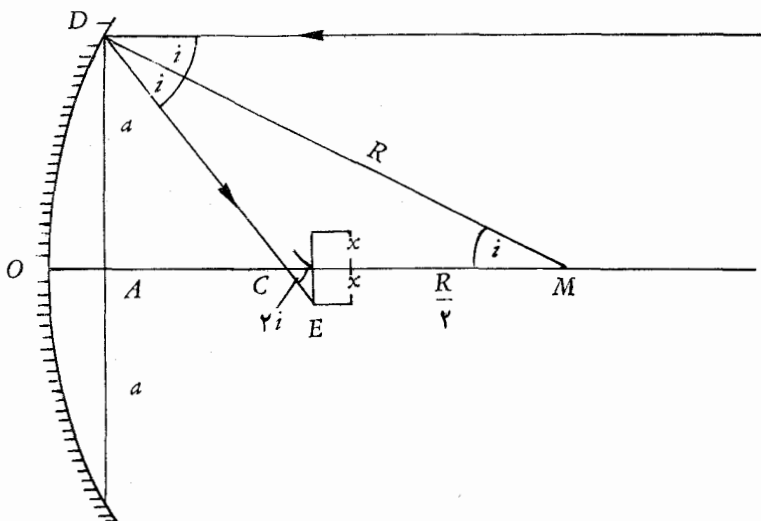
### مسئله ۴

وقتی یک دسته پرتو موازی به آینه‌ای کروی برمی خورد پرتو بازتابیده در نقطه کانون جمع نمی شود، بلکه طبق شکل زیر یک پهنای کانون وجود دارد. اگر نقطه کانون را  $F$  بنامیم عرض کانون می شود:

$$FM = FO = \frac{R}{2}$$

چون مثلث  $CMD$  متساوی الساقین است و  $DM = R$  است، نتیجه می شود:

$$\cos i = \frac{R}{2CM}, \quad CM = \frac{R}{2 \cos i}$$



به علاوه برای CF داریم:

$$CF = CM - FM$$

و از آنجا

$$CF = \frac{R}{\gamma \cos i} - \frac{R}{\gamma} = \frac{R}{\gamma} \left( \frac{1}{\cos i} - 1 \right) \quad (1)$$

درمثلث قائم الزاویه CEF داریم:

$$\operatorname{tg} 2i = \frac{x}{CF} \rightarrow x = CF \cdot \operatorname{tg} 2i$$

به کمک معادله (۱) برای  $x$  به دست می آوریم:

$$x = \frac{R}{\gamma} \left( \frac{1}{\cos i} - 1 \right) \operatorname{tg} 2i \quad (2)$$

درمثلث قائم الزاویه DAM داریم:

$$\sin i = \frac{a}{R} \quad (3)$$

پس به کمک رابطه  $\cos^2 i + \sin^2 i = 1$  نتیجه می شود:

$$\cos i = \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}} \quad (۲)$$

برای تابع مثلثاتی دو برابر زاویه داریم:

$$\operatorname{tg} 2i = \frac{\sin 2i}{\cos 2i} = \frac{2 \sin i \cos i}{1 - 2 \sin^2 i}$$

سپس از معادلات (۳) و (۴) به دست می آید:

$$\operatorname{tg} 2i = \frac{2a \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{R \left(1 - \frac{2a^2}{R^2}\right)} \quad (۵)$$

در نتیجه برای مسیر  $x$  از روابط (۲)، (۴) و (۵) به دست می آید:

$$x = \frac{R}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}} - 1 \right) \frac{2a \cdot \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}}{R \left(1 - \frac{2a^2}{R^2}\right)}$$

$$x = \frac{a}{1 - \frac{2a^2}{R^2}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}} \right)$$

تقریب زیر را داریم:

$$1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}} \approx 1 - \left( 1 - \frac{a^2}{2R^2} \right) \approx \frac{a^2}{2R^2}$$

و

$$\frac{1}{1 - \frac{2a^2}{R^2}} \approx 1 + \frac{2a^2}{R^2}$$



بنابراین برای  $x$  به دست می آوریم:

$$x \approx a \left( 1 + \frac{2a^2}{R^2} \right) \cdot \frac{a^2}{2R^2} \approx \frac{a^3}{2R^2} + a \cdot \left( \frac{a^2}{R^2} \right)^2 \approx \frac{a^3}{2R^2}$$

در معادله بالا از جمله  $(a^2/R^2)^2$  صرف نظر کرده ایم. بنابراین اندازه گیرنده به تقریب می شود:

$$x \approx \frac{25^3}{2 \times 200^2} \text{ cm} \approx 2 \text{ mm}$$

جواب قسمت دوم مسئله از نسبت سطوح آینه ها به دست می آید. باید توجه داشت که در هر مورد گیرنده از تمام آینه، یعنی از تمام سطح مدور به شعاع  $a$ ، انرژی دریافت می کند. از محاسبات قبلی داریم:

$$a = \sqrt[3]{2R^2x}$$

مساحت مؤثر آینه متناسب است با  $a^2$ ، یعنی با

$$a^2 = \sqrt[3]{4R^4x^2}$$

کاهش شعاع گیرنده به  $1/8$  مقدار اولیه می دهد

$$a_1^2 = \sqrt[3]{4R^4 \left( \frac{x}{8} \right)^2}$$

بنابراین نسبت مساحتها می شود:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{a^2}{a_1^2} = \sqrt[3]{8^2} : 1 = 4 : 1$$

یعنی اگر اندازه گیرنده به  $1/8$  کاهش یابد انرژی دریافتی  $1/4$  می شود.

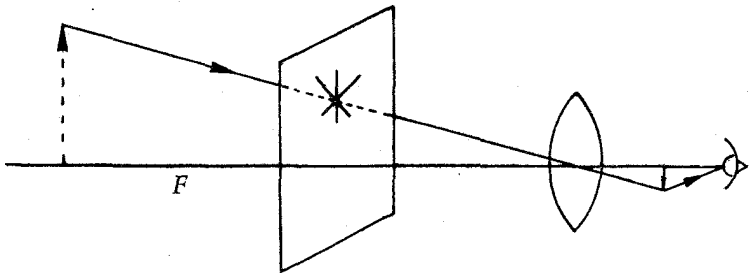
### مسئله تجربی

می خواهیم به طریق تجربی فاصله کانونی يك عدسی واگرا و دو عدسی همگرا را حداقل به دو روش تعیین کنیم. در يك روش از تصویر مجازی و

در روش دیگر از تصویر حقیقی استفاده می‌کنیم.

### تعیین فاصله کانونی يك عدسی همگرا روش اول

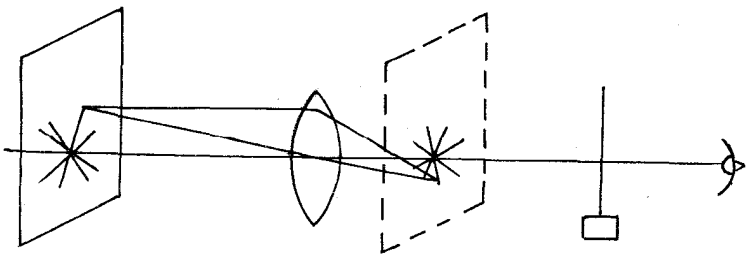
عدسی را در فاصله‌ای از پرده قرار می‌دهیم که يك تصویر مجازی به دست آید. این تصویر را طبق شکل با چشم نگاه می‌کنیم. سپس عدسی را به مرور به کنار می‌کشیم تا تصویر مجازی محو شود. در این لحظه فاصله



میان پرده و عدسی همان فاصله کانونی است. این فاصله را چندین بار با تنظیم مجدد عدسی اندازه می‌گیریم.

### روش دوم

عدسی را طوری قرار می‌دهیم که يك تصویر حقیقی دیده شود. ناظر تصویر را در جلو عدسی، طبق شکل، می‌بیند. محل دقیق تصویر به کمک میله



سیممی پایه‌دار مشخص می‌شود. تطابق تصویر و میله بر مبنای حذف اختلاف منظر تعیین می‌شود. ناظر سر خود را از يك طرف به طرف دیگر حرکت

می‌دهد و بسته تغییر محل نسبی میله دقت می‌کند و به تدریج آن را به محلی می‌برد که در آن نسبت به تصویر، به هنگام حرکت سر، بی‌حرکت می‌ماند. سپس فواصل  $s_1$  و  $s_2$  اندازه گرفته می‌شوند و فاصله کانونی از معادله

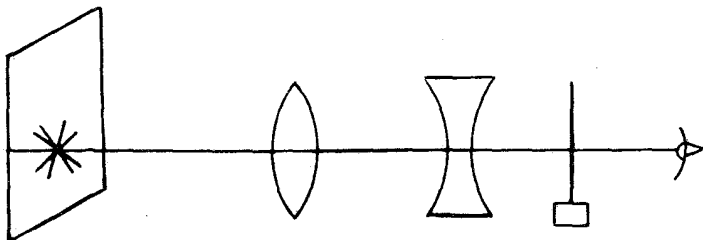
$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f}$$

به دست می‌آید.

اندازه‌گیریها را باید با تنظیمهای متفاوت انجام داد. ناظر، برای اینکه محل پرده را در دو برابر فاصله کانونی تنظیم کند، باید مطلوبترین وضعیت دستگاهها را تعیین کند. (فاصله کانونی عدسیهای همگرا  $f_1 = +7 \text{ cm}$  و  $f_2 = +13 \text{ cm}$  است.)

### فاصله کانونی عدسی واگرا

پس از تعیین فاصله کانونی یکی از عدسیهای همگرا مجموعه‌ای طبق شکل تنظیم می‌کنیم.



از طریق روشی که در بالا توضیح داده شد محل کانون سیستم به دست می‌آید. فواصل لازم اندازه‌گیری می‌شوند: پرده - عدسی همگرا، عدسی همگرا - عدسی واگرا، عدسی واگرا - تصویر. سپس محاسبات انجام می‌شود (امکانات مختلف در نظر گرفته شود).

به محوشدن تصویر مجازی توجه می‌کنیم. تصویر حقیقی عدسی همگرا به منزله یک تصویر مجازی برای عدسی واگراست. مکان آن را با میله مشخص می‌کنیم. عدسی واگرا در فاصله  $f \gg a$  یک تصویر مجازی تولید

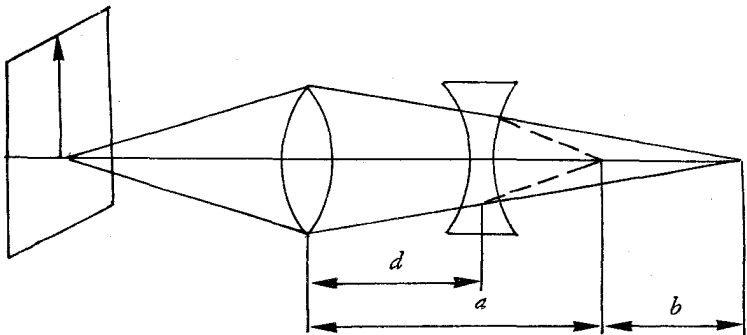
می‌کند. با کاهش  $a$ ، در لحظه‌ای تصویر مجازی محومی شود و بنا بر این فاصلهٔ میان میله و عدسی برابر فاصلهٔ کانونی عدسی و اگر است ( $f_3 = -10 \text{ cm}$ ). عدسیها را کاملاً بهم نزدیک می‌کنیم. تصویر مجازی از بین می‌رود، و فواصل کانونی از رابطهٔ

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

به دست می‌آید. ( $F$  فاصلهٔ کانونی سیستم است.  $f_1$  و  $f_2$  فواصل کانونی دو عدسی اند.) محل تصویر حقیقی را که عدسی همگرا ایجاد می‌کند مشخص می‌کنیم. عدسی واگرا را طوری تنظیم می‌کنیم که یک تصویر حقیقی ایجاد شود. فاصلهٔ میان عدسیها و نیز فاصلهٔ عدسی واگرا تا تصویر حقیقی نیز اندازه گرفته می‌شود. فاصلهٔ کانونی عدسی واگرا از معادلهٔ زیر به دست می‌آید (شکل):

$$\frac{1}{d-a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{b(d-a)}{d-a+b}$$



## پنجمین المپیاد بین الملل فیزیک

بلغارستان، ۱۳۵۰

### مسائل

#### مسئله ۱

روی یک گوه صاف بی اصطکاک به جرم  $M$  دو جسم به جرم  $m_1$  و  $m_2$  قرار گرفته اند که به کمک ریسمانی به یکدیگر متصل اند. این ریسمان از روی قرقه ای که در رأس گوه قرار گرفته می گذرد. زوایای داخلی دو سطح شیب دار گوه نسبت به سطح افقی  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  است. از جرم ریسمان و قرقه، و همچنین از گشتاور لختی قرقه، صرف نظر می کنیم. ابتدا محل دستگاه روی سطح افقی ساکن است. اگر تنها نیروی ثقل بر دستگاه وارد شود، شتاب گوه را حساب کنید.

رابطه میان شتاب دو جسم و شتاب گوه چگونه است؟

نسبت دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  چقدر باشد تا گوه ساکن بماند، در حالی که دو جسم روی آن سر می خورند؟ به طور کلی از اصطکاکها صرف نظر شود.

## مسئله ۲

محفظه‌ای با هوا به دمای  $0^{\circ}\text{C}$  و فشار  $P_0 = 1/334 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$  پر می‌شود. در این محفظه یک لوله شیشه‌ای عمودی با سطح مقطع  $s = 1 \text{ cm}^2$  قرار دارد. انتهای بالایی لوله طوری بسته است که هوا داخل و خارج نشود. انتهای پایینی در یک ظرف با محتوای جیوه قرار دارد. ارتفاع جیوه در لوله از سطح جیوه در ظرف برابر  $h_0 = 700 \text{ mm}$  است. داخل لوله بالای جیوه هیدروژن قرار دارد.

با جا به جا کردن یک دیوار محفظه، فشار هوای داخل محفظه به طور هم‌دما تا  $p_1 = 8 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$  کاهش داده می‌شود. ستون جیوه به ارتفاع  $h_1 = 400 \text{ mm}$  می‌رسد. دما با حجم ثابت تا  $T_1$  افزایش داده می‌شود. حالا ارتفاع ستون جیوه به  $h_2 = 500 \text{ mm}$  می‌رسد. پس از آن حجم هوا در فشار ثابت افزایش داده می‌شود تا ارتفاع ستون جیوه به  $h = 450 \text{ mm}$  برسد.

با فرض اینکه سیستم همواره در تعادل ترمودینامیکی است، مطلوب است:

۱. جرم هیدروژن،

۲. دمای  $T_1$ ،

۳. فشار هیدروژن در حالت نهایی.

چگالی جیوه در دمای  $0^{\circ}\text{C}$  برابر است با  $\rho_0 = 1/36 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ؛

ضریب انبساط حجمی جیوه برابر است با  $\alpha = 1/8 \times 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$ ؛

ثابت گازها برابر است با  $R = 8/317 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kmol}^{-1}\cdot\text{grad}^{-1}$ . از

انبساط شیشه و از تغییر مقدار جیوه در ظرف صرف نظر می‌کنیم.

تذکره:

اگر  $\Delta T$ ، حداکثر تفاوت دمای حالت‌های سیستم باشد، فرض کنید:

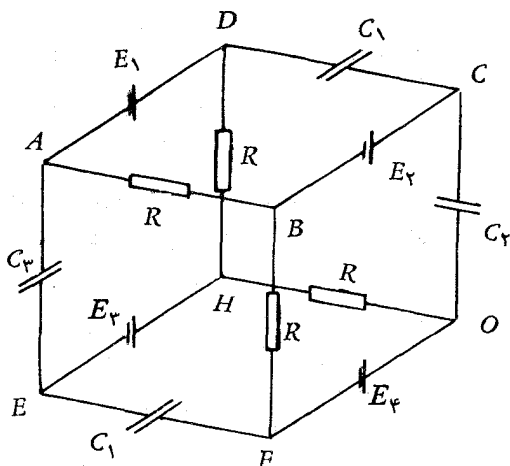
$$\alpha : \Delta T = x \ll 1$$

سپس از تقریب زیر استفاده کنید:

$$\frac{1}{1+x} = 1-x$$

### مسئله ۳

در مدار زیر  $E_1, E_2, E_3, E_4$  و منابعی ولتاژ مستقیم اند. تمام مقاومتها مقدار یکسان  $R$  را دارند، و از مقاومتهای داخلی منابع ولتاژ صرف نظر می کنیم.



انرژی لازم برای پر کردن خازنهای  $C_1, C_2, C_3, C_4$  را حساب کنید:  $W = CU^2/2$ . بار خازنهای  $C_2$  را برای موقعی که نقاط H و B اتصال (کوتاه) داشته باشند حساب کنید. مقادیر عددی:

$$E_1 = 4V, E_2 = 8V, E_3 = 12V, E_4 = 16V,$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1 \mu F$$

### مسئله ۴

در جلو یسک آینه تخت يك آکواریوم کروی از شیشه نازک پر از آب قرار دارد. شعاع آکواریوم  $r$  و فاصله مرکز آن تا آینه  $3r$  است. ناظری بر روی خط عمود بر آینه که از مرکز آکواریوم می گذرد در فاصله زیادی

قرار گرفته است. يك ماهی در دورترین نقطه آکواریوم نسبت به ناظر قرار گرفته است. این ماهی با سرعت  $v$  به طور عمود در امتداد دیوار آکواریوم حرکت می کند. تصاویری که ناظر می بیند با چه سرعت نسبی از یکدیگر دور می شوند؟ ضریب شکست آب:  $n = 4/3$ .

### مسئله تجربی

وسائیل زیر در اختیاراند: يك منبع نیروی الکتروموتوری، يك دستگاه اندازه گیری جریان، يك دستگاه اندازه گیری ولتاژ، يك رثوستا و رسانای قابل خم شدن.

به کمک يك مدار مناسب از وسائیل فوق و اندازه گیریهای لازم نمودار بستگی توان مفید  $P$  به شدت جریان  $I$  را رسم کنید. با استفاده از داده های این نمودار موارد زیر را انجام دهید:

۱. محاسبه مقاومت داخلی منبع،  $R_i$ .
۲. محاسبه ولتاژ الکتروموتوری منبع،  $E$ .
۳. رسم نمودار بستگی توان مفید  $P$  به مقاومت خارجی  $R_a$ .
۴. رسم نمودار بستگی توان ظاهری  $P_1$  به مقاومت خارجی  $R_a$ .
۵. رسم نمودار بستگی بازدهی منبع  $\eta$  به مقاومت خارجی  $R_a$ .

تذکره:

نمودار اصلی بستگی توان مفید به شدت جریان را به کمک حداقل ۳۰ تا ۳۵ نقطه رسم کنید.

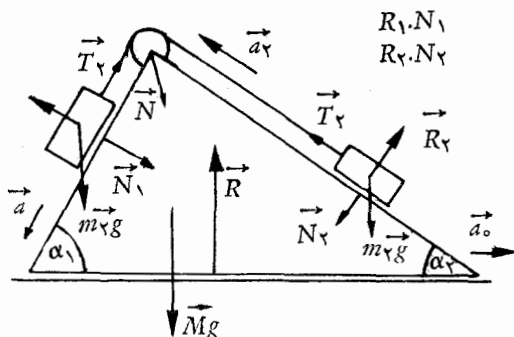
## حل مسائل

### مسئله ۱

در شکل، نیروهای وارده رسم شده اند.

چون قرقره ها و ریسمان تأثیری بر توزیع نیروها ندارند، داریم:





$$T_1 = T_2 = T \quad \text{و} \quad a_1' = a_2' = a'$$

برای شتاب مطلق دو جسم داریم:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_1' + \vec{a}_0$$

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_2' + \vec{a}_0$$

برایند نیروهای که به هر جسم وارد می شود بدصورت زیر خواهد شد:

$$m_1(\vec{a}_1 + \vec{a}_0) = m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{R}_1$$

$$m_2(\vec{a}_2 + \vec{a}_0) = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{R}_2$$

$$\vec{M}\vec{a}_0 = \vec{M}\vec{g} + \vec{R} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}$$

$$\vec{N} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$$

نیروها را به مؤلفه‌هایشان تقسیم می کنیم:

$$m_1(a' - a_0 \cos \alpha_1) = m_1 g \sin \alpha_1 - T \quad (1)$$

$$m_2(a' - a_0 \cos \alpha_2) = m_2 g \sin \alpha_2 + T \quad (2)$$

$$M a_0 = N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + T(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad (3)$$

$$m_1 a_0 \sin \alpha_1 = m_1 g \cos \alpha_1 - N_1 \quad (4)$$

$$m_2 a_0 \sin \alpha_2 = N_2 - m_2 g \cos \alpha_2 \quad (5)$$

با جمع کردن دو معادلهٔ اول به دست می آوریم:

$$(m_1 + m_2)a' - (m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2)a_0 = \\ = (m_1 \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2)g$$

$$a' = \frac{m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2 g}{m_1 + m_2} \quad (۶)$$

برای محاسبهٔ شتاب  $a_0$  معادلهٔ (۴) را در  $\sin \alpha_1$  و معادلهٔ (۵) را در  $\sin \alpha_2$  ضرب و نتیجه را با یکدیگر جمع می کنیم:

$$(m_1 \sin^2 \alpha_1 + m_2 \sin^2 \alpha_2)a_0 = \\ = (m_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)g + \\ + (N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2) \quad (۷)$$

حالا معادلهٔ (۱) را در  $\cos \alpha_1$  و معادلهٔ (۲) را در  $\cos \alpha_2$  ضرب و نتیجه را جمع می کنیم:

$$T(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) = a'(m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2) - \\ - a_0(m_1 \cos^2 \alpha_1 + m_2 \cos^2 \alpha_2) - \\ - g(m_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + m_2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2) \quad (۸)$$

معادلهٔ سوم را به صورت زیر تغییر می دهیم:

$$N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 = Ma_0 - T(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad (۹)$$

$a_0$  را می توان به کمک معادلات (۶)، (۷)، (۸) و (۹) به دست آورد:

(۱۰)

$$a_0 = \frac{(m_1 \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2)(m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2)g}{(M + m_1 + m_2)(m_1 + m_2) - (m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2)}$$

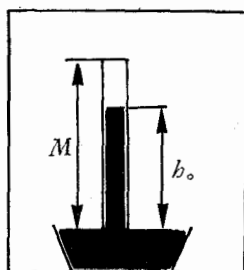
به ازای  $a_0 = 0$  به دست می آوریم:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$$

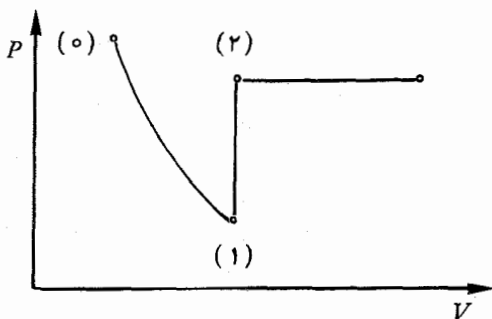
به کمک این رابطه از معادله (۶) به دست می‌آید  $a' = 0$ . بنابراین، در شرایط داده شده ممکن نیست که دو جسم روی گوه حرکت کنند، ولی گوه خودش ساکن بماند.

## مسئله ۲

تصویر زیر شرایط اولیه را نشان می‌دهد.



تغییر حالت‌های هوای داخل محفظه را می‌توان از طریق نمودار  $P-V$  نمایش داد.



برای محاسبه از تمادهای معمول استفاده می‌کنیم. شاخص پایین نمادها حالت مربوطه را نشان می‌دهند. برای حالت نهایی هیچ شاخصی در نظر گرفته نشده است. تمام کمیت‌های مربوط به هیدروژن پریم دارند.  $T_0$  دمای مطلق در  $0^\circ\text{C}$  است. محاسبات بر مبنای معادله حالت گاز کامل است:

$$P \cdot V = nkT$$

بنا بر نمودار  $P-V$  از تغییر حالت (۱)  $\rightarrow$  (۰) برای هیدروژن داریم:

$$(p_0 - h_0 \rho_0 g)(H - h_0)S = (p_1 - h_1 \rho_0 g)(H - h_1)S$$

و بنا بر این برای ارتفاع  $H$ :

$$H = \frac{(p_0 - h_0 \rho_0 g)h_0 - (p_1 - h_1 \rho_0 g)h_1}{p_0 - p_1 - (h_0 - h_1)\rho_0 g} \quad (1)$$

برای جرم هیدروژن،  $m'$ ، به دست می آید:

$$n = \frac{m'}{\mu'}$$

$$m' = \frac{\mu'}{RT_0} \cdot (p_0 - h_0 \rho_0 g)(H - h_0)S$$

که در آن  $H$  در معادله (۱) داده شده است. در تغییر حالت (۲)  $\rightarrow$  (۱) تغییر دما پیش می آید. تغییر چگالی جیوه به هنگام افزایش دما می دهد:

$$\rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \beta(T_2 - T_0)} = \rho_0 [1 - \beta(T_2 - T_0)]$$

به همین دلیل فرایند (۲)  $\rightarrow$  (۱) برای هیدروژن هم-حجم نیست و تغییر حجم را باید در نظر گرفت:

$$\frac{S}{T_2} (H - h_2)(p_2 - \rho_2 h_2 g) = \frac{S}{T_0} (H - h_1)(p_1 - \rho_0 h_1 g) \quad (2)$$

در مورد هوا فرایند (۲)  $\rightarrow$  (۱) هم-حجم است، و بنا بر این:

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_0}$$

از معادله  $\rho_2$  که استفاده کنیم به دست می آوریم:

$$T_2 = \frac{T_0 h_2 \rho_0 g (1 + \beta T_0)}{p_1 - \frac{H - h_1}{H - h_2} (p_1 - h_1 \rho_0 g) + H_2 \rho_0 g \beta T_0}$$

که  $H$  در معادله (۱) داده شده است. فشار هیدروژن در حالت نهایی می شود:

$$p' = p_2 - h\rho_0 g [1 - \beta(T - T_0)] \quad (3)$$

چون حجم هوا در حالت نهایی مشخص نیست، برای تعیین دمای  $T$  معادله ای شبیه به معادله (۲) به کار می بریم:

$$\begin{aligned} T[p_2 - h\rho_0 g(1 - \beta(T_2 - T_0))](H - h_2) &= \\ &= T_2[p_2 - h\rho_0 g(1 - \beta(T - T_0))](H - h) \end{aligned}$$

به کمک این رابطه می توان  $T$  را، با دقتی متناسب با  $\beta\Delta T$  حساب کرد. اما از معادله (۳) دیده می شود که این دقت ضروری نیست و بنابراین در معادله بالا می توان از جمله های متناسب با  $\beta$  صرف نظر کرد. نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} p' &= k_2 p_1 - \\ &- h\rho_0 g \cdot \left[ 1 - T_0 \left( k_2 \frac{(k_2 p_1 - h\rho_0 g)(H - h)}{(k_2 p_1 - h_2 \rho_0 g)(H - h_2)} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

که در آن  $H$  از معادله (۱) داده شده است و

$$k_2 = \frac{T_2}{T_0}$$

نتایج عددی:

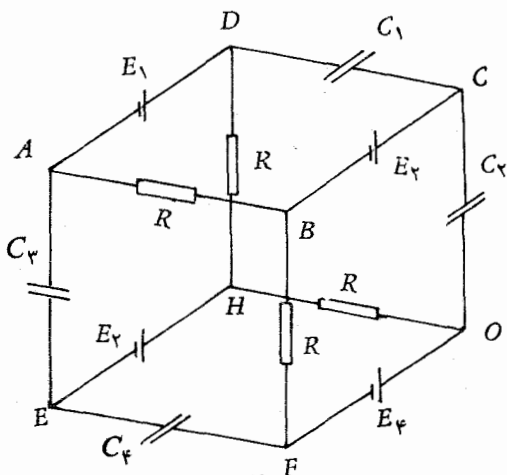
$$H = 1300 \text{ mm}, m' = 2/11 \times 10^{-6} \text{ kg}, T_2 = 358 \text{ K} = 85 \text{ C},$$

$$p' = 4/58 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$$

### مسئله ۳

برای محاسبه پتانسیل نقاط مختلف، فرض می کنیم در رأس  $E$  پتانسیل  $\varphi_E = 0$  باشد. شدت جریان در مدار ADHGFBA می شود:

$$I = \frac{E_4 - E_1}{4R}$$



برای پتانسیل نقاط مختلف به دست می آوریم:

$$\varphi_E = 0$$

$$\varphi_H = \varphi_E + E_3 = E_3$$

$$\varphi_D = \varphi_H - IR = E_3 - \frac{E_4 - E_1}{\frac{1}{\rho}} = \frac{1}{\rho} (\rho E_3 - E_4 + E_1)$$

$$\varphi_A = \varphi_D - E_1 = \frac{1}{\rho} (E_3 - E_4 + E_1) - E_1 = \frac{1}{\rho} (\rho E_3 - E_4 - \rho E_1)$$

$$\varphi_B = \varphi_A - IR = \frac{1}{\rho} (\rho E_3 - E_4 - E_1)$$

$$\varphi_C = \varphi_B + E_2 = \frac{1}{\rho} (\rho E_3 - \rho E_2 - E_4 - E_1)$$

$$\varphi_F = \varphi_B - IR = \frac{1}{\rho} (\rho E_3 - \rho E_4 - E_1)$$

$$\varphi_G + \varphi_A + IR = \frac{1}{\rho} (\rho E_3 + E_4 - E_1)$$

پس از نشانیدن مقادیر عددی به دست می آید:

$$\varphi_E = 0 \text{ V}; \varphi_A = 5 \text{ V}; \varphi_B = 1 \text{ V}; \varphi_C = 10 \text{ V}; \varphi_D = 9 \text{ V};$$

$$\varphi_F = -1 \text{ V}; \varphi_G = -15 \text{ V}; \varphi_H = 12 \text{ V}$$

انرژی لازم برای پرکردن خازن  $C_F$  برابر است با:

$$W_F = \frac{C_F(\varphi_E - \varphi_F)^2}{2}$$

برای انرژی خازنهای دیگر مقادیر مشابهی به دست می آید. به این ترتیب برای انرژی کل به دست می آید:

$$W = \frac{C_1}{2} (\varphi_E - \varphi_F)^2 + (\varphi_E - \varphi_A)^2 +$$

$$+ (\varphi_C - \varphi_D)^2 + (\varphi_C - \varphi_G)^2$$

$$W = 326 \mu\text{J}$$

پس از اتصال نقاط H و B برای پتانسیل نقاط C و G به دست می آوریم:

$$\varphi_C = E_1 + E_2 = 5 \text{ V}$$

$$\varphi_G = \frac{E_F}{2} + E_3 = 5 \text{ V}$$

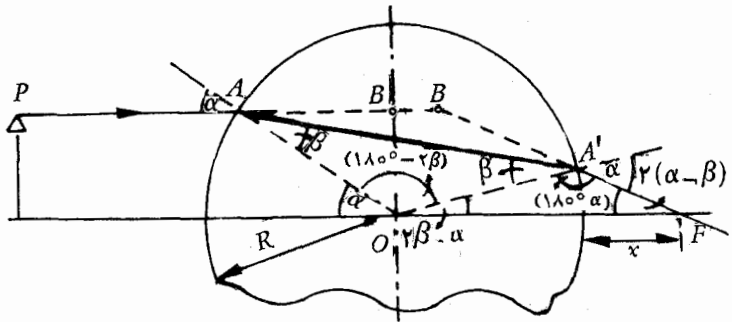
و از آنجا بار خازن  $C_F$  می شود:

$$Q_{C_F} = 0$$

#### مسئله ۴

برای تعیین تصویر يك شیء كوچك در جلو يك عدسی كروی، دو پرتو نوری به كار می بریم: يك پرتو كه از مركز عدسی می گذرد و دیگری افقی. جهت شعاع PO تغییر نمی كند، اما پرتو PA بر طبق قانون شکست نور تغییر جهت می دهد (ر.ك شكل).

از رابطه  $\sin \alpha / \sin \beta = n$  به ازای  $\alpha \rightarrow 0$  به دست می آید:



$$\alpha = n \cdot \beta$$

از مثلث OAF نتیجه می شود:

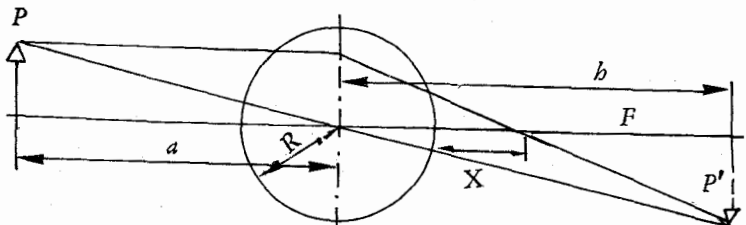
$$\frac{R+x}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{R}{\sin 2(\alpha - \beta)}$$

یا

$$\frac{R+x}{\alpha} = \frac{R}{2(\alpha - \beta)} ; \quad x = \frac{R(\gamma - n)}{2(n - 1)}$$

برای این عدسی کروی می توان معادله عدسیهای نازک را به کار برد. به راحتی دیده می شود که به هنگام  $\alpha \rightarrow 0$  صفحه شکست از نقاط O و B می گذرد و بر خط AB عمود است. به این ترتیب برای فاصله کانونی عدسی به دست می آوریم:

$$f = R + x$$





از معادله

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

بزرگنمایی زیر را می توان حساب کرد:

$$W = \frac{b}{a}$$

به دست آوریم:

$$(1) \text{ هر گاه } a_1 = R \text{ ؛ } b_1 = nR/n - 2$$

$$W_1 = \left| \frac{n}{n-2} \right|$$

$$(2) \text{ هر گاه } a_2 = 5R \text{ ؛ } b_2 = 5nR/9n - 10$$

$$W_2 = \frac{n}{9n-10}$$

$W_2$  بزرگنمایی تصویر آینه ای است. وقتی ماهی با سرعت  $v$  حرکت کند، ناظر سرعت  $v' = w \cdot v$  را مشاهده می کند. بنابراین سرعت نسبی مطلوب می شود:

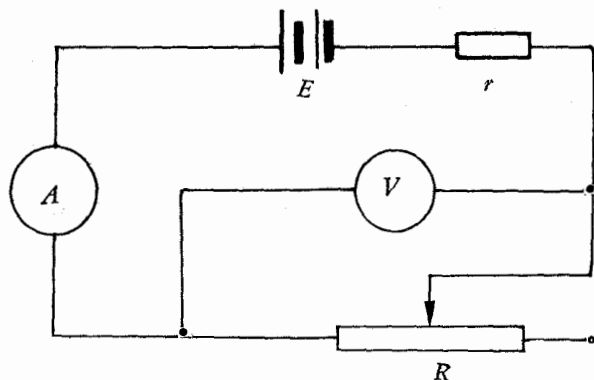
$$v_r = v'_1 + v'_2 = \left( \frac{n}{2-n} + \frac{n}{9n-10} \right) v$$

$$v_r = \frac{8}{3} v$$

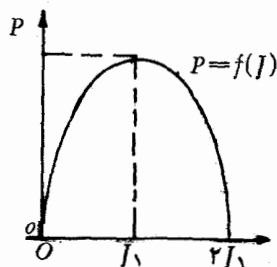
### مسئله تجربی

شکل زیر منبع تغذیه، دستگاه اندازه گیری شدت جریان، دستگاه اندازه گیری ولتاژ، و مقاومت را در مدار نشان می دهد.

با تغییر مقاومت  $R$  و اندازه گیری ولتاژ  $U$  به ازای هر مقدار مقاومت، از حاصل ضرب  $P = IU$  توان به دست می آید. نمودار این وابستگی یک سهمی



را نشان می‌دهد (ر.ک شکل).



به راحتی می‌توان نشان داد که با تعیین حداکثر توان  $P_{\max}$  و  $I$ ، شدت جریان متناظر با آن می‌توان ولتاژ الکتروموتوری منبع و مقاومت داخلی آن را حساب کرد. معادلات زیر را در نظر می‌گیریم:

$$I = \frac{E}{r+R} \quad (1)$$

$$U = IR \quad (2)$$

$$P = IU = \frac{E^2 R}{(r+R)^2} = I^2 R \quad (3)$$

$$E = IR + Ir = I(r+R) \quad (4)$$

$$P = EI - rI^2 = f(I) \quad (5)$$

برای حداکثر توان به دست می آید:

$$P' = \frac{dP}{dI} = E - 2rI = 0; \quad P'' = -2r < 0$$

$$I_1 = \frac{E}{2r} \quad (۶)$$

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4r} \quad (۷)$$

از معادلات (۶) و (۷) می توان کمیت های مجهول  $E$  و  $r$  را از مقادیر به دست آمده از نمودار برای  $P_{\max}$  و  $I$  به دست آورد:

$$E = \frac{2P_{\max}}{I_1} \quad (۸)$$

$$r = \frac{P_{\max}}{I_1^2} \quad (۹)$$

بستگی توان  $P$  به مقاومت خارجی  $R$  از معادله (۳) به دست می آید. توان و شدت جریان از نمودار به دست می آید. مقاومت برطبق معادله (۳) حساب می شود. برای محاسبه رابطه میان توان ظاهری  $P_1$  و مقاومت  $R$  از معادله (۵) شروع می کنیم. مقادیر  $P$  و  $I$  از نمودار به دست می آیند. مقاومت متناظر با  $I$  و  $P$  از نمودار  $R-P$  به دست می آید. ضریب بازدهی می شود:

$$\eta = \frac{P}{P_1}$$

از نمودار  $R-P$  یا  $R-P_1$  مقادیر  $P$  و  $P_1$  متناظر با  $R$  به دست می آیند و از آنجا  $\eta$  حساب می شود. ترسیم نموداری  $\eta = f(R)$  نمودار مطلوب را به دست می دهد.

## ششمین المپیاد بین الملل فیزیک

رومانی، ۱۳۵۱

### مسائل

#### مسئله ۱. مکانیک

سه استوانه با جرم، طول، و شعاع خارجی یکسان روی یک سطح شیب دار قرار دارند. ضریب اصطکاک لغزشی،  $\mu$ ، روی سطح مشخص و برای همه استوانه‌ها یکسان است. استوانه اول توخالی است (لوله)، دومی همگن است، و سومی مانند اولی توخالی است، اما با درهایی که از جرمشان می‌توان صرف نظر کرد بسته شده است و داخل آن پر از مایعی است که چگالی آن برابر چگالی دیواره استوانه است. از اصطکاک مایع با دیواره‌های استوانه می‌توان صرف نظر کرد. چگالی استوانه اول  $n$  برابر چگالی استوانه دوم یا سوم است.

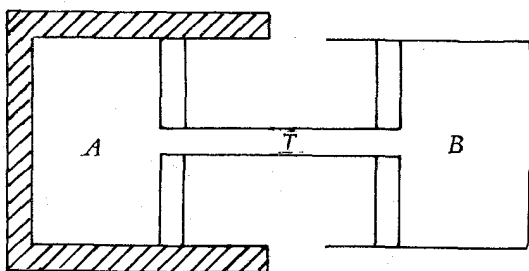
۱. هر گاه استوانه‌ها بغلتند و لغزشی پیش نیاید، شتاب خطی هر کدام

چقدر خواهد بود؟ این شتابها را با یکدیگر مقایسه کنید.

۲. زاویه شیب سطح، از چه شرطی تبعیت کند تا هیچ يك از استوانه‌ها نلغزند (فقط بغاسند)!
۳. رابطه میان شتابهای زاویه‌ای را در موردی که استوانه هم می‌غلزند و هم می‌لغزند به دست آورید! شتابهای زاویه‌ای را مقایسه کنید.
۴. نیروی میان مایع و دیواره استوانه را در موردی که لغزش و غلتش همزمان پیش می‌آیند حساب کنید! جرم مایع،  $m$ ، معین است.

## مسئله ۲. فیزیک مولکولی

دو استوانه  $A$  و  $B$  با قطر مساوی پیستونهایی دارند که آزادانه حرکت می‌کنند (از جرم آنها می‌توان صرف نظر کرد)، ولی دسته پیستونها بهم وصل است. این دسته از يك لوله کوتاه تشکیل شده است. لوله شیری دارد،  $T$ ، که ابتدا بسته است. لوله از وسط صفحه پیستون نیز می‌گذرد.



استوانه  $A$  و پیستون متعلق به آن به طور بی در رو (آدیا باتیک) عایق شده‌اند. اما دور استوانه  $B$  ترموستاتی است که دمای آن  $T = 27^\circ\text{C}$  است. ابتدا پیستون استوانه  $A$  را نگه می‌داریم. داخل استوانه  $A$  گاز آرگون به جرم  $m = 32\text{ kg}$  وجود دارد. فشار این گاز بزرگتر از فشار جو است. داخل استوانه  $B$  (به حجم  $V = 5/54\text{ m}^3$ ) گاز اکسیژن در فشار متعارف جو وجود دارد. سپس پیستون  $A$  را آزاد می‌گذاریم تا حرکت کند. پس از برقراری حالت تعادل، مشاهده می‌کنیم که حجم گاز در  $A$  هشت برابر شده است، و یا در استوانه  $B$  چگالی اکسیژن دو برابر شده است.

فرض می شود مقدار گرمای  $Q = 747/9 \times 10^4$  به ترموستات داده شده است:

۱. نشان دهید که بر مبنای نظریه جنبشی گازها (بررسی برخورد مولکولهای گاز با پیستون متحرک) گاز داخل پیستون A از معادله زیر پیروی می کند:

$$T.V^{2/3} = \text{const.}$$

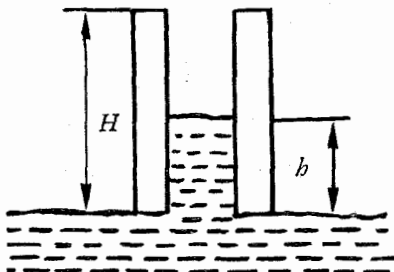
۲. پارامترهای  $T, P$  و  $V$  را برای گاز آرگون در حالت های اولیه و نهایی تعیین کنید.

۳. فشار نهایی مخلوط گاز، پس از باز کردن شیر  $T$  میان دو استوانه چقدر است؟

جرم مولی آرگون برابر است با  $M = 40 \text{ kg kmol}^{-1}$  (شیر پس از برقراری حالت تعادل باز می شود).

### مسئله ۳. الکتروسیسته

خازنی داریم چهار گوش و تخت و باردار شده. انتهای پایین آن را بایک مایع دی الکتریک تماس می دهیم بدون اینکه خازن در آن وارد شود. مایع میان صفحات خازن تا چه حد بالا می آید (ر.ك شكل)؟ این پدیده را توضیح دهید.



از اثر موینگی (کاپیلار) صرف نظر می شود. فاصله میان صفحات خازن را بسیار کمتر از عرض یا ارتفاع خازن می گیریم. میدان الکتریکی

اولیه خازن  $E$ ،  $\rho$  چگالی،  $\epsilon$  ثابت دی الکتریک نسبی مایع، و  $H$  ارتفاع خازن مفروضاند: جواب را توضیح دهید!

### مسئله ۴. اپتیک

یک عدسی تخت-کوژ نازک به قطر  $2r$ ، شعاع انحنای  $R$ ، و ضریب شکست  $n_0$  را طوری قرار می دهیم که در سمت چپ آن هوا ( $n_1 = 1$ ) و سمت راست آن یک مایع شفاف با ضریب شکست  $n_2 \neq 1$  باشد. سمت کوژ عدسی با هوا در تماس است. یک منبع نوری نقطه‌ای شکل تک-فام در فاصله  $s_1$  از عدسی بر روی محور اصلی اپتیکی در هوا قرار دارد.

۱. به کمک تقریب گاوس نشان دهید که رابطه زیر میان محل تصویر

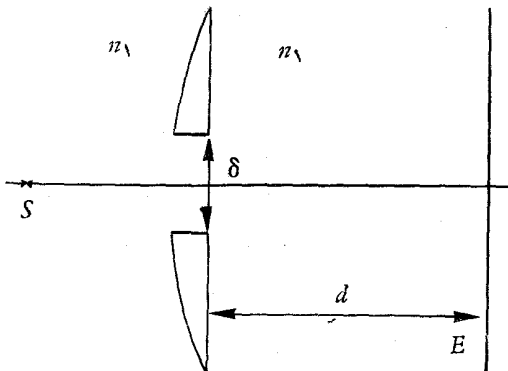
با فاصله  $s_2$  از عدسی و محل منبع نوری برقرار است:

$$\frac{f_1}{s_1} + \frac{f_2}{s_2} = 1$$

$f_1$  و  $f_2$  فاصله‌های کانونی عدسی در هوا و در مایع با ضریب شکست  $n_2$  است. تمام ضریب شکستها مطلق‌اند.

۲. عدسی عمود بر صفحه تخت آن به دو قسمت مساوی بریده می شود.

این دو قسمت را تا فاصله  $\delta \ll r$  از یکدیگر جدا می کنیم (زوج عدسیهای



بیله\*). بر روی محور تقارن سیستمی که به دست می آید در فاصله  $s_1$  ( $s_1 > f_1$ )، یک منبع نوری نقطه ای شکل قرار داده می شود (ر.ک شکل). سمت راست سیستم در فاصله  $l$  پرده E قرار می گیرد. این پرده موازی با عدسیها است. هر گاه سمت راست هم هوا باشد، بر روی پرده N نوار تداخلی ایجاد می شود.

N را به عنوان تابعی از طول موج به دست آورید.

### مسئله تجربی

دو جسم استوانه شکل (با شکل خارجی و از جنس یکسان)، یک خط کش مدرج و یک خط کش بدون درجه بندی، و همچنین ظرفی با آب در اختیار داریم.

می دانیم که یکی از دو جسم همگن است، اما دیگری داخلش خالی است با خصوصیات زیر:

(الف) شکل آن استوانه ای است.

(ب) محور آن موازی محور جسم است.

(ج) برای محاسبه می توان فرض کرد که طول آن عملاً برابر طول جسم است.

مطلوب است تعیین تجربی و محاسبه نظری

۱. چگالی نسبی ماده ای که اجسام از آن ساخته شده اند نسبت به آب.

۲. شعاع فضای خالی داخل استوانه.

۳. فاصله میان محور جسم استوانه ای و محور فضای خالی.

۴. منابع خطا را نام ببرید و مشخص کنید کدام یک روی نتایج آزمایش بیش از همه تأثیر دارند (محاسبه خطا) هر راه حلی را که پیدا می کنید شرح دهید! (تنها از دستگاههایی که نام برده شد استفاده می کنید).



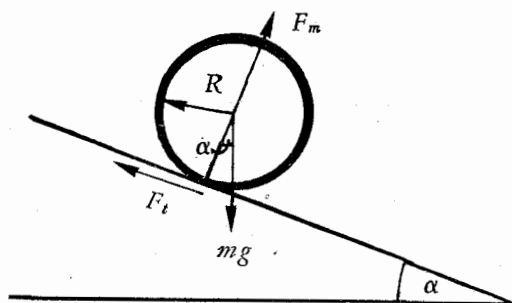
## حل مسائل

### مسئله ۱

برای تعیین شتاب خطی از روی شکل رابطه زیر را می نویسیم:

$$mg \sin \alpha - F_f = ma \quad (1)$$

شتاب زاویه ای  $\epsilon = a : R$ ;  $I =$  گشتاور لختی،  $\epsilon = a : R$



برای جرمها داریم:

$$m_1 = (R^2 - r^2)\pi h \rho_1 \quad (2)$$

$$m_2 = R^2 \pi h \rho_2 \quad (3)$$

از آنجا به دست می آوریم:

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 - \frac{1}{n}; \quad n = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

برای گشتاور لختی به کمک معادلات (۲) و (۳) پس از انتگرال گیری به دست

می آوریم:

$$I_1 = \frac{1}{2} m R^2 \left(2 - \frac{1}{n}\right), \quad I_2 = \frac{1}{2} m R^2,$$

$$I_{\gamma} = \frac{1}{\gamma} m R^{\gamma} \left( \frac{\gamma}{n} - \frac{1}{n^{\gamma}} \right)$$

بداین ترتیب شتابهای خطی می شود:

$$a_1 = \frac{\gamma g \sin \alpha}{\gamma + \left(1 - \frac{1}{n}\right)}, \quad a_{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma} g \sin \alpha, \quad a_n = \frac{\gamma g \sin \alpha}{\gamma - \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

یعنی  $a_1 < a_{\gamma} < a_n$

جسم به این شرط می لغزد که  $F_f < \mu F_N$

$$F_N = mg \cos \alpha \quad (\gamma)$$

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{F_N}{F_f}, \quad \operatorname{tg} \alpha < \mu \left( 1 + \frac{m R^{\gamma}}{I_{\max}} \right)$$

بیشترین گشتاور لختی را جسم اول دارد. پس برای زاویه  $\alpha$  داریم:

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{\gamma n - 1}{\gamma n - 1} \mu$$

از معادلات (۱) و (۷) شتاب زاویه ای  $\varepsilon$  به دست می آید:

$$\varepsilon = \frac{1}{I} \cdot F_f R = \frac{R}{I} \mu mg \cos \alpha;$$

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_{\gamma} : \varepsilon_n = \frac{1}{I_1} : \frac{1}{I_{\gamma}} : \frac{1}{I_n} = 1 : \left( \gamma - \frac{1}{n} \right) : n$$

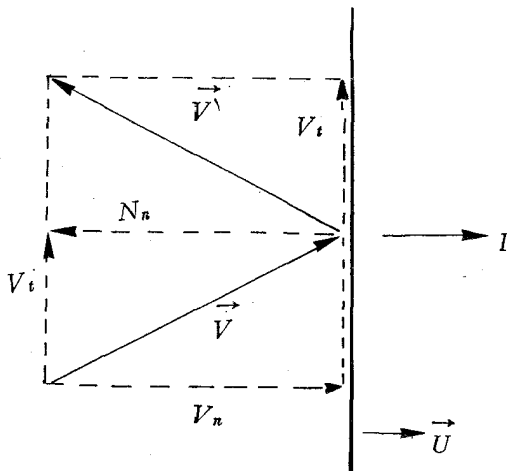
نیروی واکنش  $F$  از مجموع نیروهای  $F_N$  و  $F_f$  به دست می آید ( $m_{fl}$ : جرم مایع):

$$F = F_N - F_f; \quad F_N = m_{fl} g \cos \alpha, \quad F_f = \mu F_N$$

$$F = m_{fl} g \cos \alpha \sqrt{1 + \mu^2}$$

مسئله ۲

گازها را کامل و به شکل اتمی فرض می کنیم.



طبق شکل بالا پیستون استوانه A با سرعت  $u$  حرکت می کند. هر گاه  $V$  سرعت گرمایی اتمهای گاز باشد، سرعت نسبی اتمها نسبت به پیستون متحرک می شود  $V = v - u$ . طبق قانون بقای اندازه حرکت داریم:

$$V'_t = V_t; \quad V'_n = -V_n$$

که در آن  $V'_n$  و  $V'_t$  سرعتهای پس از برخورداند. از این معادلات نتیجه می شود:

$$v'_z - u = -(v_z - u)$$

و از آنجا برای سرعت گرمایی

$$v'_z = -v_z + 2u$$

به این ترتیب انرژی که اتم  $i$  به دیواره منتقل می کند برابر است با:

$$\frac{1}{2} m v'_{zi}{}^2 - \frac{1}{2} m v_{zi}{}^2 = \frac{1}{2} m [(-v_{zi} + 2u)^2 - v_{zi}^2] \approx -2 m v_{zi} u \quad (1)$$

چون  $u \ll v$ ، از بقیه جملات می توان صرف نظر کرد.

تعداد ذراتی که در مدت  $dt$  به جزء سطح  $dA$  با مؤلفه سرعت  $v_{iz}$

برمی خورند برابر است با

$$N_i = \frac{n_i \cdot v_{iz}}{v} d\tau \cdot dA$$

که در آن  $n_i$  چگالی ذرات است.

مجموع انرژی که در مدت  $d\tau$  در جهت  $z$  به پیستون منتقل می شود برابر است با حاصلضرب تعداد اتمهای برخوردنده در انرژی که هر اتم منتقل می کند (معادله (۱)):

$$dW_z = -mud\tau dA \sum_i n_i v_{iz}^2$$

چون در گاز هیچ جهتی ممتاز نیست، داریم:

$$dW_x = dW_y = dW_z,$$

$$3dW = dW_x + dW_y + dW_z =$$

$$= -mud\tau dA \sum_i n_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2) = mud\tau dA \sum_i n_i v_i^2 \quad (2)$$

این معادله را می توان با تعریف میانگین مجذور سرعت  $\bar{v}^2$  و میانگین انرژی جنبشی  $\bar{w} = 1/2(m\bar{v}^2)$  ساده کرد:

$$dW = -\frac{2}{3} un\bar{w}d\tau dA$$

حاصلضرب  $ud\tau dA$  به خاطر انبساط

$$dV = ud\tau dA$$

برابر افزایش حجم است. حاصلضرب  $n\bar{w}V$  کل انرژی در حجم  $V$  است. بنابراین داریم:

$$dE = -\frac{2}{3} \frac{E}{V} dV \quad (3)$$

انتگرال گیری از (۳) می دهد:

$$E.V^{2/\gamma} = \text{const.}$$

و چون  $T \sim E$ ، پس

$$TV^{2/\gamma} = \text{const.}$$

رابطه میان دما و حجم قبل و بعد از تغییر حالت از دو معادلهٔ اخیر به دست می آید:

$$\frac{T_1}{T_1'} = \left(\frac{V_1'}{V_1}\right)^{2/\gamma} = 4, \quad T_1' = \frac{T_1}{4} \quad (4)$$

کمیت‌های پریم‌دار مربوط می‌شوند به حالت پس از انبساط آرگون. به هنگام این انبساط مقدار انرژی  $Q$  به ظرف B داده می‌شود:

$$Q = \frac{M_1}{\mu_1} C_V (T_1 - T_1') = \frac{M_1 C_V T_1}{\mu_1} \left(1 - \frac{T_1'}{T_1}\right) \quad (5)$$

که در آن  $M$  جرم،  $C_V$  گرمای ویژه، و  $\mu$  جرم مولکولی نسبی است. از معادلات (۴) و (۵) به دست می آید:

$$Q = \frac{M_1 C_V T_1}{\mu_1} \left[1 - \left(\frac{V_1'}{V_1}\right)^{2/\gamma}\right] \quad (6)$$

برای گاز یک اتمی داریم:

$$C_V = \frac{3}{2} R \quad (7)$$

از معادلات (۶) و (۷) برای  $T_1$  به دست می آید:

$$T_1 = \frac{2Q\mu_1}{3RM_1 \left[1 - \left(\frac{V_1'}{V_1}\right)^{2/\gamma}\right]} = 10^3 \text{ K}$$

برای  $T_1'$  به دست می آید (معادلهٔ (۴)):

$$T'_1 = 250^\circ \text{K}$$

رابطه میان فشار و چگالی در ظرف B چنین است:

$$\frac{\rho'_2}{\rho_2} = \frac{p'_2}{p_2}; \quad p'_2 = p_2 \cdot \frac{\rho'_2}{\rho_2} = 2 \text{ atm.}$$

پس در حالت تعادل داریم:  $p'_1 = p'_2 = 2 \text{ atm.}$  معادله (۴) را می توان به کمک معادله  $pV = mRT$  به صورت زیر در آورد:

$$\frac{p_1}{p'_1} = \left(\frac{V'_1}{V_1}\right)^{2/3}; \quad p_1 = p'_1 \left(\frac{V'_1}{V_1}\right)^{2/3} = 64 \text{ atm.}$$

حالا با مقادیر معلوم  $T_1$  و  $p_1$  می توان  $V_1$  و  $V'_1$  را حساب کرد:

$$p_1 V_1 = \frac{M_1}{\mu_1} RT_1; \quad V_1 = \frac{M_1 RT_1}{\mu_1 p_1} = 1/04 \text{ m}^3$$

$$V'_1 = 8 V_1 = 8/32 \text{ m}^3$$

حجم کل پس از اتمام فرایند تغییر نمی کند:

$$V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2$$

همین طور برای تعداد مولها داریم:

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = \text{const.}, \quad \left(\frac{M}{\mu} = \frac{pV}{RT}\right)$$

قبل از باز کردن شیر داریم:

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = p'_1 \frac{V'_1}{RT'_1} + p'_2 \frac{V'_2}{RT'_2}; \quad p'_1 = p'_2$$

و بعد از باز کردن:

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = \frac{p}{T_2} (V'_1 + V'_2), \quad T_2 = T'_2$$

$$p_2 = p'_2 \frac{V'_2 + \frac{T_2}{T_1} \cdot V'_1}{V'_2 + V'_1}$$

از رابطه

$$\frac{\rho'_2}{\rho_2} = \frac{V_2}{V'_2} = 2$$

به دست می آوریم:

$$V'_2 = \frac{V_2}{2} = 2/77 \text{ m}^3, \quad p = 2/3 \text{ atm.}$$

### مسئله ۳

برای پر کردن خازن باید انرژی به مقدار  $(Q_0^x/C_0)$  یا  $1/2$  به خازن داد، که در آن  $Q_0$  بار خازن، و  $C_0$  ظرفیت خازن است وقتی که صفحه‌های خازن هنوز با مایع تماس پیدا نکرده‌اند.

وقتی مایع میان صفحات بالا بیاید، ظرفیت خازن تغییر می‌کند. در این فرایند بار کل خازن تغییر نمی‌کند، و به سیستم انرژی جداگانه‌ای افزوده نمی‌شود. به هنگام بالا آمدن مایع انرژی میدان به اندازه انرژی پتانسیل کم می‌شود (شاخص ۱ کمیت‌های بدون مایع، و ۲ کمیت‌های با مایع را مشخص می‌کند).

$$W_1 = W_2 \quad (1)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^x}{C_0},$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^x}{C} + \frac{1}{2} \rho g h^x d l \quad (2)$$

که در آن  $d$  فاصله صفحه‌های خازن،  $l$  طول صفحه‌ها، و  $\rho$  چگالی مایع است.

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r h l}{d} + \frac{\epsilon_0 (H-h) l}{d},$$

$$C_o = \frac{\varepsilon_o H l}{d} \quad (۳)$$

با نشانیدن معادلات (۲) و (۳) در (۱) به دست می آید:

$$\frac{1}{2} \frac{Q_o d}{\varepsilon_o H l} = \frac{1}{2} \frac{Q_o d}{\varepsilon_o \varepsilon_r h l + \varepsilon_o (H-h) l} + \frac{1}{2} g h^2 \rho d l \quad (۴)$$

$Q_o$  را می توان توسط شدت اولیه میدان  $E_o$  بیان کرد:

$$Q_o = \varepsilon_o E_o l H$$

به این ترتیب معادله (۴) ساده می شود:

$$E_o^2 \varepsilon_o H = \frac{E_o^2 \varepsilon_o H^2}{\varepsilon_r h + (H-h)} + \rho g h^2 \quad (۵)$$

جواب  $h$  از معادله (۵) می شود:

$$h_{1,2} = -\frac{H}{2(\varepsilon_r - 1)} \pm \sqrt{\frac{H^2}{4(\varepsilon_r - 1)^2} + \frac{E_o^2 \varepsilon_o H}{\rho \cdot g}}$$

تنها جواب مثبت معنی دارد، زیرا که به ازای  $E_o \rightarrow 0$ ، داریم  $h \rightarrow 0$ :

$$h = \frac{H}{2(\varepsilon_r - 1)} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4(\varepsilon_r - 1)^2 E_o^2 \varepsilon_o}{\rho g H}} \right)$$

هر گاه  $E_o$  خیلی بزرگ نباشد، به تقریب داریم:

$$h \approx \frac{\varepsilon_o (\varepsilon_r - 1)}{\rho g} E_o^2$$

### مسئله ۴

از اصل فرما می دانیم که تمام شعاعهای نوری برای رفتن از  $P_1$  به  $P_2$  مدت زمان یکسانی لازم دارند. زمانهای  $t_1$  و  $t_2$  را برای مسیرهای نسوری  $P_1 M P_2$  و  $P_1 A_1 O A_2 P_2$  حساب می کنیم. تکه های مسیر  $P_1 M$  و  $P_2 M$  را بر حسب قضیه فیثاغورث حساب می کنیم، و در نظر می گیریم که مسیر  $OM$



درمقابل مسیرهای  $P_1O$  و  $P_2M$  بسیار کوتاه است:

$$P_1M \approx P_1O + \frac{1}{2} \frac{(OM)^2}{P_1O}$$

$$P_2M \approx P_2O + \frac{1}{2} \frac{(OM)^2}{P_2O}$$

فاصله  $A_1A_2$  بر حسب شعاعهای انحنای  $R_1$  و  $R_2$  بیان می‌شود و باز هم در نظر گرفته می‌شود که مسیر  $OM$  درمقابل  $R$  بسیار کوچک است:

$$A_1A_2 \approx \frac{(OM)^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

بعلاوه در محاسبه توجه می‌کنیم که

$$P_1O - P_1A_1 = A_1O = \frac{(OM)^2}{2R_1}$$

و نیز اینکه سرعت با ضریب شکست تناسب معکوس دارد. سرانجام معادله زیر را داریم:

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_o - n_1}{R_1} + \frac{n_o - n_2}{R_2} \quad (1)$$

که در آن  $s_1 = P_1O$  و  $s_2 = P_2O$ .

وقتی منبع نور  $P_1$  به بینهایت برده شود، فاصله  $s_2$  برابر فاصله کانونی  $f_2$  می‌شود (و به عکس). از آنجا نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{n_2} \left( \frac{n_o - n_1}{R_1} + \frac{n_o - n_2}{R_2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{n_1} \left( \frac{n_o - n_1}{R_1} + \frac{n_o - n_2}{R_2} \right) \quad (3)$$

از معادلات (۱)، (۲)، و (۳) رابطه زیر به دست می‌آید:

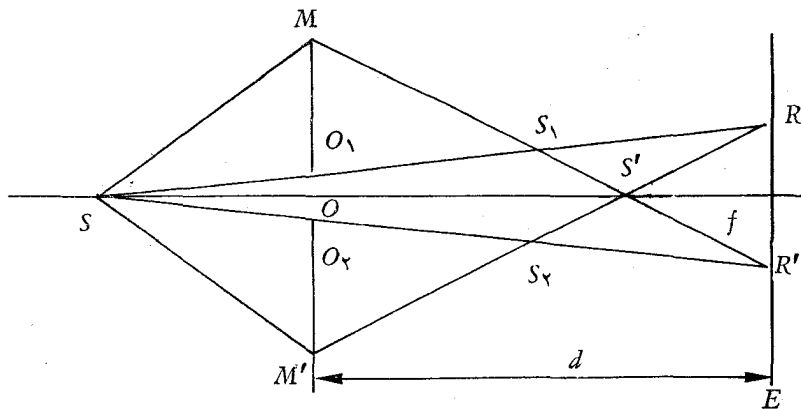
$$\frac{f_1}{s_1} + \frac{f_2}{s_2} = 1$$

در مورد زوج عدسی بیله (ر.ك شكل) نقطهٔ  $S$  دو تصویر  $S_1$  و  $S_2$  دارد، که به عنوان منبع نوری در نظر گرفته می‌شوند که نور هم‌دوس پخش می‌کنند. تقریبهای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$O_1O_2 = \Delta \ll r, \quad OM = r + \Delta \approx r,$$

$$SO \approx SO_1 \approx SO_2 = A,$$

$$O_1S_1 \approx O_2S_2 \approx OS' = B$$



به‌علاوه داریم:

$$S_1S_2 = \Delta \left(1 + \frac{A}{B}\right), \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{r}{B}$$

$$RR' = 2S'E, \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{2r}{B} (d - B) \quad (4)$$

فرض می‌شود که برای فواصل کوچک  $S_1S_2$  شعاع  $S_1R$  موازی با شعاع  $S_2R$  است. ماکزیمم تداخل تحت زاویهٔ  $\alpha$  وقتی دیده می‌شود که

$$S_1S_2 \sin \alpha = \lambda k \quad (5)$$

برای  $\sin \alpha$  می توان به تقریب نوشت:

$$\sin \alpha \approx \frac{X}{d-B}$$

که در آن  $X$  فاصله حداکثر تداخل از خط  $SS'$  است. پس برای معادله (۵) به دست می آید:

$$S_1 S_2 \frac{X}{d-B} = k\lambda$$

اگر  $k=1$  بنشانیم، کمترین فاصله میان دو بیشینه به دست می آید:

$$\Delta X = \frac{\lambda(d-B)}{\Delta\left(1+\frac{B}{A}\right)} \quad (۶)$$

از (۶) و (۴) برای تعداد نوارهای تداخل به دست می آوریم:

$$N = \frac{RR'}{\Delta X} = \frac{r\Delta\left(1+\frac{B}{A}\right)}{\lambda B}$$

### مسئله تجربی

تعیین چگالی نسبی ماده: چگالی متوسط دو جسم به گونه ای است که روی آب شناور می شوند. به کمک مقادارمایع جابه جاشده جرم جسم تعیین می شود:

$$M = M_1 = V_f \rho_f = S_1 H \rho_f$$

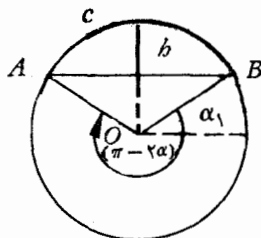
که در آن  $S_1$  سطح زیر آب قاعده،  $H$  ارتفاع جسم، و  $\rho_f$  چگالی آب است. از طرف دیگر جرم جسم با شعاع  $R$  و چگالی  $\rho$  می شود:

$$M = V\rho = \pi R^2 H \rho$$

از این دو معادله برای چگالی جسم به دست می آید:

$$\rho = \rho_f \frac{S_f}{\pi R^2}$$

برای تعیین شعاع  $S_f$  و فاصله  $h$  را اندازه می گیریم (ر.ك شكل).



سطح  $S_f$  برابر است با مجموع مساحت مثلث AOB و  $S^+$ ، مساحت قطاع  $:(\pi + 2\alpha_1)$

$$S_f = S^+ + (R-h)R \cos \alpha_1 \quad (1)$$

که داریم:

$$\sin \alpha_1 = \frac{R-h}{R}$$

برای نسبت  $S^+ : S$  داریم:

$$\frac{S^+}{S} = \frac{\pi + 2\alpha_1}{2\pi} = \frac{\pi + 2 \arcsin \frac{R-h}{R}}{2\pi} \quad (2)$$

به کمک معادلات (۱) و (۲) برای  $S_f$  به دست می آوریم:

$$S_f = \frac{R^2}{2} \left( \pi + 2 \arcsin \frac{R-h}{R} \right) + (R-h) \sqrt{h(2R-h)}$$

تعیین شعاع فضای خالی استوانه‌ای: جسم مقداری آب به جرم

$$M' = M'_f = S'_f H \rho_f$$

جا به جا می کند. با توجه به فضای خالی با شعاع  $r$  داریم:

$$M' = (V - v)\rho = \pi H \rho (R^2 - r^2)$$

از این دو معادله برای  $r$  به دست می آوریم:

$$r^2 = R^2 - \frac{\rho f}{\pi S} S'_f$$

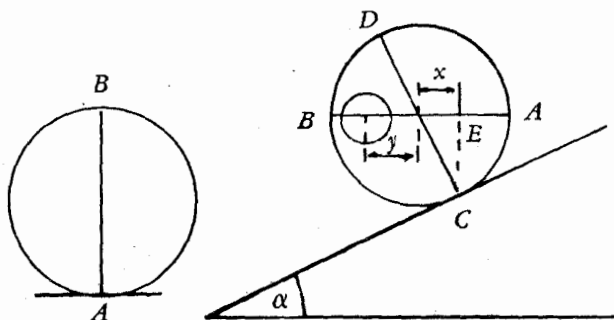
$S'_f$  هم به همان روش مربوط به  $S_f$  تعیین می شود.

تعیین فاصله میان محورهای جسم استوانه‌ای و فضای خالی: جسم را روی یک سطح افقی قرار می دهیم و محور تقارن  $AB$  را تعیین می کنیم. به کمک خط کش یک سطح شیب دار تشکیل می شود. جسم را روی این سطح قرار می دهیم و بزرگترین زاویه‌ای را که تحت آن جسم هنوز شروع به غلتیدن نمی کند حساب می کنیم. سپس خطوط  $CD$  و  $CE$  را مشخص می کنیم. جسم تا وقتی روی سطح شیب دار ساکن می ماند که مجموع گشتاورهای دورانی صفر شود:

$$XMg = Ymg, \quad m = \pi r^2 \rho H \quad (3)$$

از شکل داریم:

$$\sin \alpha = \frac{X}{R} \quad (4)$$



از معادلات (۳) و (۴) نتیجه می شود:

$$y = \frac{MR}{m} \sin \alpha;$$

$$M = \pi R^2 H \rho,$$

$$m = \pi r^2 H \rho,$$

$$y = \frac{R^2}{r^2} \sin \alpha$$

در مورد تمام کمیت‌های اندازه‌گیری شده خطا تخمین زده می‌شود. از آنجا حداکثر خطای مطلق  $\rho$ ،  $r$ ، و  $y$  تعیین می‌شود.

## هفتمین المپیاد بین المللی فیزیک

لهستان، ۱۳۵۳

### مسائل

#### مسئله ۱. مکانیک - فیزیک اتمی

یک اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد. اتم هیدروژن مشابهی با سرعت  $v$  به آن برمی خورد. به کمک مدل اتم بور،  $v$ ، حداکثر سرعتی را که تحت آن برخورد کشسان (الاستیک) است حساب کنید. برخورد میان اتمها، پس از رسیدن سرعت به  $v$ ، دیگر کشسان نیست و همراه است با تابش. اختلاف میان بسامد تابشهایی را که در جهت سرعت اولیه اتم متحرک و در جهت مخالف آن مشاهده می شوند تعیین کنید. این اختلاف را به درصد نسبت به میانگین بسامدها بیان کنید.

انرژی یونش اتم هیدروژن برابر است با

$$E_I = 13.6 \text{ eV} = 2.18 \times 10^{-18} \text{ J}$$

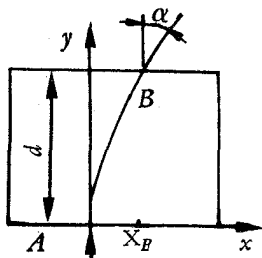
و جرم اتم هیدروژن برابر است با  $m_H = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

## مسئله ۲. اپتیک

بر روی يك صفحه تخت با سطوح موازی كه ضریب شکست آن طبق فرمول

$$n = \frac{n_A}{1 - \frac{x}{R}}$$

تغییر می کند يك باریکه نور عمود بر سطح در نقطه A (مختصه  $x_A = 0$ ) فرود می آید. این باریکه از صفحه با ضخامت  $d$  در نقطه B خارج می شود (ر.ك شکل).



۱. ضریب شکست  $n_B$  در نقطه B چقدر است؟

۲. مختصه  $x_B$  در نقطه B را حساب کنید.

۳. ضخامت صفحه،  $d$ ، چقدر است؟

داده های عددی:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $R = 13/2$  cm,  $n_A = 1$ ,  $2$ .

## مسئله ۳. ترمودینامیک

يك گروه اکتشاف علمی، كه در جزیره خالی از سکنه ای مشغول است، تمام منابع انرژی را كه در اختیار دارد مصرف می كند. در این جزیره نه بادی می وزد و نه رودی جریان دارد. آسمان را قشر ضخیمی از ابر پوشانده است. فشار جو ثابت است. دمای هوا و آب اقیانوسی كه دورادور جزیره را گرفته و به طور غیرعادی آرام است در شب و روز ثابت است.

گروه اکتشاف در جزیره يك منبع گاز، كه از لحاظ شیمیایی خنثی



است، پیدا می‌کند. این گاز به مقدار ثابت از غاری بیرون می‌زند. فشار و دمای گازی که خارج می‌شود با فشار و دمای جو برابر است. اعضای گروه دو پوست که نیم تراوا هستند در اختیار دارند. از این دو یکی مولکولهای گاز را بدون هیچ مانعی عبور می‌دهد ولی هیچ مولکول هوا از آن نمی‌گذرد. پوست دیگر به عکس مولکولهای هوا را عبور می‌دهد ولی جلو مولکولهای گاز را می‌گیرد. اعضای گروه که می‌توانستند وسایل مکانیکی ساده، مانند سیلندر، پیستون، سوپاپ، وغیره فراهم کنند، تصمیم گرفتند موتوری بسازند. نشان دهید که با استفاده از این گاز از لحاظ نظری حدی برای توان یک موتور ایده‌آل وجود ندارد!

### مسئله تجربی

درجه‌ای دو دیود نیم رسانا و یک مقاومت وجود دارد که در مدار ساده‌ای به هم وصل شده‌اند. به کمک وسایل موجود اندازه مقاومت اهمی  $R$  را تعیین کنید.

راهنمایی: برای انجام آزمایش می‌توان فرض کرد که دیودها جریان را تنها در یک جهت عبور می‌دهند.

وسایل موجود: دو دستگاه اندازه‌گیری، یک باتری، یک مقاومت لغزشی، سیم، کاغذ میلیمتری.

## حل مسائل

### مسئله ۱

برای تراز انرژی آنها داریم:

$$E_n = -\frac{R}{n^2} h$$

$R$  ثابت ریذبرگ است:

$$R = 3/2903 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

اختلاف انرژی میان ترازها با  $n=1$  و  $n=2$  برابر می شود با

$$E_2 - E_1 = -hR \left( \frac{1}{4} - 1 \right) = \frac{3}{4} E$$

که در آن  $E$  انرژی یونش است.  
برای برخورد ناکشسان داریم:

$$mv_0 = \frac{mv_0}{2} + \frac{mv_0}{2}$$

و از قانون بقای انرژی:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2} \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 + \frac{m}{2} \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} E$$

که از آنجا نتیجه می شود  $v_0 = 3E/m$

$$v_0 \approx 6/25 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

سرعت آنها پس از برخورد  $0/5 v_0$  است. به هنگام مشاهده حرکت

اتما، به علت اثر دوپلر، بسته به جهت مشاهده

$$1 - \frac{0/5 v_0}{c} \quad \text{«از عقب» تقریباً در}$$

$$1 + \frac{0/5 v_0}{c} \quad \text{«از جلو» تقریباً در}$$

ضرب می شود. بنا بر این نسبت اختلاف بسامد به بسامد میانگین تابش برابر

است با  $c = 2 \times 10^{-4} v_0$ ، یعنی حدود  $0/02\%$ .

## مسئله ۲

وقتی که يك پرتو نور از میان چند صفحه با سطوح تخت با ضریب شکستهای  $n_1, n_2, n_3, \dots$  می گذرد، بنا بر قانون شکست می توان نوشت

به طور کلی داریم:

$$n_i \sin \beta_i = \text{const.} \quad (1)$$

این رابطه مستقل از ضخامت لایه و تعداد صفحات است. پس می توان آن را به هنگام تغییر پیوسته ضریب شکست به کار برد.

محاسبه ضریب شکست  $n_B$

در نقطه A داریم  $n_0 = n_B \sin \beta_B$ . بنا بر قانون شکست در نقطه B داریم:

$$n_B \sin(90^\circ - \beta_B) = \sin_i \alpha$$

از این روابط به دست می آوریم:

$$\sin \alpha = \sqrt{n_B^2 - n_0^2}$$

برای  $n_B$  مقدار عددی  $1/3$  به دست می آید.

محاسبه مختصه  $x_B$

از رابطه مفروض برای  $n$  به دست می آید:

$$n_B = n(x_B) = \frac{n_0}{1 - \frac{x_B}{R}}$$

و از آنجا داریم  $x_B = 1/02 \text{ cm} \approx 1 \text{ cm}$

محاسبه ضخامت  $d$

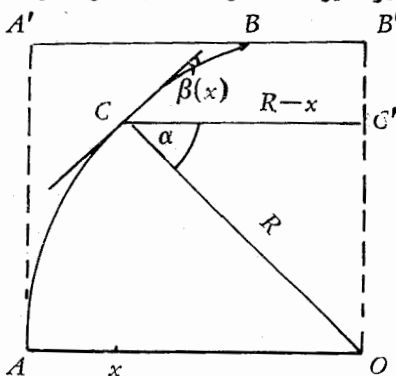
ابتدا باید مسیر پرتو را بررسی کرد. از معادله مربوط به نقطه A برای زاویه  $\beta(x)$  به دست می آوریم:

$$\sin \beta(x) = \frac{n_0}{n(x)} = \frac{R - x_0}{R} \quad (2)$$

در نقطه C (ر. ک. شکل) که روی دایره حول O با شعاع R قرار دارد، داریم:

$$\cos \alpha = \frac{R-x}{R} = \sin \beta(x)$$

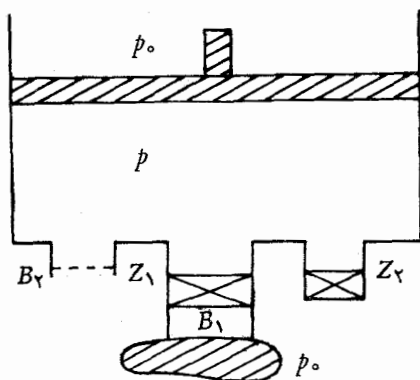
پس  $\alpha = \beta(x)$  یعنی، جهت پرتو در نقطه C برابر است با مسیر مماس بر دایره در نقطه C. این رابطه برای هر نقطه پرتو صادق است، زیرا پرتوی که يك بار در امتداد دایره سیر کند، همواره روی دایره خواهد ماند.



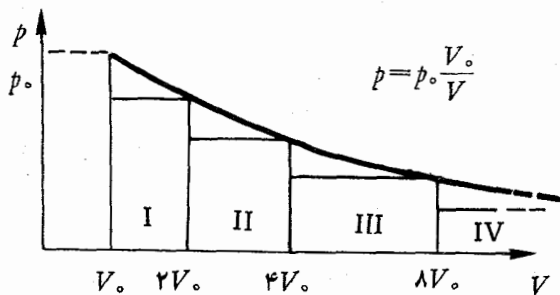
با  $x_B = A'B = 1 \text{ cm}$  داریم  $B'B = 12 \text{ cm}$ . از مثلث قائم‌الزاویه  $BB'O$  به دست می‌آید  $d = 5 \text{ cm}$ .

### مسئله ۳

شکل زیر طرحی از موتور را نمایش می‌دهد. ابتدا سوپاپ  $Z_1$  باز و سوپاپ  $Z_2$  بسته است. بنابر قانون دالتون فشار زیر پیستون برابر است با  $p_0 + p_0 = 2p_0$ . بنابراین به هنگام دور کردن پیستون از کف سیلندر کار انجام می‌شود. در این هنگام مقدار گازی که برای يك چرخه کامل در نظر گرفته شده است از غار به داخل پیستون نفوذ می‌کند. اگر حجم این گاز  $V_0$  باشد، کاری که پیستون انجام می‌دهد برابر است با  $p_0 V_0$ . در این هنگام چون تمام گاز پیش‌بینی شده وارد شده است، سوپاپ  $Z_1$  باید بسته شود و ادامه کم کردن فشار با سوپاپ بسته  $Z_1$  انجام شود. بنابراین فشار جزئی گاز غار زیر پیستون طبق نسبت  $V : (p_0 V_0)$  کم می‌شود. در صورتی که فشار جزئی هوا به دلیل وجود پوست  $B_2$  همواره برابر  $p_0$ ، یعنی فشار بالای پیستون



می ماند. پس کار مفید از طریق فشار جزئی گاز غار انجام می شود. سؤال این است که آیا کاری که مقدار معینی گاز به هنگام انبساط در دمای ثابت انجام می دهد محدود است؟ از نمودار نتیجه می شود که وقتی گاز در فاز دوم تا حجم  $V_k$  منبسط می شود، کاری که در این فاز انجام می شود برابر است با سطح زیر نمودار (طبق شکل). باید نشان داد که اگر  $V_k$  به دلخواه بزرگ شود، که از حیث نظری حدی برای آن وجود ندارد، کار به دست آمده به دلخواه بزرگ خواهد شد.



طبق شکل طول ضلع مستطیلهای روی محور  $X$  برابر  $2^n V_0, 2^{n-1} V_0, \dots, 2 V_0, V_0$  است. مساحت این مستطیلهای همه برابر است. زیر منحنی می توان به تعداد دلخواه مستطیل وارد کرد. اگر  $V_k = 2^n V_0$ ، آنگاه کار برابر است با

$$\frac{p_0 V_0}{2} n < W < n p_0 V_0$$

یا به تقریب:

$$W \approx pV \cdot \log_2 \frac{V_k}{V_0}$$

عملاً مقدار لگاریتم عدد خیلی بزرگی نخواهد شد، زیرا با تغییر  $V_k$  آهسته تغییر می‌کند. پس رسیدن حجم به  $V_k$  سوپاپ  $Z_2$  باز می‌شود و پیستون بدون انجام کار به وضع اولیه‌اش برمی‌گردد.

به این ترتیب نشان داده شد که در یک مدت مفروض، به طور نظری، کار می‌تواند به دلخواه زیاد شود. توان موتور نیز، اگر مقدار گازی که در واحد زمان از غار نفوذ می‌کند محدود باشد، می‌تواند به دلخواه زیاد شود. کار انجام شده به قیمت گرمای محیط انجام می‌شود، که به هنگام انبساط با دمای ثابت از محیط اطراف جذب می‌شود. چون جذب گرما از محیط تنها تأثیر کار موتور نیست، و دائم گاز از غار نفوذ می‌کند و با هوا مخلوط می‌شود، پس تناقضی با قانون دوم ترمودینامیک پیش نمی‌آید.

### مسئله تجربی

ابتدا منحنی مشخصه دو قطبی تعیین می‌شود. جعبه سیاه این نتیجه را می‌دهد:

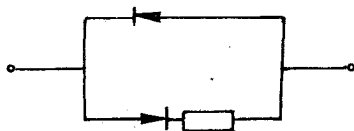
۱. جریان در دو جهت برقرار می‌شود.

۲. دو جهت متقارن نیستند.

۳. شدت جریان در هیچ جهت تابع خطی ولتاژ نیست.

این خواص دو قطبی فقط در مدار زیر (رنگ شکل) صادق است.

مقاومت در قسمتی قرار دارد که جریان ضعیفتر برقرار است.



اگر به ازای جریان مساوی در دو جهت مخالف اختلاف ولتاژ را حساب کنیم، افت ولتاژ در مقاومت را به دست می‌آوریم. پس داریم

در نتیجه:  $U_R = U_B - U_A$

$$R = \frac{U_R(I)}{I} = \frac{U_B(I) - U_A(I)}{I}$$

قسمتهای متناظر منحنی مشخصه را به طور ترسیمی از یکدیگر کم می‌کنیم؛ یک خط به دست می‌آید، که شیب آن مقاومت را به دست می‌دهد.

## هشتمین المپیاد بین الملل فیزیک

جمهوری دموکراتیک آلمان، ۱۳۵۴

### مسائل

#### مسئله ۱

به محور عمودی  $A$  بازویی تحت زاویه  $\alpha - 90^\circ$  رو به بالا وصل است (شکل ۱). این مجموعه می تواند حول محور  $A$  بچرخد. روی بازو جسم متحرکی با وزن  $F_G = m \cdot g$  قرار دارد. ضریب اصطکاک این جسم با بازو برابر است با

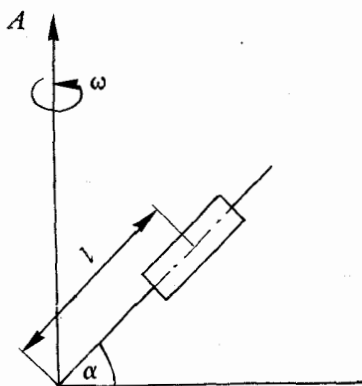
$$\mu = \operatorname{tg} \beta.$$

که در آن  $\beta$  ضریب اصطکاک است.

الف) وقتی  $\omega = 0$ ، به ازای چه زاویه ای جسم ساکن است، و به ازای چه زاویه ای حرکت می کند؟

ب) هر گاه محور با سرعت زاویه ای ثابت  $\omega$  بچرخد، در چه وضعیتهایی جسم نسبت به بازو بی حرکت می ماند؟





از روابط زیر برای حل استفاده کنید:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

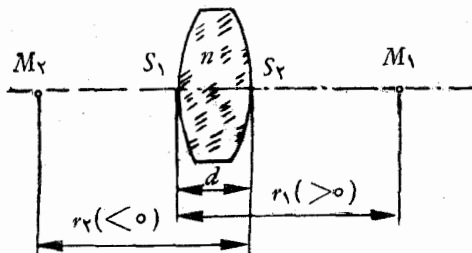
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

### مسئله ۲

برای يك عدسی شیشه‌ای ضخیم (ضریب شکست  $n$ ) فاصله کانونی در هوا برابر است با:

$$f = \frac{n \cdot r_1 \cdot r_2}{(n-1) \cdot [n(r_2 - r_1) + d(n-1)]}$$

که در آن  $r_1$  و  $r_2$  شعاعهای انحنای  $d$  حداکثر فاصله سطوح عدسی است (رنگ شکل).  $r_i > 0$  به این معنی است که  $M_i$  مرکز انحنای سمت راست نقطه



اوج برآمدگی  $S_i$  است، و  $r_i < 0$  یعنی  $M_i$  در سمت چپ  $S_i$  قرار دارد. در بعضی کاربردها لازم است فاصله کانونی مستقل از طول موج نور به کار رفته باشد.

(الف) به ازای چند طول موج مختلف می توان يك فاصله کانونی معین داشت؟

(ب) رابطه ای میان  $r_1$ ،  $d$  و ضریب شکست به دست آورید، که به ازای آن شرط استقلال از طول موج صادق باشد. در مورد این رابطه بحث کنید! برای این رابطه عدسی چه شکلی می تواند داشته باشد. آن را رسم کنید و محل مراکز انحناء  $M_1$  و  $M_2$  را تعیین کنید.

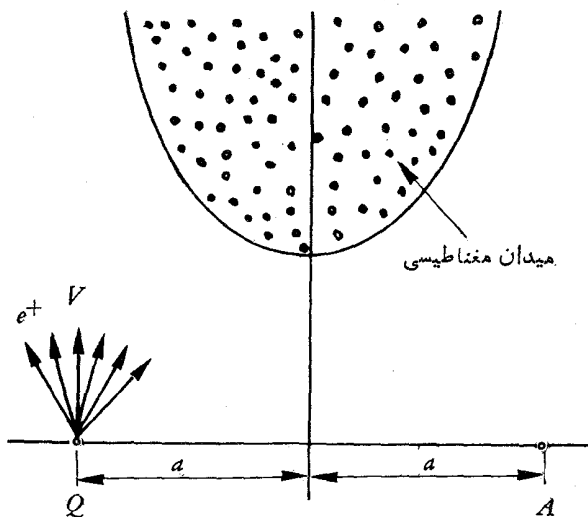
(ج) نشان دهید که اگر عدسی تخت - کوژ باشد هر فاصله کانونی معین را تنها برای يك طول موج می توان داشت!

(د) برای دو مورد دیگر شرایطی برای پارامترهای عدسی ضخیم پیدا کنید که هر فاصله کانونی معین را تنها برای يك طول موج بتوان داشت! معنی فیزیکی و هندسی مورد را در نظر داشته باشید!

### مسئله ۳

از نقطه  $Q$  یونهای که تنها يك بار مثبت دارند ( $+e$ ) بسا جرم یکسان  $m$  خارج می شوند و در صفحه شکل پخش می شوند. شتاب این یونها از طریق ولتاژ  $U$  است. این یونها توسط يك میدان مغناطیسی همگن  $B$ ، که عمود بر صفحه از پشت به جلو می گذرد منحرف می شوند. مرکز این میدان بسا یابد طوری باشد که یونهای واگرا در نقطه  $A$  به صورت باریکه ای همگرا (ر.ك شکل) در آید ( $\overline{QA} = 2a$ ). مسیر یونها را نسبت به خط عمود بر وسط  $\overline{QA}$  متقارن فرض می کنیم. از میان مرزهای ممکن برای میدان نوعی را در نظر می گیریم که برای آن میدان در اطراف خط قائم پیوسته باشد و نقاط  $Q$  و  $A$  در حوزه خارج از میدان قرار داشته باشند. سرعت یونها بسیار کوچکتر از سرعت نور است.

(الف) شعاع انحنای مسیر ذرات،  $R$ ، را در میدان به عنوان تابعی از



ولتاژ  $U$  و القای  $B$  بیان کنید!

(ب) خواص مشخصه مسیر یونها را برای وضعی که شرح داده شد تعیین کنید!

(ج) مرز میدان  $B$  را برای موارد  $R < a$ ،  $R = a$ ، و  $R > a$  از طریق ترسیم هندسی به دست آورید!

### مسئله ۴

الف) منحنی مشخصه ولتاژ-شدت جریان یک المان نیم رسانا را در محدوده‌ای که حداکثر توان مجاز آن ( $250 \text{ mW}$ ) تعیین می‌کند اندازه بگیرید و رسم کنید. قبل از اندازه‌گیری خوب فکر کنید که چگونه می‌توانید مطمئن شوید که بار روی المان نیم‌رسانا بیش از ظرفیتش نشود! نتایج تحلیل خود را در گزارش بنویسید.

(ب) مداری را که برای اندازه‌گیری تنظیم کرده‌اید رسم کنید و درباره خطای سیستماتیک مدار بحث کنید!

(ج) مقاومت‌های داخلی (مقاومت‌های دینامیکی) المان نیم‌رسانا را برای شدت جریان  $25 \text{ mA}$  حساب کنید!

د) به کمک مدار شکل بستگی ولتاژ خروجی  $U_2$  را به ولتاژ ورودی  $U_1$  تعیین کنید و آن را رسم کنید!

ولتاژ ورودی  $U_1$  بین  $5V$  تا  $9V$  تغییر می کند. المان نیم رسانا طوری در مدار قرار گیرد که  $U_2$  بیشترین مقدار را اختیار کند. شکل کامل مدار را در گزارش ذکر کنید و نتایج اندازه گیری را تفسیر کنید.

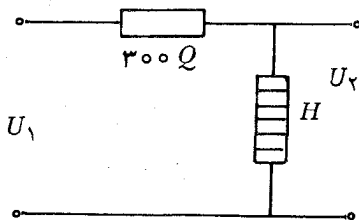
ه) اگر ولتاژ ورودی از  $7V$  به  $9V$  افزایش یابد، ولتاژ خروجی این مدار چقدر تغییر می کند. به طور کیفی نسبت  $U_2 : U_1$  را توجیه کنید!

و) المانی که در تجربه به کار می رود جزو کدام گروه از المانها است؟

ز) از مدار رسم شده عملاً برای چه کاری می توان استفاده کرد؟ آنچه در اختیار دارید:

یک المان نیم رسانا  $H$ ، یک مقاومت لغزشی  $140$  اهم، یک مقاومت ثابت  $300$  اهم، یک منبع ولتاژ  $9$  ولت، دو دستگاه اندازه گیری چند منظوره، سیم اتصال.

توجه: از دستگاههای اندازه گیری می توان برای اندازه گیری شدت جریان و ولتاژ استفاده کرد. حد دقت دستگاهها و مقاومتهای داخلی در هر ناحیه مفروض اند.

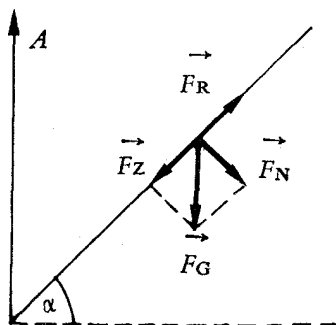


## حل مسائل

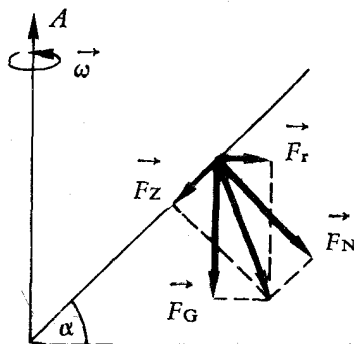
### مسئله ۱

الف) وقتی سرعت زاویه‌ای  $\omega = 0$  است، از تجزیه نیروها (شکل ۱) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} F_Z &= m \cdot g \cdot \sin \alpha & F_N &= m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ F_R &= \mu \cdot F_N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۱



شکل ۲

جسم وقتی ساکن می‌ماند که  $F_R \geq F_Z$ ، یعنی  $\text{tg } \alpha \leq \text{tg } \beta$  یا  $\alpha \leq \beta$ . پس برای موردی که جسم حرکت می‌کند باید  $\alpha > \beta$ .

ب) وقتی سرعت زاویه‌ای ثابت است ( $\omega = \text{const}$ )، از تجزیه نیروها (شکل ۲) به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_Z + \vec{F}_N &= \vec{F}_G + \vec{F}_r, \quad \vec{F}_G = m \cdot \vec{g} \\ \vec{F}_r &= m \cdot r \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (2)$$

شرط تعادل این است:  $F_Z = \mu \cdot F_N$ ، نیروی  $F_Z$  می‌تواند رو به بالا یا پایین باشد. پس موارد زیر تمیز داده می‌شوند:

$$g \cdot \sin \alpha \leq r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$$

در هر صورت داریم:

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha \quad (۳)$$

از شرط تعادل نتیجه می شود:

$$\pm (g \cdot \sin \alpha - r \cdot \omega^2 \cos \alpha) = \operatorname{tg} \beta (g \cdot \cos \alpha + r \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha)$$

از آنجا فواصل زیر محاسبه می شوند:

$$r_1 = \frac{g}{\omega^2} \operatorname{tg}(\alpha - \beta), \quad r_2 = \frac{g}{\omega^2} \operatorname{tg}(\alpha + \beta)$$

برای حالت سکون دو مورد پیش می آید:

$$\alpha > \beta, \text{ اگر } r_1 \leq r \leq r_2, r_1 > 0, r_2 > 0$$

$$\alpha \leq \beta, \text{ اگر } 0 \leq r \leq r_2, r_1 = 0, r_2 > 0$$

## مسئله ۲

الف) ضریب شکست تابعی است یک به یک از طول موج  $\lambda$ ، یعنی  $n = n(\lambda)$ . بر طبق معادله مفروض فاصله کانونی  $f$  بستگی مجذوری به  $n$  دارد، یعنی حداکثر به ازای دو طول موج (دو ضریب شکست) همان فاصله کانونی به دست می آید.

ب) برای استقلال از طول موج باید داشته باشیم:

$$f(\lambda_1) = f(\lambda_2) \quad \text{یا} \quad f(n_1) = f(n_2)$$

با نشانیدن در معادله مفروض به دست می آید:

$$r_1 - r_2 = d \cdot \left( 1 - \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \right)$$

برای اینکه جواب از لحاظ فیزیکی بی معنی نباشد، باید

$$n_1 > 1, \quad n_2 > 1, \quad d > 0$$

نامساوی زیر را باید بررسی کنیم:

$$d > r_1 - r_2 > 0$$

چهار مورد پیش می آید:

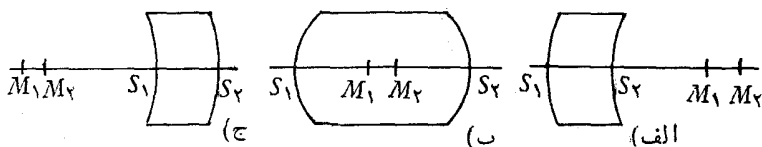
$$r_1 > 0, r_2 > 0, 0 < r_1 - r_2 < d \quad \text{یا} \quad r_2 < r_1 < d + r_2 \quad ۰.۱$$

$$r_1 > 0, r_2 < 0, |r_1| + |r_2| < d \quad ۰.۲$$

$$r_1 < 0, r_2 > 0, \text{ هیچ گاه صادق نیست} \quad ۰.۳$$

$$r_1 < 0, r_2 < 0, 0 < |r_2| - |r_1| < d \quad \text{یا} \quad |r_1| < |r_2| < d + |r_1| \quad ۰.۴$$

شکل عدسیهای متناظر با این موارد و محل مراکز انحنای در شکل زیر، الف تا ج، نمایش داده شده است.



(ج) عدسی وقتی تخت - کوژ باشد،  $r_1$  یا  $r_2$  بینهایت است. به ازای  $r_1 \rightarrow \infty$  از معادله مفروض داریم:

$$f = \frac{r_2}{1-n}$$

هنگامی که بستگی بسامد به ضریب شکست خطی باشد، به ازای هر طول موج یک فاصله کانونی به دست می آید.

(د) معادله مجذوری برای ضریب شکست  $n$  به صورت زیر است:

$$A \cdot n^2 + B \cdot n + C = 0$$

که در آن

$$A = f \cdot (r_2 - r_1 + d)$$

$$B = -[f \cdot (r_2 - r_1) + 2f \cdot d + r_1 \cdot r_2]$$

$$C = f \cdot d$$

این معادله مجذوری تنها وقتی یک جواب دارد که از لحاظ فیزیکی با معنی باشد که

$$A = 0 \quad , \quad n = -\frac{C}{B} > 1 \quad .1$$

$$B^2 = 4A \cdot C \quad , \quad n = -\frac{B}{2A} > 1 \quad .2$$

در این صورت دو جواب حقیقی مساوی وجود دارند:

$$B = 0, \quad n^2 = -\frac{C}{A} > 1 \quad .3$$

### مسئله ۳

الف) بر یونی با بار  $e$  که با سرعت  $\vec{v}$  عمود بر میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  حرکت می کند نیروی لورنتس  $F_B = e \cdot v \cdot B$  وارد می شود. یون بر روی يك مسیر دایره ای حرکت می کند، به طوری که نیروی گریز از مرکز  $F_Z = m \cdot v^2 / R$  بر آن وارد می شود. از شرط تعادل نتیجه می شود:

$$R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} \quad (1)$$

سرعت یونها در میدان مغناطیسی از معادله انرژی به دست می آید:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \quad (2)$$

در (۱) که بنشانیم، شعاع به دست می آید:

$$R = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U}{e}} \quad (3)$$

ب) مسیر یونها تشکیل می شود از قوس دایره در داخل میدان مغناطیسی، و قطعه خطهای مستقیم در خارج، که به طور مماسی به قوسها متصل می شوند.  
 - مسیر یونها محور تقارن را تحت يك زاویه قائم قطع می کنند.  
 - مرکز انحناي بخش دایره شکل مسیر یونها روی محور تقارن قرار دارد.

- بنا بر این مرز میدان مغناطیسی متقارن است.

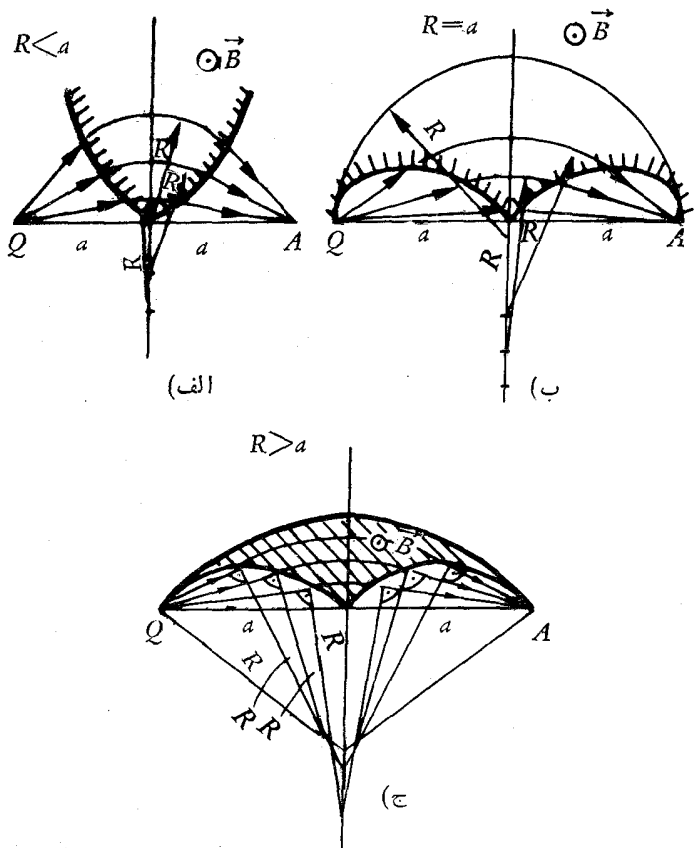
- مسیرهای همگرای یونها به دلیل جهت میدان مغناطیسی از بالای

قطعه خط  $\overline{QA}$  می گذرند.

ج) مرز میدان مغناطیسی را می توان به کمک شعاعهای انحنای ترسیم



کرد و برای مواردی که تمیز داده شد در شکل‌های الف تا ج زیر آمده است.



مسئله ۴

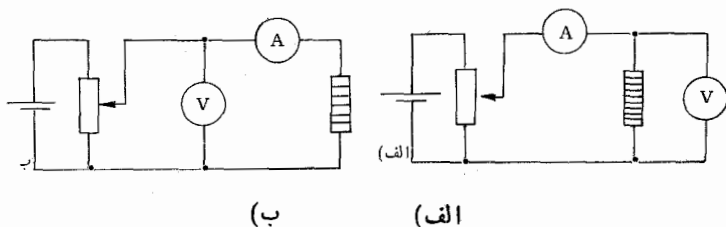
الف) حاصلضرب ولتاژ روی المان و شدت جریان نباید از حداکثر توان مجاز بیشتر باشد. پس باید اندازه‌گیریه‌ها طوری انجام شوند که همواره  $U \cdot I < 250 \text{ mW}$ .

ب) مدار را می‌توان طبق شکل ۱ الف یا شکل ۱ ب تشکیل داد. منحنی مشخصه زیر به دست می‌آید (شکل ۲): خطای سیستماتیک از طریق دستگاه‌های اندازه‌گیری وارد می‌شود. در مدار شکل الف دستگاه اندازه‌گیری

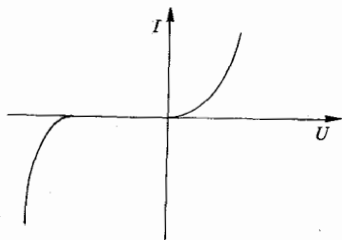
جریان، جریانی که از ولت‌متر می‌گذرد نیز اندازه می‌گیرد. در مدار شکل ۱ ب ولت‌متر افت ولتاژ را در آمپرمتر نیز اندازه می‌گیرد. این خطاها را باید تصحیح کرد. برای این کار اطلاعات مفروض در مورد مقاومتهای داخلی دستگاههای اندازه‌گیری در حوزة مطلوب کمک می‌کنند.

از دید دمای غیر قابل کنترل المان نیز، که باعث افزایش رسانایی می‌شود، باعث خطای دیگری می‌شود.

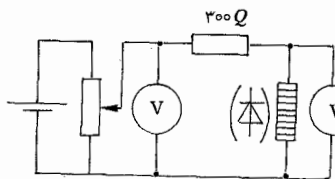
ج) مقاومت داخلی از رابطه  $R_i = \Delta U / \Delta I$  به دست می‌آید. برای هر دو مدار می‌توان مقاومت داخلی را به دست داد.



شکل ۱

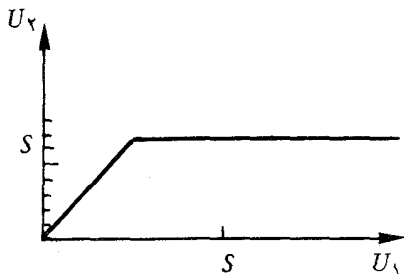


شکل ۳



شکل ۲

د) در شکل کامل مدار (شکل ۳) پتانسیومتر و هر دو ولت‌متر وجود دارند. نمودار شکل (۴) به دست می‌آید.



شکل ۴

اصولاً نمودار ترسیمی تابع  $U_2 = f(U_1)$  برای هر دو مورد مسیر یکسانی را دارد، اما مقادیر مطلق تفاوت می‌کنند. برای اینکه المان نیم‌رسانا طوری در مدار قرار گیرد که ولتاژهای خروجی حداکثر مقدار را اختیار کنند، از مدار ۱ ب اجتناب می‌شود. نمودار نشان می‌دهد که پس از گذشتن از یک حد ولتاژ ورودی  $U_1$  ولتاژ خروجی  $U_2$  تنها به مقدار کمی افزایش می‌یابد، زیرا با افزایش  $U_1$  شدت جریان  $I$  به شدت افزایش می‌یابد (شکست دیود) و به همین دلیل است افت ولتاژ درپیش - مقاومت.

۵) ولتاژهای خروجی مربوط به  $U_{11} = 7V$  و  $U_{12} = 9V$  یعنی  $U_{21}$  و  $U_{22}$  اندازه‌گیری می‌شوند و تفاوت آنها حساب می‌شود:

$$U_2 = U_{21} - U_{22}$$

تفسیر: این مدار یک مدار تقسیم ولتاژ است. رفتار خاص آن از مقاومتهای مختلف نتیجه می‌شود. مقاومت المان نیم‌رسانا بسیار کوچکتر از پیش-مقاومت است. تغییر این مقاومت با ولتاژ ورودی غیرخطی است. چون

$$R_1 < R_2, \text{ پس به ازای } U_1 < U_2 \text{ داریم } \Delta U_2 < \Delta U_1$$

(و المان نیم‌رسانا یک دیود زبر است.

ز) مدار برای پایدارسازی ولتاژ مناسب است.

## نهمين المپیاد بين الملل فيزيك

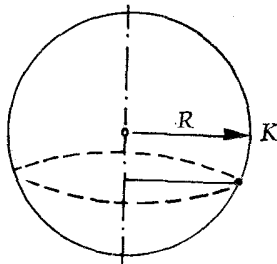
مجارستان، ۱۳۵۵

### مسائل

#### مسئله ۱

كره ای تو خالی به شعاع  $R = 0.5 \text{ m}$  با سرعت زاویه ای ثابت  $\omega_1 = 5 \text{ s}^{-1}$  به دور قطر عمودی خود می چرخد. جسم کوچک  $K$  که در فاصله نصف شعاع قرار داده شده است، در این چرخش شرکت می کند (شکل ۱).

الف) ضریب اصطکاک میان جسم و کره حداقل چقدر باشد تا این وضعیت



شکل ۱

ممکن شود؟

ب) اگر سرعت زاویه‌ای  $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$  باشد، آنوقت حداقل ضریب اصطکاک چقدر باید باشد؟

ج) پایداری وضعیتهای فوق را برای حداقل ضریب اصطکاک در موارد زیر بررسی کنید:

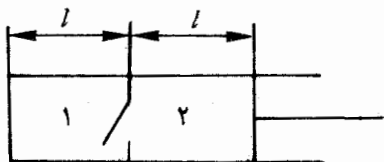
۱. موقعیت جسم کمی تغییر کند.
۲. سرعت زاویه‌ای کمی تغییر کند.

### مسئله ۲

سیلندری با سطح مقطع  $A = 1 \text{ dm}^2$  (شکل ۲) در نظر بگیرید. دیواره‌های خارجی، دیواره جداکننده، و پیستون عایق حرارتی اند. وقتی فشار در سمت راست بیشتر از سمت چپ شود، سوپاپ روی دیواره داخلی باز می‌شود. طول دو قسمت داخلی  $l = 11/2 \text{ dm}$  است. ابتدا در سمت چپ  $12 \text{ g}$  هلیوم و در سمت راست  $2 \text{ g}$  هلیوم وجود دارد. دمای هر دو قسمت  $0^\circ \text{C}$  است. فشار برابر است با  $p = 10^5 \text{ Pa}$ . ظرفیتهای گرمایی برابراند با:

$$C_V = 3/15 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}; C_P = 5/25 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

پیستون آهسته به سمت دیواره داخلی برده می‌شود. هنگامی که سوپاپ باز



شکل ۲

می‌شود، حرکت پیستون موقتاً قطع می‌شود. سپس پیستون دوباره آهسته به سمت دیواره برده می‌شود.

کل کار انجام شده چقدر است؟

## مسئله ۳

در يك کره شیشه‌ای در جایی يك حباب کروی هوا قرار گرفته است. روشهایی را شرح دهید که به کمک آنها بتوان قطر این حباب را اندازه گرفت!  
توجه: کره شیشه‌ای نباید صدمه ببیند. روشها را تا حد ممکن دقیق شرح دهید.

## مسئله ۴

خواص گرمایی يك ماده بلورين را در محدودهٔ میان دمای اتاق و  $80^{\circ}\text{C}$  بررسی کنید و ثابتهای مشخصهٔ گرمایی آن را تعیین کنید.  
نتایج اندازه‌گیری را با جدول و نمودار بیان کنید.  
وسائلی که در اختیار دارید:  
يك منبع ولتاژ  $12\text{ V}$ ، يك شیشهٔ ریگنتس که در این ولتاژ می‌تواند گرم شود، مایعی با ظرفیت گرمایی معلوم ( $C_0 = 2/1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{k}^{-1}$ ).  
توجه: جایگزینی برای دستگاههای خراب شده یا مواد مصرف شده وجود ندارد.

## حل مسائل

## مسئله ۱

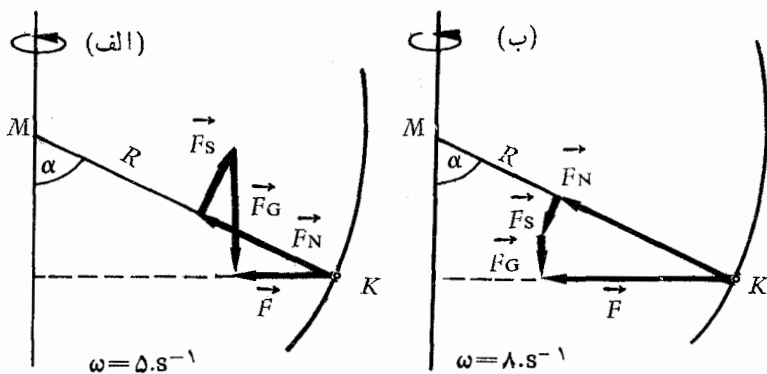
جسم بر روی دایره‌ای به شعاع  $R \cdot \sin \alpha$  حرکت می‌کند. پس از برقراری حرکت پایدار در جهت مماس هیچ نیرویی لازم نیست. در شکل ۱ الف نیروهای وارد بر کره رسم شده‌اند.

برایند نیروی واکنش  $\vec{F}_N$ ، نیروی اصطکاک  $\vec{F}_S$ ، و نیروی وزن

$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$  در حالت تعادل باید برابر نیروی شعاعی  $F = m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \sin \alpha$  باشد. برای مؤلفهٔ این نیروها داریم:

$$F = F_N \cdot \sin \alpha - F_S \cdot \cos \alpha$$

$$m \cdot g = F_N \cdot \cos \alpha + F_S \cdot \sin \alpha$$



شکل ۱

از حل دستگاه معادلات به دست می آوریم:

$$F_S = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \left( 1 - \frac{\omega^2 \cdot R \cdot \cos \alpha}{g} \right)$$

$$F_N = m \cdot g \cdot \left( \cos \alpha + \frac{\omega^2 \cdot R \cdot \sin^2 \alpha}{g} \right)$$

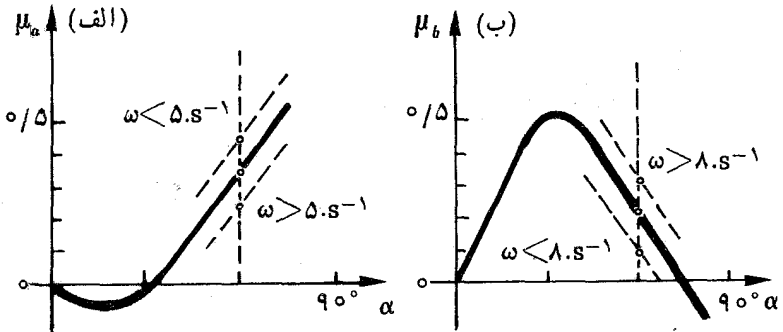
با این شرط که  $\mu_a \geq F_S / F_N$  جسم نخواهد لغزید. از مقادیر عددی به دست می آید:

$$\mu_a \geq \frac{3\sqrt{3}}{23} = 0.23$$

(ب) هرگاه  $\omega^2 \cdot R \cdot \cos \alpha / g > 1$ ، آنگاه باید اصطکاک مانع بالا رفتن جسم شود. جهت نیروها برای این مورد در شکل ۱ الف رسم شده اند. جواب، مانند مورد الف از تعادل نیروها میان نیروی شعاعی  $\vec{F}$  و برابند نیروهای  $\vec{F}_S$  و  $\vec{F}_N$  و  $\vec{F}_G$  به دست می آید:

شرط روی ضریب اصطکاک می شود:

$$\mu_b \geq \frac{F_s}{F_N} = \sin \alpha \cdot \frac{\omega^2 \cdot R \cdot \cos \alpha - g}{\cos \alpha + \frac{\omega^2 \cdot R \cdot \sin^2 \alpha}{g}} = \frac{3\sqrt{3}}{29} = 0.118$$



شکل ۲

(ج) شکل‌های ۲ الف و ۲ ب بستگی حداقل ضریب اصطکاک را به زاویه  $\alpha$  در هر مورد به دست می‌دهد.

(ج ۱) اگر جسم به پایین سر بخورد، همانجا می‌ماند؛ اگر به جای بالاتر برود به پایین برمی‌گردد. سرعت زاویه‌ای که زیاد شود، جسم جای خود را حفظ می‌کند؛ وقتی سرعت کم شود، پایین می‌آید.

(ج ۲) وقتی جسم بالا بیاید، همانجا می‌ماند، و چون پایین برود، به بالا برمی‌گردد. در این مورد اگر سرعت زاویه‌ای کم شود جسم سر جای خود می‌ماند، و چون سرعت زیاد شود به جای بالاتری می‌رود.

## مسئله ۲

از معادله حالت گاز کامل شروع می‌کنیم. فشار  $p_1$  در سمت چپ و فشار  $p_2$



درست راست را می توان حساب کرد:

$$p_1 = 6 \times 10^5 \text{ Pa} \quad \text{و} \quad p_2 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

شرط باز شدن سوپاپ از معادلهٔ گاز بی در رو (آدیابات) به دست می آید:

$$p \cdot V_1^x = p_2 \cdot V_2^x$$

که در آن  $x = C_p / C_v = 5/3$  بنا بر این رابطه سوپاپ به هنگام رسیدن حجم به  $V_1 = 3/82 \text{ dm}^3$  باز می شود. دما در این هنگام از معادلهٔ حالت حساب می شود:  $T_1 = 559/0 \text{ K}$ . در این مرحله کار انجام شده تنها انرژی داخلی گاز را زیاد می کند. این کار برابر است با

$$W_1 = m \cdot C_v \cdot \Delta T = 1802 \text{ J} \quad (2)$$

حالا، در حالی که پیستون را نگهداشته ایم، سوپاپ باز می شود. تعادل گرمادر دمای  $T_2 = 313/9 \text{ K}$  برقرار می شود. در مرحله دوم با انقباض بی در رو سروکار داریم، که ضمن آن از حجم کل به اندازهٔ  $V_1$  کاسته می شود و دما تا  $T_3$  بالا می رود. از معادلهٔ

$$T_2 \cdot (V_2 + V_1)^{2/3} = T_3 V_2^{2/3}$$

نتیجه می شود  $T_3 = 381/7 \text{ K}$ .

کار لازم برای این مقدار افزایش انرژی داخلی از (2) به دست می آید:

$$W_2 = 2990 \text{ J}$$

کار کل از مجموع  $W_1$  و  $W_2$  منهای کاری که فشار هوا انجام دهد، یعنی  $W_3 = p \cdot V$  به دست می آید:

$$W = W_1 + W_2 - W_3 = 3672 \text{ J}$$

### مسئله ۳

روشهای متعددی را می توان برای تعیین قطر حباب هوا نام برد. در اینجا از دو روش یاد می کنیم.

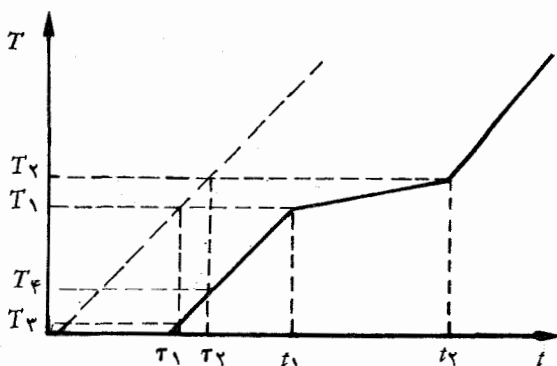
۱. کرهٔ شیشه ای را در مایعی با همان ضریب شکست قرار می دهیم.

خطی را که مراکز دو کره را به هم وصل می کند پیدا می کنیم. به این ترتیب یک سیستم از عدسیها به دست می آید که می توان به طور تجربی فاصله کانونی و سپس قطر را تعیین کرد.

۲. کره را طوری در یک مایع با ضریب شکست معلوم قرار می دهیم، که کره و حباب هم مرکز باشند. این سیستم را با پرتو نوری موازی آزمایش می کنیم. از سیستم و تصاویر به دست آمده می توان قطر حباب را تعیین کرد.

### مسئله ۴

ابتدا مقداری مایع به جرم  $m_0$  را گرم می کنیم و در ضمن آن نمودار دما-زمان را رسم می کنیم (شکل زیر، منحنی خط چین). سپس یک نمودار دما-زمان برای ماده X (جرم  $m_X$ ) رسم می کنیم. مناسبتر این است که این ماده را در مایع (جرم  $m_0$ ) گرم کنیم. به این ترتیب به توزیع دمای همگن در شیشه ریگنتس دست می یابیم. رابطه میان  $T$  و  $t$  در نمودار زیر به صورت خط یک سره نمایش داده شده است.



از منحنی ماده X در می یابیم که این ماده در زمان  $t_1$  تا  $t_2$  ذوب می شود. به عنوان ثابتهای گرمایی مشخصه ماده X، نقطه ذوب و گرمای ذوب و ضریب

گرمایی ویژه آن را حساب می‌کنیم.

### نقطه ذوب $T_x$

به عنوان نقطه ذوب می‌توان میانگین دمای شروع و اتمام ذوب را گرفت:  
 $T_x = 1/2(T_1 + T_2)$ . برای کنترل بهتر است فرایند انجماد نیز بررسی شود و  $T_x$  به عنوان نقطه انجماد نیز تعیین شود.

### گرمای ذوب ویژه $q_x$

توان گرمادهی را می‌توان ثابت فرض کرد. در این صورت از منحنی خط‌چین شده گرمایی که در واحد زمان به محتوای شیشه ریگتنس داده می‌شود به دست می‌آید:

$$q = \frac{m_o \cdot c_o \cdot (T_2 - T_1)}{\tau_2 - \tau_1}$$

برای همین مقدار افزایش دما مایع و ماده X روی هم گرمای  $Q = q \cdot (t_2 - t_1)$  را می‌گیرند. این گرما معرف ذوب ماده و نیز گرم کردن مایع و ماده از  $T_1$  به  $T_2$  می‌شود. بنا بر این:

$$q(t_2 - t_1) = q_x \cdot m_x + c_o \cdot m_o \cdot (T_2 - T_1) + c_x \cdot m_x \cdot (T_2 - T_1)$$

جمله آخر نسبت به دو جمله اول کوچک است و از آن صرف نظر می‌کنیم. سپس به کمک (۱) به دست می‌آید:

$$q_x = \frac{m_o \cdot c_o \cdot (T_2 - T_1) \cdot (t_2 - t_1)}{m_x \cdot (\tau_2 - \tau_1)}$$

### ظرفیت گرمایی ویژه $C_x$

مایع در مدت  $\tau_2 - \tau_1$  (منحنی خط‌چین) از  $T_1$  به  $T_2$ ، و ماده و مایع (منحنی یک سره) از  $T_3$  به  $T_4$  پس داریم:

$$q \cdot (\tau_2 - \tau_1) = m_o \cdot c_o \cdot (T_2 - T_1) = (m_x \cdot c_x + m_o \cdot c_o) \cdot (T_4 - T_3)$$

از آنجا نتیجه می‌شود:

$$c_x = \frac{m_o \cdot c_o}{m_x} \left( \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} - 1 \right)$$

به همین ترتیب می‌توان ضریب گرمایی ویژه ذوب را تعیین کرد.  
تذکره:

از ظرفیت گرمایی شیشه ریگنتس و تبادل گرما با محیط صرف نظر می‌شود.

## دهمین المپیاد بین الملل فیزیک

چکوسلواکی، ۱۳۵۶

### مسائل

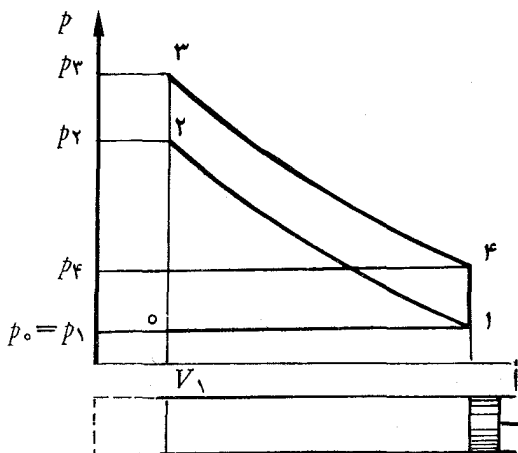
#### مسئله ۱

نسبت فشردگی دریک موتور چهار هنگامه برابر  $\epsilon = 9/5$  است. هوا با دمای  $27^\circ\text{C}$  به داخل سیلندر با فشار  $0.1\text{ MPa}$  مکیده می شود. به هنگام جرقه زدن در مخلوط هوا-بنزین فشار در سیلندر دو برابر می شود. فرایندهای داخل سیلندر و گردش موتور به طور ایده آل در نمودار  $p-V$  نمایش داده شده اند (شکل ۱).

الف) بین نقاط ۱-۲، ۲-۳، ۳-۴، ۴-۱ و ۱-۲ از نمودار  $p-V$  چه فرایندهای فیزیکی-تکنیکی در سیلندر اتفاق می افتند؟ بین نقاط ۱-۲ و ۳-۴ فرایندها بی در رو هستند.

ب) در نقاط برگشت، که در نمودار  $p-V$  مشخص شده اند، دما و فشار چقدر است؟

ج) بازدهی گرمایی موتور چقدر است؟



شکل ۱

(د) آیا مقادیر به دست آمده با واقعیت همخوانی دارند؟

### مسئله ۲

يك قاب چهار گوش سیمی را در آب صابون فرو می‌بریم و درمی‌آوریم. يك لایه آب صابون تخت به ابعاد  $b = 0.020 \text{ m}$  و  $h = 0.030 \text{ m}$  در آن تشکیل می‌شود. چگالی آب صابون  $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  است. نور سفید با زاویه  $\alpha = 30^\circ$  نسبت به قائم بر لایه می‌تابد. لایه در پرتو نور منعکس شده سبز ( $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ ) می‌نماید. ضریب شکست محلول  $n = 1.33$  است.

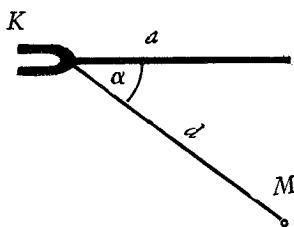
(الف) آیا می‌توان با يك ترازوی آزمایشگاه (به دقت  $m_0 = 0.1 \text{ g}$ ) جرم لایه را تعیین کرد؟

(ب) اگر به لایه در نور منعکس شده عمودی نگاه کنیم، لایه به چه رنگ دیده خواهد شد؟

### مسئله ۳

از يك منبع الكترون الكترونی‌هایی گسیل می‌شوند که توسط ولتاژ  $U$  شتاب

می گیرند. این الکترونها در امتداد خط راست  $a$  پرواز می کنند (شکل ۲). درفاصله  $d$  ازمنبع، هدف  $M$  قرار گرفته است.



شکل ۲

خط  $\overline{KM}$  با خط  $a$  زاویه  $\alpha$  می سازد.

الف) یک میدان مغناطیسی همگن را در نظر بگیرید که جهت آن عمود بر صفحه ای باشد که از  $a$  و  $\overline{KM}$  می گذرد. القای مغناطیسی  $B$  چقدر باشد تا الکترونها به هدف  $M$  بر بخورند؟  
مقادیر عددی مفروض:

$$U = 1000 \text{ V}; d = 5/0 \text{ cm}; \alpha = 60^\circ; e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C};$$

$$m_e = 9/11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

### مسئله ۴

مدار شکل ۳-۱ را تشکیل دهید. می خواهیم جدول زیر را کامل کنیم؛ تمام اندازه گیریهای لازم را انجام دهید!

الف) از داده های اندازه گیری شده مقاومت های جریان متناوب  $Z_{AB}$ ،  $Z_{AC}$  و  $Z_{BC}$  را در گستره بسامد  $1 \text{ kHz}$  تا  $10 \text{ kHz}$  (شکل ۳-۲ الف) تعیین کنید.

ب) بستگی مقاومت های جریان متناوب را به بسامد رسم کنید (کاغذ دولگاریتمی به کار ببرید)!

ج) به طور نظری نشان دهید که مقادیر  $R$ ،  $C_1$  و  $C_2$  را می توان از

مقاومت‌های جریان متناوب برای بسامدهای مفروض تعیین کرد (شکل ۲-۳ ب).  
 (د) بر مبنای نتایج مشخص کنید به کدام گیره جعبه سیاه مقاومت و به کدام گیره خازنها وصل اند.

(ه) مقاومت  $R$  و ظرفیتهای  $C_1$  و  $C_2$  را حساب کنید. برای این کار از مقاومت‌های جریان متناوب که برای  $1\text{ kHz}$  و  $10\text{ kHz}$  تعیین شدند، استفاده کنید.

(و) چشم پوشیدن از جریانی که از دستگاه اندازه گیری ولتاژ می گذرد چه تأثیری بر دقت اندازه گیری دارد؟

$f$  به  $\text{kHz}$     ۱    ۰/۲    ۰/۵    ۱/۰    ۲/۰    ۵/۰    ۱۰/۰

$U_{AB}$  به  $V$

$I_{AB}$  به  $\text{mA}$

$U_{AC}$  به  $V$

$I_{AC}$  به  $\text{mA}$

$I_{BC}$  به  $\text{mA}$

$Z_{AB}$  به  $\text{k}\Omega$

$Z_{AC}$  به  $\text{k}\Omega$

$Z_{BC}$  به  $\text{k}\Omega$

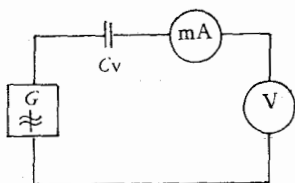
آنچه در اختیار شما است:

یک مولد سینوسی  $RC$ ، دو دستگاه اندازه گیری، یک جعبه سیاه که در آن دو خازن  $C_1$  و  $C_2$  و یک مقاومت  $R$  در مدار ستاره‌ای قرار دارد (شکل ۲-۳). سیم اتصال.

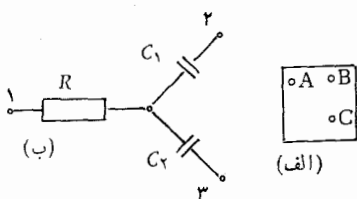
تذکره:

۱. از مولد می توان ولتاژ متناوب در چندین گستره بسامد دریافت کرد.





شکل ۱-۳



شکل ۲-۳

ولتاژ خروجی را می‌توان بین  $0\text{ V}$  تا  $10\text{ V}$  تنظیم کرد. سفارش می‌کنیم ولتاژ را طوری تنظیم کنید که از گستره مفید دستگاه اندازه‌گیری ولتاژ کاملاً استفاده شود.

۲. اگر ولتاژ درگیره‌های مولد، يك مؤلفهٔ جریان مستقیم داشته باشد، در مدار (شکل ۱-۳) از يك خازن  $C_V = 1\ \mu\text{F}$  استفاده کنید.

## حل مسائل

### مسئله ۱

الف) ۱-۰: فرایند هم-فشار،  $V_0/T_0 = V_1/T_1$ ، مکش.

۲-۱: فرایندی دررو،  $p_1 \cdot V_1^x = p_2 \cdot V_2^x$ ،  $T_1 \cdot V_1^{x-1} = T_2 \cdot V_2^{x-1}$ ، تراکم.

۳-۲: فرایند هم-حجم،  $p_2/T_2 = p_3/T_3$ ، انفجار.

۴-۳: فرایندی دررو،  $p_3 \cdot V_3^x = p_4 \cdot V_4^x$ ،  $T_3 \cdot V_3^{x-1} = T_4 \cdot V_4^{x-1}$ ، انبساط.

۱-۴: فرایند هم-حجم،  $p_4/T_4 = p_1/T_1$ ، تخلیه.

۰-۱: فرایند هم-فشار،  $V_1/T_1 = V_0/T_0$ ، ضربه.

ب) برای نقاط برگشت داریم:

$$1-0: p_0 = p_1 = 0.1\text{ MPa}, T_0 = T_1 = 300\text{ K}$$

$$2-1: p_2 = 2/34\text{ MPa}, T_2 = 740\text{ K}$$

$$، p_3 = 4/68 \text{ MPa} \quad ، T_3 = 1477 \text{ K} : 2-3$$

$$، p_4 = 0/2 \text{ MPa} \quad ، T_4 = 600 \text{ K} : 3-4$$

$$، p_1 = 0/1 \text{ MPa} \quad ، T_1 = 300 \text{ K} : 4-1$$

این فرایند یک فرایند چرخه‌ای است، که ضمن آن مقادیر اولیه تکرار می‌شوند.

(ج) بازدهی برابر است با نسبت گرمای پس داده به گرمای دریافت کرده. به هنگام خروج گاز (۱-۴) گرما به محیط داده می‌شود، و به هنگام جرقه زنی (۳-۲) گرما دریافت می‌شود. بنابراین بازدهی می‌شود:

$$\eta = \frac{W_{23} - W_{41}}{W_{23}}$$

که در آن

$$W_{41} = c_{v0} \cdot (T_1 - T_4) \quad \text{و} \quad W_{23} = c_{v0} \cdot (T_3 - T_2)$$

پس از نشان دادن مقادیر عددی داریم:

$$\eta = 0/594$$

(د) در عمل به هنگام مکش و ضربه کار انجام می‌شود که در نظر گرفته نشده‌اند. خروج گاز (۱-۴) هم-حجم فرض شد که در واقعیت این طور نیست. بنابراین بازدهی واقعی از مقدار محاسبه شده کمتر است.

## مسئله ۲

حداکثر شدت نور تک فام منعکس شده از یک لایه نازک به ضخامت  $d$  وقتی است که داشته باشیم:

$$2n \cdot d \cdot \cos \beta = (2k + 1) \times 0/5$$

و

$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad (1)$$

در نتیجه:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k+1) \times 0.5 \quad (2)$$

هنگامی که نور سفید بر لایه بتا باد، رنگهایی در نور منعکس شده تقویت می شوند که برای آنها رابطه (۲) صدق کند. طبق مسئله نور سبز با طول موج  $\lambda_0$  تقویت می شود. در این مورد ضخامت لایه برای تداخل مرتبه  $k$  می شود:

$$d_k = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (3)$$

به ازای  $k=0$  داریم  $d_0 = 10^{-7} \text{ m}$ . جرم لایه صابون می شود:

$$m_k = \rho \cdot b \cdot h \cdot d_k$$

برای چند مرتبه اول تداخل به دست می آید:

$$m_0 = 0.06 \text{ mg}, \quad m_1 = 0.18 \text{ mg}, \quad m_2 = 0.3 \text{ mg}$$

دقت ترازو برای اندازه گیری نازکترین لایه کافی نیست. برای  $d_1$  خطای اندازه گیری ۵۰٪ است. خطای نسبی با افزایش ضخامت کاهش می یابد.

(ب) وقتی نور با زاویه  $30^\circ$  به لایه بتا بد و عمودی به آن نگاه کنیم، تاریک دیده می شود.

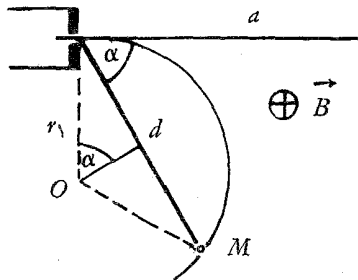
### مسئله ۳

(الف) الکترونی که عمود بر خطوط میدان با سرعت  $v$  در یک میدان مغناطیسی همگن وارد شود، روی مسیری دایره ای حرکت می کند، که عمود بر میدان قرار دارد. نیروی لورنتس، که به طور شعاعی وارد می شود، باعث این حرکت دورانی است. از تعادل نیروها

$$B \cdot e \cdot v = \frac{m_e \cdot v^2}{r_1} \quad (1)$$

و رابطه انرژی

$$U \cdot e = \frac{m_e \cdot v^2}{2} \quad (2)$$



شکل ۱

با  $r_1 = d / 2 \sin \alpha$  برای القای مغناطیسی به دست می آید:

$$B = \frac{2 \cdot \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m_e}{e}} = 3.7 \text{ mT} \quad (3)$$

ب) حرکت راست خط الکترونها به هنگام ورود به میدان  $B$ ، به علت تأثیر نیروی لورنتس، بسا یک حرکت دایسره جمع می شود. حرکت برابند الکترونها مارپیچی است و شعاع آن  $r_1$  است. شعاع  $r_2$  از معادله (۱) به دست می آید، که در آن فقط مؤلفه سرعت عمود بر میدان  $B$ ، یعنی

$$v_1 = v \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

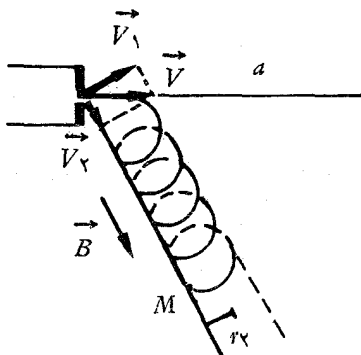
در حرکت دورانی سهیم است (شکل ۲). از معادله (۱) برای حرکت دورانی به شعاع  $r_2$  داریم:

$$B \cdot e \cdot v \cdot \sin \alpha = \frac{m_e v^2 \cdot \sin^2 \alpha}{r_2} \quad (5)$$

شعاع  $r_2$  را می توان از زمان پرواز الکترون،  $t$ ، به دست آورد. اگر  $N$  تعداد پیچها و  $t_1$  مدت یک دوران باشد خواهیم داشت:

$$t_1 = \frac{2\pi r_2}{v_1} \quad \text{و} \quad t = \frac{d}{v \cdot \cos \alpha} = N \cdot t_1 \quad (6)$$

از (۲) و (۵) و (۶) می توان میدان  $B$  را به عنوان تابعی از  $N$  حساب کرد:



شکل ۲

$$B = N \cdot \frac{2 \cdot \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m_e}{e}} = N \times 6.7 \text{ mT}$$

شرط مفروض به ازای ۱، ۲، ۳، ۴ صادق است، یعنی:

$$B_1 = 6.7 \text{ mT},$$

$$B_2 = 13.4 \text{ mT},$$

$$B_3 = 20.1 \text{ mT},$$

$$B_4 = 26.8 \text{ mT}$$

#### مسئله ۴

الف) شکل ۱ الف مدار کامل را برای اندازه گیری نشان می دهد. از داده های اندازه گیری شده امپدانسهای لازم را حساب می کنیم. اگر گیره ها را با ۱ و ۲ و ۳ نشان دهیم (شکل ۱ ب)، بر طبق این شکل داریم:

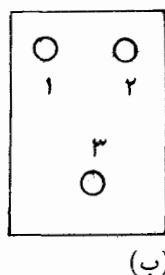
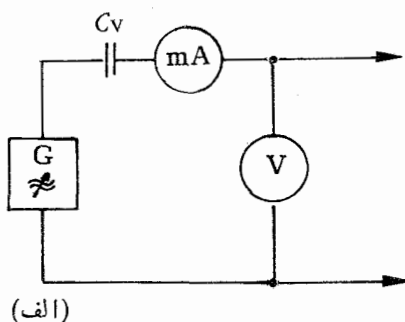
$$Z_{12}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}, \quad (1)$$

$$Z_{13}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}, \quad (2)$$

$$Z_{۲۳} = \frac{1}{\omega \cdot C_۱} + \frac{1}{\omega \cdot C_۲} \quad (۳)$$

ب) وقتی بسامد خیلی زیاد باشد، در روابط (۱) و (۲):  $R$  امپدانس را تعیین می کند؛ یعنی  $Z_{۱۲} = Z_{۱۳} = R$  و  $\log Z_{۱۲} = \log Z_{۱۳} = \log R$  وقتی بسامدها کوچک باشند  $1/(\omega \cdot C)$  بر  $R$  غالب است و با  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  داریم:

$$Z_{۱۲} = \frac{1}{2\pi f C_۱}$$

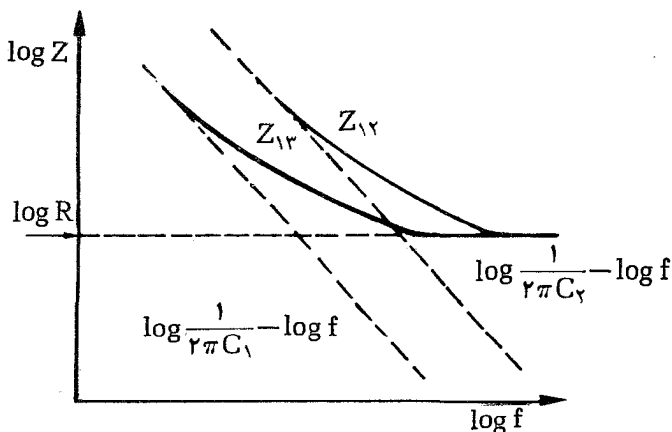


شکل ۱

$$\log Z_{۱۲} = \log \frac{1}{2\pi C_۱} - \log f, \quad (۴ الف)$$

$$Z_{۱۳} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_۲}$$

$$\log Z_{۱۳} = \log \frac{1}{2\pi C_۲} - \log f \quad (۴ ب)$$



شکل ۲

پس روی کاغذ لگاریتمی منحنیهایی به دست می آوریم که يك مجانب آنها  
خطوطی با زاویه  $45^\circ$  به سمت پایین می آیند، و مجانب دیگر موازی محور  
 $\log f$  و در فاصله  $\log R$  قرار دارد (شکل ۲).  
از معادله (۳) با  $\omega = 2\pi f$  به دست می آید:

$$Z_{12} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

و

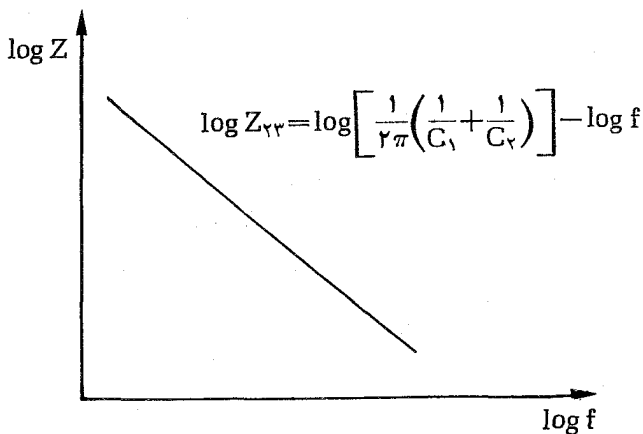
$$\log Z_{12} = \log \left[ \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right] - \log f \quad (5)$$

نمودار متعلق به معادله (۵) بر روی کاغذ لگاریتمی خطی است با زاویه  
شیب  $45^\circ$  (شکل ۳).

(ج) از (۳) نتیجه می شود:

$$\frac{1}{\omega \cdot C_2} = Z_{12} - \frac{1}{\omega \cdot C_1}$$

بنابراین از (۲) نتیجه می شود:



شکل ۳

(۳ الف)

$$Z_{vr}^2 = R^2 + \left( Z_{vr} - \frac{1}{\omega \cdot C_1} \right)^2 = R^2 + Z_{vr}^2 - \frac{2Z_{vr}}{\omega \cdot C_1} + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_1^2}$$

(۳ الف) را که از (۱) کم بکنیم، به دست می‌آید:

$$Z_{vr}^2 - Z_{vr}^2 = -Z_{vr}^2 + \frac{2Z_{vr}}{\omega \cdot C_1}$$

و از آنجا

$$C_1 = \frac{2Z_{vr}}{\omega(Z_{vr}^2 - Z_{vr}^2 + Z_{vr}^2)}$$

و به همین ترتیب

$$C_2 = \frac{2Z_{vr}}{\omega(-Z_{vr}^2 + Z_{vr}^2 + Z_{vr}^2)}$$

سپس از (۱) به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{Z_{vr}^2 - \frac{1}{\omega^2}}$$



(د) دو خازن به گیره‌هایی وصل اند که میان آنها رابطه‌ای که در شکل ۳ به دست آمد صادق است. مقاومت به گیره سوم وصل است.

(ه) جریانی که از ولتمتر می‌گذرد برای بسامدهای ضعیف، یعنی وقتی که شدت آن خیلی بسا شدت جریان داخل جعبه سیاه تفاوت ندارد، روی اندازه‌گیریهسا تأثیر می‌گذارد. این تأثیر باعث انحنای نمودارها به سمت پایین می‌شود. در بسامدهای زیاد می‌توان از تأثیر جریان داخل ولتمتر صرف نظر کرد.

## یازدهمین المپیاد بین المللی فیزیک

شوروی، ۱۳۵۸

### مسائل

#### مسئله ۱

یک سفینه فضایی به جرم  $M = 12t$  در یک مدار دایره‌ای در ارتفاع  $h = 100 \text{ km}$  به دور ماه می‌گردد. برای تغییر مسیر به مسیر فرود روی ماه ترمز آن در نقطه  $A$  به مدت کوتاهی روشن می‌شود (شکل ۱ الف). از موتور ترمز، گاز به سرعت  $v = 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  خارج می‌شود.

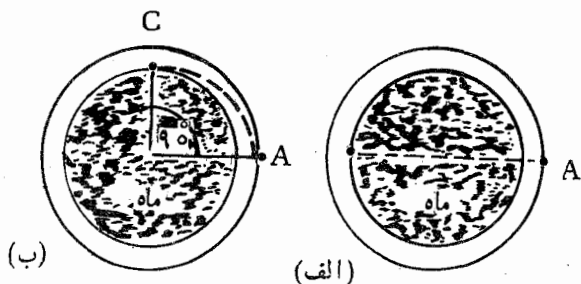
الف) برای اینکه سفینه پس از روشن شدن موتور ترمز در نقطه  $A$ ، در نقطه  $B$  به ماه بنشیند، چه مقدار سوخت مصرف می‌شود.

ب) در مورد دیگری برای فرود ضربه‌ای (تکانی) به سفینه در جهت مرکز ماه وارد می‌شود. مدار فرود حالا بر ماه در نقطه  $C$  مماس است (شکل ۱ ب).

چقدر سوخت در این مورد مصرف می‌شود؟ شعاع ماه برابر است با

$R_M = 1,7 \times 10^3 \text{ km}$ . شتاب سقوط روی ماه برابر است با

$$g_M = 1,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$



شکل ۱

### مسئله ۲

می‌خواهیم تکه‌ای از آلومینیم را روی یک ترازوی آزمایشگاهی با وزنه‌هایی از جنس برنج وزن کنیم. توزین یک بار در هوای خشک، و بار دیگر در فشار بخار آبی برابر با  $p = ۲/۰۳ \text{ kPa}$  انجام می‌گیرد. اگر کمترین جرم اندازه‌پذیر  $m_0 = ۰/۱ \text{ mg}$  باشد، جرم تکه چقدر باشد تا ترازو برای دو توزین اختلافی را نشان بدهد. در هر دو مورد فشار برابر است با  $p = ۱۰۱/۳ \text{ kPa}$  و دما  $T = ۲۰^\circ\text{C}$ . چگالی‌ها برابرند با  $\rho = ۲/۷ \text{ g.cm}^{-۳}$  و  $\rho = ۸/۵ \text{ g.cm}^{-۳}$  آلوم برنج

### مسئله ۳

نور لیزر با طول موج  $\lambda = ۰/۶۹ \times ۱۰^{-۶} \text{ m}$  توسط تلسکوپ به ماه تابیده می‌شود. آینه‌ای ایده‌آل به قطر  $d = ۲۰ \text{ cm}$  روی ماه این نور را دقیقاً در راستای تابش منعکس می‌کند. تلسکوپ اولیه این نور منعکس شده را دریافت و روی یک گیرنده نور منعکس می‌کند. (الف) برای اینکه حداکثر شدت نور منعکس شده دریافت شود، محور نوری تلسکوپ باید با چه دقت زاویه‌ای تنظیم شود. (ب) با صرف نظر کردن از مقدار نوری که در جو و در تلسکوپ از میان می‌رود، تخمین بزنید چه مقدار انرژی نور لیزر پس از انعکاس روی ماه

توسط گیرنده نور ثبت می شود.

ج) اگر حد حساسیت چشم  $n = 100$  کوانتوم نور و انرژی کسه لیزر در هر پالس می تابد  $W = 1 \text{ J}$  باشد، آیا می توان نور منعکس شده را با چشم غیر مسلح دید؟

داده های عددی: فاصله ماه-زمین:  $380000 \text{ km}$ ; قطر مردمک چشم:

$$d_p = 5 \text{ mm}; \text{ کوانتوم کنش پلانک: } h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

د) تخمین بزنید که کار برد بازتابنده روی ماه چقدر بر نور منعکس شده می افزاید. سطح ماه  $\alpha = 10\%$  از نور تابیده شده را به طور یکنواخت در زاویه فضایی  $2\pi$  پخش می کند.

#### مسئله ۴

«جعبه سیاهی» در اختیار شماست که چهار گیره اتصال دارد. پارامترهای الکتریکی آن را حساب کنید! وسایل زیر در اختیار شما هستند:

یک منبع ولتاژ مستقیم بسا ولتاژ حدود  $5 \text{ V}$ ، یک منبع ولتاژ متناوب  $50 \text{ Hz}$  با ولتاژ خروجی حدود  $30 \text{ V}$ ، دو دستگاه اندازه گیری چند منظوره برای اندازه گیری ولتاژ و شدت جریان در ولتاژ مستقیم و متناوب و مقاومت، یک پتانسیومتر، و سیم اتصال.

تذکر:

- دقت کنید که دستگاهها همیشه با نوع صحیح ولتاژ مستقیم یا متناوب تنظیم شوند.
- به اتصال صحیح دقت کنید!

## حل مسائل

#### مسئله ۱

الف) سرعت سفینه  $\vec{v}$  به دور ماه از تعادل میان نیروی شعاعی و

نیروی گرانی (ثقل) به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{g_M \cdot R_M^r}{R_M + h}} \quad (1)$$

پس از ترمز کردن، سرعت در نقطه  $A$  به  $\vec{v}_A$  کاهش می‌یابد. به هنگام فرود در نقطه  $B$  سرعت سفینه  $\vec{v}_B$  است (شکل ۱ الف). از قانون بقای اندازه حرکت زاویه‌ای

$$v_B \cdot R_M = v_A \cdot (R_M + h) \quad (2)$$

و قانون بقای انرژی

$$\frac{M \cdot v_B^2}{2} - \frac{M v_A^2}{2} = \frac{\gamma \cdot M \cdot m_M}{R} - \frac{\gamma \cdot M \cdot m_M}{R + h} \quad (3)$$

سرعت  $v_A$  به دست می‌آید:

$$v_A = \sqrt{\frac{\gamma g_M \cdot R_M^r}{(R_M + h) \cdot (2R_M + h)}} \quad (4)$$

مقدار گاز خارج شده از موتور  $m_T$  از قانون بقای اندازه حرکت به دست می‌آید:

$$(M - m_T) \cdot \Delta v = m_T \cdot u$$

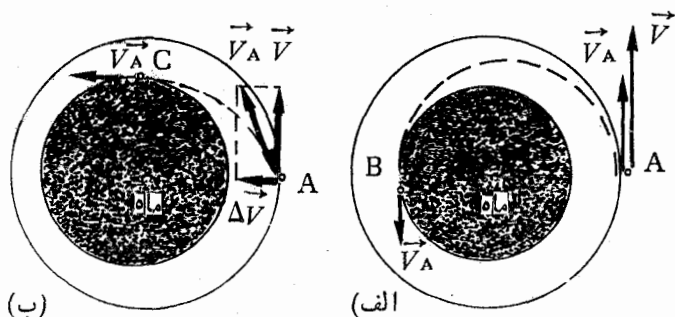
$$m_T = \frac{\Delta v}{\Delta v + u} \cdot M = 2.8/7 \text{ kg} \quad (5)$$

که در آن  $\Delta v = v - v_A$  اختلاف سرعتی است که پیش می‌آید.

ب) در مورد دوم سرعت  $v_A$  پس از ترمز کردن از تجزیه سرعت به مؤلفه‌ها به دست می‌آید (شکل ۱):

$$v_A = \sqrt{v^2 + (\Delta v)^2}$$

محاسبه‌ای شبیه به مورد الف اختلاف سرعت را به دست می‌دهد:



شکل ۱

$$\Delta v = \frac{h}{R} \cdot v$$

و سپس از (۵) مقدار سوخت لازم به دست می آید:  $m_T = 115/3 \text{ kg}$ .

## مسئله ۲

اختلاف وزنی که ترازو نشان می دهد ناشی از اختلاف نیروی بالابری است که در هوا به اجسام وارد می شود. این نیرو برابر است با:

$$F = V \cdot \rho \cdot g = \frac{V \cdot \mu \cdot p \cdot g}{R \cdot T} \quad (1)$$

اختلاف نیروی بالابر از اختلاف میانگین جرم نسبی مولکولهای هوا،  $\mu$ ، به دست می آید. برای هوای خشک  $\mu_1 = 29$ ، برای هوای مرطوب

$$\mu_2 = \mu_w \cdot \frac{p_w}{p} + \mu_1 \cdot \frac{p - p_w}{p} \quad (2)$$

که در آن  $\mu_w = 18$ . در هوای خشک وقتی ترازو متعادل است که

$$V_1 \cdot \left( \rho - \frac{\mu_1 \cdot p}{R \cdot T} \right) = V_2 \cdot \left( \rho - \frac{\mu_2 \cdot p}{R \cdot T} \right) \quad (3)$$

که در آن  $V_1$  حجم جسم و  $V_2$  حجم تکه آلومینیم است. برای اینکه اختلاف وزن را در هوای مرطوب بتوان اندازه گرفت باید داشته باشیم:

$$V_1 \cdot \left( \rho_0 - \frac{\mu_1 \cdot P}{R \cdot T} \right) - V_2 \cdot \left( \rho - \frac{\mu_2 \cdot P}{R \cdot T} \right) \geq m_0 \quad (۴)$$

با نشانیدن و جایه‌جا کردن به دست می‌آید که این شرط به ازای  $m \geq ۴۳ \text{ mg}$  صادق است.

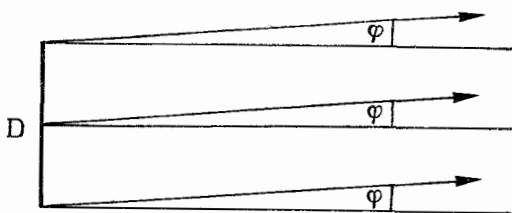
### مسئله ۳

الف) برای اینکه بتوان با همان تلسکوپ تابش منعکس شده را با حداکثر شدت دریافت کرد، لازم است که محور نوری طوری تنظیم شود که هیچ تداخلی پیش نیاید، یعنی انحراف نوری که آینه منعکس می‌کند از محور نوری باید به قدری کم باشد، که شرط تداخل صدق نکند. از شکل ۲ درمی‌یابیم که زاویه  $\varphi$  باید در رابطه زیر صدق کند:

$$\lambda = D \cdot \sin \varphi \quad (۱)$$

به ازای زاویه کوچک  $\varphi$  و داده‌های عددی، حداکثر انحراف می‌شود:

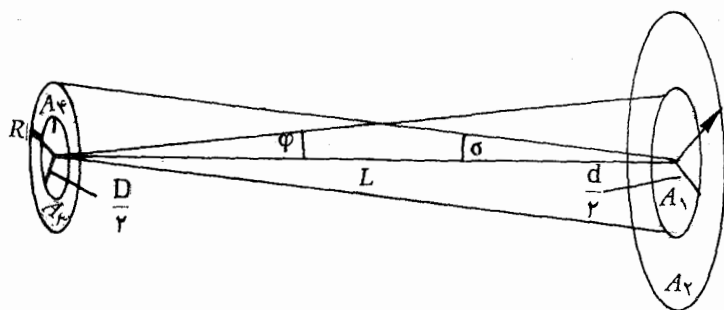
$$\varphi = \frac{\lambda}{D} = ۰/۰۵'' \quad (۲)$$



شکل ۲

ب) نوری که فرستنده می‌فرستد روی ماه به سطحی به مساحت  $A_۲$  با شعاع  $r$  برمی‌خورد (شکل ۳). شعاع این سطح به کمک رابطه (۲) می‌شود:

$$r \approx \varphi \cdot L \approx \frac{\lambda}{D} \cdot L \quad (۳)$$



شکل ۳

آینه بازتابنده به مساحت  $A_1$  بخشی از نور را منعکس می کند.  $K_1$ ، نسبت انرژی نور برخوردنده به بازتابنده، را می توان از نسبت سطوح  $A_1 : A_2$  حساب کرد:

$$K_1 = \frac{A_1}{A_2} \approx \frac{d^2 \cdot D^2}{4\lambda^2 \cdot L^2}$$

نور منعکس شده به سطح  $A_3$  روی زمین برمی خورد که شعاع آن شبیه به رابطه (۳) به دست می آید:

$$R \approx \delta \cdot L \approx \frac{\lambda}{d} \cdot L \quad (5)$$

$K_2$ ، نسبت نوری که به زمین می رسد به نوری که به تلسکوپ برمی خورد، نیز شبیه به (۴) از نسبت سطوح  $A_3 : A_4$  به دست می آید:

$$K_2 = \frac{A_3}{A_4} = \frac{d^2 \cdot D^2}{4\lambda^2 \cdot L^2} \quad (6)$$

بنابراین سهمی که گیرنده نور ثبت می کند می شود:

$$K = K_1 \cdot K_2 = \left( \frac{d \cdot D}{2\lambda \cdot L} \right)^4 = 0.97 \times 10^{-12} \quad (7)$$

و یا تقریباً  $10^{-10}$  درصد انرژی نور تابنده.



ج) اگر به نور دریافتی با چشم غیر مسلح نگاه نکنیم، نه اینکه آن را با گیرنده نور دریافت کنیم، آن وقت نوری که چشم دریافت می کند، مانند (۴) و (۶)، از نسبت سطح چشم  $A_p$  به سطح  $A_\varphi$  به دست می آید:

$$K_p = K \frac{A_p}{A_\varphi} = K \cdot \frac{A_p^\gamma}{D^\gamma} \quad (۸)$$

پس تعداد کوانتومهای نور که به چشم می رسند، برابر است با

$$N = \frac{K_p \cdot W}{h \cdot \nu} = \frac{K_p \cdot W \cdot \lambda}{c \cdot h} \approx ۱۲ \quad (۹)$$

یعنی نوری که گیرنده نور دریافت می کند با چشم غیر مسلح هم قابل رؤیت کردن است.

د) نوری که از ماه تحت زاویه

$$\Omega = \frac{A_\varphi}{L} = \frac{\pi \cdot D^\gamma}{4L^\gamma} \quad (۱۰)$$

منعکس شود به گیرنده می رسد.  $E_0$ ، انرژی این نور برابر است با

$$E_0 = \frac{\Omega}{4\pi} \cdot \alpha \cdot E = K_0 \cdot E \quad (۱۱)$$

$K_0$  در اینجا نسبت انرژی دریافت شده به انرژی ارسال شده است. به کمک (۱۰) نتیجه می گیریم:

$$K_0 = \alpha \cdot \frac{D^\gamma}{4L^\gamma} \quad (۱۲)$$

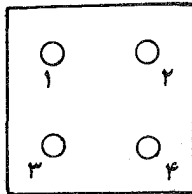
و سرانجام از (۷) و (۱۲) نتیجه می گیریم:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{D^\gamma \cdot d^\varphi}{4\alpha \cdot L^\gamma \cdot \lambda^\varphi} = ۱/۶۷ \times ۱۰^۶$$

یعنی با به کار بردن بازتابنده حدود  $۲ \times ۱۰^۶$  بار بیشتر انرژی دریافت می شود.

## مسئله ۴

ابتدا ولتسنجی پشت سرهم به گیره‌های ۱، ۲؛ ۱، ۳؛ ۱، ۴؛ ۲، ۳؛ ۲، ۴؛ ۳، ۴ و سرانجام ۳، ۴ (شکل ۴) وصل می‌کنیم.



شکل ۴

در این مورد تمام ولتاژهای اندازه‌گیری شده صفرند. پس هیچ منبع ولتاژی در جعبه وجود ندارد. طبق مدار شکل ۵ به ازای تمام ترکیبهای  $i$  و  $j$  (جریان - ولتاژ برای ولتاژ مستقیم و متناوب تعیین می‌شود. میان گیره‌های اتصال ۱، ۲ و ۳، ۴ نمودارهای شکل ۶ الف و ب به دست می‌آید. در هیچ یک از موارد دیگر جریانی یافت نمی‌شود.

نتیجه می‌گیریم که:

برای ولتاژ مستقیم نمودارهایی به دست می‌آیند که نسبت به نقطه صفر متقارن‌اند. می‌توان نتیجه گرفت که با مقاومت‌های اهمی سروکار داریم:

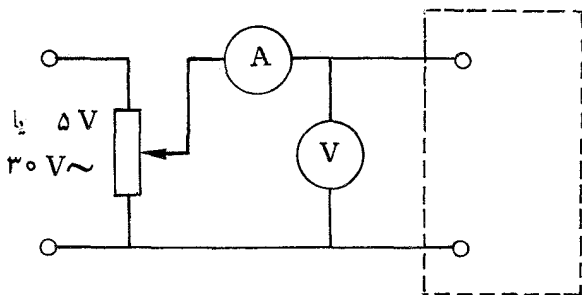
$$R_{34} = \frac{U_{-34}}{I_{-34}} \quad \text{و} \quad R_{12} = \frac{U_{-12}}{I_{-12}} \quad (1)$$

برای ولتاژ متناوب نیز خط به دست می‌آید اما با شیب کمتر. می‌توان نتیجه گرفت که سیم پیچ القایی در کار است. شکل ۷ محتوای جعبه را نشان می‌دهد. امید آنسها می‌شوند:

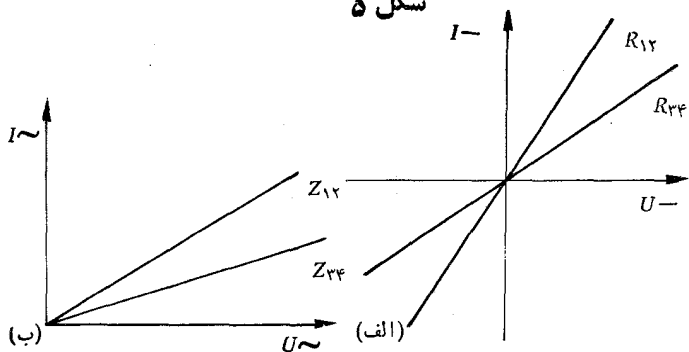
$$Z_{12} = \frac{U_{\sim 12}}{I_{\sim 12}} = \sqrt{R_{12}^2 + \omega^2 \cdot L_{12}^2}$$

و

$$Z_{34} = \frac{U_{\sim 34}}{I_{\sim 34}} = \sqrt{R_{34}^2 + \omega^2 \cdot L_{34}^2} \quad (2)$$



شکل ۵



(الف) (ب)  $U \sim Z_{22} Z_{12} I \sim I \cdot U \sim R_{22} R_{12}$

شکل ۶

با  $\omega = 2\pi \cdot f$  به دست می آید:

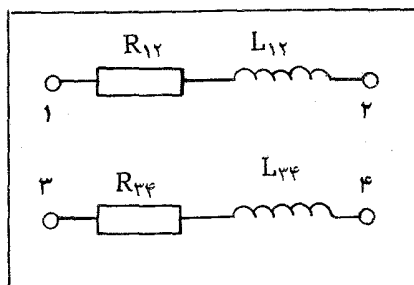
$$L_{12} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z_{12}^2 - R_{12}^2}$$

$$L_{22} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z_{22}^2 - R_{22}^2}$$

اتصال میان سیم پیچها را باید بررسی کرد. برای این کار ولتاژ متناوب به ۲، ۱ وصل و ولتاژ در ۳، ۴ اندازه گرفته می شود. می بینیم که

$U_{۳۴}/U_{۱۲} = \text{const.}$  یعنی سیم‌پیچها به طور القایی متصل‌اند.  
(ترانسفورماتور).

از  $U_{۳۴}/U_{۱۲} = w_{۳۴}/w_{۱۲}$  می‌توان نسبت دور سیمها را حساب کرد.  
پارامترهای دیگری را نیز می‌توان تعیین کرد، مثلاً وابستگی بازده  
اوئیه  $P/P_{\text{نویه}} = \eta$  به بار وارده.



شکل ۷

به هنگام محاسبه خطا باید دقت دستگاهها و تأثیر مقاومتهای داخلی  
دستگاهها بر نتایج اندازه‌گیری را منظور کرد.

## دوازدهمین المپیاد بین المللی فیزیک

بلغارستان، ۱۳۶۰

### مسائل

#### مسئله ۱

یک شیشه ریگنتس به جرم  $M$  درحالت سکون قرار دارد. دیواره‌ای به جرم  $m$  و ضخامت کم حجم شیشه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. درقسمت بسته  $n$  مول از یک گاز ایده‌آل به جرم مولی  $\mu$  و دمای  $T$  قرار دارد. دیواره از شیشه جدا می‌شود و بی اصطکاک به بیرون پرت می‌شود. گاز جریان پیدا می‌کند.

سرعت نهایی شیشه چقدر است؟

از موارد ذکر شده در زیر می‌توان صرف نظر کرد.

- اندازه حرکت گاز قبل از پرت شدن دیواره؛
- تبادل گرمایی میان گاز، شیشه ریگنتس، و دیواره؛
- تغییر دمای گاز، پس از جدا شدن دیواره؛
- نیروی ثقل زمین.

## مسئله ۲

يك گیرنده امواج رادیویی کیهانی در کنار ساحلی در ارتفاع دو متری از سطح دریا قرار دارد. به محض اینکه يك ستاره رادیویی با طول موج  $\lambda = 21 \text{ cm}$  از افق بالا می آید، گیرنده ماکزیمها و مینیمهای پشت سرهم را ثبت می کند. گیرنده تنها میدانهای الکتریکی را ثبت می کند که به موازات سطح آب نوسان می کنند. سیگنالی که ثبت می شود متناسب با  $E^2$  است.

الف) ارتفاع ستاره، به صورت کلی، چقدر باشد تا ماکزیمم و مینیمم پیش بیایند.

ب) پس از طلوع ستاره، شدت سیگنال رادیویی کم می شود یا زیاد؟ توجیه کیفی بیاورید!

ج) نسبت سیگنال میان موج تابنده و منعکس شده در اولین ماکزیمم و مینیمم دنبال آن چقدر است؟

تذکر:

در مورد انعکاس امواج الکترومغناطیسی روی سطح آب برای نسبت دامنه میدان الکتریکی موج منعکس شده به تابنده داریم:

$$\frac{E_{\text{منعکس}}}{E_{\text{تابنده}}} = \frac{n - \cos \varphi}{n + \cos \varphi}$$

برای لایه سطحی میان هوا و آب در طول موج  $21 \text{ cm}$  داریم  $n = 1.33$ .  
د) نسبت سیگنال برای ماکزیمهای متوالی به هنگام بالا رفتن ستاره کم می شود یا زیاد؟ برای حل مسئله سطح آب تخت فرض می شود.

## مسئله ۳

يك لامپ الکتریکی (مقاومت  $R_0$ )، که برای يك ولتاژ  $U_0$  پیش بینی شده است، از يك آکومولاتور با ولتاژ  $E$  تغذیه می شود. از مقاومت داخلی آکومولاتور می توان صرف نظر کرد. ولتاژ اسمی از طریق يك پتانسیومتر

به لامپ می‌رسد.

الف) برای اینکه بازدهی دستگاه از  $\frac{5}{6} = 0.83$  کمتر نباشد، مقاومت لغزشی چه مقاومتی باید داشته باشد؟

ب) برای لامپ مفروض بسا ولتاژ اسمی آن و آکومولاتور مفروض مدار را به دست آورید که بازده آن حداکثر باشد و مقدار بازده را حساب کنید!

مقادیر زیر را داریم:

$$R_0 = 2 \Omega; U_0 = 4/5 V; E = 6 V$$

#### مسئله ۴

یک نخ لاستیکی به طول اولیه  $l_0 = 150 \text{ mm}$  به یک پایه وصل است. به این نخ کفه کوچکی آویزان است.

الف) به نخ، پشت سرهم، بارهایی از  $15 \text{ g}$  تا  $105 \text{ g}$  آویزان کنید. زوج مقادیری را که به طور تجربی برای افزایش طول  $\Delta l$  و نیروی کشش  $F$  به دست می‌آید در یک جدول منظم کنید و این وابستگی را در مقیاس مناسبی رسم کنید!

ب) به کمک مقادیر جدول بخش الف مقدار حجم نخ را برای بارهای  $35 \text{ g}$  تا  $95 \text{ g}$  محاسبه و در جدولی تنظیم کنید. محاسبات را برای هر دو مقدار بار نزدیک به هم از فاصله مفروض انجام دهید! نظر خود را در مورد رفتار حجم به هنگام اعمال بار توسط معادله ای بیان کنید! رابطه زیر صدق می‌کند:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A}$$

که در آن  $E$  ثابت ماده است. به هنگام بحث در مورد رفتار حجم در نظر بگیرید که در محدوده بار مفروض قانون هوك برای ماده لاستیکی فقط به طور تقریبی صادق است و انحراف از آن می‌تواند تا ۱۰ درصد برسد.

ج) با استفاده از يك ساعت (كرونومتر) و با قرار دادن يك وزنهٔ ۶۰ g روی كفه، حجم نخ را حساب كنيد!  
 معادلاتی را كه به كار می برید بنویسید!  
 آنچه در اختیار دارید:  
 ساعت، خط كش، وسیلهٔ رسم منحنی، وزنه‌های ۱۰ g تا ۱۰۰ g، كاغذ میلیمتری.

تذکر:

- برای مدول کشسانی مقدار  $E = 2 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$ ، و برای شتاب ثقل مقدار  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  را به کار ببرید.
- نخ لاستیکی را بی جهت نکشید، و نگذارید بیش از مدتی که برای اندازه گیری لازم است به آن بار وصل باشد.  
 نگذارید دستگاه با دامنه‌ای بیش از ۱۵ تا ۲۰ میلیمتر نوسان کند!

## حل مسائل

### مسئله ۱

برای حل مسئله دو فرایند را که پشت سرهم پیش می آیند در نظر می گیریم.  
 الف) به علت انبساط بی درروی گاز، دیواره و شیشه در دو جهت مخالف حرکت می کنند. اگر  $V$  حجم شیشهٔ ریگنتس باشد، از معادلهٔ حالت بی دررو

$$V \cdot T^{x-1} = \frac{V}{\gamma} \cdot T_1^{x-1} \quad (1)$$

با  $x = c_p/c_v = 5/3$  برای دمای  $T_1$  پس از انبساط، به دست می آید:

$$T_1 = \frac{1}{\gamma^{3/2}} \cdot T \quad (2)$$



چون حرکت دیواره بدون اصطکاک انجام می‌شود، انرژی جنبشی سیستم که آزاد می‌شود برابر است با انرژی داخلی گاز. از قانون بقای انرژی و اندازه حرکت سرعت شیشه ریگنتس  $u_1$  به دست می‌آید:

$$\frac{(n \cdot \mu + M)u_1^2}{2} + \frac{m}{2}v^2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T - T_1),$$

$$(n \cdot \mu + M)u_1 = m \cdot v,$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{3(2\sqrt{2} - 1) \cdot m \cdot n \cdot R \cdot T}{2\sqrt{2}(n \cdot \mu + M) \cdot (m + n \cdot \mu + M)}} \quad (3)$$

که در آن  $v$  سرعت دیواره است.

ب) پس از جدا شدن دیواره، گاز از شیشه خارج می‌شود. نیمی از ذرات با میانگین مجذور سرعت  $v_0$  اندازه حرکت خود را به کف شیشه منتقل و سرعت آن را زیاد می‌کنند. اندازه حرکت ذره در دستگاهی که با سرعت  $u_1$  حرکت می‌کند برابر است با

$$p_0 = 2 \cdot \frac{\mu}{N_A} \cdot \sqrt{\frac{v_0^2}{3}}$$

و کل اندازه حرکت منتقل شده:

$$p = u_1 \cdot M = \frac{n \cdot N_A}{2} \cdot p_0 = n \cdot \mu \sqrt{\frac{v_0^2}{3}} \quad (4)$$

با نشان دادن  $v_0^2$  در (4) به دست می‌آید:

$$v_0^2 = \frac{3 \cdot R \cdot T_1}{\mu}$$

و با توجه به (2) می‌توان سرعت  $u_1$  را حساب کرد:

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \cdot \frac{n}{M} \sqrt{\mu \cdot R \cdot T}$$

از معادلات (۳) و (۶) سرعت نهایی شیشه به دست می آید:

$$u = u_1 + u_2$$

## مسئله ۲

الف) شرط ماکزیمم و مینیمم از تداخل دو موج (شکل ۱) به دست می آید. تفاوت راههای اپتیکی چنین است:

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = \frac{h}{\sin \alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

$$-\frac{h}{\sin \alpha} \cdot \cos 2\alpha = 2h \cdot \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

از

$$2h \cdot \sin \alpha_{\max}^{(k)} + \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

شرط ماکزیمم وقتی ارضا می شود که

$$\sin \alpha_{\max}^{(k)} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2h} \quad (2)$$

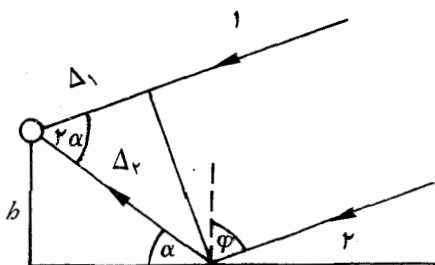
از رابطه

$$2h \cdot \sin \alpha_{\min}^{(k)} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

شرط مینیمم به دست می آید:

$$\sin \alpha_{\min}^{(k)} = \frac{k \cdot \lambda}{2h} \quad (3)$$

ب) ارتفاع ستاره بالای افق به هنگام طلوع برابر است با  $\alpha = 0^\circ$ ، یعنی شرط مینیمم صادق است. از این جهت سیگنال دریافتی پس از طلوع ستاره افزایش می‌یابد.



شکل ۱

ج) گیرنده موقع ماکزیمم موجی را دریافت می‌کند که از مجموع شعاعهای ۱ و ۲ تشکیل و تحت زاویه

$$\varphi_{\max}^{(k)} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{\max}^{(k)} \quad (4)$$

وارد می‌شود. از نسبتی که در مسئله داده شده و به کمک (۴) مقدار دامنه ماکزیمم به دست می‌آید:

$$E_{\max}^{(k)} = E_{\text{فرودی}} + E_{\text{منعکس}}^{(k)} = E_{\text{فرودی}} \cdot \frac{2 \cdot n}{n + \sin \alpha_{\max}^{(k)}} \quad (5)$$

مینیمم از اختلاف دو دامنه به دست می‌آید:

$$E_{\min}^{(k)} = E_{\text{فرودی}} \cdot \frac{2 \cdot \sin \alpha_{\min}^{(k)}}{n + \sin \alpha_{\min}^{(k)}} \quad (6)$$

از (۵) و (۶) برای نسبت شدتها به دست می‌آید:

$$\mathcal{D}^{(k)} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left( \frac{E_{\max}}{E_{\min}} \right)^2 = \frac{\varphi \cdot n^2 \cdot h^2}{k^2 \cdot \lambda^2} \left( \frac{n + k \cdot \frac{\lambda}{2h}}{n + \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2h}} \right)^2 \quad (7)$$

از این رابطه به ازای  $k=1$  نتیجه می شود:  $\mathcal{D}^{(1)} \approx 30000$ .  
 (د) با بالا رفتن ستاره،  $k$  افزایش می یابد؛ و چون نسبت شدتها بنا بر  
 (7)،  $\mathcal{D}^{(k)} \sim 1/k^2$  است، پس از این نسبت کاسته می شود.

### مسئله ۳

(الف) شکل ۲ نمودار لامپ را نشان می دهد. از آنجا برای شدت جریان  $I$  به دست می آید:

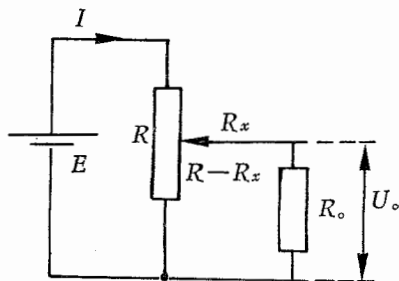
$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x} \quad (1)$$

و برای ولتاژ  $U_0$

$$U_0 = E - I \cdot R_x \quad (2)$$

و برای بازده  $\eta$

$$\eta = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{منبع}}} = \frac{U_0^2}{R_0 \cdot I \cdot E} \quad (3)$$



شکل ۲

برای حداکثر شدت جریان  $I'$  که از مقاومت می گذرد داریم  $I' < I$ .  
 بنا بر این از (۳) به دست می آید:

$$I' = \frac{U_0}{R_0 \cdot E}$$

چون  $I' \sim 1/\eta$ ، پس حداکثر شدت جریان به ازای حداقل بازده  $\eta = 0.6$  بیش می آید. از (۴) نتیجه می شود  $I' = 2.181 \text{ A}$ .  
 مقدار مقاومت را می توان از (۱) و (۲) تعیین کرد. به کمک (۴) به دست می آوریم:

$$\frac{U_0}{R_0 \cdot E \cdot \eta} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R - R_x} \quad (5)$$

$$U_0 = E - \frac{R_x \cdot U_0}{R_0 \cdot E \cdot \eta} \quad (6)$$

از (۵) و (۶) می توان مقاومت مجهول  $R_x$  را حذف کرد، به طوری که مقاومت  $R$  از رابطه زیر به دست آید:

$$R = \frac{R_0 \cdot E \cdot \left[ 1 - \eta \left( \frac{E}{U_0} - 1 \right) \right]}{U_0 \cdot \left( \frac{U_0}{E \cdot \eta} - 1 \right)} \quad (7)$$

می خواهیم خصوصیات تابعی  $R = R(\eta)$  را تعیین کنیم. ابتدا مشتق می گیریم:

$$\frac{dR}{d\eta} = \frac{R_0 \cdot E}{U_0 \cdot \eta^2 \cdot \left( \frac{U_0}{E \cdot \eta} - 1 \right)^2} \times \left[ \left( \frac{E}{U_0} - 1 \right) \cdot \eta^2 + 2 \left( \frac{U_0}{E} - 1 \right) \cdot \eta + \frac{U_0}{E} \right] \quad (8)$$

مقدار زیرادیکال معادله مجذوری برای  $\eta$  می‌شود:

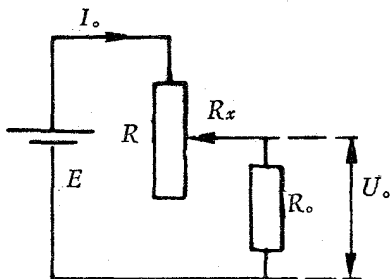
$$\left(\frac{U_0}{E} - 1\right)^2 - \frac{U_0}{E} \left(\frac{E}{U_0} - 1\right) = \left(\frac{U_0}{E} - 1\right) \cdot \frac{U_0}{E} < 0$$

و بنابراین نتیجه می‌گیریم که  $dR/d\eta > 0$  است.

در نتیجه  $R(\eta)$  تابعی است صعودی از  $\eta$ ، و برای اینکه بازده کم‌تر از

۰/۶۰ نباشد، باید برای مقاومت داشته باشیم:

$$R \gg \frac{R_0 \cdot E \cdot \left[1 - \eta \cdot \left(\frac{E}{U_0} - 1\right)\right]}{U_0 \cdot \left(\frac{U_0}{E \cdot \eta} - 1\right)} = ۸/۵۳ \Omega$$



شکل ۴

ب) برای رسیدن به حداکثر بازده، باید تمام جریان از لامپ بگذرد. مدار شکل ۵ این حالت را نشان می‌دهد. با

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0}$$

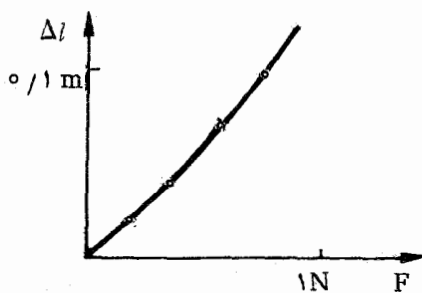
از معادله (۳) به دست می‌آید  $\eta = U_0/E = 0/75$ .

مسئله ۴

الف) داده‌های اندازه‌گیری شده را در جدول زیر تنظیم می‌کنیم:

$\Delta l_i$ ( $10^{-3}$ m)	$l_i$ ( $10^{-3}$ m)	$F_i$ ( $10^{-2}$ N)	$m_i$ ( $10^{-3}$ kg)
		۱۵	۱۵
		۲۰	۲۰
		.	.
		.	.
		.	.
		۱۰۵	۱۰۵

در اینجا  $F_i = m_i g$  و  $\Delta l_i = l_i - l_0$ . نمودار  $\Delta l - F$  به صورت زیر می‌شود (شکل ۵).



شکل ۵

ب) از قانون هوك شروع می‌کنیم:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{A} \quad (1)$$

جرم را که به اندازه  $\Delta m_i$  افزایش دهیم به دست می آید:

$$\frac{l_{i+1} - l_i}{l_i} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F_{i+1} - F_i}{A_i} \quad (i = 2, \dots, 10) \quad (2)$$

و سرانجام با  $\Delta l_i = l_{i+1} - l_i$  و  $\Delta F_i = F_{i+1} - F_i$  به دست می آید:

$$V_i = A_i \cdot l_i = \frac{l_i^2 \cdot \Delta F_i}{E \cdot \Delta l_i}$$

برای تغییرات خیلی کوچک به دست می آوریم:

$$V = \frac{l^2 \cdot dF}{E \cdot dl} \quad (2')$$

جدول زیر را به کمک (۲) کامل می کنیم:

$V_i$ ( $10^{-9} \text{ m}^3$ )	$\Delta l_i$ ( $10^{-3} \text{ m}$ )	$l_i$ ( $10^{-3} \text{ m}$ )	$F_i$ (N)	$m_i$ ( $10^{-3} \text{ kg}$ )
			۰/۱	۳۵-۲۵
			۰/۱	۴۵-۳۵
			.	.
			.	.
			.	.
			۰/۱	۱۰۵-۹۵

به دست می آوریم:

$$\frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\min}} < 0/1 \quad (10\%)$$



بنابراین در چارچوب دقت اندازه گیری می توان فرض کرد که  $V = \text{const.}$  است.

(ج) چون قانون هوك (۱) تقریباً صادق است، پس

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{E \cdot V}{l^2} \quad (۴)$$

تقریباً صادق است، و برای دوره نوسان وزنه‌ای که به نخ لاستیکی وصل است داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (۵)$$

از (۳)، (۴) و (۵) به دست می آید:

$$V = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot l^2}{E \cdot T^2}$$

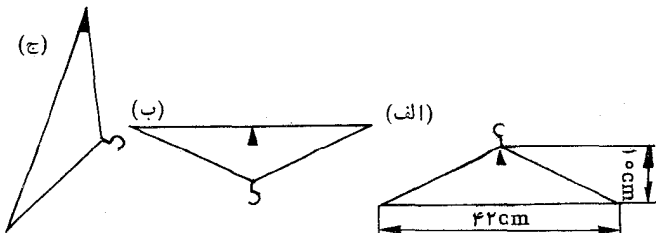
# سیزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک

آلمان فدرال، ۱۳۶۱

## مسائل

### مسئله ۱

یک جالباسی سیمی با دامنه کوتاه در صفحه کاغذ حول نقطه تعادل مشخص شده نوسان می کند (شکل ۱ الف تا ج). در وضعیتهای الف و ب طرف درازتر جالباسی افقی است.



شکل ۱

طول دو طرف دیگر مساوی است. در هر سه وضعیت دوره نوسان یکسان است.

الف) مرکز جرم جالباسی کجاست؟

ب) دوره نوسان چقدر است؟

از شکل جز داده‌های مربوط به طول اطلاع دیگری به دست نمی آید.

جزئیات توزیع جرم جالباسی مشخص نیست.

## مسئله ۲

بالنی داریم از نوع هوای گرم با حجم ثابت  $V_B = 1/1 \text{ m}^3$ . جرم بدنه برابر است با  $m_0 = 0/187 \text{ kg}$ ، و از حجم آن در مقابل  $V_B$  می‌توان صرف نظر کرد. بالن در دمای هوای خارجی  $T_1 = 20^\circ \text{C}$  و فشار هوای  $p_0 = 101/3 \text{ kPa}$  شروع به پرواز می‌کند. چگالی هوا در این شرایط  $\rho_1 = 1/2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  است.

الف) دمای هوای داخل بالن  $T_2$  چقدر باشد تا بالن در حال

تعلیق باشد؟

ب) دمای هوای داخل بالن را، درحالی که بالن با طنابی نگهداشته

شده، به  $T_3 = 110^\circ \text{C}$  می‌رسانیم. نیرویی که بالن بر طناب وارد می‌کند،

$F_s$ ، چقدر است؟

ج) فرض می‌کنیم پایین بالن بسته است (چگالی هوای داخل ثابت

است). بالن با دمای داخلی ثابت  $T_3 = 110^\circ \text{C}$ ، در جو همدم با دمای

$T_1 = 20^\circ \text{C}$  و به‌هنگامی که فشار در سطح زمین برابر  $p_0 = 101/3 \text{ kPa}$

است، صعود می‌کند.

بالن در این شرایط تاچه ارتفاعی،  $h$ ، صعود می‌کند؟

د) بالن، در شرایط سؤال ج، به اندازه  $10 \text{ m}$  از ارتفاع  $h$ ، که در آن

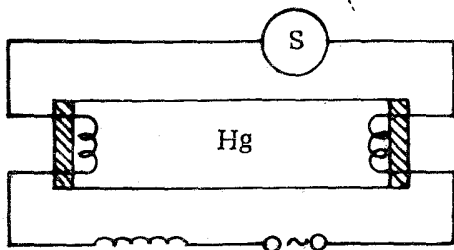
در حال تعادل است، جا به جا و سپس رها می‌شود. توجیهی کیفی برای

حرکتی که پیش می‌آید بیان کنید!

## مسئله ۳

لامپی گازی داریم که، طبق شکل ۲، در مدار قرار گرفته است. بسامد ولتاژ ورودی  $50 \text{ Hz}$  است. در مدار مقادیر زیر اندازه گرفته می شوند:

ولتاژ کل  $V = 228$ ؛ شدت جریان  $I = 0.16 \text{ A}$ ؛ ولتاژ فرعی روی لامپ  $V = 84$ ؛ مقاومت اهمی  $R_D = 26/3 \Omega$ . خود لامپ را می توان در محاسبات به عنوان یک مقاومت اهمی در نظر گرفت.



شکل ۲

- الف) القای سیم پیچ چقدر است؟  
 ب) اختلاف فاز میان ولتاژ و شدت جریان چقدر است؟  
 ج) چه توان مؤثری در دستگاه تبدیل می شود؟  
 د) سیم پیچ علاوه بر محدودیت جریان، نقش مهم دیگری نیز دارد. آن را نام ببرید و توضیح دهید!

تذکره:

استارت S اتصالی دارد که بلافاصله پس از برقراری جریان بسته می شود، سپس باز می شود و باز می ماند.

- ه) منحنی تغییرات جریان تور را نسبت به زمان رسم کنید!  
 و) چرا کافی است لامپ فقط یک بار مشتعل شود، در حالی که ولتاژ متناوب که به دستگاه داده می شود در فواصل منظم صفر می شود؟  
 ز) در این نوع لامپها ممکن است طبق گزارش تولیدکننده یک خازن  $4/7 \mu\text{F}$  به صورت موازی با سیم پیچ در مدار بسته شده باشد. این خازن

چه تأثیری بر کار لامپ دارد؟ و به چه منظوری در مدار بسته می شود؟  
 ح) دو نیمه يك لامپ گسازی آزمایشگاهی با يك طیف نما مشاهده می شود. يك نیمه از داخل با لایه ای از مادۀ درخشان پوشیده شده است، نیمه دیگر پوششی ندارد. اختلاف میان طیفهایی را که دیده می شود توضیح دهید!

#### مسئله ۴

الف) فاصله کانونی يك عدسی کوژ-کوژ را با حداکثر خطای ۱٪ تعیین کنید!  
 ب) ضریب شکست شیشه ای را که از آن عدسی ساخته شده است به دست آورید! وسائلی که در اختیار دارید:  
 آینه تخت، آب، مقیاس، شی (مداد)، پایه، گیره اتصال.

تذکره:

ضریب شکست آب برابر است با  $n_w = 1/33$ .  
 برای فاصله کانونی يك عدسی نازک در هوا داریم:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

که در آن  $n$  ضریب شکست ماده عدسی، و  $r_1$  و  $r_2$  شعاع انحنای دو سطح عدسی اند.

اگر عدسی کاو-کاو متقارن باشد داریم  $r_1 = -r_2 = -r$

اگر عدسی کوژ-کوژ متقارن باشد داریم  $r_1 = -r_2 = r$

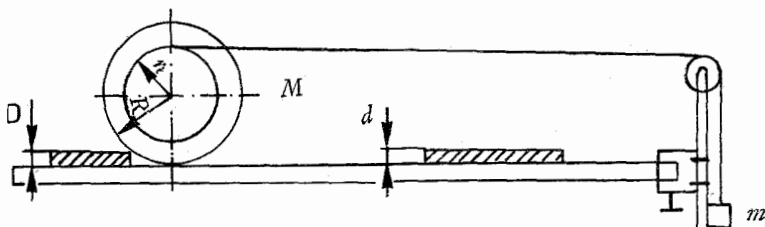
#### مسئله ۵

به استوانه ای با شعاع  $R$  و به جرم  $M$ ، که روی يك سطح افقی قرار دارد، در فاصله  $r_i$  از محورش نیرویی وارد می شود (شکل ۳).

استوانه، هنگامی که رها می شود، با شتاب ثابت می غلتد.

الف) به طور تجربی شتاب خطی محور استوانه،  $a_i$  را برای فواصل مختلف  $r_i$  ( $r_i = 1, \dots, 6$ ) حساب کنید!

ب) نیروهای افقی واکنشی  $F_i$  را، که میان استوانه و سطح افقی



شکل ۳

وارد می‌شوند، ازشتابهای  $a_i$  و کمیت‌های مفروض  $(R, M, r_i)$  به دست آورید.  
 (ج) منحنی بستگی نیروی  $F_i$  به شعاع  $r_i$  را رسم کنید! در مورد نتیجه بحث کنید!

وسائلی که در اختیار دارید:

دستگاه‌های شکل ۳، ساعت (کرو نومتر).

تذکر:

- حرکت غلتشی استوانه را می‌توان به یک چرخش حول محور و یک انتقال افقی مرکز جرم تجزیه کرد. در این تجزیه تنها شتاب انتقالی و نیروهایی که به ریسمان وارد می‌شوند مستقیماً تعیین می‌شوند.
- قبل از شروع آزمایش سطح تخت را به‌طور افقی تنظیم کنید. برای منظور ما، کافی است صفحه با دقت  $\pm 1 \text{ mm}$  برای اختلاف ارتفاع در طول ۱ m تنظیم شود.

## حل مسائل

### مسئله ۱

چون دامنه نوسانها کوچک است، می‌توانیم جالباسی را به‌عنوان یک آونگ فیزیکی در نظر بگیریم. دوره نوسان یک آونگ فیزیکی برای انحرافهای کوچک به این صورت است:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot s}} \quad (1)$$

که در آن  $J$  گشتاور لختی جسم،  $m$  جرم جسم، و  $s$  فاصله محور دوران از مرکز جرم است.

اگر  $J_0$  گشتاور لختی نسبت به مرکز جرم باشد، بنا بر قانون محورهای موازی داریم:

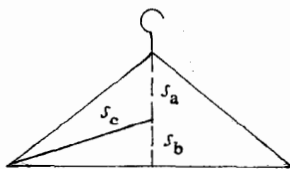
$$J = J_0 + m \cdot s^2 \quad (2)$$

الف) از شکل‌های ۱ الف و ب می‌بینیم که مرکز جرم روی عمود داخل جالباسی قرار دارد (شکل ۴).  $s$  می‌تواند هر یک از سه فاصله  $s_a$ ،  $s_b$ ، و  $s_c$  باشد. از معادلات (۱) و (۲) یک معادله مجذوری برای  $s$  به دست می‌آید:

$$J_0 + m \cdot s^2 = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot m \cdot g \cdot s \quad (3)$$

که دو جواب دارد. چون دوره نوسان در تمام موارد یکسان است، باید دو فاصله برابر باشند. این فقط وقتی ممکن است که  $s_a = s_b = 5 \text{ cm}$  باشد زیرا،

$$s_c > 21 \text{ cm} > s_a + s_b$$



شکل ۴

ب) با نشان دادن فواصل  $s_a$  و  $s_c$ ، می‌توان گشتاور لختی را از (۳) حذف کرد، و برای دوره نوسان به دست آورد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{s_c + s_a}{g}} = 1/03 \text{ s}$$

## مسئله ۲

الف) بالن هوایی به جرم  $m$  را در دمای  $T_1$  جا به جا می‌کند. این جرم برابر است با جرم کل بالن که از جرم بدنه  $m_0$  و جرم هوا با دمای  $T_1$ ، یعنی  $m_1$ ، تشکیل می‌شود:

$$m = m_0 + m_1 \quad (1)$$

از این رابطه، با توجه به ارتباط میان جرم و حجم و چگالی، به دست می‌آید:

$$V_B \cdot \rho_2 = m_H + V_B \cdot \rho_1 \quad (2)$$

برای فرایند هم-فشار داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3)$$

دمای مطلوب  $T_2$  از معادله‌های (۲) و (۳) به دست می‌آید:

$$T_2 = 341/53 \text{ K}$$

ب) نیرویی که به طناب وارد می‌شود،  $F$ ، برابر است با اختلاف میان نیروی بالا بر و نیروی وزن بالن  $F_W$ :

$$F = V_B \cdot \rho_1 \cdot g - m_1 \cdot g \quad (4)$$

هوای داخل بالن به جرم  $m_1$ ، دمای  $T_1$  و چگالی  $\rho_1$  دارد که از معادله (۳) به دست می‌آیند. داریم:

$$m_1 = V_B \cdot \rho_1 + m_0 \quad (5)$$

پس، از (۴) و (۵)، برای نیروی  $F_s$  به دست می‌آید:

$$F_s = g \cdot [(\rho_1 - \rho_2) \cdot V_B - m_0] = 1/2 \text{ N}$$



ج) در ارتفاع  $h$  چگالی هوای خارج  $\rho_h$  برابر است با چگالی مؤثر هوا در بالن:

$$\rho_h = \rho_{\text{eff}} = \frac{m_v}{V_B} = \frac{V_B \cdot \rho_v + m_o}{V_B} \quad (۶)$$

ارتفاع  $h$  از فرمول فشار هوا به دست می‌آید؛ به کمک (۶) نتیجه می‌گیریم:

$$h = \frac{\rho_o}{\rho_v \cdot g} \cdot \ln\left(\frac{\rho_v}{\rho_h}\right) = ۸۴۳/۱۴ \text{ m}$$

د) برای اختلاف ارتفاعهای کوچک می‌توان تغییرات فشار و چگالی را، که نمائی هستند، خطی در نظر گرفت، یعنی، نیروی برگردان و مقدار جابه‌جایی از حالت تعادل متناسب‌اند. بنا بر این نوسانی به دست می‌آید که به خاطر مقاومت هوا میراست.

### مسئله ۳

الف) لامپ به عنوان مقاومت اهمی با سیم‌پیچ به صورت سری بسته شده است. برای مدار سری داریم:

$$R_L = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} = ۳۴۲/۶ \Omega, \text{ با } R = \frac{U'}{I} + R_D$$

القا برای بسامد  $۵۰ \text{ Hz}$  می‌شود:

$$L = \frac{R_L}{\pi \cdot f} = ۱/۰۹ \text{ H}$$

ب) اختلاف فاز از مقاومت القایی و مقاومت اهمی لامپ به دست می‌آید:

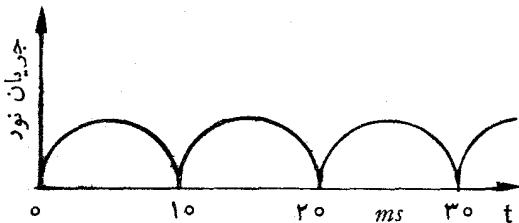
$$\text{tg } \varphi = \frac{R_L}{R_D}, \quad \varphi = ۶۴/۱^\circ$$

ج) توان مفید برابر است با:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 59 / 88 \text{ W}$$

(د) ولتاژ لازم برای روشن کردن لامپ، که بیشتر از ولتاژ برق شبکه است، به هنگام باز شدن اتصال در استارت از طریق القا در سیم پیچ ایجاد می شود.

(ه) منحنی تغییرات زمان به یکجریان مستقیم نوسان دار شبیه است (شکل).



(و) باز ترکیب یونها و الکترونها در گاز یونیده در مدتی انجام می شود، که از دوره ولتاژ متناوب بیشتر است.

(ز) وقتی خازن و القاگر به طور سری در مدار بسته می شوند، ضریب توان ممکن است افزایش یابد. در این حالت مقاومت کل مدار سری می شود:

$$Z' = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = 373 / 7 \Omega$$

و زاویه فاز

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R} = -2 / 01, \quad \varphi' = -63 / 6^\circ$$

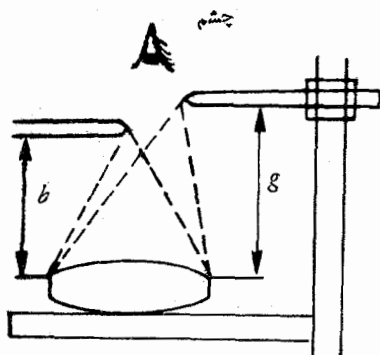
یعنی حالا اختلاف فاز میان شدت جریان و ولتاژ در خلاف جهت است.

(ح) طیف خطی جیوه در طرف نیمه بدون پوشش دیده می شود. پوشش ماده درخشان قسمت فرابنفش نور جیوه را جذب می کند و به صورت نور با طول موج بزرگتر گسیل می دهد. بنابراین طیف خطی نیز در طرف

پوشش دار دیده می شود اما دريك زمينه پیوسته.

### مسئله ۴

الف) عدسی را روی آینه می گذاریم و مداد را با گیره به پایه وصل می کنیم. عدسی و آینه را جابه جا می کنیم تا وقتی به طور عمودی به پایین نگاه می کنیم مسدود و تصویرش را کنار یکسدیگر ببینیم (شکل ۵). برای اینکه شیء و تصویرش همزمان واضح دیده شوند، لازم است فاصله آنها از چشم مساوی باشد.



شکل ۵

در این حالت اندازه شیء و تصویر برابر است، و مقیاس تصویر ۱:۱ است. اگر ضمن حرکت چشم به اختلاف منظر میان شیء و تصویر توجه کنیم، می توانیم به دقت تعیین کنیم که آیا تصویر ۱:۱ واقعیت دارد یا نه. فقط وقتی که فاصله ها یکسان باشد نك مداد و نك تصویر رو به روی هم اند. آینه پرتو نور را منعکس می کند، پس نور دوبار از عدسی می گذرد. پس تصویر متناظر است با تصویری که از دو عدسی به هم چسبیده به دست آید:

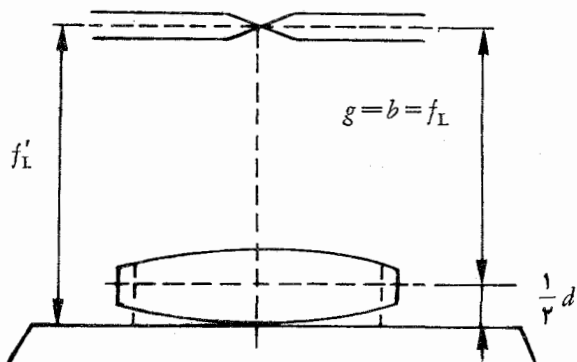
$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

که در آن

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_L} + \frac{1}{f'_L}$$

یعنی فاصله کانونی مؤثر برابر است با نصف فاصله کانونی عدسی. بنابراین برای تصویر ۱:۱ داریم (شکل ۶):

$$g = b, \quad \frac{r}{g} = \frac{r}{f_L}, \quad f_L = g \quad (2)$$



شکل ۶

برای رسیدن به دقت مطلوب، میانگین چندین اندازه گیری محاسبه می شود، یا فاصله عدم قطعیتی بیان می شود، که از پیدایش اختلاف منظر تعیین می شود.

از فاصله نک مداد-آینه باید نصف ضخامت عدسی را کم کرد:

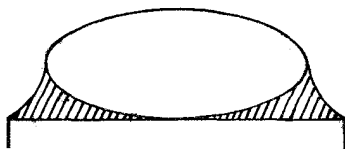
$$f_L = f'_L - \frac{d}{r}$$

ب) ضریب شکست عدسی،  $n$ ، از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{1}{f_L} = (n-1) \cdot \frac{r}{r} \quad (3)$$

به شرطی که فاصله کانونی  $f_L$  و شعاع انحنای عدسی کوژ - کوژ متقارن معلوم باشند. شعاع انحنای  $r$  را این طور به دست می آوریم: قدری آب روی آینه می ریزیم و عدسی را در آب قرار می دهیم. یک عدسی تخت - کاو از آب تشکیل می شود که یک شعاع انحنای آن برابر شعاع انحنای عدسی شیشه ای است و دیگری برابر  $\infty$  است (شکل ۷). چون ضریب شکست آب معلوم است، می توان برای عدسی آبی از معادله (۳) با  $r_1 = -r$  و  $r_2 = \infty$  شعاع انحنای آن را حساب کرد:

$$-\frac{1}{f_w} = (n_w - 1) \cdot \frac{1}{r}$$



شکل ۷

با تعیین  $f'$ ، فاصله کانونی مرکب بر طبق روشی مانند مورد الف می توان فاصله کانونی  $f_w$  را حساب کرد. از  $1/f' = 1/f_L + 1/f_w$  و رابطه (۴) به دست می آید:

$$r = -(n_w - 1) \cdot f_w = -(n_w - 1) \cdot \frac{f_L \cdot f'}{f_L - f'}$$

و بنا بر این از (۳) نتیجه می شود:

$$n = \frac{f' \cdot (n_w - 1)}{2(f' - f_L)} + 1$$

### مسئله ۵

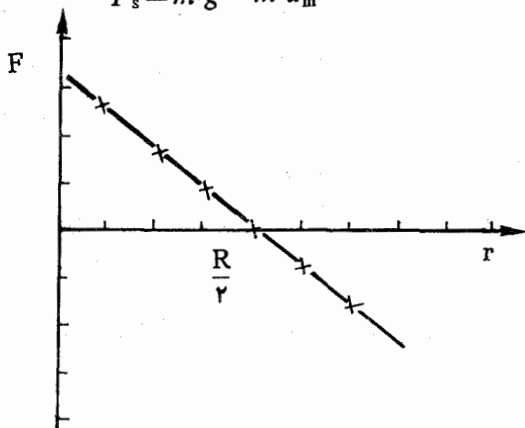
الف) برای شتاب استوانه داریم:

$$a = \frac{2s}{t^2} \quad (1)$$

ب) اگر شتاب جسم به جرم  $m$  را (شکل ۸) با  $a_m$  نشان دهیم،  $F_s$

یعنی نیرویی را که جسم متصل به ریسمان از این طریق به استوانه وارد می‌کند، به صورت اختلاف میان نیروی وزن و نیروی متناظر باشتاب خودش، به دست می‌آوریم:

$$F_s = m \cdot g - m \cdot a_m \quad (2)$$



شکل ۸

$a$ ، شتاب مرکز جرم استوانه، از تأثیر اختلاف نیروی ریسمان  $F_s$  و نیروی واکنش  $F$  میان استوانه و سطح به دست می‌آید:

$$M \cdot a = F_s - F \quad (3)$$

هنگامی که استوانه به اندازه زاویه  $\alpha$  می‌چرخد، جسم به اندازه مسافت

$$x_m = (R + r) \cdot \alpha$$

حرکت می‌کند. به علاوه داریم:

$$a_m = (R + r) \cdot \frac{a}{R} \quad (4)$$

از معادلات (۲)، (۳) و (۴) نتیجه می‌شود:

$$F = m \cdot g - \left[ m \cdot \left( 1 + \frac{r}{R} \right) + M \right] \cdot a \quad (5)$$

ج) نتایج تجربی نشان می‌دهند که به ازای فواصل کوچک  $r$ ، کمیتهای  $M \cdot a$  و  $F_s$  جهت‌های مخالف دارند، اما به عکس برای فواصل بزرگ  $r$  هم جهت‌اند.

به ازای مقادیر کوچک  $r$  گشتاور دورانی که نیروهای ریسمان تولید می‌کنند، کوچکتر از آنند که شتابی زاویه‌ای ایجاد کنند، که آنقدر زیاد باشد تا استوانه نلغزد. پس نیروی واکنش در خلاف جهت حرکت مرکز جرم است و بنابراین یک گشتاور دورانی اضافی ایجاد می‌کند.

به ازای مقادیر بزرگ  $r$  گشتاوری که نیروهای ریسمان تولید می‌کنند بسیار بزرگ است، و جهت نیروی واکنش طوری است که گشتاوری در خلاف جهت آن ایجاد می‌کند.

از قانون بقای اندازه حرکت زاویه‌ای داریم:

$$F_s \cdot r + F \cdot R = J \cdot \alpha = J \cdot \frac{a}{R}$$

که در آن  $J$  گشتاور لختی استوانه است.

به کمک معادلات (۳) و (۵) کمیتهای  $F_s$  و  $a$  حذف می‌شوند. به علاوه اگر برای گشتاور لختی استوانه (با صرف نظر کردن از لایه‌های درجه بندی)

$$J = \frac{1}{2} M \cdot R^2$$

بگیریم، به دست می‌آوریم:

$$F = m \cdot g \cdot \frac{1 - 2 \frac{r}{R}}{3 + 2 \frac{m}{M} \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}$$

به ازای  $r = 0$  به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{m \cdot g}{3 + 2 \frac{m}{M}} > 0$$

و به ازای  $r = R$ ، به دست می آوریم:

$$F = \frac{-m \cdot g}{3 + 8 \frac{m}{M}} < 0$$

چون  $m/M \ll 1$ ، به طور تقریبی داریم:

$$F = \frac{1}{3} \cdot m \cdot g \left( 1 - 2 \frac{r}{R} \right)$$

پس  $F$  تقریباً بستگی خطی به  $r$  دارد و به ازای  $r/R = 1/2$ ، یعنی به ازای  $2r = R$  صفر می شود.



## چهاردهمین المپیاد بین الملل فیزیک

رومانی، ۱۳۶۲

### مسائل

#### مسئله ۱

ذره‌ای تحت تأثیر نیروی  $F(x)$ ، که تابعی از مختصه  $x$  است، در امتداد نیم-محور مثبت  $x$  حرکت می‌کند (حرکت یک بعدی) (شکل ۱).

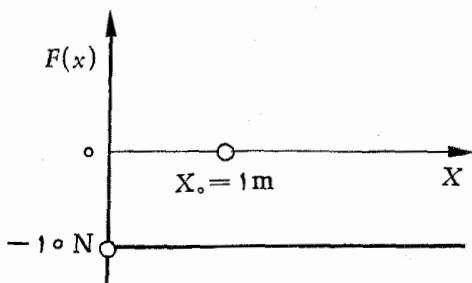
در مبدأ مختصات یک دیوار کاملاً منعکس‌کننده قرار دارد. در ضمن حرکت نیروی اصطکاک  $F_R = 1/00 \text{ N}$  بسر ذره وارد می‌شود. ذره حرکت را در نقطه  $x = x_0$  با انرژی جنبشی  $E_k = 10/0 \text{ J}$  شروع می‌کند.

الف) طول مسیر ذره را تا سکون نهایی اش تعیین کنید!

ب) انرژی پتانسیل ذره  $E_p(x)$  را رسم کنید!

ج) سرعت ذره را به عنوان تابعی از مختصه  $x$  به طور کیفی در

نموداری رسم کنید!



شکل ۱

## مسئله ۲

دو منشور اپتیکی طبق شکل کنار یکدیگر قرار گرفته اند (شکل ۲). ضرایب شکست را می توان طبق روابط زیر بیان کرد:

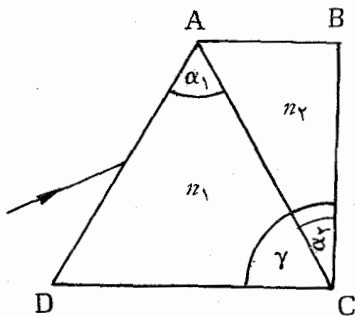
$$n_1 = a_1 + b_1/\lambda^2; \quad n_2 = a_2 + b_2/\lambda^2$$

مقادیر عددی ثابتها چنین است:

$$a_1 = 1/1; \quad b_1 = 10^5 \text{ nm}^2; \quad a_2 = 1/3; \quad b_2 = 5 \times 10^4 \text{ nm}^2$$

الف) اگر نور فرودی در سطح مرزی AC شکسته نشود و انعکاس کامل اتفاق نیفتد، طول موج آن چقدر است؟

ب) ضرایب شکست  $n_1$  و  $n_2$  را حساب کنید!



شکل ۲

مقادیر عددی زیر را داریم:

$$\alpha_1 = 60^\circ; \alpha_2 = 30^\circ; \gamma = 90^\circ$$

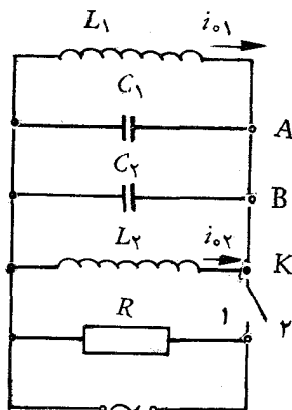
### مسئله ۳

مداری داریم با مشخصات زیر (شکل ۳):

$$L_1 = 10 \text{ mH}; L_2 = 20 \text{ mH}; C_1 = 10 \text{ nF};$$

$$R = 100 \text{ k}\Omega; C_2 = 5 \text{ nF}$$

۱. در وضعیت ۱ کلید K بسامد متبع جریان سینوسی شکل تغییر داده می‌شود. دامنه شدت جریانی که وارد مدار می‌شود ثابت نگهداشته می‌شود.



شکل ۳

الف) نسبت بسامد  $f_m$  به اختلاف بسامد  $\Delta f = f_1 - f_m$  را حساب کنید!

$f_m$  بسامدی است که برای آن توان مؤثر  $P_m$  حداکثر است.  
 $f_1$  بسامدی است که برای آن توان مؤثر در مدار جریان نصف مقدار حداکثر است.

۲. کلید K باز می‌شود (وضعیت ۲). در لحظه  $t_2$  پس از قطع، شدت

جریان آنی در سیم بیجهای  $L_1$  و  $L_2$  برابر است با  $i_{01} = 0/1 A$  و  $i_{02} = 0/2 A$ .

(به جهت جریان در شکل ۳ توجه کنید)

ولتاژ سر خازن  $C_1$  برابر است با  $U_{01} = 40 V$ .  
مطلوب است:

ب ۱) بسامد نوسان الکترومغناطیسی در مدار  $L_1 C_1 L_2 C_2$ .

ب ۲) شدت جریان در قسمت  $AB$ .

ب ۳) دامنه شدت جریان متناوب در  $L_1$ .

### مسئله ۴

يك اتم هیدروژن در حالت پایسه به اتم هیدروژن دیگری در همان حالت برمی خورد.

الف) به كمك مدل اتم بور حداكثر سرعت اتم برخوردنده را پیدا کنید که به ازای آن هنوز برخورد کشسان باشد! اگر سرعت بیش از این مقدار شود، برخورد ناکشسان خواهد بود و با گسیل تابش سروکار خواهیم داشت.  
ب) اختلاف میان بسامد تابش در جهت حرکت اتم متحرك و خلاف این جهت چقدر می تواند باشد؟

ج) این اختلاف را به صورت درصد نسبت به میانگین بسامد بیان کنید.  
داریم:

$$m_H = 1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}; \quad E = 2/18 \times 10^{-18} \text{ J}$$

### مسئله ۵

ولتاژ اصلی يك منبع ولتاژ را به دو روش مختلف تعیین کنید:  
الف) با مدارهای مختلف، و فقط به كمك وسایل اندازه گیری ولتاژ. تعداد مدارها حداقل باشد.

ب) ولتاژ منبع و مقاومت داخلی آن و همچنین مقاومت داخلی ولتметр را فقط به كمك يك ولتметр و يك مقاومت اندازه گیری تعیین کنید. به طور

تجربی دو نمودار به دست آورید که دو رابطه خطی را نشان بدهند و از آنها کمیت‌های مطلوب را به دست آورید.

ج) در موارد الف و ب خطا را محاسبه کنید و بزرگترین منابع خطا را مشخص کنید.

آنچه در اختیار دارید:

یک منبع ولتاژ (که از یک باتری با مقاومتی که به آن لحیم شده تشکیل شده است)، دو دستگاه اندازه‌گیری ولتاژ، یک مقاومت اندازه‌گیری.

## حل مسائل

### مسئله ۱

الف) نیروی  $F(x)$  در جهت منفی محور  $x$  در نقطه  $x_0$  بر ذره وارد می‌شود؛ ذره، پس از برخورد کشسان تا نقطه  $x_1$  می‌رسد. معادله انرژی برای این قسمت حرکت به این صورت است:

$$E_k + (F - F_R) \cdot x_0 = (F + F_R) \cdot x_1 \quad (1)$$

ضمن قسمت دوم حرکت، ذره به نقطه  $x_2$  می‌رسد. در این مورد برای انرژی داریم:

$$(F - F_R) \cdot x_1 = (F + F_R) \cdot x_2 \quad (2)$$

به همین ترتیب برای  $k$  امین قسمت حرکت داریم:

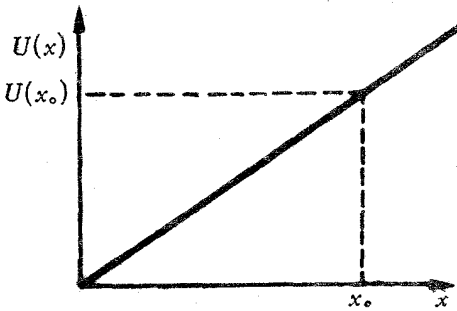
$$(F - F_R) \cdot x_{k-1} = (F + F_R) \cdot x_k \quad (3)$$

سپس برای طول مسیر به دست می‌آوریم:

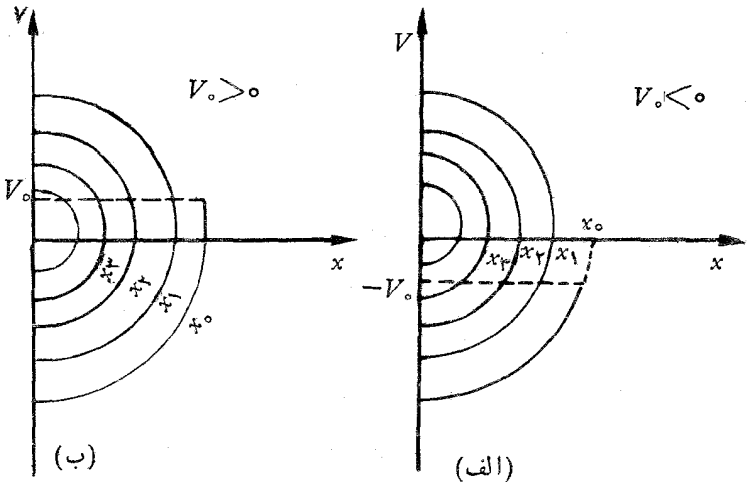
$$s = x_0 + 2 \times \sum_{i=1}^{\infty} x_i$$

$x_i$  را که از معادله (۳) حساب کنیم، داریم:

$$s = x_0 + \gamma \cdot x_1 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{F - F_R}{F + F_R} \right)^i \quad (۴)$$



شکل ۱-۱



شکل ۱-۲

مجموعی که در معادله (۴) پیش می آید، یک سری هندسی است که می توان آنرا جمع کرد. از آنجا، به کمک معادله (۱) برای طول مسیر به دست می آوریم:

$$s = x_0 + 2 \times \frac{E_K + (F - F_R) \cdot x_0}{(F + F_R) \cdot \left(1 - \frac{F - F_R}{F + F_R}\right)} = \frac{F \cdot x_0 + E_K}{F_R} = 20/0 \text{ m}$$

ب) شکل ۱-۱ نمودار انرژی پتانسیل را نشان می‌دهد.

ج) شکل‌های ۱-۲ الف و ۲-۱ ب نمودار سرعت را برای سرعت

اولیه‌های متفاوت نشان می‌دهد.

### مسئله ۲

الف) چون طبق فرض شعاع نوری در سطح مرزی نمی‌شکند، پس داریم:  
یا  $n_1 = n_2 = n_0$

$$n_0 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2} \quad (1)$$

بنابراین طول موج می‌شود:

$$\lambda = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ nm} \quad (2)$$

ب) ضریب شکست از (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$n_0 = 1/5$$

### مسئله ۳

الف) برای اتصال موازی مقاومتها در مدار جریان متناوب داریم:

$$i = \frac{U}{Z}$$

و

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(C \cdot \omega - \frac{1}{L \cdot \omega}\right)^2 \quad (1)$$

توان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{i^2}{R} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L \cdot \omega} - C \cdot \omega\right)^2 + \frac{1}{R^2}} \quad (2)$$

مقدار بیشینه - توان به ازای  $\omega_m$  به دست می آید، که در رابطه زیر صدق می کند:

$$\frac{1}{L \cdot \omega_m} - C \cdot \omega_m = 0 \quad \text{یا} \quad \omega_m = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (3)$$

هنگامی نصف بیشینه توان به دست می آید که:

$$\left(\frac{1}{L \cdot \omega} - C \cdot \omega\right)^2 = \frac{1}{R^2} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{L \cdot \omega_{\pm}} - C \cdot \omega_{\pm} = \pm \frac{1}{R} \quad (4)$$

تفاوت بسامدها در این مورد می شود:

$$\omega_+ - \omega_- = \frac{1}{R \cdot C} \quad (5)$$

از (3) و (5) می توان نسبت بسامدها را به دست آورد:

$$\frac{f_m}{\Delta f} = \frac{\omega_m}{\omega_+ - \omega_-} = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = 150$$

ب (1) با باز کردن کلید يك مدار نوسانی به وجود می آید (شکل 2).

بسامد نوسان برابر است با

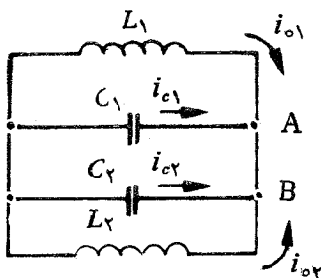
$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(C_1 + C_2) \cdot \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}}} = 15/9 \text{ kHz} \quad (7)$$

ب (2) پس از بستن کلید برای نقطه A داریم:

$$i_{C_1} + i_{C_2} = I \quad (8)$$

و برای نقطه B داریم:





شکل ۲

$$i_{C_2} + i_{o_2} = -I \quad (9)$$

به طوری که برای مجموع شدت جریانها در مسیر AB به دست می آید:

$$i_{o_1} + i_{o_2} + i_{C_1} + i_{C_2} = 0 \quad (10)$$

در لحظه  $t_0$  جریان  $i_{o_1}$  از خازن با ظرفیت  $C_1$  و جریان  $i_{o_2}$  از خازن با ظرفیت  $C_2$  می گذرد. برای این جریانهای تخلیه، که فقط به ظرفیت بستگی دارند، معادلات زیر صادق است:

$$i_{o_1} + i_{o_2} = i_{C_1} + i_{C_2} \quad (11)$$

و

$$\frac{i_{o_1}}{i_{o_2}} = \frac{C_1}{C_2} \quad (12)$$

از (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) به دست می آید:

$$i_{o_1} = -\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (i_{o_1} + i_{o_2}) = -0.2 \text{ A}$$

و برای شدت جریان در قسمت AB داریم:

$$I_{AB} = i_{o_1} + i_{o_2} = -0.1 \text{ A}$$

علامت منفی شدت جریان نشان می دهد که جهت آن از B به A است.

ب (۳) حداکثر دامنه شدت جریان در القاگر  $L_1$  در لحظه  $t_0$  پیش

می آید. در این لحظه، انرژی میدان حداکثر مقدار خود را دارد. از معادله انرژی:

$$\frac{1}{4} \cdot L_1 \cdot i_{1,\max}^2(t_0) = \frac{1}{4} \cdot L_1 \cdot i_{01}^2(t_0) + \frac{1}{4} C_1 \cdot U_{01}^2 \quad (13)$$

با رابطه

$$i_{01}(t_0) = i_{01} - I_{AB} \quad (14)$$

برای حداکثر جریان به دست می آید:

$$i_{1,\max}(t_0) \approx 0.204 \text{ A}$$

#### مسئله ۴

الف) برای تراز انرژی اتم هیدروژن داریم:

$$E_n = -\frac{R}{n^2} \cdot h$$

که در آن  $R$  ثابت ریذبرگ است.

پس اختلاف انرژی ترازهای  $n=1$  و  $n=2$  می شود:

$$E_2 - E_1 = -h \cdot R \cdot \left( \frac{1}{4} - 1 \right) = \frac{3}{4} E \quad (1)$$

که در آن  $E = 13.6 \text{ eV}$  انرژی یونش اتم هیدروژن است. برای برخورد ناکشان با اتم ساکن داریم:

$$m \cdot v_0 = \frac{m \cdot v}{2} + \frac{m \cdot v_0}{2} \quad (2)$$

از قانون بقای انرژی داریم:

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 + \frac{m}{2} \cdot \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} E \quad (3)$$

که از آنجا  $v_0$  به دست می آید:

$$v_0 = \frac{3E}{m} \approx 6/25 \times 10^4 \text{ m.s}^{-1}$$

ب) از (۲) نتیجه می‌گیریم که سرعت هریک از اتمها پس از برخورد  $v_0/5$  است. به علت اثر دوپلر بسامد تابشی که مشاهده می‌شود به جهت بستگی دارد. در جهت حرکت اتمها داریم:

$$f_1 = f_0 \cdot \left(1 - \frac{v_0/5}{c}\right)$$

و در جهت خلاف حرکت داریم:

$$f_2 = f_0 \cdot \left(1 + \frac{v_0/5}{c}\right)$$

ج) نسبت اختلاف بسامد به بسامد میانگین تابش برابر می‌شود با

$$v_0/c = 2 \times 10^{-4} \text{، یعنی } 0.02\%$$

### مسئله ۵

معنای نمادها:

$R_1$ : مقاومت اولین ولتمتر

$R_2$ : مقاومت دومین ولتمتر

$R_i$ : مقاومت منبع ولتاژ

$E$ : ولتاژ

$U$ : افت ولتاژ در ولتمتر  $V_1$  در مدار الف

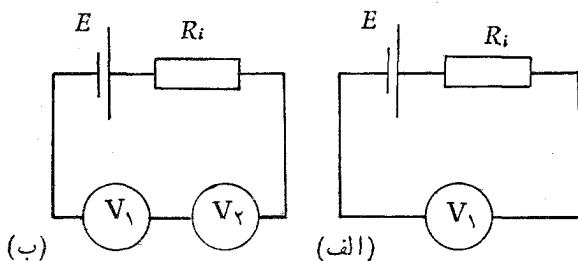
$U_1$ : افت ولتاژ در ولتمتر  $V_1$  در مدار ب

$U_2$ : افت ولتاژ در ولتمتر  $V_2$  در مدار ب

در مدار شکل ۳ الف داریم:

$$\frac{E}{U} = \frac{R_i + R_1}{R_1} \quad (1)$$

و در مدار شکل ۳ ب داریم:



شکل ۳

$$\frac{E}{U_1} = \frac{R_1 + R_2 + R_i}{R_1} \quad (۲)$$

$$\frac{E}{U_2} = \frac{R_1 + R_2 + R_i}{R_2} \quad (۳)$$

از (۲) نتیجه می‌شود:

$$E = U_1 \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_i}{R_1} \right) \quad (۴)$$

از (۱) به دست می‌آید:

$$\frac{R_i}{R_1} = \frac{E}{U} - 1 \quad (۵)$$

و از تقسیم (۳) بر (۲) داریم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1} \quad (۶)$$

معادلات (۵) و (۶) را که در (۴) بنشانیم، به دست می‌آید:

$$E = \frac{U \cdot U_1}{U - U_1}$$

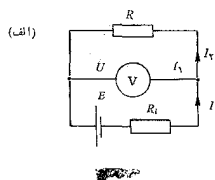
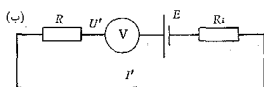
(ب) مقاومت  $R$ ، ولت‌متر  $V$  و منبع ولتاژ  $E$  یک بار به طور متوالی و

يك بار به طور موازی درمدار بسته می شوند (شکل ۴).  
درمدار الف داریم:

$$U = E - I \cdot R_i = R_1 \cdot I_1 = R \cdot I_2$$

و در نتیجه:  $I = I_1 + I_2$

$$\frac{1}{R} = \frac{E}{R_i} \cdot \frac{1}{U} - \left( \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_1} \right) = k_1 \cdot \frac{1}{U} + l_1$$



شکل ۴

درمدار ب داریم:

$$U' = I' \cdot R_1 = \frac{E}{R_1 + R + R_i}$$

که از آن نتیجه می شود:

$$\frac{1}{U'} = \frac{1}{E \cdot R_1} \cdot R + \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{R_i}{R_1} \right) = k_2 \cdot R + l_2$$

رابطه های زیر از طریق اندازه گیری تعیین و ترسیم می شوند:

$$\frac{1}{R} = f\left(\frac{1}{U}\right) \quad \text{و} \quad \frac{1}{U'} = f(R)$$

از شیب نمودار و نیز از تقاطع آن با محور عمودی کمیت های مطلوب  $E$ ،  $R_1$  و  $R$  تعیین می شوند.

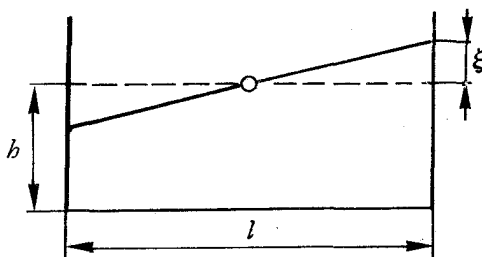
## پانزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک

سوئد، ۱۳۶۳

### مسائل

#### مسئله ۱

در بعضی دریاچه‌ها هر از چندی نوسان کل سطح آب مشاهده می‌شود. دریاچه‌هایی که این پدیده را نشان می‌دهند، اغلب طول بسیار زیادی دارند (در مقایسه با عمقشان) و لسی بسیار باریک‌اند. آب این دریاچه‌ها، مانند چای در فنجان وقتی برای مهمان آورده می‌شود، به طور یکپارچه نوسان می‌کند. برای ساختن مدلی برای این فرایند از ظرفی با مقطع چهارگوش شروع می‌کنیم (شکل ۱) که طول آن  $l$  و عمق آب در آن  $h$  است. برای محاسبه فرض می‌شود که سطح آب زاویه کوچکی با افق می‌سازد. سطح آب در موقع نوسان تخت می‌ماند ولی حول خطی در سطح افق نوسان می‌کند. این خط سطح آب را به دو مستطیل بزرگ قسمت می‌کند. الف) مدلی برای حرکت آب درست کنید و رابطه‌ای برای دوره نوسان  $T$  به دست آورید.



شکل ۱

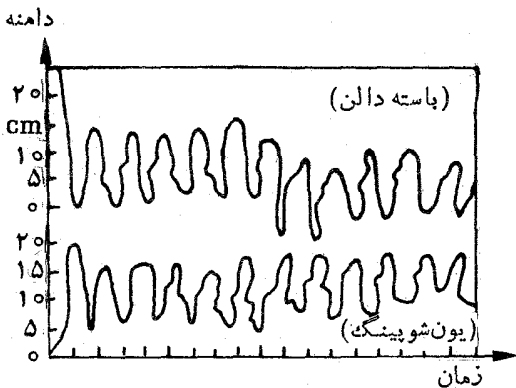
شرایط اولیه در جدول داده شده‌اند، که در آن  $h \ll \xi$ . دوره نوسان برای عمقهای مختلف آب در ظرفهایی با طول مختلف داده شده است.

$l = 479 \text{ mm}$		$l = 143 \text{ mm}$	
$h(\text{mm})$	$T(\text{s})$	$h(\text{mm})$	$T(\text{s})$
۳۰	۱/۷۸	۳۱	۰/۵۲
۵۰	۱/۴۰	۳۸	۰/۴۸
۶۹	۱/۱۸	۵۸	۰/۴۳
۸۸	۱/۰۸	۶۷	۰/۳۵
۱۰۷	۱/۰۰	۱۲۴	۰/۲۸
۱۲۴	۰/۹۱		
۱۴۲	۰/۸۲		

ب) به طریق مناسبی تحقیق کنید تا چه حد معادله‌ای که به دست آورده‌اید با داده‌های تجربی می‌خواند، و نظر خود را در مورد توان پیشگویی مدل خودتان بیان کنید!

شکل ۲ نتایج اندازه‌گیری در دریاچه و تیرن در سوئد را نشان

می دهد. طول این دریاچه ۱۲۳ km و عمق میانگین آن ۵۰ m است.  
(ج) دوره نوسان این دریاچه چقدر است؟



شکل ۲

### مسئله ۲

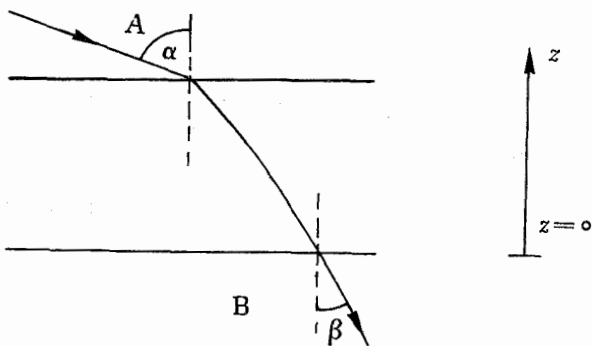
صفحه‌ای شفاف با سطوح تخت موازی در نظر بگیرید که در آن ضریب شکست  $n$  بستگی به فاصله  $z$ ، از سطح پایینی صفحه دارد (شکل ۳).

$$\text{الف) نشان دهید که } n_A \cdot \sin \alpha = n_B \cdot \sin \beta$$

ب) فرض کنید در یک صحرای بزرگی قرار گرفته‌اید. از فاصله‌ای چیزی می‌بینید که شبیه به یک سطح آب است. وقتی به آن نزدیک می‌شوید به نظر می‌رسد از شما دور شده است، به طوری که فاصله شما از «آب» (سراب) همواره ثابت می‌ماند. این پدیده را توضیح دهید!

ج) اگر فاصله چشم شما از سطح زمین  $1/60$  m، و فاصله شما تا سراب  $L = 250$  m باشد، دمای سطح زمین را در مورد ب به دست آورید. ضریب شکست هوا در دمای  $15^\circ\text{C}$  و فشار متعارف جو  $1/0000276$  است. دمای هوا در ارتفاع بیش از  $1$  m به طور ثابت  $30^\circ\text{C}$  است. فشار هوا متعارف است. ضریب شکست را با  $n$  نشان می‌دهیم.  $n - 1$  متناسب است با چگالی گاز. روی دقت نتایج بحث کنید!

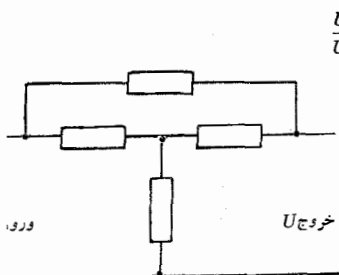




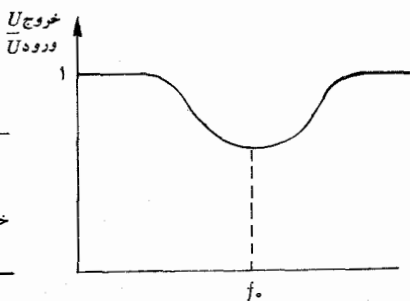
شکل ۳

مسئله ۳

یک فیلتر الکترونیکی از چهار جزء تشکیل شده است (شکل ۴). از امپدانس ولتاژ می‌توان صرف نظر کرد. امپدانس مصرف‌کننده را می‌توان بینهایت فرض کرد. خواص فیلتر طوری است که بستگی نسبت ورودی/خروج  $U$  به بسامد مانند نمودار شکل ۵ است. ورودی ولتاژ ورودی، و خروجی ولتاژ خروجی است. اختلاف فاز میان خروجی و ورودی در بسامد  $f_0$  صفر است.



شکل ۵



بسامه؛ مقیاس لگاریتمی

شکل ۴

برای ساختن فیلتر اجزاء زیر را می‌توان به کار برد: دو مقاومت هر یک

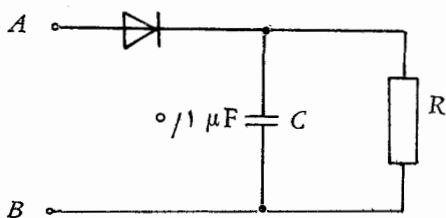
۱۰ kΩ؛ دوخازن هر يك ۱۰ nF؛ دو سیم پیچ هر يك ۱۶۰ mH. سیم پیچها آهن ندارند و از مقاومت اهمی آنها می توان صرف نظر کرد. از ترکیب چهارتا از اجزائی که نام برده شد می توان فیلتری ساخت شرایطی را که در شکلها نشان داده شده است ارضا کند. برای تمام ترکیبهای اجزاء نام برده شده، که شرایط بالا را ارضا می کنند،  $f$  و نسبت ورود  $U$  / خروج  $U$  را برای این بسامد حساب کنید!

### مسئله ۴

الف) مداری طبق شکل تشکیل دهید!

ب) نقاط A و B را در مدار به يك مولد سینوسی با بسامد ۰/۲۰ kHz وصل کنید!

ج) اگر دامنه ولتاژ مولد ۲/۰ V باشد (یعنی ولتاژ قله-به-قله ۴/۰ V)، به طور تجربی میانگین توانی را که در مقاومت R ایجاد می شود تعیین کنید.



آنچه در اختیار دارید:

يك مولد سینوسی که بسامد آن روی ۰/۲۰ kHz تنظیم شده است،  
يك نوسان نگار (اسیلوسکوپ) دو کاناله، يك دیود، يك خازن ۰/۱۰ μF،  
يك مقاومت نامشخص، يك صفحه تشکیل مدار، کابل، کاغذ میلیمتری.

### مسئله ۵

طیف يك لامپ روشنایی از يك دسته خطوط طیفی در ناحیه زرد- نارنجی - قرمز تشکیل شده است. یکی از خطوط زرد این طیف در ناحیه امواج کوتاه قوی است.

الف) طول موج این خط را تعیین کنید!

ب) وقتی را که با آن این طول موج را تعیین می کنید، تخمین بزنید! آنچه در اختیار شما است:

یک لامپ (متصل به برق  $220\text{ V}$  متناوب)، یک لیزر با طول موج نامشخص، یک شبکه، یک میکرومتر (مقیاس  $1\text{ mm}$  به  $100$  قسمت تقسیم شده است)، یک خط کش  $1$  متری، پایه یا گیره های لازم.

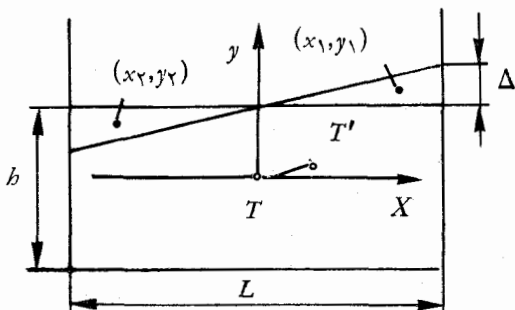
تذکره:

اگر هم طول موج لیزر را می دانید، این تجربه را انجام دهید.

## حل مسائل

### مسئله ۱

الف) مدل های مختلفی می توان طرح کرد که به طور تقریبی موضوع را شرح دهند. در یک مدل ساده، نوسان آب را به طور ایده آل توسط حرکت  $T$  مرکز جرم آن بیان می کنیم. این نقطه روی یک مسیر سهمی با نقطه برگشت  $T'$  حرکت می کند (ر.ک شکل).



شکل ۱

برای تعیین مختصات نقطه  $T'$ ، ابتدا مختصات مرکز جرم دو قسمت مختلف آب را که جا به جا شده اند حساب می کنیم. از شکل نتیجه می گیریم:

$$x_1 = \frac{L}{3}, \quad y_1 = \frac{h}{2} + \frac{\Delta}{3}$$

$$x_2 = -\frac{L}{3}, \quad y_2 = \frac{h}{2} - \frac{\Delta}{3}$$

و از آنجا مختصات مرکز جرم به دست می‌آید:

$$x_{T'} = \frac{\Delta \cdot L}{6h}, \quad y_{T'} = \frac{\Delta^2}{6h} \quad (1)$$

از (۱) می‌توان مؤلفه‌های سرعت را حساب کرد. مشتق‌گیری می‌دهد:

$$v_x = \frac{\dot{\Delta} \cdot L}{6h}, \quad v_y = \frac{2 \cdot \Delta \cdot \dot{\Delta}}{6h} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) به راحتی دیده می‌شود که حرکت در جهت افق بسیار بزرگتر از حرکت در جهت قائم است:

$$|v_x| \gg |v_y| \quad \text{و} \quad |x_{T'}| \gg |y_{T'}| \quad (3)$$

بنابراین در یک محاسبه تقریبی می‌توان از حرکت قائم صرف نظر کرد. در این تقریب انرژی می‌شود:

$$W = W_{\text{جنبشی}} + W_{\text{پتانسیل}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{\Delta}^2 \cdot \frac{L^2}{36h^2} + \frac{1}{2} \cdot M \cdot \frac{g}{3h} \cdot \Delta^2 \quad (4)$$

این معادله انرژی برای یک حرکت هماهنگ (هارمونیک) است. برای این نوع حرکت در جهت  $x$  داریم:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot x^2 \quad (5)$$

از مقایسه (۴) و (۵) به دست می‌آید:

$$T_{\text{مدل}} = \frac{\pi \cdot L}{\sqrt{3 \cdot g \cdot h}} \quad \text{و} \quad \omega = \frac{\sqrt{12 \cdot g \cdot h}}{L} \quad (6)$$

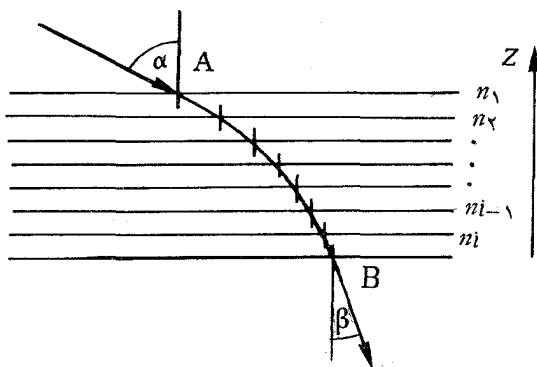
ب) مقایسه با مقادیر تجربی نشان می‌دهد که مقادیری که از (۶) محاسبه می‌شوند حدوداً ۱۰٪ کمتر اند، یعنی:

$$T_{\text{مدل}} = 1/1 \times T_{\text{تجربه}}$$

ج) در مورد دریاچه و ترن، با نشانیدن مقادیر مفروض، از (۶) دوره نوسان  $T \approx 3h$  به دست می‌آید.

## مسئله ۲

الف) صفحه با سطوح تخت را می‌توان ترکیبی از تعداد زیادی صفحات نازک در نظر گرفت (شکل ۲).



شکل ۲

در هر قسمت کانون شکست می‌شود:

$$n_A \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \alpha_2 = \dots = n_B \cdot \sin \beta$$

با

$$n_A \cdot \sin \alpha = n_B \cdot \sin \beta \quad (1)$$

ب) این پدیده، یعنی سراب، از انعکاس کامل به علت لایه‌های هوا با دمای مختلف، به وجود می‌آید. در اینجا برای زاویه شکست داریم

به طوری که  $\beta = 90^\circ$

$$n_A \cdot \sin \alpha = n_B \quad (2)$$

این پدیده فقط به ازای زاویه دید کوچک، نسبت به افق، قابل مشاهده است. هر گاه ناظر حرکت کند، محل سراب نیز حرکت می کند. (ج) از معادله حالت گاز ایده آل داریم:

$$p \cdot V = \frac{m}{V} \cdot R \cdot T$$

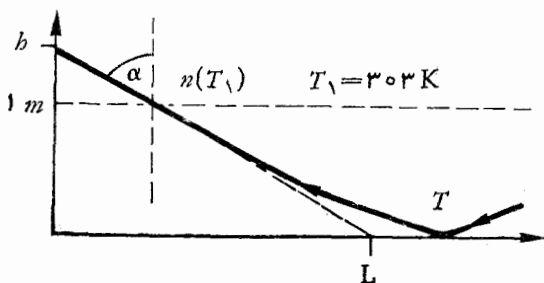
با وارد کردن چگالی به دست می آوریم:

$$\rho \sim \frac{1}{T} \quad \text{یا} \quad \rho = \frac{k}{T} \quad (3)$$

و بر مبنای فرض مسئله  $\rho \sim n - 1$  می نویسیم:

$$n(T) = 1 + \frac{k}{T} \quad (4)$$

از اینجا می توان ضریب تناسب  $k$  را محاسبه کرد. شکل ۳ مسیر نور را در موقع سراب نشان می دهد.



شکل ۳

بنابراین قانون شکست می شود:

$$n(T_1) \cdot \sin \alpha = n(T) \quad (5)$$

که در آن

$$\sin \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} \quad (۶)$$

از (۴)، (۵) و (۶) در تقریب مفروض به دست می آید:

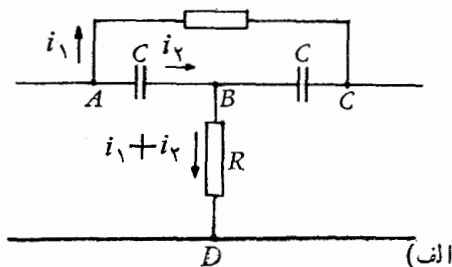
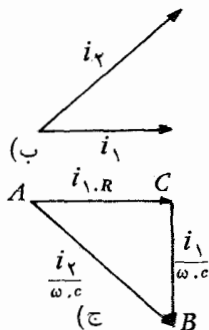
$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{h^2}{L^2}} \approx 1 - \frac{h^2}{L^2}$$

$$\left(1 + \frac{k}{T_1}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right) = \left(1 + \frac{k}{T}\right)^2 \quad (۷)$$

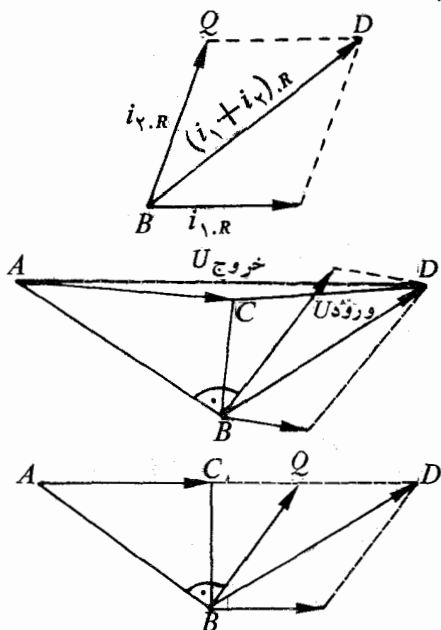
که از آنجا برای دما مقدار  $T = ۳۲۸ \text{ K}$  به دست می آید.

### مسئله ۳

در مدار شکل ۴ الف شرایط بسامد بالا و پایین صادق اند. جریانهای  $I_1$  و  $I_2$  به خاطر خازن  $C$  اختلاف فاز دارند (شکل ۴ ب). نمودارهای برداری برای مدار بسته  $ABCA$  و برای شدت جریان در  $BD$  در شکل های ۴ ج و ۴ د نشان داده شده اند. از ترکیب اینها، بسا توجه به اختلاف فاز، نمودار شکل ۴ ه برای کل جریان به دست می آید.



شکل ۴



طبق فرض، اختلاف فاز در بسامد  $f_0$  صفر است، و نمودار شکل ۴ و به دست می‌آید. از تشابه مثلثهای  $ABC$  و  $BQC$  نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{\overline{BQ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} \quad \text{یا} \quad \frac{i_2 \cdot R}{i_1 / \omega \cdot C} = \frac{i_1 / \omega \cdot C}{i_1 \cdot R} \quad (1)$$

از معادله (۱) برای نوسان به دست می‌آید:

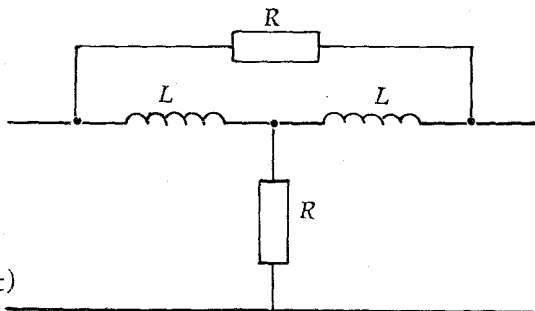
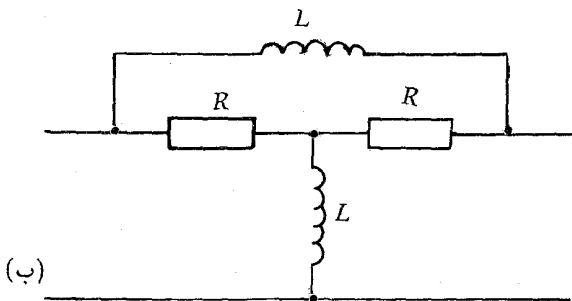
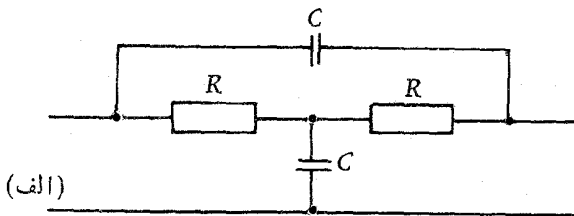
$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = 1/59 \text{ kHz}$$

و برای نسبت ولتاژها داریم:

$$\frac{U_{\text{خروج}}}{U_{\text{ورود}}} = \frac{2}{3}$$

در مدارهای شکل ۵ الف تا ج نیز شرط بسامدهای کوتاه و بلند صادق‌اند. برای مدار شکل ۵ الف همان نتایج مدار شکل ۱ الف به دست





می آید. محاسبات مشابهی برای مدارهای شکل ۵ ب و ۵ ج به دست می دهد

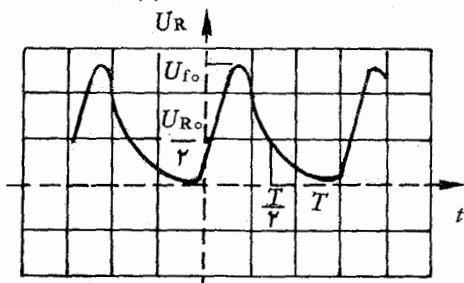
$$U_{\text{خروج}}/U_{\text{ورود}} = \frac{2}{3} \text{ و } f_0 = R/2\pi L$$

### مسئله ۴

با نوسان نگار دوکاناله می توان همزمان نمودار ولتاژ  $U(t)$  مربوط به ولتاژ سینوسی مولد و نیز افت ولتاژ  $U_R(t)$  در مقاومت را رسم کرد. نوسان نگار

به کمک منحنی ولتاژ سینوسی مدرج می‌شود. برای این منظور از کمیت‌های مفروض (بسامد و ولتاژ قله - به - قله) استفاده می‌شود. نوسان‌نگار منحنی شکل زیر را بسرای  $U_R(t)$  نشان می‌دهد. می‌بینیم که در جهت عبور رفتار  $U_R(t)$  مانند  $U(t)$  است. در جهت ممنوع رفتار ولتاژ به هنگام تخلیه خازن از طریق مقاومت به دست می‌آید. برای فرایند تخلیه داریم:

$$U_R(t) = U_{R_0} \cdot e^{-t/R.C} \quad (1)$$



شکل ۶

که در آن  $U_{R_0}$  ولتاژ در شروع فرایند تخلیه است. مدت تخلیه برابر نصف دوره تناوب است (در این مدت ولتاژ  $U(t)$  در جهت ممنوع دیود قرار دارد). از شکل برداشت می‌کنیم که به ازای  $t = T/2$ ،  $U_R = U_{R_0}/2$  است. بنابراین از معادله (۱) به دست می‌آید:

$$R = \frac{T}{2.C \cdot \ln 2}$$

$C$  مفروض است و  $T$  را از نوسان‌نگاشت (منحنی روی نوسان‌نگار) برمی‌خوانیم. توان می‌شود:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{U_R^2}{R} \cdot dt = \frac{1}{R \cdot T} \int_0^T U_R^2 \cdot dt$$

مقادیر  $U_R$  و  $t$  را می‌توان از صفحهٔ اسیلوسکوپ برخواند. به این ترتیب می‌توان به طور عددی انتگرال گرفت.

### مسئلهٔ ۵

ابتدا نور لیزر را به طور عمودی از میکرومتر شفاف می‌گذرانیم. میکرومتر مانند یک شبکه با ثابت شبکه  $b_0 = 0.01 \text{ mm}$  رفتار می‌کند. روی دیوار یک تصویر تداخلی به دست می‌آید. طول موج نور لیزر  $\lambda_L$  از این رابطه به دست می‌آید:

$$n \cdot \lambda_L = b_0 \cdot \sin \alpha_n = b_0 \cdot \frac{s_n}{e_n} \quad (1)$$

که در آن

$n$ : مرتبهٔ بیشینه

$\alpha_n$ : زاویهٔ پراش  $n$ -امین بیشینه

$s_n$ : فاصلهٔ  $n$ -امین ماکزیمم از بیشینه اصلی

$e_n$ : فاصلهٔ  $n$ -امین بیشینه از شبکه

است. حالا به جای میکرومتر شبکه را می‌گذاریم. از تصویر تداخلی که حالا به دست می‌آید فواصل لازم برای محاسبهٔ ثابت شبکه به دست می‌آید:

$$b = \frac{n \cdot \lambda_L}{\sin \alpha_n} = \frac{n \cdot e_n \cdot \lambda_L}{s_n}$$

حالا لامپ را از طریق شبکه تماشا می‌کنیم. در طیف مرتبهٔ اول جهت زاویه‌های پراش، زرد  $\alpha$  برای ماکزیمم خط زرد را علامت می‌گذاریم. فواصل  $s$  و  $e$  را می‌توان اندازه گرفت و زرد  $\lambda$  را از فرمول زیر حساب کرد.

$$\lambda_{\text{زرد}} = b \cdot \sin \alpha_{\text{زرد}} = b \cdot \frac{s}{e}$$

## شانزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک

یوگسلاوی، ۱۳۶۴

### مسائل

#### مسئله ۱

در برنامه ریزی يك مسافرت فضایی، برای اینکه بتوان سفینه‌ای را از میدان نیروی جاذبه خورشید بیرون کرد، دو روش مطرح می‌شود. در روش اول سفینه با آن چنان سرعتی پرتاب می‌شود که بتواند مستقیماً منظومه شمسی را ترك کند (مورد ۱). در روش دوم سفینه به نزدیکی يك سیاره (مثلاً مریخ) پرتاب می‌شود. به خاطر جاذبه این سیاره، جهت حرکت سفینه عوض می‌شود، و به این ترتیب سرعت کافی برای ترك منظومه شمسی به دست می‌آورد (مورد ۲). می‌توان فرض کرد که همواره فقط يك نیروی جاذبه بر سفینه وارد می‌شود.

الف) در روش اول، حداقل سرعت  $v_1$  و جهت آن نسبت به حرکت زمین را به دست آورید!

ب) سفینه با سرعت  $v_2 < v_1$  نسبت به زمین پرتاب می‌شود. جهت

حرکت همان جهت در قسمت الف است. به هنگامی که سفینه مدار مریخ را قطع می‌کند، مؤلفه‌های سرعت را در جهت مماس و عمود بر مسیر مریخ تعیین کنید.

**توجه:** در این مورد مریخ بسیار دورتر از محل تقاطع مدارش با مدار سفینه قرار دارد.

ج) سفینه طبق مورد ۲ وارد میدان جاذبه مریخ می‌شود. حداقل سرعت سفینه نسبت به زمین چقدر باشد، تا سفینه منظومه شمسی را ترک کند؟

**توجه:** از جواب قسمت الف حداقل سرعت لازم سفینه و جهت آن برای ترک منظومه شمسی، پس از اینکه حوزه جاذبه مریخ را ترک کرده است، مشخص است. محل دقیق مریخ لازم نیست مشخص باشد.

رابطه‌ای میان این سرعت و مؤلفه‌های سرعت قبل از ورود به حوزه جاذبه مریخ را، که در قسمت ب به دست آمده‌اند، به دست آورید.

د) در مورد ۲ حداکثر چه مقدار انرژی نسبت به مورد ۱ صرفه‌جویی می‌شود؟

برای حل مسئله فرض کنید، مدار همه سیارات دایره‌ای است و همه آنها در یک صفحه و در یک جهت به دور خورشید می‌گردند. از

– فشار هوا،

– چرخش زمین به دور محورش،

– انرژی لازم برای اینکه سفینه میدان جاذبه زمین را ترک کند،

صرف نظر می‌شود.

سرعت زمین به دور خورشید  $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  است. نسبت فاصله زمین

و مریخ تا خورشید  $\frac{2}{3}$  است.

## مسئله ۲

یک مخابرات چپی آماتور ارتباطی سیم‌با دو شریک در شهرهای A و B دارد. او سیستم آنتن خود را طوری درست می‌کند که وقتی یک شریک

سیگنال ما کزیمم دریافت می کند، شریک دیگر هیچ سیگنالی دریافت نمی کند. این سیستم از دو آنتن میله ای عمودی یکسان تشکیل شده است که امواج را با شدت مساوی در همه جهات سطح افقی پخش می کنند.

الف) مطلوب است:

– فاصله میان آنتنها؛

– جهتگیری اتصال آنتنها؛

– اختلاف فاز میان سیگنالها در دو میله.

فاصله میان میلهها حداقل است.

ب) فرستنده، با بسامد  $27 \text{ MHz}$ ، در نزدیکی پورتوروز (محل برگزاری المپاد) قرار گرفته است. فرستنده آماتور از روی نقشه می بیند که زاویه میان جهت شمال و جهت  $B$   $157^\circ$  است. مسئله را به طریق عددی حل کنید!

### مسئله ۳

در نیم رسانایی از جنس  $\text{InSb}$ ، به شکل مکعب درازی به ابعاد  $a$ ،  $b$  و  $c$  ( $a \gg b \gg c$ )، سه موازات ضلع  $a$  جریانی عبور می کند. نیم رسانا در داخل یک میدان خارجی مغناطیسی همگن، به موازات ضلع  $c$ ، قرار دارد. از میدانی مغناطیسی که جریان تولید می کند صرف نظر می کنیم. حامل جریان الکترونها هستند. میانگین سرعت این الکترونها به هنگام حضور فقط یک میدان الکتریکی  $v = u \cdot E$  است ( $u$  «تحرک» الکترونها است).

هنگامی که به نیم رسانا میدانی مغناطیسی تأثیر بگذارد، می توان الکتریکی دیگر به موازات جریان نخواهد بود. این را اثر هال می نامند.

الف) تعیین کنید، برای اینکه جریان در نیم رسانا طبق شرح بالا باشد، بردار شدت میدان الکتریکی برآیند در نیم رسانا چه مقدار و چه جهتی باید داشته باشد!

ب) ولتاژ میان دو نقطه روی سطوح موازی نیم رسانا را، که از طریق ضلع  $b$  متصل اند، حساب کنید.

ج) وقتی شدت جریان و القای مغناطیسی طبق روابط زیر تغییر کنند، عبارتی

برای سهم ولتاژ مستقیم در مورد ب به دست آورید!

$$I = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t, \quad B = B_0 \cdot \sin (\omega \cdot t + \varphi)$$

(د) مداری طرح کنید و توضیح دهید، که بتواند توان یک دستگاه الکتریکی دلخواه را، که به شبکه برق متناوب متصل است، اندازه بگیرد (از مطالب قسمت ج مسئله کمک بگیرید).

مقادیر مفروض:

$$u = 2/8 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{تحرك الكترونها:}$$

$$n_e = 2/5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3} \quad \text{چگالی الكترونها:}$$

$$e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad \text{بار الكترونها:}$$

$$c = 1/0 \text{ mm} ; b = 1/0 \text{ cm} ; B = 0/10 \text{ T} ; I = 1/0 \text{ A}$$

#### مسئله ۴

استوانه‌ای برنجی به یک موتور جریان متناوب متصل است.

(الف) بستگی زاویه چرخش، سرعت زاویه‌ای، و شتاب زاویه‌ای استوانه را نسبت به زمان رسم کنید.

(ب) گشتاور زاویه‌ای و توان موتور را به عنوان تابعی از سرعت زاویه‌ای تعیین کنید!

آنچه در اختیار شما است:

موتور جریسان متناوب با کلید، استوانه برنجی، سنسور القایی، کرومومتر چند کاناله (کامپیوتر).

تذکره:

هروقت یکی از دو مدار آهنی، که به استوانه وصل اند، به سنسور القایی نزدیک شوند، این سنسور سیگنالی به اندازه  $0/5 \text{ mm}$  به کرومومتر می‌دهد. به این ترتیب هر نیم دور استوانه ثبت می‌شود. کامپیوتری که به میکرومتر متصل است، زمان پالسها را ثبت و ضبط می‌کند. دکمه «اندازه بگیر» را که فشار بدهیم کرومومتر شروع به کار می‌کند. وقتی تعداد مطلوب اندازه گیریها (مثلاً ۳۰ یا ۶۰) را بدهیم، اندازه گیری زمان شروع می‌شود.

کامپیوتر پس از اندازه گیری نتایج را به شکل نمودار ترسیمی به دست می دهد. روی محور عمودی مدت بازه های زمانی میان دو ثبت و روی محور افقی شماره مسلسل بازه داده می شود.

با فشار دکمه، می توان نتایج را به صورت جدول نیز دریافت کرد. در ستون اول شماره مسلسل ثبت آمده است، در ستون دوم زمان پس از شروع اندازه گیری، و در ستون سوم زمان میان دو نیم دور پشت سرهم.

گشتاور لختی کل استوانه و قسمت چرخان موتور برابر است با

$$J = (14/0 \times 10^{-6} \pm 0/5 \times 10^{-6}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

### مسئله ۵

«جعبه سیاهی» داریم که در آن آهنرباهای دائمی قرار دارند (شکل ۱).

الف) محل مرکز آهنرباها و جهتگیری میدانها را تعیین کنید!

برای این کار مختصات  $x$ ،  $y$  و  $z$  را اندازه بگیرد. با علامت گذاری

یک گوشه جعبه، مبدأ مختصات را مشخص می کنیم (شکل ۲).

ب) در سیستم اندازه گیری پیش بینی شده، مؤلفه  $z$  بردار القای

مغناطیسی  $B$  را در صفحه  $x-y$  برای  $z=0$  تعیین کنید. این دستگاه باید قبلاً مدرج شود.

ج) حداکثر القای  $B$  را، که روی آهنربای پنهان نشده، می توان اندازه

گرفت معین کنید!

آنچه در اختیار شما است:

یک آهنربای پنهان نشده، از همان نوعی که در جعبه سیاه قرار دارد،

دستگاه تغذیه جریبان، سیم پیچ القایی (۱۴۰۰ دور،  $R=230 \Omega$ )، دو

سیم پیچ (۸۸۰۰ دور،  $R=990 \Omega$ )، جعبه سیاه با آهنرباهای پنهان، ولتمتر،

مقاومت متغیر ( $R_{\max}=3/3 \text{ k}\Omega$ )، کابل، صفحه کار با سوراخهای اتصال،

کش، خلال دندان، خط کش، نخ.

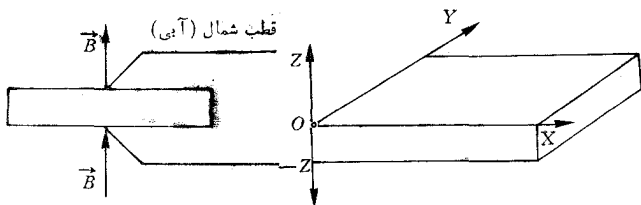
تذکر:

سیستم اندازه گیر (شکل ۳) به میدان مغناطیسی پاسخ می دهد. حداکثر ولتاژ



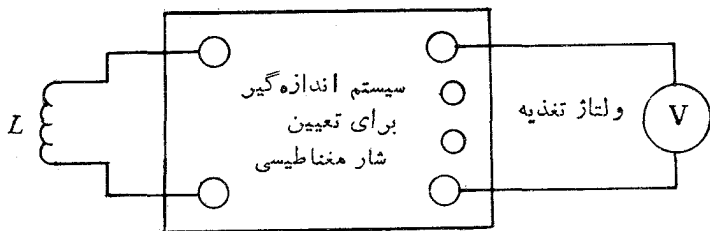
متناسب است با تغییر شار مغناطیسی از سیم پیچ القایی.

$$\mu = 1/2 \times 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$



شکل ۱

شکل ۲



شکل ۳

## حل مسائل

### مسئله ۱

الف) شرط لازم برای اینکه سفینه ای منظومه شمسی را ترك کند این است که مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل آن در میدان جاذبه خورشید بزرگتر یا مساوی صفر باشد:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R_E} \geq 0 \quad (1)$$

$m$ : جرم سفینه

$\vec{v}$ : سرعت نسبت به خورشید

$M$ : جرم خورشید

سرعت زمین در مدارش به دور خورشید برابر است با

$$v_E = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{R_E}} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) شرط لازم می‌شود:

$$v^2 \geq \frac{2 \cdot \gamma \cdot M}{R_E} = 2v_E^2 \quad (3)$$

هرگاه  $v_1$  سرعت سفینه نسبت به زمین، و  $\vartheta$  زاویه میان  $v_E$  و  $v_1$  باشد (ر.ک. شکل ۱ الف)، داریم:

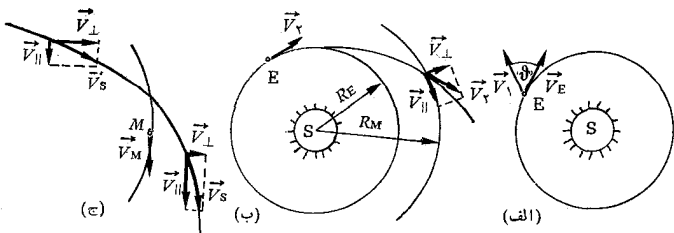
$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_E \quad (4)$$

از (۳) و (۴) نتیجه می‌گیریم:

$$v_1^2 + 2 \cdot v_1 \cdot v_E \cdot \cos \vartheta - v_E^2 \geq 0 \quad (5)$$

جواب (۵) می‌شود:

$$v_1 \geq v_E \cdot (-\cos \vartheta + \sqrt{1 + \cos^2 \vartheta}) \quad (6)$$



شکل ۱

حداقل سرعت به ازای  $\theta = 0$  به دست می آید:

$$v_1 = v_E(\sqrt{2} - 1) = 12.73 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

ب) اگر  $v_1 < v_2$ ، آنگاه سفینه در مداری به دور خورشید می گردد (شکل ۱ ب). سرعت آن نسبت به خورشید برابر است با

$$\vec{v} = \vec{v}_2 + \vec{v}_E \quad (7)$$

چون حرکت در یک میدان مرکزی است، پس قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت زاویه ای صادق اند. برای محل تقاطع با مدار مریخ داریم:

$$m \cdot v \cdot R_E = m \cdot v_{||} \cdot R_M \quad (8)$$

و

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R_E} = \frac{m}{2} \cdot (v_{||}^2 + v_{\perp}^2) - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R_M}$$

در اینجا  $R_M$  شعاع مدار مریخ، و  $v_{||}$  و  $v_{\perp}$  مؤلفه های موازی و عمود سرعت  $v$  در این نقطه اند.

از (7)، (8) و (9) نتیجه می گیریم:

$$v_{||} = (v_2 + v_E) \cdot \frac{R_E}{R_M} \quad (10)$$

$$v_{\perp} = \sqrt{(v_2 + v_E)^2 \cdot \left(1 - \frac{R_E^2}{R_M^2}\right) - 2v_E^2 \cdot \left(1 - \frac{R_E}{R_M}\right)}$$

ج) اگر دستگاه مختصات را به مریخ منتقل کنیم، آنگاه پس از رسیدن سفینه به میدان جاذبه اش مسئله هم ارز با قسمت الف پیش می آید. پس در این صورت، حداقل سرعت لازم سفینه،  $v_S$ ، که برای ترك منظومه شمسی لازم است می شود:

$$v_S = v_M \cdot (\sqrt{2} - 1) \quad (11)$$

که در جهت موازی مدار مریخ است. برهم کنش سفینه با مریخ باید باعث

شود جهت سرعت چنان تغییر کند که سفینه حداقل سرعت فرار را دریافت کند. يك برخورد کشسان میان مریخ و سفینه پیش می آید. رابطه میان سرعت سفینه به هنگام ورود به میدان جاذبه، و سرعت مریخ از شکل ۱ ج به دست می آید:

$$v_S = \sqrt{v_{\perp}^2 + (C_M - C_{II})^2}$$

نتیجه قسمت ب را از طریق معادلات (۱۰) به کار می بریم تسا معادله ای برای سرعت پرتاب از زمین،  $v_{\gamma}$ ، و  $v_S$  به دست آوریم. از (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) به کمک رابطه

$$r = \frac{R_E}{R_M}$$

نتیجه می گیریم:

$$(v_{\gamma} + v_E)^2(1 - r^2) - 2v_E^2(1 - r) - 2v_M(v_{\gamma} + v_E)r + (v_{\gamma} + v_E)^2 \cdot r^2 = v_M^2(3 - 2\sqrt{2})$$

و از

$$v_M = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{R_M}} = \sqrt{r} \cdot v_E$$

معادله ای مجذوری به شکل زیر برای  $v_{\gamma}$  به دست می آید:

$$(v_{\gamma} + v_E)^2 - 2r\sqrt{r} \cdot v_E(v_{\gamma} + v_E) + (2\sqrt{2} \cdot r - 2)v_E^2 = 0$$

جواب مورد قبول فیزیکی این است:

$$v_{\gamma} = v_E(r\sqrt{r} - 1 + \sqrt{r^3 + 2 - 2\sqrt{2} \cdot r}) = 5/5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

(د) مقدار انرژی که صرفه جویی می شود از مقایسه انرژی جنبشی سفینه

در هر دو مورد به دست می آید:

$$\frac{E_1 - E_{\gamma}}{E_1} = \frac{v_1^2 - v_{\gamma}^2}{v_1^2} = 0/80$$

یعنی در روش دوم ۸۰٪ انرژی صرفه جویی می شود.

### مسئله ۲

الف) سیگنالهای الکتریکی که انتهای ۱ و ۲ می فرستند برابر اند با

$$E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \Delta\varphi) \quad \text{و} \quad E_1 = E_0 \cdot \cos \omega \cdot t$$

شرط سیگنال ماکزیمم در جهت  $A$ :

$$\Delta(A) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{\lambda} \cdot \cos \alpha + \Delta\varphi$$

با

$$\Delta A = (2n + 1)\pi \quad (1)$$

و همزمان سیگنال مینیمم در جهت  $B$ :

$$\Delta(B) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{\lambda} \cdot \cos(\vartheta - \alpha) + \Delta\varphi$$

با

$$\Delta(B) = 2k \cdot \pi \quad (2)$$

در اینجا  $\lambda$  طول موج رادیویی،  $r$  فاصله میان آنتنها، و  $\Delta\varphi$  اختلاف فاز میان دو سیگنال است (شکل ۲ الف).

از اختلاف (۱) و (۲) فاصله میان آنتنها به دست می آید:

$$r = \frac{\lambda}{4 \cdot \sin(\vartheta/2)} \cdot \frac{2(k-n) - 1}{\sin(\alpha - \vartheta/2)} \quad (3)$$

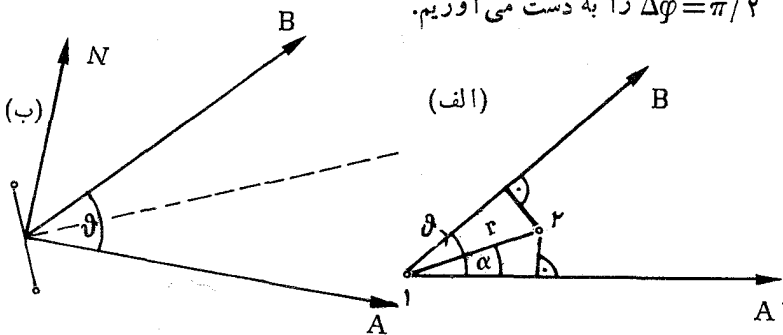
فاصله  $r$  وقتی حداقل است که  $k = n$ . سپس برای جهتگیری آنتنها داریم:

$$\alpha - \frac{\vartheta}{2} = -\frac{\pi}{2} \quad \text{با} \quad \vartheta \leq \pi$$

به این ترتیب از (۳) حداقل فاصله به دست می آید:

$$r_{\min} = \frac{\lambda}{\varphi \cdot \sin(\vartheta/2)} \quad (۴)$$

این را که در (۱) بنشانیم با (۲) برای اختلاف فاز سیگنالها مقدار  $\Delta\varphi = \pi/2$  را به دست می آوریم.



شکل ۲

(ب) از شکل ۲ ب، که بر مبنای مقادیر مفروض رسم شده است، زاویه میان A و B برابر  $\vartheta = 85^\circ$ ، و از معادله (۴) برای فرستنده ای با بسامد  $f = c/\lambda = 27 \text{ MHz}$ ، فاصله میان آنتنها برابر  $r_{\min} = 4/1 \text{ m}$  به دست می آید.

### مسئله ۳

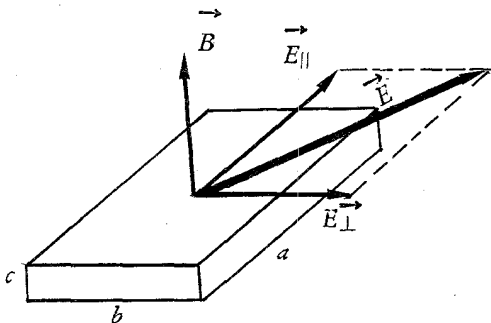
(الف) سرعت الکترونها در نیم رسانا با سطح مقطع  $A = c \cdot b$  از شدت جریان

$$I = A \cdot n \cdot e \cdot v \quad (۱)$$

به دست می آید. مؤلفه های شدت میدان الکتریکی در شکل ۱-۳ رسم شده اند. بنابراین شدت میدان بر ایند می شود:

$$E = \sqrt{E_{\parallel}^2 + E_{\perp}^2} = 4/06 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad (۲)$$

که در آن



شکل ۱-۳

$$E_{\parallel} = v \cdot B = 2/5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{و} \quad E_{\perp} = \frac{v}{u} = 3/2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

ب) اختلاف پتانسیل میان دو نقطه به فاصله  $b$  برابر است با

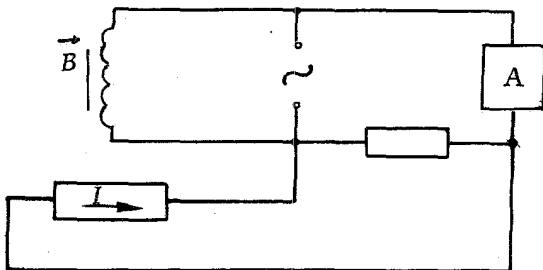
$$U_H = E_{\perp} \cdot b = 25 \text{ mV} \quad (3)$$

ج) از (۱) و (۲) برای ولتاژ  $U_H$  به دست می آید:

$$U_H = \frac{I \cdot B}{e \cdot n \cdot c} = \frac{I_0 \cdot B_0}{e \cdot n \cdot c} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (4)$$

قسمت ولتاژ مستقیم  $U_H'$  می شود:

$$U_H' = \frac{I_0 \cdot B_0}{2e \cdot n \cdot c} \cdot \cos \varphi \quad (5)$$



شکل ۳-۲

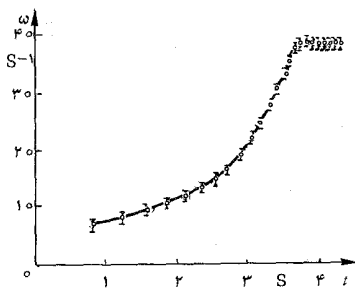
(د) شکل ۳-۲ مدار مطلوب را نشان می‌دهد. باید توجه کرد که میدان مغناطیسی خارجی عمود بر جهت جریان در نیم رسانا قرار داشته باشد:  $\varphi = 90^\circ$ . با اندازه‌گیری شدت جریان و ولتاژ می‌توان هر دستگاه دلخواه  $A$  را تعیین کرد. به علاوه پیش‌بینی یک مقاومت، برای جلوگیری از عبور تمام جریان از نیم‌رسانا، لازم است.

## مسئله ۴

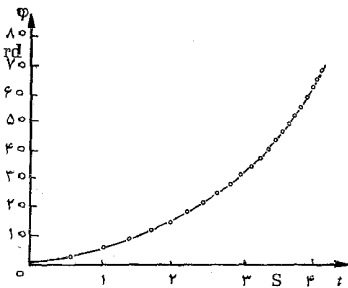
الف) پس از روشن شدن موتور. نموداری طبق شکل ۴-۱ برای  $\varphi-t$  به دست می‌آید. سرعت زاویه‌ای در زمان  $t'_i = t_{i+1} + t_i/2$  از رابطه

$$\omega_i(t'_i) = \frac{\pi}{t_{i+1} - t_i}$$

به دست می‌آید.



شکل ۲-۴



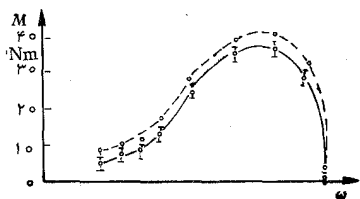
شکل ۱-۴

بازه‌های زمانی  $t_{i+1} - t_i$  متناظرند با نیم‌دوره‌های استوانه. شکل ۴-۲ نمودار  $\omega-t$  را نشان می‌دهد. مقایسه‌ی بازه‌های زمانی برای نیم‌دوره‌ها، پس از رسیدن به سرعت نهایی ثابت، دلالت بر لنگی استوانه دارد. از این

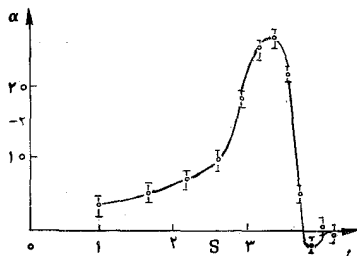


انحرافها می توان در محاسبه سرعتهای زاویه ای چشم پوشید، ولی آنها بر محاسبه شتاب تأثیر می گذارند. برای اینکه خطای لنگی را حذف کنیم، مناسبتر این است که بازه های زمانی  $\Delta t$  را برای يك دور کامل در نظر بگیریم. برای شتاب زاویه ای به دست می آوریم:

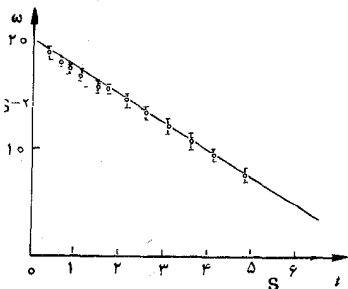
$$\alpha_i(t_i) = \frac{\Delta\omega_i}{\Delta t_i}$$



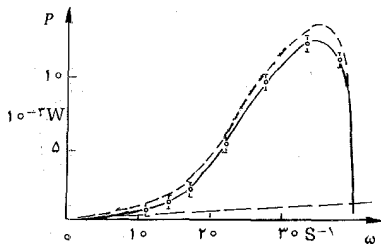
شکل ۴-۴



شکل ۳-۴



شکل ۶-۴



شکل ۵-۴

که در آن

$$\Delta t_i = t_{\gamma_i+2} - t_{\gamma_i},$$

$$\Delta \omega = \frac{2\pi}{t_{\gamma_i+2} - t_{\gamma_i+1}} - \frac{2\pi}{t_{\gamma_i+1} - t_{\gamma_i-1}},$$

$$t_i'' = t_{\gamma_i+1}$$

شکل ۳-۴ نمودار  $\alpha-t$  را نشان می‌دهد.

(ب) بدون در نظر گرفتن اصطکاک، گشتاور زاویه‌ای می‌شود:

$$M(t) = J \cdot \alpha(t)$$

مقدار  $J$  مفروض است، مقادیر  $\alpha(t)$  از شکل ۳-۴ و مقادیر متناظر برای سرعت زاویه‌ای از شکل ۲-۴ به دست می‌آیند. به این ترتیب نمودار  $M-\omega$  به دست می‌آید (شکل ۴-۴).

توان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = M(t) \cdot \omega(t)$$

شکل ۴-۵ نمودار  $P-\omega$  را، بدون احتساب اصطکاک، نشان می‌دهد (منحنی توپر). برای به دست آوردن اصطکاک، نمودار  $\omega-t$  را، پس از خاموش شدن موتور، تعیین می‌کنیم. نمودار شکل ۴-۶ به دست می‌آید. گشتاوری که اصطکاک پیش می‌آورد، تقریباً ثابت است:

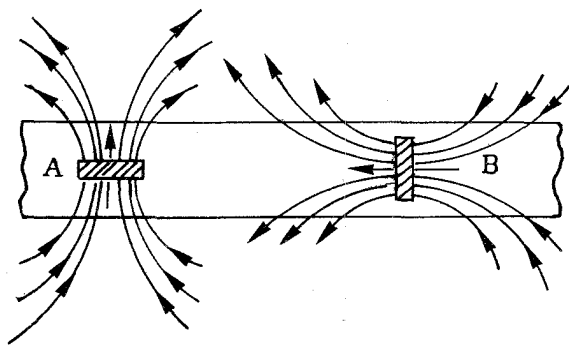
$$M' = J \cdot \alpha' = J \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

در شکل ۴-۴ بستگی  $M(t) + M'$  و شکل ۴-۵ بستگی  $P + P' = [M(t) + M']\omega(t)$  به  $\omega$  به صورت خط چین نشان داده شده است.

## مسئله ۵

الف) مختصات  $x$  و  $y$  مرکز آهنرباهای مکعبی شکلی را که در جعبه سیاه

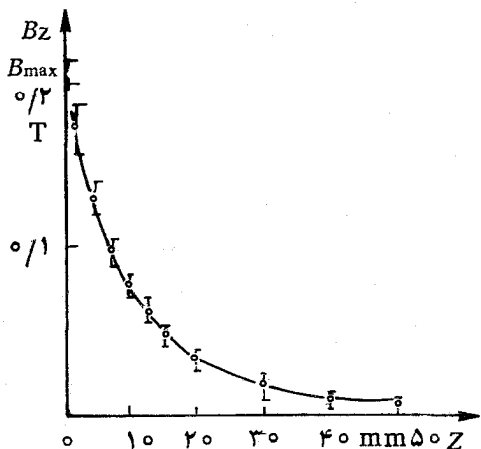
پنهان شده اند می توان به کمک آهنربای اضافی تعیین کرد. برای این کار بهتر است يك آونگك نخي درست كنيم و آن را روی سطوح جعبه سیاه به حرکت در آوريم. از تأثیر نیروها می توان محل میدانهای مغناطیسی و نیز محل خود آهنرباها را تعیین كرد. در این مورد خاص، اگر آونگك بالای صفحه  $x - y$  جعبه سیاه حرکت كند، و آهنربا طوری آویزان باشد كه بردار  $B$  ی آن در جهت محور  $z$  باشد، در این صورت سه نقطه با تأثیر قوی دیده می شود: به هنگام حرکت در جهت  $x$  دوبار جاذبه پشت سر هم و يك بار دافعه. ما كزیمیم نیروها روی خط وسطی سطح در جهت  $x$  قرار دارد. جعبه را كه بچرخانیم و تجربه را تکرار كنیم، در طرف مقابل در همان نقاط ما كزیمیم نیروها پدید می آید، اما این بار دافعه - جاذبه - دافعه. پس می توان نتیجه گرفت كه دو آهنربا در جعبه است كه موقعیت آنها در شكل ۱-۵ نشان داده شده است. آزمایش را كه در وضعیتهای دیگر تکرار كنیم، این حدس تحقیق می شود.



شكل ۱-۵

مختصات  $z$  مركز آهنرباها را می توان به طریق زیر تعیین كرد. رابطه میان  $B_z$ ، برای آهنربای اضافی، و فاصله عمودی از مركز آهنربا را بررسی می كنیم. برای به دست آوردن این نمودار (شكل ۲-۵)، سیم پیچ القای سیستم اندازه گیر در میدان مغناطیس به طور یكنواخت از نقطه اندازه گیری

تا فاصله‌ای که در آن دیگر ولتاژی القا نمی‌شود، برده می‌شود و تغییر مکان عقربه دستگاه ثبت می‌شود. به این ترتیب  $B_z$  روی سطح جعبه تعیین می‌شود. از نمودار ۲-۵ مقادیر مطلوب  $z$  به دست می‌آیند.



شکل ۲-۵

ب) برای مدرج کردن دستگاه اندازه‌گیر ولتاژهای القایی در آهنرباهای مشخص اندازه گرفته می‌شوند. برای این کار از مدار شکل ۳-۵ استفاده می‌شود. برای القای مغناطیسی  $B$  در شکاف میان سیم‌پیچهای میدان داریم:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2l + d}$$

توضیح نمادها:

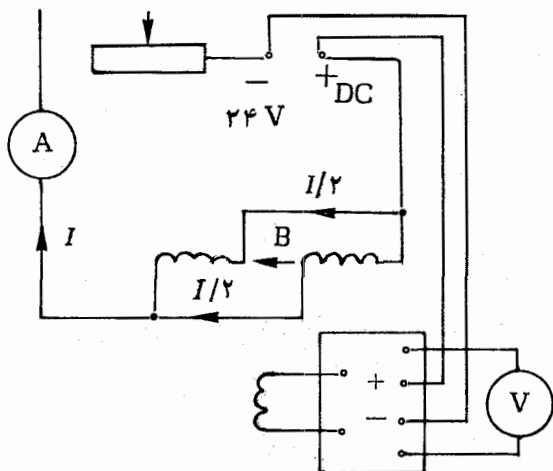
$N$ : تعداد دورها،

$l$ : طول،

$d$ : عرض شکاف،

$I$ : شدت جریان اندازه‌گیری شده.

به ازای مقادیر مختلف  $B$ ، ولتاژهایی که با خارج کردن سیم‌پیچ القایی



شکل ۳-۵

از شکاف (با سرعت مساوی) القا می‌شوند، اندازه گرفته می‌شوند. رابطه  
 میان  $B$  و  $U$  در یک منحنی مدرج سازی رسم می‌شوند. به این ترتیب می‌توان  
 مقادیر  $B$  لازم برای موارد ب و ج را تعیین کرد.

## نوزدهمین المپیاد بین الملل فیزیک

اتریش، ۱۳۶۷

### مسائل

#### مثال ۱: طیف‌نمایی سرعت ذرات توسط اثر دوپلر

جذب و گسیل فوتونها توسط اتمها فرایندی است برگشت پذیر. برانگیختگی اتم و برگشت مجدد آن به حالت پایه نمونه‌ای از آن است. بنا براین می‌توان با مشاهده گسیل خود به‌خود مجدد فوتونها، یا فلوئورسانسی، جذب فوتونها را آشکار ساخت. از این پدیده در روشهای نوین برای آشکارسازی و تشخیص اتمها، و نیز تعیین طیف سرعت باریکه‌های اتمی استفاده می‌شود. در یک دستگاه آزمایش ایده‌آل (شکل ۱) اتمهای یک بار یونیده با سرعت  $v$  درخلاف جهت نور یک لیزر حرکت می‌کنند. طول موج این لیزر،  $\lambda$ ، را می‌توان تغییر داد. ذرات ساکن ( $v=0$ ) را می‌توان با طول موج  $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$  تحریک کرد. برای تحریک ذرات متحرک، به خاطر اثر دوپلر، طول موج دیگری لازم است. طیف سرعت یونها توسط یک توزیع یکنواخت بین  $v_1 = 0$  و  $v_2 = 6000 \text{ ms}^{-1}$  مشخص می‌شود (شکل ۲).

### مسئله ۱.۱

الف) برای اینکه تمام یون‌ها برانگیخته شوند، طول موج لیزر بین چه حدودی باید تغییر کند؟ منحنی بستگی تعداد فوتون‌های گسیل مجدد را به طول موج لیزر رسم کنید.

توجه: در این مسئله از انتقال دوپلر نانسیتی استفاده کنید.

ب) برای بررسی نسیتی مسئله باید از عبارت نسیتی برای اثر دوپلر استفاده کرد:

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$$

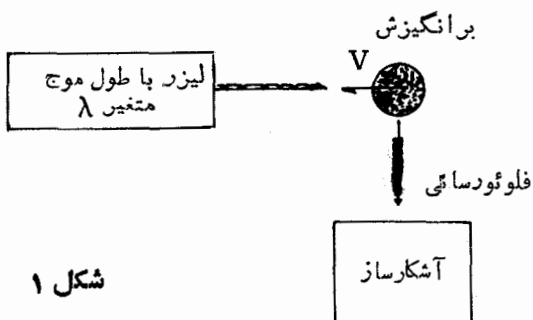
مرتبه بزرگی خطا به هنگام کاربرد فرمول نانسیتی چقدر است؟

### مسئله ۲.۱

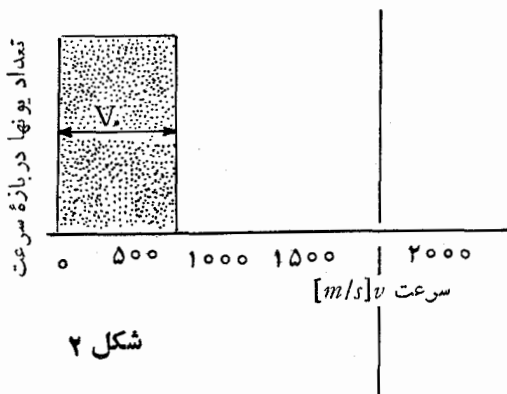
حالا فرض کنید یون‌ها، قبل از برانگیختگی، از میان يك اختلاف پتانسیل الکتریکی شتاب دهنده  $U$  می‌گذرند. رابطه کیفی میان پهنای طیف سرعت و ولتاژ شتاب دهنده چگونه است؟ ولتاژ پهنای زیاد یا کم می‌کند؟

### مسئله ۳.۱

یونی با  $e/m = 4 \times 10^6 \text{ Ckg}^{-1}$  دو حالت متناظر با  $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$  و  $\lambda_2 = \lambda_1 + 10^{-3} \text{ nm}$  دارد (بسامد برانگیزش). نشان دهید که طیف طول موجهای لیزر برای برانگیختن تمام یون‌ها، درموردی که ولتاژ شتاب دهنده‌ای وجود نداشته باشد، روی هم می‌افتد. آیا ممکن است ولتاژ شتاب دهنده‌ای انتخاب کرد که این دو طیف روی هم نیفتند؟ حداقل  $U$  برای این منظور را حساب کنید.



شکل ۱



شکل ۲

### مثال ۲: فرایند باز ترکیب در تخلیه گاز

در یک تخلیه گاز، کسه دمای آن به حد کافی گرم باشد، انواع یونهای گوناگون پیش می آید. یکی از این انواع اتمی است با عدد بار هسته‌ای  $Z-1$  که تمام الکترونهای آن به جز یکی جدا شده‌اند. این یون را با  $A^{(Z-1)+}$  نشان می‌دهیم. ثابتهای اتمی در دستگاه SI به این صورت‌اند:

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ As}$$

$$q^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2.307 \times 10^{-28} \text{ Jm}$$



$$\hbar \left( \frac{\text{ثابت پلانک}}{2\pi} \right) = 1/054 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m_e (\text{جرم الکترون}) = 9/108 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$r_B (\text{شعاع بور}) = \hbar^2 / m_e q^2 = 5/292 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$E_R (\text{انرژی ریدبرگ}) = q^2 / 2r_B = 2/180 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$m_p c^2 (\text{انرژی سکون پروتون}) = 1/503 \times 10^{-10} \text{ J}$$

### مسئله ۱.۲

فرض کنید تنها الکترون باقیمانده یون  $A^{(Z-1)+}$  در حالت پایه باشد. در این حالت مجذور میانگین فاصله آن را از هسته [یعنی مجموع نایقینهای  $(\Delta x)^2$  و  $(\Delta y)^2$  و  $(\Delta z)^2$ ] با  $r_0$ ، و مجذور میانگین اندازه حرکت آن را [یعنی مجموع نایقینهای اندازه حرکت  $(\Delta p_x)^2$ ،  $(\Delta p_y)^2$  و  $(\Delta p_z)^2$ ] را با  $p_0$  نشان می‌دهیم. حاصلضرب  $(r_0^2)(p_0^2)$  در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

### مسئله ۲.۲

یونی از نوع  $A^{(Z-1)+}$  می‌تواند یک الکترون جذب کند و یک فوتون گسیل دارد. معادله‌ای را که از آن بتوان بسامد این فوتون را به دست آورد بنویسید، ولی حل نکنید.

### مسئله ۳.۲

با در نظر گرفتن اینکه انرژی حالت پایه حداقل است، انرژی یون  $A^{(Z-1)+}$  را حساب کنید. برای این منظور از تقریب زیر استفاده کنید:

الف) در عبارت انرژی پتانسیل به جای میانگین  $1/r_0$ ، مقدار  $1/r_0$  را بنشانید.  $r_0$  در مسئله ۱.۲ تعیین شده است.

ب) در عبارت انرژی جنبشی ابتدا  $p_0^2$  را، از مسئله ۱.۲، به جای میانگین مجذور اندازه حرکت بنشانید، سپس از نتیجه مسئله ۱.۳، پس از ساده کردن آن به  $h^2 = (p_0^2)(r_0^2)$ ، استفاده کنید.

## مسئله ۴.۲

به همین ترتیب، انرژی یون باز ترکیب شده  $A^{(Z-2)+}$  را، که باز هم فرض می‌کنیم در حالت پایه است، به دست آورید. فاصله میانگین دو الکترون از هسته را (متناظر با  $r_0$  در مسئله ۳.۲) با  $r_1$  و  $r_2$  نشان می‌دهیم، و برای سهولت فرض می‌کنیم که فاصله میانگین آن دو برابر  $(r_1 + r_2)$  است. به علاوه فرض می‌کنیم، که مقدار میانگین مجذور هر اندازه حرکت در رابطه عدم قطعیتی به شکل  $(p_1^2)(r_1^2) = \hbar^{-2}$  و  $(p_2^2)(r_2^2) = \hbar^{-2}$  صدق می‌کند.

راهنمایی: از رابطه  $r_1 = r_2$  در حالت پایه استفاده کنید. فرایند را محدود می‌کنیم به جذب (گیراندازی) الکترون ساکن توسط یون  $A^{(Z-1)+}$  در حالت پایه، که آن هم ساکن است.

## مسئله ۵.۲

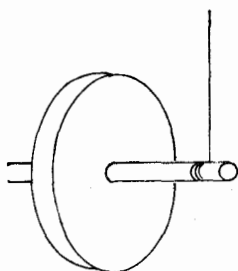
اگر بسامد فوتون باز ترکیب  $\omega_0 = 2/507 \times 10^{17} \text{ rad/s}$  باشد، مقدار  $Z$  را تعیین کنید. با چه نوع یونی سروکار داریم؟

## مثال ۳: چرخ ماکسول

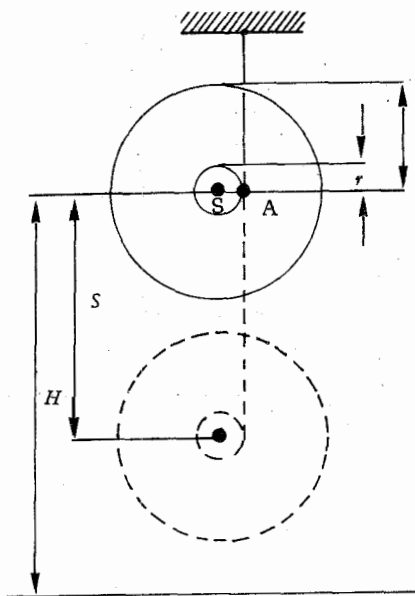
یک صفحه استوانه‌ای همگن (به جرم  $M = 0/4 \text{ kg}$ ، شعاع  $R = 0/06 \text{ m}$ ، و به ضخامت  $d = 0/01 \text{ m}$ ) به دو نخ مساوی، که به محور صفحه وصل اند آویزان است. از جرم و ضخامت نخها، و نیز از جرم محور می‌توان صرف نظر کرد. نخ را دور محور می‌پیچانیم تا مرکز جرم صفحه به اندازه  $H = 1 \text{ m}$  بالا برود؛ سپس آن را رها می‌کنیم تا پایین بغلتد (شکل ۱). صفحه، پس از اینکه به پایتترین نقطه رسید، دوباره بالا می‌رود. با این فرض که نقطه  $A$ ، موضع صفحه در موقع پایین غلتیدن، همواره به طور عمودی زیر نقطه آویز  $P$  قرار دارد (شکل ۲)، مسائل زیر را حل کنید.

## مسئله ۱.۳

سرعت زاویه‌ای  $\omega$ ، پس از اینکه مرکز جرم  $S$  به اندازه  $s$  پایین افتاده



شکل ۱



شکل ۲

است، چقدر است؟  $r$  شعاع محور، را در مقایسه با  $R$ ، شعاع صفحه، خیلی کوچک فرض کنید.

### مسئله ۲.۳

سرعت زاویه‌ای  $\omega$ ، پس از اینکه مرکز جرم  $S$  به اندازه  $s$  پایین افتاده است، چقدر است؟ از  $r$  شعاع محور، در مقایسه با  $R$ ، شعاع صفحه، نمی‌توان صرف نظر کرد. نسبت  $\omega/\omega_0$  چگونه است.

### مسئله ۳.۳

انرژی جنبشی انتقالی صفحه، انتقال  $E$ ، وقتی فاصله پایین افتادن صفحه

نسبت این انرژی را به انرژیهای دیگری که در مسئله پیش می آید حساب کنید. اگر شعاع محور  $s = 0/50 \text{ m}$  باشد، چقدر است؟ اگر شعاع محور  $r = 0/003 \text{ m}$  باشد،

### مسئله ۴.۳

$T_1$ ، کشش روی هر نخ، را به هنگام پایین افتادن صفحه حساب کنید.

### مسئله ۵.۳

سرعت زاویه‌ای صفحه  $\omega$  را به عنوان تابعی از زاویه دوران  $\varphi$ ، به هنگام دور برگشت، طبق شکل ۳، حساب کنید. حداقل به صورت کیفی، مؤلفه‌های مسیر طی شده را در یک دستگاه مختصات دکارتی مناسب و نیز سرعت مرکز جرم صفحه را به عنوان تابعی از زاویه دوران  $\varphi$  بیان کنید.



## مسئله ۶.۳

هنگامی که کشش نخ برابر  $T_m = 10 \text{ N}$  بشود، نخ پاره می‌شود. حداکثر طول  $s_m$ ، که برای آن نخها به هنگام دور برگشت هنوز پاره نشده‌اند، چقدر است؟

## مثال ۴: نور قطبیده

## مسئله ۱.۴

(الف) جهت عبور نور را در ورقه قطبشی ضمیمه تعیین کنید (جهت عبور، جهت نوسان بردار میدان الکتریکی در نور عبور داده شده است). روی ورقه خطی در این جهت، با دقت ممکن، رسم کنید.

(ب) روی يك کاغذ میلیمتری وسیله‌ای برای اندازه‌گیری ضریب شکست صفحه شیشه‌ای مکعبی شکل ترتیب دهید. اجزائی را که به کار می‌برید، و نیز نقطه‌ها و خطهایی را که برای اندازه‌گیری لازم دارید، با تصویر مستقیم روی کاغذ رسم کنید. چهار اندازه‌گیری انجام دهید. میانگین ضریب شکست و خطا (ی مطلق و نسبی) را بیسان کنید. خطا را تعریف کنید.

## مسئله ۲.۴

(الف) يك پولاریسکوپ (قطبش‌نما) بسازید. می‌خواهیم مشاهده ورقه و صفحه‌های پلاستیکی دو شکسته را در نور با قطبش خطی که به‌طور عمودی می‌تابد بررسی کنیم. وسیله‌ای را که ترتیب داده‌اید رسم کنید و طرز کار آن را توضیح دهید.

(ب) کاغذ زورق بی‌رنگ را وارد پولاریسکوپ کنید. خطوطی در جهت‌های ممتاز شکست دو گانه روی کاغذ رسم کنید. مشاهدات را به‌طور خلاصه توضیح دهید (می‌توانید از ترسیم کمک بگیرید). راهی را توضیح دهید که جهت‌های ممتاز را بتوان یافت.

## مسئله ۳.۴

الف) طبق شکل، ده لایه از نوار چسبی را که در اختیارتان است به طور پله‌ای روی یک صفحه شیشه‌ای بچسبانید. دقت کنید که تمام لایه‌ها هم‌جهت باشند.



G: صفحه شیشه‌ای مکعبی شکل،

T: ده لایه نوار چسب،

S: پله‌ها، هر یک به عرض ۳ تا ۴ میلیمتر.

این وسیله را که تهیه کردید وارد پولاریسکوپ بکنید. شرایط آزمایش را که تحت آن رنگهایی مشاهده می‌شود تشریح کنید. رنگها را چگونه می‌توانید تغییر دهید؟ مشاهدات خود را خلاصه بیان کنید.

ب) به کمک دو لایه از ورقه قرمز به عنوان فیلتر، نور تکفام را جدا کنید. بر روی صفحه شیشه با لایه‌ها که ساخته‌اید پله‌هایی را مشخص کنید، که تعیین اختلاف راهی را که متناظر با جهت‌های ممتاز است، ممکن می‌سازد اختلاف راه هر لایه نوار چسب را برای نور قرمز تخمین بزنید.

## مسئله ۴.۴

الف) قسمت مرکزی مثلث ترسیمی را که همراه این تجربه در اختیارتان است با پولاریسکوپ بررسی کنید. پدیدده‌های اپتیکی عمده آن را تشریح کنید.

ب) در مورد نتیجه این مشاهدات بحث کنید: استنتاجات خود را در مورد حالت فیزیکی این ماده بیان کنید. ترسیمی از آن تهیه کنید. ارتباط این حالت را به فرایند تولید این دستگاه ترسیم بیان کنید.

تذکره:

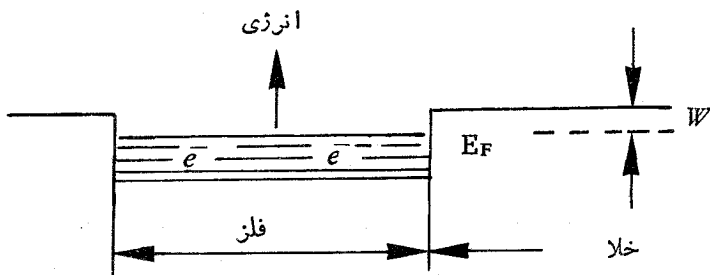
روی هر يك از اشیاء زیر بر چسبی با نام خود وصل کنید و آنها را ضمیمه گزارش خود بکنید:

۱. ورقه قطبشی که روی آن جهت نوسان رسم شده است.
۲. کاغذ میلیمتری با تصویر دستگاه و ترسیم چگونگی اندازه گیری ضریب شکست.
۳. کاغذ زوروق که روی آن جهت های ممتاز شکست دو گانه رسم شده است.
۴. پلکان نوار چسب روی صفحه شیشه ای با نوشته های مربوط به تعیین اختلاف راه هر لایه.

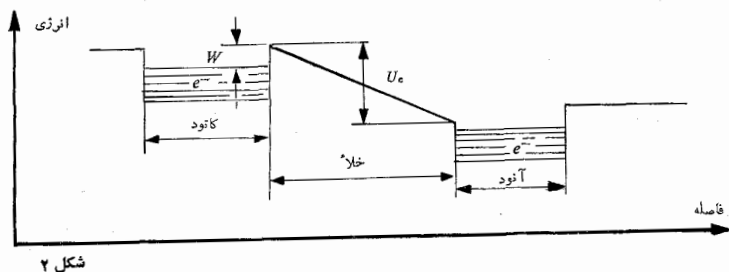
### مثال ۵: گسیل درخششی - تعیین کار خروج

الکترونهاى داخل هر فلز در يك چاه پتانسیل قرار دارند که معمولاً نمی توانند آن را ترك کنند (شکل ۱)، حتی اگر به فلز ولتاژی وصل شود (شکل ۲).

اما اگر فلز (گاز الکترون) گرم شود، آن وقت الکترونها می توانند به علت حرکت گرمایی بر آستانه انرژی  $W$  غلبه کنند و به خاطر ولتاژی که در آن قرار گرفته اند به سمت آنود بروند. در این صورت جریانی قابل اندازه گیری می شود. تعداد الکترونهاى خارج شده در واحد زمان تنها به کاتود و دمای

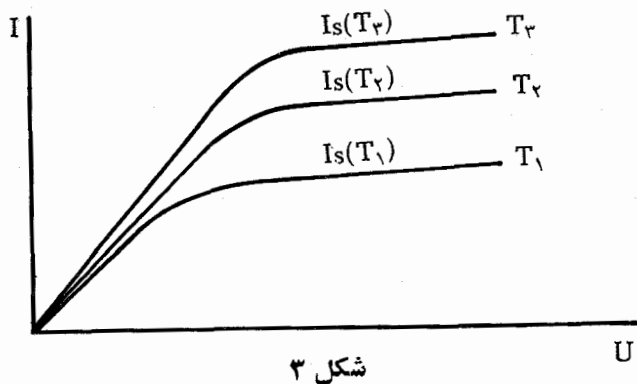


شکل ۱



شکل ۲

آن بستگی دارد. اما اینکه آیا تمام الکترونهای خارج شده به آنود می‌رسند یا نه به ولتاژ  $U$  بستگی دارد. بنابراین برای هر کاتودی و برای هر دمایی یک جریان اشباع (ر.ک شکل ۳) وجود دارد.



شکل ۳

برای این جریان اشباع  $I_S$  (= تعداد الکترونهای خارج شده در واحد زمان) معادله (۱) (معادله ریچاردسون) صدق می‌کند:

$$I_S = CT^2 \exp(-W/RT) \quad (1)$$



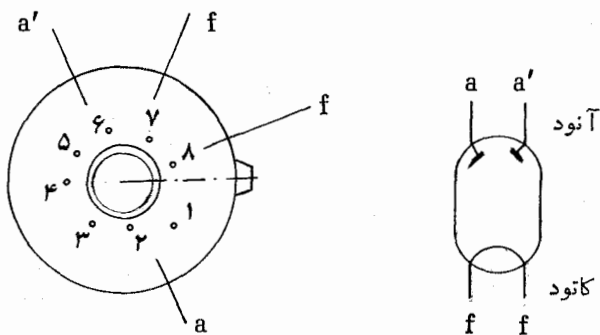
C ... ثابت

T ... دمای کاتود به کلوین

**تذکرات کلی:**

مسئله در تعیین کار خروج  $W$  برای يك فلز معين است.

برای این مسئله تجرّبی دستگاههای زیر در اختیار شما قرار می‌گیرد:  
لامپ الکترونی AZ ۴۱، کسه لامپی است از نوع لامپ خلا\* تمام جهت یکسوساز. کاتود آن از يك سیم ولفرام با لایسه‌ای روی آن تشکیل شده است. کار خروج این کاتود را می‌خواهیم اندازه بگیریم. طبق گزارش تولیدکننده، کاتود نباید بیش از  $4V$  ولتاژ گرمایی دریافت کند. لامپ دو آنود دارد. سفارش می‌شود، برای اندازه‌گیری، این دو به هم وصل شوند. اتصالها را از روی شکل ۴ می‌توان یافت.

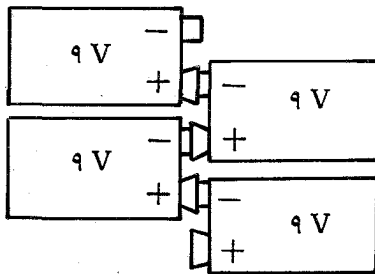


شکل ۴

يك دستگاه اندازه‌گیری چند منظوره، با مقاومت داخلی  $10 M\Omega$  به هنگام اندازه‌گیری ولتاژ يك باتری  $1.5V$ .  
چهار باتری  $9V$  (باتریها را می‌توان مستقیماً به‌طور سری در مدار بست، ر.ك شكل ۵).

يك مقاومت  $1000 \Omega \pm 2\%$  (قهوه‌ای، سیاه، سیاه، قهوه‌ای، قهوه‌ای،

قرمز).



شکل ۵

يك مقاومت  $2\% \pm 100 \Omega$  (قهوه‌ای، سیاه، سیاه، سیاه، قهوه‌ای، قرمز).  
 يك مقاومت  $1\% \pm 47/5 \Omega$  (زرد، بنفش، سبز، طلایی، قهوه‌ای).  
 چهار مقاومت هر يك حدوداً  $1 \Omega$ ؛ این مقاومتها شماره گذاری شده‌اند.  
 دوازده گیره پیچی.

شش تکه سیم هر يك ۲۰ cm.

دو گیره اتصال مناسب برای باطریهای ۹ V.

يك آچار پیچ گوشتی.

کاغذ لگاریتمی.

کاغذ میلیمتری.

**نمودار:** مقاومت ویژه ماده کاتود به‌عنوان تابعی از دمای درخشش.

دمای اتاق اعلام می‌شود.

$$R = 8/31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

از هر مداری که به‌کار می‌برید نموداری دقیق ترسیم کنید؛ و مشخص کنید که دستگاه اندازه‌گیری کجا متصل شده‌است. (توجه: جریان را می‌توان با آمپر متر اندازه گرفت. ولی این کار را می‌توان به کمک افت پتانسیل روی يك مقاومت معلوم نیز انجام داد. در این مثال روش دوم کار را ساده‌تر می‌کند.) هر نمودار را دقیقاً مشخص کنید.

تمام مقادیر اندازه‌گیری شده، نتایج وسط کار و نتایج نهایی را

به صورت جدول بنویسید.

سه مسئله زیر را باید حل کنید:

### مسئله ۱.۵

ابتدا اندازه مقاومت‌های ۱ تا ۴ را به دست آورید.

### مسئله ۲.۵

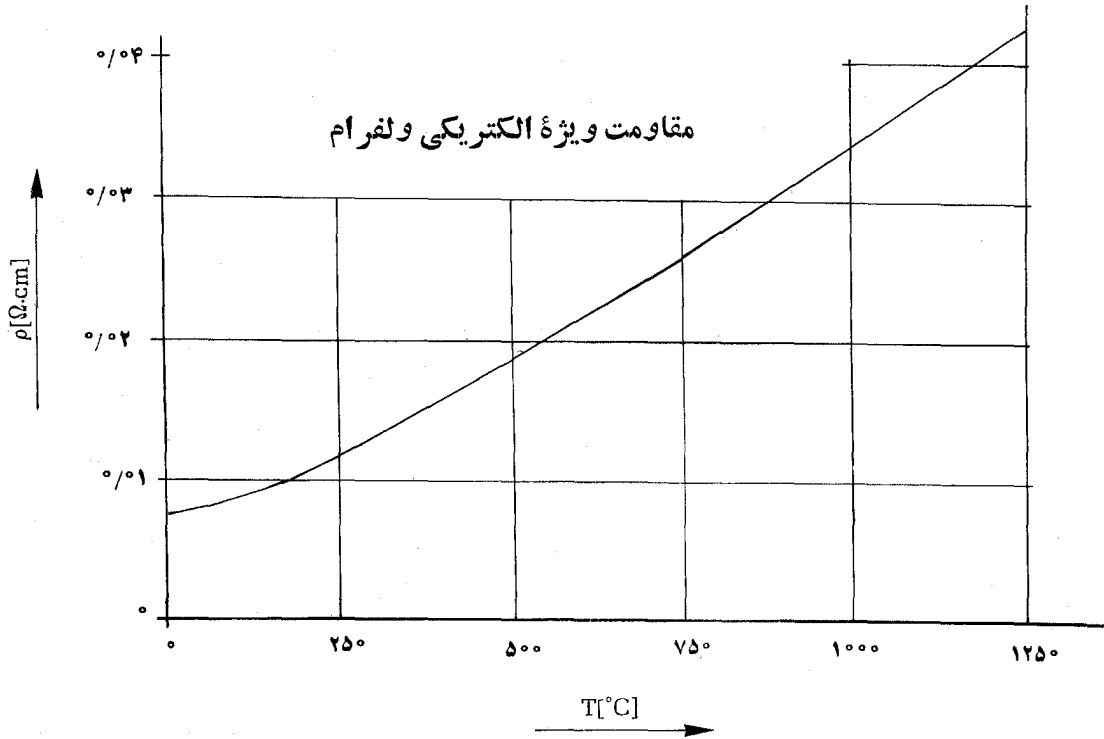
جریان اشباع را در دماهای مختلف کاتود، یعنی در جریانهای گرمایی مختلف، تعیین کنید. برای تولید جریان گرمایی باطری  $V = 1/5$  را به کار ببرید. به کمک پیش مقاومت می‌توانید جریان گرمایی را تغییر دهید. جریان اشباع را جریانی بگیرید که به هنگام ولتاژ مکش ثابت حدود  $36$  تا  $40$  ولت برقرار می‌شود. این ولتاژ مکش را به کمک چهار باتری  $9$  ولت که به‌طور متوالی بسته شده‌اند تولید کنید.

در چند کلمه بیان کنید که بر مبنای کدام اصل دمایی کاتود را تعیین می‌کنید.

### مسئله ۳.۵

$W$  را از معادله (۱) به دست آورید. توضیح دهید که چگونه این کار را می‌کنید.

مقاومت ویژه الکتریکی ولفرام



## حل مسائل

### ۱. طیف‌نمایی سرعت ذرات توسط اثر دوپلر

#### مسئله ۱.۱

ذرات در اثر سرعتشان بسامدها را بالاتر دریافت می‌کنند. پس باید لیزر را در بسامدهای پایینتر تنظیم کرد. از فرمول

$$\lambda v = c, \quad v' = \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

استفاده می‌کنیم. برای بسامد برانگیزش ذرات ساکن داریم:

$$v_1 = \frac{c}{\lambda} = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} / 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

بسامد برانگیزش ذرات متحرك

$$v' = v_2 \left(1 + \frac{v_2}{c}\right)$$

که در آن باید  $v' = v_1$ :

$$v_1 = v_2 \left(1 + \frac{v_2}{c}\right) \rightarrow v_2 = v_1 / \left(1 + v_2/c\right) = v_1 (1 - v_2/c)$$

از اینجا بازه بسامد لازم برای برانگیزش ذرات با توزیع سرعت به دست می‌آید:

$$v_1 - v_2 = v_1 \frac{v_2}{c} = 5 \times 10^{14} \frac{6000}{3 \times 10^8} \text{ Hz}$$

برای گستره طول موج داریم:

$$\lambda_1 = \lambda(v_1) = 600 \text{ nm}$$

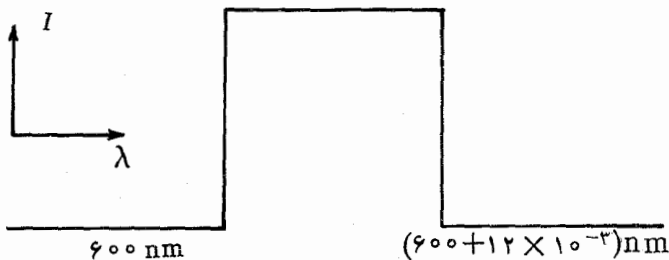
$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{c}{\nu_1} \left(1 + \frac{v_2}{c}\right) = 600 \text{ nm} \times \left(1 + \frac{6000}{3 \times 10^8}\right) =$$

$$= (600 + 12 \times 10^{-3}) \text{ nm}$$

تخمین خطا در کاربرد فرمول کلاسیک:

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = \sqrt{\left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2} + \dots\right)} =$$

$$= \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2/c^2}{1+v/c} + \dots\right)$$



در نتیجه:

$$\frac{\left(\frac{\nu'}{\nu}\right)_{\text{نسبیتی}} - \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)_{\text{کلاسیک}}}{\left(\frac{\nu'}{\nu}\right)_{\text{کلاسیک}}} \approx 2 \times 10^{-10}$$

### مسئله ۲۰۱

ابتدا بینیم سرعت اولیه و سرعت اضافی چگونه باهم جمع می‌شوند؟ جمع سرعتها به صورت

$$v' = v + \sqrt{2eU/m}$$

اشتباه است. فرمول صحیح این است:

$$v' = \sqrt{v^2 + 2eU/m}$$

یعنی این انرژیها هستند که باهم جمع می‌شوند و نه سرعتها! از فرمولهای

$$E_{\text{جنبشی}} = \frac{1}{2}mv^2, \quad E = eU$$

استفاده می‌کنیم. انرژی قبل از شتاب:

$$E_1 = 0, \quad E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

انرژی پس از شتاب:

$$E'_1 = eU, \quad E'_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + eU$$

پس نتیجه می‌گیریم:

$$v'_1 = \sqrt{2eU/m}, \quad v'_2 = \sqrt{v_2^2 + 2eU/m}$$

و برای گستره سرعت به دست می‌آید:

$$v'_2 - v'_1 = \sqrt{v_2^2 + 2eU/m} - \sqrt{2eU/m}$$

برای اینکه بهتر دیده شود آیا این گستره باریکتر یا بهتر شده است، رابطه بالا را به صورت زیر درمی‌آوریم:

$$v'_2 - v'_1 = \frac{(v_2'^2 - v_1'^2)}{(v'_2 + v'_1)} = \frac{v_2^2}{\sqrt{v_2^2 + 2eU/m} + \sqrt{2eU/m}}$$

این رابطه، وقتی  $U \rightarrow \infty$ ، به سمت صفر میل می‌کند. پس توزیع سرعت باریکتر می‌شود.

### مسئله ۳.۱

در این مسئله باید مقایسه کرد، تخمین زد، و یک معادله مجذوری را حل کرد. روشهای مختلفی راهگشا هستند.

روی هم افتادن (برهم‌نهی) امواج وقتی است که (ر.ك شكل):

$$\bar{\lambda}_1 < \lambda_2$$

اما داریم:

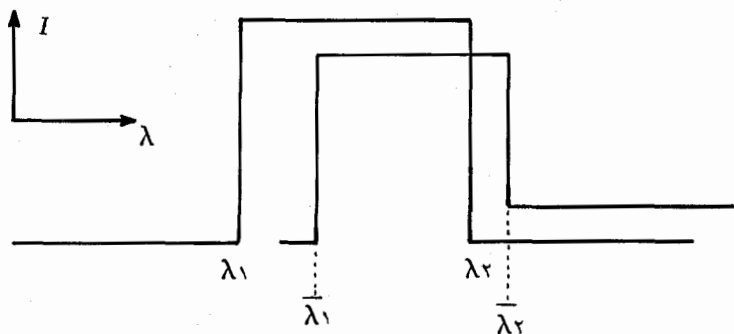
$$\bar{\lambda}_1 = (600 + 10^{-9}) \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = (600 + 12 \times 10^{-3}) \text{ nm}$$

بنابراین توزیعها روی هم می افتند.

پس باید ولتاژ را طوری انتخاب کرد که

$$\lambda'_1 \geq \lambda'_2$$



در نتیجه باید داشته باشیم:

$$\bar{\lambda}'_1 = \bar{\lambda} \left( 1 + \frac{v_1}{c} \right) = (\lambda + 10^{-9} \text{ nm}) \left[ 1 + \frac{\sqrt{2eU/m}}{c} \right] =$$

$$= \lambda + 10^{-9} \text{ nm} + \lambda \frac{\sqrt{2eU/m}}{c} + 10^{-9} \frac{\sqrt{2eU/m}}{c}$$

که در آن از جمله آخر می توان صرف نظر کرد. همین طور داریم:

$$\lambda'_2 = \lambda \left( 1 + \frac{v_2}{c} \right) = \lambda + \lambda \frac{\sqrt{v_2^2 + 2eU/m}}{c}$$



شرط تساوی:

$$\overline{\lambda'_1} = \overline{\lambda'_2}$$

منجر به معادله زیر می شود:

$$\lambda + \lambda \frac{\sqrt{v_1^2 + 2eU/m}}{c} = \lambda + 10^{-9} \text{ nm} + \lambda \frac{\sqrt{2eU/m}}{c}$$

و از آنجا

$$[\sqrt{v_1^2 + 2eU/m} - \sqrt{2eU/m}] = \frac{c}{\lambda} \cdot 10^{-9} \text{ nm}$$

برای حل این معادله نمادهای زیر را انتخاب می کنیم:

$$\frac{2eU}{m} = x, \quad v_1^2 = a, \quad \frac{c}{\lambda} \cdot 10^{-9} \text{ nm} = b$$

معادله بالا تبدیل می شود به

$$\sqrt{a+x} - \sqrt{x} = b$$

و از آنجا

$$4(ax + x^2) = (b^2 - a)^2 + 4x^2 - 4x(b^2 - a^2)$$

$$x = \frac{(b^2 - a)^2}{4b^2}$$

بنابراین:

$$\frac{2eU}{m} = \frac{\left[ \left( \frac{c}{\lambda} \times 10^{-9} \text{ nm} \right) - v_1^2 \right]^2}{4 \frac{c}{\lambda} \times 10^{-9} \text{ nm}}$$

ارقام مطلوب را که بنشانیم،  $U = 150 \text{ V}$  به دست می آید.

۰۲

## مسئله ۱.۲

بنابر تعریف داریم:

$$r_0^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

$$p_0^2 = (\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2 \geq \frac{\hbar^2}{4} \left[ \frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right]$$

نامساوی بالا از مجموع سه رابطه عدم یقین هایزبرگ به دست می آید. حالت پایه کروی است، پس

$$(\Delta x)^2 = (\Delta y)^2 = (\Delta z)^2 = r_0^2/3$$

$$r_0^2 p_0^2 \geq \frac{9\hbar^2}{4} \text{، که نتیجه نهایی می شود } p_0^2 \geq \frac{9\hbar^2}{4r_0^2}$$

## مسئله ۲.۲

الف) جواب کیفی: معادله مطلوب از قانون بقای انرژی و اندازه حرکت به دست می آید.

ب) دو قانون بقای انرژی و اندازه حرکت را می نویسیم:

$$E_{\text{جنبشی}}(A^{(Z-1)+}) + E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-1)+}) = E_{\text{جنبشی}}(A^{(Z-2)+}) + E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-2)+}) = E_{\text{فوتونها}}(A^{(Z-2)+})$$

$$= E_{\text{فوتونها}}(A^{(Z-1)+}) + \vec{P}(A^{(Z-1)+}) = \vec{P}(A^{(Z-1)+}) + \vec{P}(A^{(Z-2)+})$$

$$\vec{P}(A^{(Z-1)+}) + \vec{P}(A^{(Z-2)+}) = \vec{P}(A^{(Z-1)+}) + \vec{P}(A^{(Z-2)+})$$

نمادهای زیر را به کار می بریم:

$m_0$ : جرم الکترون،

$M$ : جرم یون با بار  $Z$ ،

$V_0$ : سرعت الکترونها قبل از باز ترکیب،

$V$ : سرعت  $A^{(Z-1)+}$  قبل از باز ترکیب،

$W$ : سرعت  $A^{(Z-2)+}$  پس از باز ترکیب.

معادلات بالا به این صورت درمی آیند:

$$\frac{1}{2} m_0 v_0^2 + (M + v_0) \frac{v_0^2}{2} + E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-1)+}) = (M + 2m_0) \frac{W^2}{2} + E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-1)+}) + \hbar \omega_0$$

و

$$m_0 \vec{v}_0 + (M + m_0) \vec{v} = (M + 2m_0) \vec{W} + \hbar \vec{k}_0 ; |\vec{k}_0| = \frac{\omega_0}{c}$$

تفسیر: بقای انرژی و اندازه حرکت از مفاهیم بنیادی فیزیک اند. جوابهای گوناگونی برای این مسئله پیش می آید.  $E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-1)+})$  در مسئله ۳.۲ و انرژی  $E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-2)+})$  در مسئله ۴.۲ بررسی می شود.

### مسئله ۳.۲

انرژی الکترون بر مبنای قوانین مکانیک کوانتومی برابر است با:

$$E = \left\langle \frac{p^2}{2m_0} \right\rangle - Zq^2 \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle$$

با نشان دادن بر مبنای تقریب داده شده به دست می آوریم:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_0 r_0^2} - Zq^2 \frac{1}{r_0}$$

در حالت پایه  $r_0$  مقداری را می گیرد که انرژی به ازای آن حداقل می شود.

بنابراین در حالت پایه داریم  $\frac{dE}{dr_0} = 0$  از آنجا نتیجه می شود  $r_0 = r_R/Z$

این مقدار را که در عبارت انرژی بنشانیم، به دست می آوریم:

$$E_{\text{داخلی}}(A^{(Z-1)+}) = -E_R Z^2$$

### مسئله ۴.۲

انرژی در الکترون برابر است با:

$$E = \left\langle \frac{p_x^2}{2m_0} \right\rangle + \left\langle \frac{p_y^2}{2m_0} \right\rangle - Zq^2 \left\langle \frac{1}{r_1} \right\rangle - Zq^2 \left\langle \frac{1}{r_2} \right\rangle + q^2 \left\langle \frac{1}{r_{12}} \right\rangle$$

با تقریب مربوطه می شود:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_0 r_1^2} + \frac{\hbar^2}{2m_0 r_2^2} - Zq^2 \frac{1}{r_1} - Zq^2 \frac{1}{r_2} + \frac{q^2}{r_1 + r_2}$$

در حالت پایه  $r_1$  و  $r_2$  مقادیری را می گیرند که انرژی به ازای آن حداقل می شود. چون بستگی  $E$  به  $r_1$  و  $r_2$  یکسان است، لزوماً در مینیمم باید  $r_1 = r_2 = r_g$  باشد. این را که برای محاسبه انرژی به کار ببریم، به دست می آوریم:

$$E = \frac{\hbar^2}{m_0 r_g^2} - \left( Z - \frac{1}{4} \right) \frac{2q^2}{r_g}$$

اما از شرط حالت پایه،  $\frac{dE}{dr_g} = 0$ ، نتیجه می گیریم:

$$r_g = r_B / \left( Z - \frac{1}{4} \right)$$

و نهایتاً انرژی می شود:

$$E_{داخلی}(A^{(Z-2)+}) = -2E_R \left( Z - \frac{1}{4} \right)^2$$

## مسئله ۵.۲

از نتایج مسئله های قبل این مثال، برای بقای انرژی و اندازه حرکت داریم:

$$-E_R Z^2 = (M + 2m_0)W^2 / 2 - 2E_R \left( Z - \frac{1}{4} \right)^2 + \hbar\omega.$$

و

$$0 = (M + 2m_0)W + \hbar\omega_0 / c$$

از بقای اندازه حرکت به دست می آوریم:

$$W = \frac{-\hbar\omega_0}{(M + 2m_0)c}$$

این مقدار را که در قانون بقای انرژی بنشانیم شرط لازم برای  $Z$  به دست می آید:

$$E_R \left[ 2 \left( Z - \frac{1}{4} \right)^2 - Z^2 \right] - \hbar\omega_0 \left[ 1 + \frac{\hbar\omega_0}{2(M + 2m_0)c^2} \right] = 0$$

در این شرط جرم مجهول  $M$  پیش می آید. اما چون  $(M + 2m_0)c^2$  در

هر حال بزرگتر از جرم سکون پروتون است، پس نسبت  $\frac{\hbar\omega_0}{2(M + 2m_0)c^2}$

کوچکتر از  $10^{-7}$  است و کمتر از دقت اندازه گیری است. بنا بر این می توان از این جمله در مقابل یک صرف نظر کرد. از بقیه معادله با داده های عددی معادله زیر برای  $Z$  بدست می آید:

$$Z^2 - Z - 12,1002 = 0$$

که جوابهای آن  $Z \cong 4$  و  $Z \cong -3$  است.

به این ترتیب یون مطلوب  $A^{(Z-2)+}$  چیزی جز  $\text{Be}^{++}$  نیست.

### ۳. چرخ ماکسول

#### مسئله ۱.۳

از دو راه حل می کنیم:

(الف) از بقای انرژی:

$$MgH = Mg(H-s) + \frac{1}{2} \theta_g \omega^2$$

که در آن  $\theta_g$  گشتاور لختی صفحه حول مرکز جرم آن است. برای  $\omega$  به دست می آوریم:

$$\omega_0 = \left( \frac{2Mg}{\theta_g} \cdot s \right)^{1/2}$$

(ب) از معادله حرکت:

$$L = Mgr = \theta_g \cdot \dot{\omega}_0$$

که در آن  $L$  گشتاور دورانی است. از اینجا نتیجه می‌گیریم:

$$\dot{\omega}_0 = \frac{Mgr}{\theta_g} = \text{const.} \Rightarrow a_0 = r\dot{\omega}_0 = \text{const.}$$

که در آن  $a_0$  شتاب خطی است، پس از انتگرال‌گیری می‌شود:

$$v_0 = a_0 t, \quad s = \frac{1}{2} a_0 t^2$$

و یا

$$v_0 = (2a_0 s)^{1/2} = r(2Mgs/\theta_g)^{1/2}$$

و

$$\omega_0 = \frac{v_0}{r} = \left( \frac{2Mgs}{\theta_g} \right)^{1/2}$$

### مسئله ۲.۳

فاصله نقطه  $A$ ، موضع پایین غلتیدن، از مرکز جرم برابر  $r$  است. گشتاور لختی صفحه حول این نقطه، بنابر قانون محورهای موازی برابر است با

$$\theta_A = \theta_g + Mr^2 \Rightarrow \omega = (2Mgs/\theta_A)^{1/2}$$

با  $\theta_g = \frac{1}{2}MR^2$  به دست می‌آوریم:

$$\theta_A = \theta_g \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

بنا بر این :

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]^{1/2}$$

مسئله ۳.۳

داریم:

$$s = 0.5 \text{ m}, H = 1 \text{ m} = 2s$$

$$E_{\text{پتانسیل}} = Mg(H - s) = Mgs$$

$$E_{\text{چرخشی}} = \frac{1}{2} \theta_g \omega^2 = \theta_g Mgs / \theta_A = Mgs \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]^{-1}$$

$$E_{\text{انتقال}} = \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} Mr^2 \omega^2 = Mgs \left( \frac{Mr^2}{\theta_A} \right) = Mgs \frac{2(r/R)^2}{1 + 2(r/R)^2}$$

$$E_{\text{انتقال}} \approx 9/76 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\frac{E_{\text{انتقال}}}{E_{\text{پتانسیل}}} \approx 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]^{-1} = \frac{1}{201} \approx 4/98 \times 10^{-3}$$

$$\frac{E_{\text{انتقال}}}{E_{\text{چرخشی}}} = 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 = \frac{1}{200} = 5 \times 10^{-3}$$

$$\frac{E_{\text{پتانسیل}}}{E_{\text{چرخشی}}} = 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 = 1/005$$

مسئله ۴.۳

کل نیروی وارد بر نخها برابر است با:

$$T = Mg - \frac{dp_y}{dt} = Mg - Ma_y$$

$$a_y = r\omega = Mgr^2 / \theta_A = g \cdot \frac{2(r/R)^2}{1 + 2(r/R)^2} (\ll g)$$

نیروی وارد بر يك نخ:

$$T_1 = \frac{1}{2}T = \frac{1}{2}Mg \left[ 1 + 2(r/R)^2 \right]^{-1} \approx 1/95 \text{ N}$$

این کشش مستقل از  $s$  است!

### مسئله ۵.۳

به هنگام بر گشت داریم:

$$\omega = \left( \frac{2Mgs_y}{\theta_A} \right)^{1/2}$$

$$s_x = -r \cos \varphi$$

با

$$s_y = H + r \sin \varphi$$

به دست می آوریم:

$$\omega = \left[ \frac{2MgH}{\theta_A} \left( 1 + \frac{r}{H} \sin \varphi \right) \right]^{1/2}$$

و

$$v_x = r\omega \sin \varphi$$

$$v_y = r\omega \cos \varphi$$

با فرض  $\frac{r}{H} \ll 1$  به دست می آوریم:

$$\omega \approx \omega_m \equiv \left( \frac{2MgH}{\theta_A} \right)^{1/2}$$

$$v_x \approx r\omega_m \sin \varphi$$

$$v_y \approx r\omega_m \cos \varphi$$



به هنگام پایین غلتیدن:

$$s_x = -r$$

$$s_y = r\varphi$$

$$v_x = 0$$

$$v_y = r\omega = r \left( \frac{2Mgr\varphi}{\theta_A} \right)^{1/2}$$

و به هنگام بالا رفتن:

$$s_x = r$$

$$s_y = H - r\varphi$$

$$v_x = 0$$

$$v_y = -r\omega_m + r\omega$$

### مسئله ۶.۳

الف) جواب تقریبی:

به هنگام دور برگشت اندازه حرکت به اندازه

$$\Delta p_y = 2Mr\omega_m$$

در مدت  $\Delta t \approx \frac{\pi}{\omega_m}$ ، تغییر می کند. در نتیجه نیروی اضافی زیر به دست می آید:

$$T' \approx \frac{\Delta p_y}{\Delta t} \approx 2Mr\omega_m^2 / \pi$$

نیروی وارد بر یک نخ می شود:

$$T_m = \frac{1}{2}Mg + \frac{1}{2}T' \approx \frac{1}{2}Mg[1 + 2r\omega_m^2 / (\pi g)]$$

$$\omega_m^2 = 2Mgs_m / \theta_A \quad \text{با}$$

برای  $s_m$  به دست می آوریم:

$$s_m \approx \left[ \frac{2T_m}{Mg} - 1 \right] \frac{\pi R^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]}{8g} \approx 1/94 \text{ m}$$

(ب) جواب تحقیقی: داریم:

$$v_y = r\omega \cos \varphi \quad \text{با} \quad \omega = \omega_m \left( 1 + \frac{r}{s_m} \sin \varphi \right)^{1/2}$$

$$a_y = r\dot{\omega} \cos \varphi - r\omega^2 \sin \varphi \quad \text{با} \quad \dot{\omega} = \frac{\omega_m^2 \cdot r}{2s_m} \cdot \cos \varphi$$

$$a_y = -r\omega_m^2 \left[ \sin \varphi + \frac{r}{2s_m} (2 \sin^2 \varphi - 1) \right]$$

بیشینه  $a_y$  به ازای  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  حاصل می شود:

$$a_{ym} = -r\omega_m^2 \left( 1 + \frac{r}{s_m} \right) = -2Mgr(s_m + r) / \theta_A$$

در نتیجه نیروی کشش می شود:

$$T' = M|a_{ym}|$$

و برای نیروی وارد بربك نخ به دست می آوریم:

$$T_m = \frac{1}{4}(Mg + T') = \frac{1}{4}Mg \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]^{-1} \times \\ \times \left[ 1 + 6 \left( \frac{r}{R} \right)^2 + 4rs_m/R^2 \right]$$

$$s_m = \left[ \frac{2T_m}{Mg} - \frac{1 + 6(r/R)^2}{1 + 2(r/R)^2} \right] \times \frac{R^2}{4r} \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \approx 1/23 \text{ m}$$

## بخش دوم

### هفدهمین المپیاد بین الملل فیزیک

انگلستان ، ۱۳۶۵

## مسائل

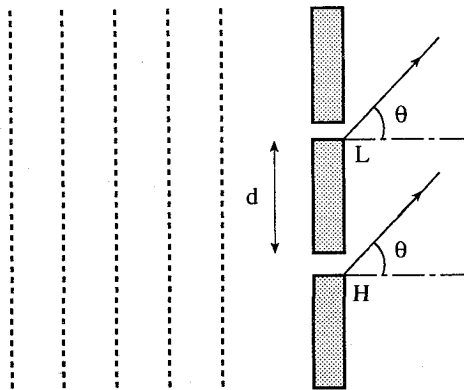
### مسئله ۱

یک موج تخت و تکفام نور به طول موج  $\lambda$  و بسامد  $f$ ، به طور عمودی بر دو شکاف باریک و یکسان  $L$  و  $M$  که به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته اند می تابد (شکل صفحه بعد). موج نوری که در جهت  $\theta$  از هر شکاف منتشر می شود، در فاصله  $x$  و زمان  $t$  از رابطه

$$y = a \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

به دست می آید، که در آن دامنه  $a$  برای هر دو موج یکسان است. (فرض کنید  $x \gg \lambda$ ).

الف) نشان دهید که موج برآیند مشاهده شده در زاویه  $\theta$  نسبت به امتداد عمود بر صفحه دو شکاف، دارای دامنه  $A$  است که می توان آن را با جمع کردن دو بردار به طول  $a$  که جهت هر کدام به کمک فاز موج مربوطه مشخص می شود، به دست آورد.



با رسم يك نمودار برداری نشان دهید :

$$A = 2a \cos \beta$$

به طوری که

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

(ب) به جای دو شکاف ، يك توری پراش قرار می دهیم که از  $N$  شکاف به فواصل مساوی تشکیل شده است ، به طوری که فاصله هر دو شکاف مجاور از هم ، همان  $d$  باشد . به کمک جمع برداری دامنه ها نشان دهید انتهای بردارهایی به طول  $a$  که هر کدام معرف دامنه یکی از امواج هستند ، به طور منظم روی دایره ای به شعاع

$$R = \frac{a}{2 \sin \beta}$$

قرار می گیرند . از اینجا نتیجه بگیرید که دامنه موج برآیند برابر است با

$$a \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$$

و اختلاف فاز آنها را با موجی که از آخرین شکاف توری پراشیده می شود ، به دست آورید .

(ج) در يك نمودار  $\sin N\beta$  و  $\frac{1}{\sin \beta}$  را به عنوان توابعی از  $\beta$  رسم کنید . سپس

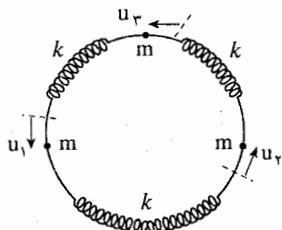
در نمودار دیگری چگونگی تغییرات شدت موج برآیند برحسب  $\beta$  را نشان ، دهید .

(د) شدت نور در ماکزیمهای اصلی را به دست آورید .

زمانی پس از دریافت امواج  $P$  و  $S$  ذکر شده، دستگاه لرزه‌نگار، دو لرزه دیگر با فاصله زمانی ۶ دقیقه و ۳۷ ثانیه از یکدیگر ثبت کرده است. این نتیجه را توضیح داده و نشان دهید که با فاصله زاویه‌ای که در قسمت (د) محاسبه کردید، هماهنگ است.

### مسئله ۳

سه ذره که جرم هر یک  $m$  است، توسط سه فنر به ضریب سختی  $k$  که طول عادی خود را دارند، در حال تعادل هستند. مطابق شکل، ذرات فقط می‌توانند روی یک مسیر دایره‌ای حرکت کنند.



الف) اگر جرما از حالت تعادل خود به ترتیب به اندازه  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$  منحرف شوند، معادله حرکت هر کدام از آنها را بنویسید.

ب) نشان دهید دستگاه حل نوسانی هماهنگ به صورت

$$u_n = a_n \cos \omega t$$

دارد، که در آن  $a_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) دامنه‌های ثابتی بوده و فرکانس زاویه‌ای  $\omega$  می‌تواند سه مقدار ممکنه

$$\omega_1 \sqrt{3}, \quad \omega_2 \sqrt{3}, \quad 0$$

را داشته باشد.  $\left(\omega_0^2 = \frac{k}{m}\right)$

ج) دستگاه فوق را به دستگاهی متشکل از  $N$  ذره تعمیم می‌دهیم که هر کدام دارای جرم  $m$  بوده و با فنرهای مشابه، به ذرات مجاور خود متصل است. در ابتدا فنرها طول عادی خود را داشته و دستگاه در حالت تعادل است. معادله حرکت ذره

دارای سرعت ثابت  $v_{CP} < v_P$  بوده و امواج عرضی اصلاً منتشر نمی‌شوند.

زلزله‌ای در نقطه  $E$  روی سطح زمین منجر به انتشار امواج زمینلرزه در داخل کره زمین می‌شود و ناظری که قادر است دستگاه لرزه‌نگار خود را در هر نقطه دلخواه  $x$  روی سطح زمین برپا کند، این امواج را دریافت می‌کند. فاصله زاویه‌ای  $E$  و  $X$ ،  $\theta$  است که مطابق شکل برابر با زاویه  $\widehat{EOX}$  می‌باشد ( $O$  مرکز زمین است).

الف) نشان دهید اگر  $\theta \leq \arccos \frac{R_C}{R}$  امواجی که مستقیماً در امتداد يك خط راست به ناظر  $x$  می‌رسند پس از زمان  $\left( t = \frac{2R \sin \theta}{v} \right)$  از وقوع زمینلرزه دریافت می‌شوند که برای امواج  $P: v = v_P$  و برای امواج  $S: v = v_S$

ب) برای موقعیتهایی که  $\theta > \arccos \frac{R_C}{R}$  امواج  $P$  پس از دو بار شکست در سطح جدایی ناحیه مرکزی و ناحیه بیرونی به ناظر می‌رسند. رابطه‌ای بین  $\theta$  و  $i$  پیدا کنید، که  $i$  زاویه تابش امواج  $P$  روی سطح جدایی دو محیط است.

ج) با استفاده از اطلاعات زیر

$$R = 6370 \text{ km} \quad R_C = 3470 \text{ km}$$

$$V_P = 10,85 \text{ km/s} \quad V_S = 6,31 \text{ km/s} \quad V_{CP} = 9,2 \text{ km/s}$$

و نتایجی که از قسمت (ب) گرفتید، نموداری از  $\theta$  برحسب  $i$  رسم کنید. سپس روی نتایج فیزیکی آن در مورد ناظرینی که در نقاط مختلف سطح زمین قرار دارند بحث کنید.

همچنین منحنی تغییرات زمان رسیدن امواج  $P$  و  $S$  به ناظر را به عنوان تابعی از  $\theta$  برای  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  رسم کنید.

د) پس از وقوع زلزله، ناظر امواج  $S$  را ۲ دقیقه و ۱۱ ثانیه پس از امواج  $P$  دریافت می‌کند. با استفاده از اطلاعات داده شده در قسمت (ج) فاصله زاویه‌ای محل وقوع زلزله از ناظر را تعیین کنید.

ه) ناظری که اندازه‌گیری قسمت قبل را انجام داده، متوجه می‌شود که مدت

ه) نشان دهید که تعداد ماکزیمهای اصلی از  $\left(\frac{2d}{\lambda} + 1\right)$  بیشتر نیست.  
 و) نشان دهید ماکزیمهای اصلی دو نور به طول موجهای  $\lambda$  و  $\lambda + \Delta\lambda$ ،  
 دارای جدایی زاویه‌ای  $(\Delta\lambda \ll \lambda)$

$$\Delta\theta = \frac{n\Delta\lambda}{d \cos \theta} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

هستند. این جدایی زاویه‌ای را برای خطوط  $D$  سدیم با شرایط زیر به دست آورید.

$$\lambda = 589,0 \text{ nm}, \quad \lambda + \Delta\lambda = 589,6 \text{ nm}, \quad n = 2$$

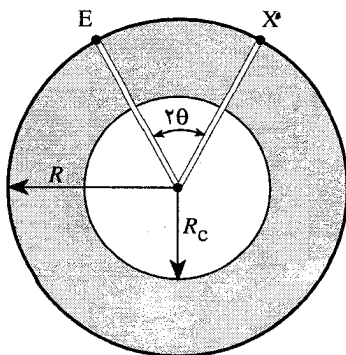
$$\text{و } d = 1,2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

### یادآوری:

$$(\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2})$$

### مسئله ۲

در اوایل این قرن مدلی در مورد ساختمان زمین ارائه شده بود که در آن فرض می‌شد کره زمین از یک پوسته همگن و همسانگرد جامد به شعاع داخلی  $R_C$  و شعاع بیرونی  $R$  تشکیل شده که در ناحیه داخلی آن یک مایع قرار دارد.



سرعت امواج طولی و عرضی زمینلرزه در ناحیه پوسته که با  $P$  و  $S$  مشخص می‌شوند، ثابت و به ترتیب برابر با  $v_P$  و  $v_S$  می‌باشند. در ناحیه مرکزی امواج طولی

$m$  را ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) پس از آنکه دستگاه از حالت تعادل خود منحرف شد، برحسب جابه‌جایی آن ذره و ذرات مجاورش بنویسید.

حلهای نوسانی دستگاه به صورت

$$u_n(t) = a_s \sin\left(\frac{2ns\pi}{N} + \varphi\right) \cos \omega_s t$$

می‌باشد که در آن،  $s = 1, 2, \dots, N$  و  $n = 1, 2, \dots, N$  و  $a_s$  ها دامنه‌های ثابتی مستقل از  $n$  هستند.  $\varphi$  يك فاز دلخواه است. ثابت کنید فرکانسهای زاویه‌ای از رابطه زیر به دست می‌آیند.

$$\omega_s = 2\omega_0 \sin\left(\frac{s\pi}{N}\right)$$

محدوده فرکانسهای ممکن برای زنجیره‌ای که شامل تعداد نامحدودی جرم است را به دست آورید:

(د) نسبت  $\frac{u_n}{u_{n+1}}$  را برای  $N$  های بزرگ در دو حالت زیر به دست آورید:

(۱) حلهای مربوط به فرکانسهای کوچک

(۲)  $\omega = \omega_{\max}$  که  $\omega_{\max}$  مربوط به حلی است که بیشترین فرکانس را دارد.

برای هر کدام از حالت‌های ۱ و ۲ نمودارهای نوعی رسم کنید که نشان‌دهنده جابه‌جایی ذرات برحسب شماره ذره در طول زنجیره باشد.

(ه) اگر به جای یکی از ذرات، ذره‌ای به جرم  $m' \ll m$  بگذاریم، به طور

تخمینی انتظار دارید چه تغییر عمده‌ای در توزیع فرکانسها رخ دهد. بر پایه این نتیجه، به طور کیفی شکل طیف فرکانسی برای يك زنجیره دو اتمی که متناوباً از جرمهای  $m$  و  $m'$  تشکیل شده است را توصیف کنید.

## یادآوری:

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$2 \sin^2 A = 1 - \cos 2A$$



## حل مسائل

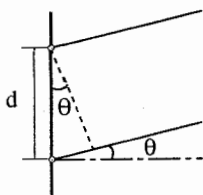
### مسئله ۱

الف) اگر فاز موج مربوط به شکاف اول را صفر فرض کنیم، با استفاده از شکل

(۱)، فاز موج دوم عبارت است از  $\beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$  برای برهم‌نهی دو موج با اختلاف فاز  $\varphi$  اگر فرض کنیم  $\xi = 2\pi(ft - x/\lambda)$ ، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & a \cos(\xi + \varphi) + a \cos \xi \\ &= 2a \cos(\varphi/2) \cos(\xi + \varphi/2) \\ &= 2a \cos \beta \cos(\xi + \beta) \end{aligned}$$

حاصل کار، موجی است با دامنه  $A = 2a \cos \beta$  و فاز  $\beta$ .



شکل ۱

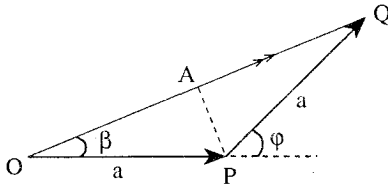
با استفاده از نمودار برداری (شکل ۲)، در مثلث متساوی‌الساقین  $OPQ$  داریم:

$$\beta = \frac{1}{2}\varphi = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

و نیز

$$A = 2a \cos \beta$$

از اینجا می‌بینیم که موج برآیند را می‌توان با جمع کردن دو بردار به طول  $a$  با زوایای  $\circ$  و  $\varphi$  (مثلاً نسبت به یک خط افقی) به دست آورد.

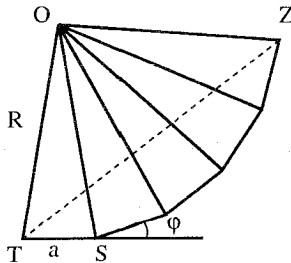


شکل ۲

ب) هر شکاف در توری پراش، موجی با دامنه  $a$  و اختلاف فاز  $2\beta$  نسبت به موج مربوط به شکاف قبلی، تولید می‌کند. نمودار برداری مربوط به برهم‌نهی امواج، یک ضلعی منتظم است که طول هر ضلع آن  $a$  و زاویه میان هر دو ضلع مجاور آن مقدار ثابتی است (چون  $\varphi$  در حالت کلی کسری از  $2\pi$  نیست، با تکرار بردارهای فوق لزوماً به نقطه اول نخواهیم رسید - م). فرض کنید که نقطه  $O$  مرکز دایره محیطی‌ای که از رئوس  $N$  ضلعی فوق می‌گذرد، باشد. (شکل ۳). در این صورت هر کدام از خطوط شعاعی نظیر  $OS$  دارای طول یکسان  $R$  بوده و زوایای داخلی  $N$  ضلعی را نصف می‌کند. داریم:

$$\widehat{OST} = \widehat{OTS} = \frac{1}{2}(180^\circ - \varphi)$$

$$\widehat{TOS} = \varphi$$



شکل ۳

در مثلث  $TOS$  (به عنوان مثال) با توجه به اینکه  $\varphi = 2\beta$  داریم:

$$a = 2R \sin \frac{\varphi}{2} = 2R \sin \beta$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \beta} \quad (۱)$$

برای  $N$  ضلعی، داریم

$$T\hat{O}Z = N(T\hat{O}S) = N\varphi = 2N\beta$$

در مثلث متساوی الساقین  $TOZ$ ،  $TZ$  دامنه موج برآیند بوده و برابر است با

$$2R \sin N\beta$$

که با استفاده از رابطه (۱) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{a \sin N\beta}{\sin \beta}$$

فاز موج برآیند عبارت است از:

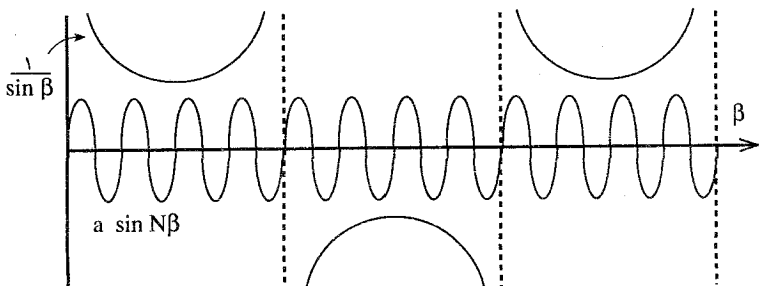
$$Z\hat{T}S = O\hat{T}S - OTZ$$

$$= (90^\circ - \frac{\varphi}{2}) - \frac{1}{2}(180^\circ - N\varphi)$$

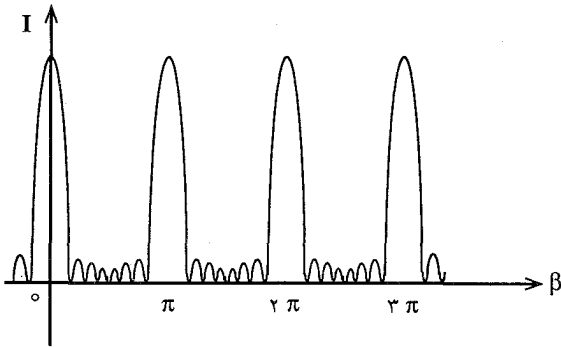
$$= \frac{1}{2}(N - 1)\varphi$$

$$= (N - 1)\beta$$

$$I = \frac{a^2 \sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} \quad (ج)$$



شکل ۴



شکل ۵

د) برای ماکزیمهای اصلی  $\beta = n\pi$  به طوری که  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  برای محاسبه حد  $\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$  در نقاط فوق، فرض می‌کنیم  $\beta = n\pi + \beta'$  که  $\beta'$  زاویه کوچکی است، حال حد هر یک از سینوسها را وقتی  $\beta' \rightarrow 0$  در نظر می‌گیریم:

$$I_{\max} = a^2 \frac{(N\beta')^2}{(\beta')^2} = N^2 a^2$$

ه) فرض کنیم برای ماکزیمهای اصلی که در دو طرف  $\theta = 0$  اتفاق می‌افتند

داشته باشیم

$$n = 0, \pm 1, \dots, \pm n_m$$

تعداد ماکزیمهای اصلی عبارت است از

$$P = 2n_m + 1$$

از طرفی  $n_m$  چنان است که

$$\beta_m = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta_m = n_m \pi$$

چون  $\sin \theta_m < 1$  داریم  $n_m < \frac{d}{\lambda}$  و در نتیجه  $1 < \frac{2d}{\lambda} + 1$

و چنان که دیدیم برای ماکزیمهای اصلی  $\beta = n\pi$ ، در نتیجه

$$\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta = n\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

با مشتق گیری نسبت به  $\lambda$  داریم:

$$d \cos \theta \Delta \theta = n \Delta \lambda$$

$$\Delta \theta = \frac{n \Delta \lambda}{d \cos \theta}$$

با استفاده از  $\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$  حاصل می شود  $\cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{d}\right)^2}$  و

$$\Delta \theta = \frac{n \Delta \lambda}{d \sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{d}\right)^2}}$$

با جایگذاری  $\lambda = 589,0 \text{ nm}$ ،  $\lambda + \Delta \lambda = 589,6 \text{ nm}$ ،  $n = 2$  و  $d = 1,2 \times 10^{-6} \text{ m}$  حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= \frac{2(0,6)10^{-9}(m)}{1,2 \times 10^{-6}(m) \left[ 1 - \left( \frac{2 \times 589 \times 10^{-9}}{1,2 \times 10^{-6}} \right)^2 \right]^{1/2}} \\ &= 5,2 \times 10^{-2} \text{ rad} \\ &= 0,30^\circ \end{aligned}$$

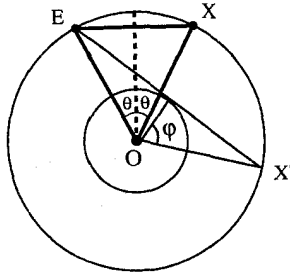
## مسئله ۲

الف) در مثلث  $OEX$  (شکل ۱) می توان نوشت:

$$EX = 2R \sin \theta$$

بنابر این

$$t = \frac{2R \sin \theta}{v}$$



شکل ۱

که برای امواج  $P: v = v_p$  و برای امواج  $S: v = v_s$ . نتیجه فوق به شرطی معتبر است که جدایی زاویه‌ای  $E$  و  $X$  کوچکتر یا مساوی جدایی زاویه‌ای  $X'$  و  $E$  باشد، که در آن  $X'$  نقطه‌ای است که شعاع موج واصل شده به آن به طور مماس بر سطح جدایی ناحیه مرکزی از ناحیه بیرونی، عبور می‌کند. با توجه به شکل (۱)، جدایی زاویه‌ای  $E$  و  $X'$  عبارت است از:

$$2\varphi = 2 \cos^{-1} \left( \frac{R_C}{R} \right)$$

بنابر این، رابطه  $t = \frac{2R \sin \theta}{v}$  برای زوایای  $\theta \leq \cos^{-1} \left( \frac{R_C}{R} \right)$  قابل قبول

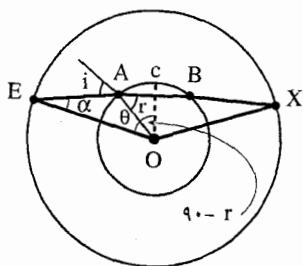
است.

(ب) از شکل (۲) می‌توان دید

$$\begin{aligned} \theta &= \widehat{AOC} + \widehat{EOH} \\ &= (90^\circ - r) + (i - \alpha) \end{aligned}$$

از قانون شکست برای امواج  $P$  در مرز جدایی دو محیط داریم:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_p}{v_{cp}} \quad (2)$$



شکل ۲

در مثلث  $EAO$  قاعده سینوسها نتیجه می دهد:

$$\frac{R_C}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin i} \quad (۳)$$

با قراردادن (۲) و (۳) در (۱) حاصل می شود:

$$\theta = \left[ 90 - \sin^{-1} \left( \frac{v_{cp}}{v_p} \sin i \right) + i - \sin^{-1} \left( \frac{R_C}{R} \sin i \right) \right] \quad (۴)$$

ج) با قراردادن  $\frac{R_C}{R} = 0,5447$  و  $\frac{v_{cp}}{v} = 0,8313$  در رابطه (۴)

$$i = 0 \implies \theta = 90$$

$$i = 90^\circ \implies \theta = 90,8^\circ$$

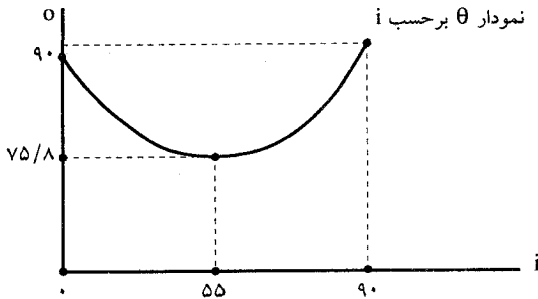
با جایگزینی مقادیر عددی  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  برای  $i$ ، به ازای  $i = 55^\circ$  مقدار کمینه  $\theta_{\min} = 75,8^\circ$  برای  $\theta$  به دست می آید (شکل ۳).

جهت اطلاع :

برای  $\theta$  کمینه  $\frac{d\theta}{di} = 0$  نتیجه می‌دهد :

$$1 - \frac{\frac{v_{cp}}{v_p} \cos i}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{cp}}{v_p} \sin i\right)^2}} - \frac{\left(\frac{R_C}{R} \cos i\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_C}{R} \sin i\right)^2}} = 0$$

به‌ازای  $i = 55/0^\circ$  این معادله برقرار است که نشان می‌دهد مقدار کمینه  $\theta$  در چنین مقداری از  $i$  اتفاق می‌افتد. با قراردادن  $i = 55/0^\circ$  در رابطه (۴) مقدار  $\theta_{\min} = 75/8^\circ$  به‌دست می‌آید.

نمودار  $\theta$  برحسب  $i$ 

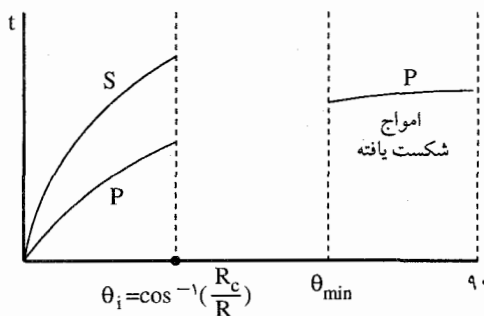
شکل ۳

## نتایج فیزیکی

چون  $\theta$  دارای مقدار کمینه  $75/8^\circ$  است ، ناظرینی که موقعیت آنها در زوایای  $151/6^\circ < 2\theta$  قرار دارد ، زمینلرزه را ثبت نخواهند کرد ، زیرا امواج زمینلرزه در زوایای کمتر از  $151/6^\circ$  منحرف نمی‌شوند . اما برای زوایای  $2\theta \leq 114^\circ$  امواج



زمینلرزه به طور مستقیم و بدون شکست به ناظر می‌رسند. شکل (۴) منحنی تغییرات زمان رسیدن امواج  $P$  و  $S$  به ناظر را برحسب  $\theta$  نشان می‌دهد.



شکل ۴

(د) با استفاده از نتیجه قسمت الف  $\left(t = \frac{2R \sin \theta}{v}\right)$  اختلاف میان زمان رسیدن امواج  $S$  و  $P$  عبارت است از:

$$\Delta t = 2R \sin \theta \left( \frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p} \right) \quad (5)$$

با استفاده از داده‌های مسئله حاصل می‌شود:

$$131 = 2(6370) \left[ \frac{1}{6.31} - \frac{1}{10.85} \right] \sin \theta$$

جدایی زاویه‌ای  $E$  و  $X$  برابر است با:

$$2\theta = 17.84^\circ$$

این نتیجه کوچکتر از  $114^\circ$  است، در نتیجه امواج دریافت شده در مرز جدایی با ناحیه مرکزی شکسته نشده‌اند.

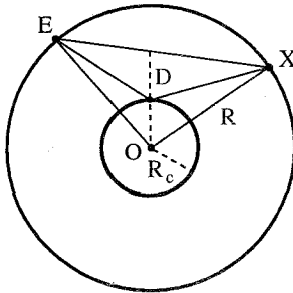
(ه) چنان‌که در شکل (۵) نشان داده شده است، لرزه‌های ثانوی ثبت شده توسط دستگاه لرزه‌نگار مربوط به انعکاس امواج روی مرز جدایی ناحیه داخلی و ناحیه بیرونی است. با توجه به نامگذاریهای شکل،  $\Delta t'$  اختلاف زمانی امواج  $S$  و  $P$  ثانوی

عبارت است از :

$$\begin{aligned}\Delta t' &= (ED + DX)\left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right) \\ &= 2ED\left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right) \quad (ED = DX \text{ بنا به تقارن})\end{aligned}$$

در مثلث  $EYD$  داریم :

$$\begin{aligned}(ED)^2 &= (R \sin \theta)^2 + (R \cos \theta - R_C)^2 \\ &= R^2 + R_C^2 - 2RR_C \cos \theta\end{aligned}$$



شکل ۵

در نتیجه

$$\Delta t' = 2\sqrt{R^2 + R_C^2 - 2RR_C \cos \theta} \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right)$$

با استفاده از (۵)

$$\begin{aligned}\Delta t' &= \frac{\Delta t \sqrt{R^2 + R_C^2 - 2RR_C \cos \theta}}{2 \sin \theta} \\ &= \frac{131\sqrt{(6370)^2 + (3470)^2 - 2(6370)(3470) \cos 8,92^\circ}}{(6370) \sin 8,92^\circ}\end{aligned}$$

$$= \frac{۱۳۱(۲۹۹۰/۷)}{۹۸۷/۷} = ۳۹۶/۷s = ۶_{\min}, ۳۷s$$

بنابر این اختلاف زمانی اندازه‌گیری شده میان امواج  $S$  و  $P$  ثانوی ناشی از انعکاس امواج زمینلرزه روی مرز جدایی دو ناحیه، توسط لرزه‌نگار با جدایی زاویه‌ای  $۱۷,۸۴^\circ$  سازگار است.

### مسئله ۳

(الف) معادلات حرکت:

$$m \frac{d^2 u_1}{dt^2} = k(u_2 - u_1) + k(u_3 - u_1)$$

$$m \frac{d^2 u_2}{dt^2} = k(u_3 - u_2) + k(u_1 - u_2)$$

$$m \frac{d^2 u_3}{dt^2} = k(u_1 - u_3) + k(u_2 - u_3)$$

(ب) با قراردادن  $u_n(t) = u_n(0) \cos \omega t$  و  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  به دست می‌آید:

$$(2\omega^2 - \omega^2)u_1(0) - \omega^2 u_2(0) - \omega^2 u_3(0) = 0 \quad (\text{الف})$$

$$-\omega^2 u_1(0) + (2\omega^2 - \omega^2)u_2(0) - \omega^2 u_3(0) = 0 \quad (\text{ب})$$

$$-\omega^2 u_1(0) - \omega^2 u_2(0) + (2\omega^2 - \omega^2)u_3(0) = 0 \quad (\text{ج})$$

با استفاده از روابط (الف) و (ب) می‌توان  $u_1(0)$  و  $u_2(0)$  را برحسب  $u_3(0)$  به دست آورد و در رابطه (ج) قرار داد. از این طریق رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$(3\omega^2 - \omega^2)^2 \omega^2 = 0$$

که دارای جوابهای زیر است:

$$\omega^2 = 3\omega^2, 3\omega^2, 0$$

$$\omega = \sqrt{3}\omega_0, \sqrt{3}\omega_0, \dots$$

(ج) معادله حرکت ذره  $n$  ام :

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} = k(u_{n+1} - u_n) + k(u_{n-1} - u_n)$$

$$\frac{d^2 u_n}{dt^2} = \omega_0^2 (u_{n+1} - u_n) + \omega_0^2 (u_{n-1} - u_n)$$

با جایگذاری  $u_n(t) = u_n(0) \sin \frac{2\pi sn}{N} \cos \omega_s t$  در معادله حرکت ، حاصل می شود :

$$-\omega_s^2 \sin\left(\frac{2\pi sn}{N}\right) = \omega_0^2 [\sin(2(n+1)\pi/N)$$

$$- 2 \sin(2\pi sn/N) + \sin(2(n-1)\pi/N)]$$

$$= 2\omega_0^2 [\sin(2n\pi/N) \cos(2\pi/N) - \sin(2n\pi/N)]$$

$$\Rightarrow \omega_s^2 = 2\omega_0^2 [1 - \cos(2\pi/N)]$$

با استفاده از  $2 \sin^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$  ، نتیجه چنین است :

$$\omega_s = 2\omega_0 \sin(s\pi/N) \quad s = 1, 2, \dots, N$$

هنگامی که  $N \rightarrow \infty$  ،  $\omega_s$  مقادیر از صفر تا  $2\sqrt{k/m}$  را اتخاذ خواهد کرد که به مقادیر  $s$  از یک تا  $\frac{N}{2}$  مربوط است .

(د) برای وجه  $s$  ام :

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{\sin(2sn\pi/N)}{\sin(2(n+1)\pi/N)}$$

$$= \frac{\sin(2ns\pi/N)}{\sin(2ns\pi/N) \cos(2s\pi/N) + \cos(2ns\pi/N) \sin(2s\pi/N)}$$

د ۱) برای  $\omega$  های کوچک ،  $(\frac{s}{N}) \sim 0$  در نتیجه  $1 \sim \cos(2s\pi/N)$  و

$\sin(2s\pi/N) \sim 0$  داریم

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} \cong 1$$

د ۲) برای بالاترین وجه،  $\omega_{\max} = 2\omega_0$  که مربوط است به  $s = N/2$  در

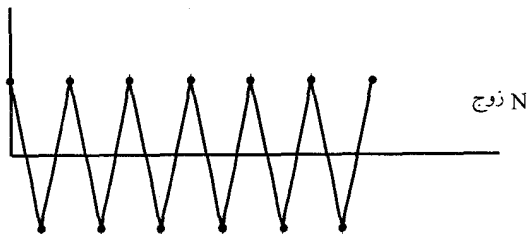
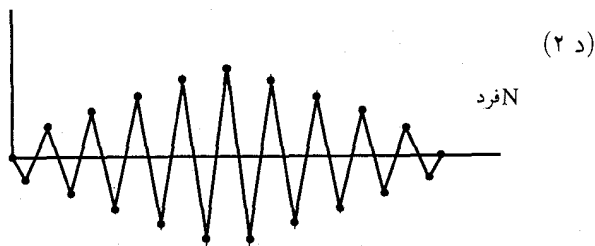
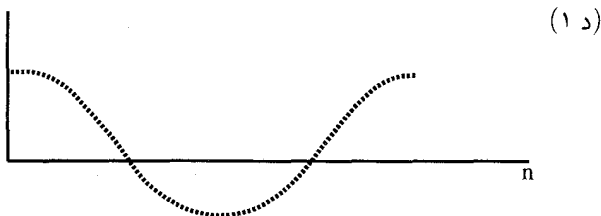
این حالت

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = -1$$

$$\frac{\sin n\pi}{\sin((n+1)\pi)} = -1 \quad \text{زیرا}$$

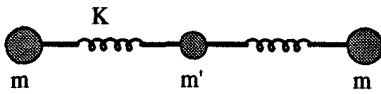
نمودار جابه‌جایی ذره در لحظه نامشخص  $t$  بر حسب شماره آن در طول زنجیره

برای هر یک از موارد فوق به صورت زیر است:



ه) در حالتی که  $m' \ll m$ ، بسامد وابسته به  $m'$  را می‌توان به نوسان آن در بین دو جرم مجاور بسیار سنگینتر نسبت داد که آنها را تقریباً می‌توان ساکن پنداشت. در این تقریب بسامد طبیعی نوسان  $m'$  از معادله حرکت زیر ناشی می‌شود

$$m' \ddot{x} = -2kx$$

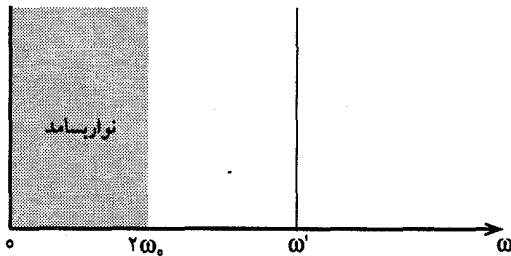


در نتیجه

$$\omega'^2 = \frac{2k}{m'}$$

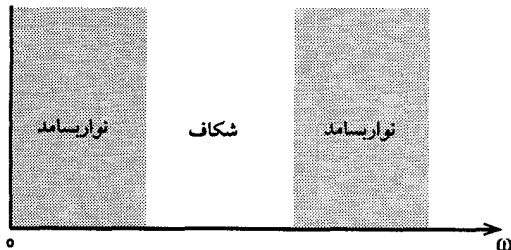
$$\omega' = \sqrt{\frac{2k}{m'}}$$

برای  $m'$  کوچک،  $\omega'$  به مراتب از  $\omega_{\max}$  بیشتر است.



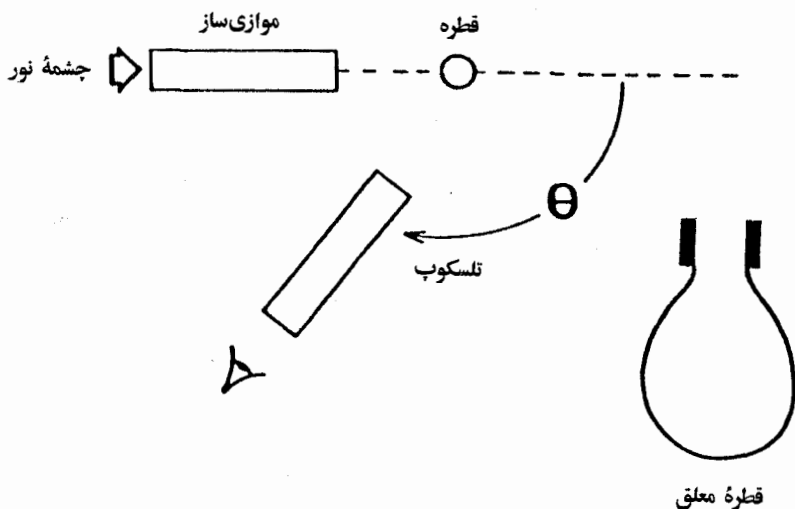
### دستگاه دو اتمی

جرمهای سبکتر  $m'$  تعداد بسامدها در ناحیه  $\omega'$  را افزایش داده و طیفی از بسامدها که به صورت نوار - شکاف - نوار است به دست می‌دهند.



## مسئله تجربی آزمایش وسایل آزمایش

- ۱- يك دستگاه طيف سنج كه شامل موازی ساز و تلسكوپ است .
- ۲- سه عدد قطره چکان : يکی برای آب ، يکی برای مایع  $A$  و دیگری برای مایع  $B$
- ۳- يك پش آب همراه با ظروفی كه شامل مایع های نمونه  $A$  و  $B$  هستند .
- ۴- ۳ عدد مانع نگهدارنده گیره دار
- ۵- چشمه پوشش دار ۱۲ ولت نور سفید
- ۶- ورقه پلاستیکی سیاه و برچسب سیاه
- ۷- دو مربع پلاستیکی كه وسطشان سوراخ است و توسط دو كش لاستیکی به عنوان حاجب نور در انتهای تلسكوپ كار گذاشته می شوند .
- ۸- كاغذ رسم نمودار
- ۹- سه ظرف برای افزودن قطراتی از مایعهای  $A$  و  $B$  به آب



## نکات و اطلاعات مورد نیاز

۱- موازی ساز را برای ایجاد شعاعهای موازی نور تنظیم کنید. این کار با انجام مراحل زیر عملی می شود.

(الف) تلسکوپ را با استفاده از پیچ تنظیم آن، روی يك شیء دور تنظیم کنید، به طوری که خطوط موبین متقاطع و جسم مورد نظر هردو به وضوح رؤیت شوند.

(ب) تلسکوپ را طوری در مقابل موازی ساز قرار دهید که شکاف روشن موازی ساز از درون تلسکوپ دیده شود.

(ج) با استفاده از پیچ تنظیم موازی ساز، عدسی آن را طوری تنظیم کنید که تصویر شکاف روی خطوط متقاطع چشمی تلسکوپ به وضوح دیده شود.

(د) پایه دستگاه را محکم کنید. بر روی ورنیه مدرج، «صفر» مناسبی انتخاب کنید به گونه ای که اندازه گیری زوایای چرخش تلسکوپ در آزمایشهای بعدی به سهولت انجام گیرد.

۲- چشمی تلسکوپ را از روی آن برداشته و هردو انتهای آن را به طور متقارن با حاجبهای پلاستیکی سیاه بپوشانید تا زاویه دید (به واسطه سوراخهای وسط حاجبها) تنگتر شود. برای اتصال حاجبها به تلسکوپ از کشهای لاستیکی متصل به آنها استفاده کنید.

۳- شکاف موازی ساز را باز کنید.

۴- توسط هر قطره چکان می توانید قطره ای از مایع مربوطه را بر فراز مرکز دستگاه طیف سنج معلق نگه دارید، به گونه ای که با نور موازی ساز روشن شود و با تلسکوپ به خوبی قابل رؤیت باشد.

۵- بخش افقی مرکزی قطره معلق بر اثر دو بار شکست و  $k$  بار ( $k = 1, 2, \dots$ ) انعکاس کلی نور روی مرز آن با هوا، تولید رنگین کمان می کند. رنگین کمان مرتبه اول به يك بار انعکاس داخلی، رنگین کمان مرتبه دوم به دو بار انعکاس داخلی و مرتبه های بعدی به  $k$  بار انعکاس داخلی نور مربوط هستند. هر يك از رنگین کمانها شامل تمام رنگهای طیف نور هستند. برای هر يك از رنگین کمانها شعاع نور سفید مربوطه در زاویه کاملاً مشخصی به قطره تابیده است.



۶- رنگین کمان مرتبه اول دارای بیشترین شدت نور بوده و در سمت راست قطره قرار می‌گیرد. رنگین کمان مرتبه دوم نیز در سمت چپ\* قطره، بیشترین شدت را دارد. این دو رنگین کمان برای قطره آب به فاصله زاویه‌ای  $20^\circ$  از یکدیگر واقع می‌شوند. رنگین کمان مرتبه پنجم که شدت بسیار کمی دارد سمت راست قطره و جایی در میان حد انتهایی آبی رنگ طیفهای مربوط به رنگین کمانهای مرتبه اول و دوم قرار دارد.

۷- نوری که به طور مستقیم روی اولین سطح خارجی قطره منعکس می‌شود و نوری که با دو بار شکست و بدون انعکاس داخلی خارج می‌شود، نقاط نورانی سفید و پرشدتی را ایجاد می‌کنند که مانع مشاهده مناسب می‌شوند.

۸- ضریب شکست نور،  $n$ ، برای مایعها عبارتند از:

$$n_w = 1,333 \quad \text{آب}$$

$$n_A = 1,467 \quad \text{مایع A}$$

$$n_B = 1,534 \quad \text{مایع B}$$

لطفاً علاوه بر گزارش آزمایش، برگه خلاصه نتایج را نیز تکمیل کنید.

## دستور آزمایش

۱- با چشم مستقیماً رنگین کمانهای مرتبه اول و دوم مربوط به يك قطره آب را مشاهده کنید. سپس زوایای  $\theta$  ای را تعیین کنید که تلسکوپ باید از وضعیت اولیه مشاهده پرتوهای موازی نور مربوط به موازی ساز بچرخد تا بتوان نور قرمز انتهایی طیف مرئی مربوط به هریک از موارد زیر را مشاهده کرد:

الف) رنگین کمان مرتبه اول در سمت راست قطره ( $k = 1$ )؛

ب) رنگین کمان مرتبه دوم در سمت چپ قطره ( $k = 2$ )؛

ج) رنگین کمان ضعیف مرتبه پنجم ( $k = 5$ )، که میان رنگین کمانهای مرتبه

\* بیان فوق در صورتی است که همانند شکل، موازی ساز سمت چپ تلسکوپ قرار گرفته باشد. اگر موازی ساز سمت راست تلسکوپ باشد، رنگین کمان مرتبه اول، سمت چپ و رنگین کمان مرتبه دوم، سمت راست قطره تشکیل می‌شود.

اول و دوم قرار گرفته است .

ممکن است یکی از زوایای فوق ، به واسطه وجود مانع مکانیکی که مانع چرخش زیاد تلسکوپ شده و حدود تغییرات  $\theta$  را محدود می کند ، با تلسکوپ قابل اندازه گیری نباشد . اگر چنین چیزی اتفاق افتاد ، به جای تلسکوپ از يك لبه صاف برای اندازه گیری  $\theta$  استفاده کنید .

(يك ظرف مناسب روی صفحه طیف سنج قرار دهید تا قطره هایی که از قطره چکان جدا می شوند ، در آن بیفتند .)

با استفاده از نتایج خود ، زاویه انحراف  $\varphi$  نور تابیده نسبت به امتداد اولیه که براثر دوبار شکست و  $k$  بار انعکاس روی سطح داخلی قطره حاصل می شود را برای موارد (الف) ، (ب) و (ج) ، به دست آورید . نموداری از  $\varphi$  برحسب  $k$  رسم کنید .  
۲ - برای رنگین کمان مرتبه دوم مایعهای  $A$  و  $B$  زاویه انحراف  $\varphi$  مربوط به نور قرمز انتهای طیف مرئی را به دست آورید . (چون مقدار مایعها محدود است با استفاده از ظروف مناسب ، قطره هایی که از قطره چکان جدا می شوند را جمع آوری کنید) .

روی کاغذ رسم نمودار ،  $\cos \frac{\varphi}{\rho}$  را برحسب  $\frac{1}{n}$  رسم کنید ، که  $n$  ضریب شکست هر يك از مایعهای فوق است . برای  $n = ۱$  نیز نقطه ای در نظر بگیرید . سپس مناسبترین خط راستی که از میان نقاط فوق می گذرد را رسم کنید . شیب این خط و مقدار  $\varphi$  به ازای  $n = ۲$  را به دست آورید .

## هجد همين المياد بين الملل فيزيك

آلمان شرقي، ۱۳۶۶

### مسائل

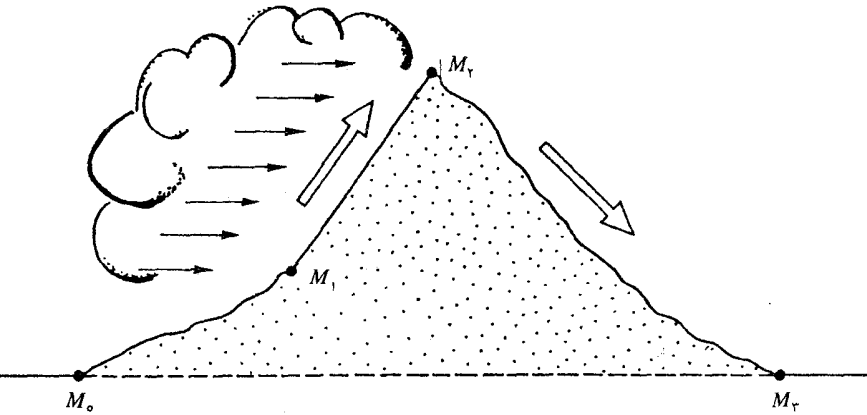
#### مسئله ۱

جريانی از هوای مرطوب مطابق شکل ۱ به طور بی در رو بر دامنه کوهی می‌وزد. ایستگاههای هواشناسی  $M_0$  و  $M_p$  فشار هوا را  $۱۰۰\text{kPa}$  و ایستگاه  $M_p$  آن را  $۷۰\text{kPa}$  گزارش می‌کنند. دمای هوا در  $M_0$ ،  $۲۰^\circ\text{C}$  است. در جریان صعود هوای مرطوب به بالای کوه و در فشار  $۸۴/۵\text{kPa}$  ابر تشکیل می‌شود.

فرض کنید جرم هوای مرطوب صعودکننده،  $۲۰۰۰\text{kg}$  بر هر مترمربع باشد. هر جزء هوا پس از  $۱۵۰^\circ$  ثانیه به قله کوه (ایستگاه  $M_p$ ) می‌رسد. در طی این صعود از هر کیلوگرم هوا  $۲/۴۵\text{g}$  آب به صورت باران فرو می‌ریزد.

۱- در نقطه  $M_1$ ، جایی که منتهی‌الیه پایینی ابر شکل می‌گیرد، دمای هوا

$(T_1)$  چه قدر است؟



شکل ۱

- ۲- ارتفاع نقطه  $(h_1)M_1$  نسبت به ایستگاه  $M_0$  را با این فرض که چگالی هوا در جو به صورت خطی با ارتفاع کاهش می‌یابد، به دست آورید.
- ۳- دمای  $T_p$  بر فراز قله کوه چه قدر است؟
- ۴- میزان بارندگی پس از ۳ ساعت (ارتفاع آب باران جمع شده در یک طرف) با فرض آنکه ریزش باران بین نقاط  $M_1$  و  $M_p$  به طور همگن صورت می‌گیرد، چه قدر است.
- ۵- دمای اندازه‌گیری شده در ایستگاه هواشناسی  $M_p(T_p)$  که در پشت دامنه کوه قرار دارد، چه قدر است؟ در مورد حالت جوی در ایستگاه  $M_p$  در مقایسه با ایستگاه  $M_0$  بحث کنید.

### نکات و داده‌ها

هوای جو را همانند یک گاز ایده‌آل در نظر بگیرید. از تاثیر بخار آب روی ظرفیت گرمایی ویژه و چگالی هوای جو چشم‌پوشی کنید؛ بستگی گرمای نهان تبخیر به دما را نیز ناچیز فرض کنید. دماها را با دقت  $1k$ ، ارتفاع سقف ابری را با دقت  $10m$  و میزان بارندگی را با دقت  $1mm$  تعیین کنید.

ظرفیت گرمایی ویژه هوا در محدوده دماهای مربوط به این مسئله عبارت است

از:

$$C_p = 1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

چگالی هوا برای فشار هوای  $P_0$  و دمای  $T_0$  در ایستگاه  $M_0$  برابر است با:

$$\rho_0 = 1,189 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

گرمای نهان تبخیر آب در شرایط داخل ابر برابر است با

$$L_v = 2500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \chi, \quad \chi = 1,4, \quad g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

## مسئله ۲

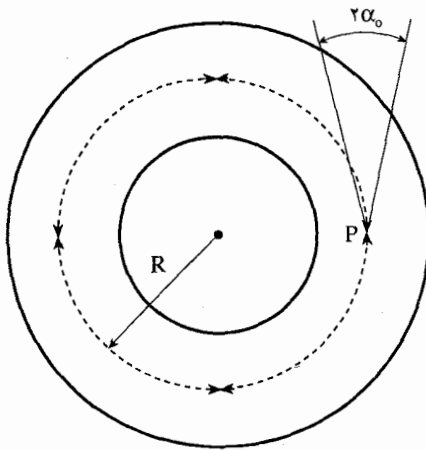
باریکه‌ای از الکترونها که بر اثر اختلاف پتانسیل  $V_0$  شتاب گرفته‌اند، توسط چشمه نقطه‌ای  $P$  به درون میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم پیچ چنبره‌ای تزریق می‌شوند. زاویه واگرایی باریکه در نقطه  $P$  (به فاصله  $R$  از مرکز چنبره)  $2\alpha_0$  است که بسیار کوچک فرض می‌شود ( $2\alpha_0 \ll 1$ ). در این نقطه باریکه در امتداد خطوط نیروی میدان مغناطیسی ناشی از چنبره حرکت می‌کند. (شکل ۲) از هر گونه اندرکنش میان الکترونها صرف‌نظر کنید. اندازه  $\vec{B}$ ، یعنی  $B$  ثابت فرض می‌شود.

الف) برای هدایت باریکه الکترونی در امتداد خطوط میدان چنبره، یک میدان مغناطیسی منحرف‌کننده یکنواخت  $B_1$  لازم است. میدان  $B_1$  را چنان تعیین کنید که الکترونها بتوانند در یک مسیر دایره‌ای به شعاع  $R$  داخل چنبره به حرکت درآیند.

ب) اندازه  $\vec{B}$  را چنان تعیین کنید که مطابق شکل ۲، الکترونها در چهار نقطه به فاصله زاویه‌ای  $\frac{\pi}{4}$  از یکدیگر روی دایره کانونی شوند.

**توجه:** در بررسی مسیر الکترونها می‌توانید از انحنای خطوط میدان مغناطیسی

چشمپوشی کنید.



شکل ۲

ج) بدون حضور يك میدان منحرف کننده  $B_1$ ، باریکه الكترونی نمی تواند داخل چنبره بماند. اما با وجود  $B_1$  نیز تحت اثر يك رانش (drift) مداوم در امتداد عمود بر صفحه چنبره واقع می شود.

- ۱- نشان دهید باریکه الكترونی در جهت شعاعی به میزان محدودی نسبت به شعاع نقطه تزریق ( $R$ ) منحرف می شود.
- ۲- جهت سرعت رانش الكترونها را تعیین کنید.

**توجه:** از زاویه بازشدگی الكترونها می توانید صرف نظر کنید. از قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت زاویه ای استفاده کنید.

**داده های عددی:**

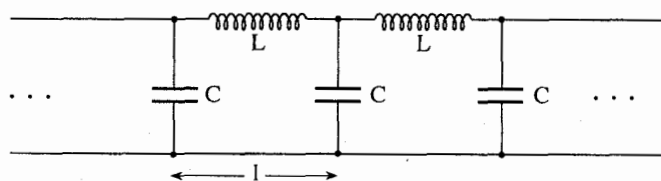
$$\frac{e}{m} = 1,76 \times 10^{11} \text{c/kg}$$

$$V_0 = 3 \text{kv}$$

$$R = 50 \text{mm}$$

## مسئله ۳

شبکه نامحدودی از اجزای  $LC$  مطابق شکل ۳ در نظر بگیرید که امواج سینوسی در آن منتشر می‌شود. اختلاف فاز میان ولتاژ دو سر دو خازن متوالی را  $\varphi$  فرض کنید.



شکل ۳

الف) بستگی  $\varphi$  به  $\omega$ ،  $L$  و  $C$  را تعیین کنید، ( $\omega$  بسامد زاویه‌ای موج سینوسی است).

ب) سرعت انتشار امواج را با فرض اینکه طول هر جزء برابر با  $l$  باشد، به دست آورید.

ج) معین کنید تحت چه شرایطی سرعت انتشار امواج تقریباً مستقل از  $\omega$  است. سرعت انتشار را تحت این شرایط معلوم کنید.

د) مدل مکانیکی ساده‌ای که مشابه مدار فوق باشد پیشنهاد دهید و معادلاتی که مؤید صحت مدل پیشنهادی است را به دست آورید.

## روابط مفید

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

## مسئله تجربی

ضرب شکست نور را برای يك منشور،  $n_p$  و يك مایع،  $n_l$  به دست آورید. از پدیده پاشندگی صرف نظر کنید.

الف) برای يك منشور واحد، ضرب شکست نور  $n_p$  را از دو روش متفاوت تعیین کنید.

حل پیشنهادی شما باید شامل شکل‌های دقیق و روابط ریاضی لازم برای محاسبه ضرب شکست، باشد (تنها از يك منشور باید استفاده کنید).

ب) با استفاده از دو منشور مشابه، ضرب شکست يك مایع  $n_l$  را به دست آورید. ( $n_l < n_p$ ) حل پیشنهادی شما باید شامل شکل‌های دقیق و روابط ریاضی لازم برای محاسبه ضرب شکست مایع باشد.

### وسایل زیر در اختیار شماست :

– دو منشور مشابه به زوایای  $30^\circ$ ،  $60^\circ$  و  $90^\circ$

– يك گونیا

– يك ظرف شیشه‌ای

– يك ميز گرد

– يك مایع

– کاغذ برای رسم شکل

– برگه‌های اضافه کاغذ و يك مداد

### روابط مفید:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

### توجه لازم:

می‌توانید روی وجوه کدر منشور با مداد علامتگذاری کنید. استفاده از چراغ اختیاری است.



## حل مسائل

### مسئله ۱

۱- دمای  $T_1$  در موز زیرین ابر

با استفاده از رابطه بین فشار و حجم در يك تحول بی در رو:

$$\frac{P_0}{P_1} = \left( \frac{V_1}{V_0} \right)^\chi$$

و معادله حالت گاز کامل:

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{1-\frac{1}{\chi}}$$

به کمک داده های زیر

$$P_0 = 100 \text{ kPa} \text{ و } P_1 = 84.5 \text{ kPa} \text{ و } \chi = 1.4 \text{ و } \theta_0 = 20^\circ \text{C}$$

به دست می آید:

$$T_1 = 279.4 \text{ k}$$

(۲ نمره)

### ۲- ارتفاع موز زیرین ابر ( $h_1$ )

از آنجا که فشار هوا با وزن ستونی از هوا بر فراز محل اندازه گیری برابر است، ارتفاع  $h_1$  را می توان به کمک اختلاف فشار در نقاط  $M_0$  و  $M_1$  به دست آورد:

$$P_0 - P_1 = g \bar{\rho} h_1 \quad (1)$$

در این رابطه  $\bar{\rho}$  میانگین چگالی جو در فاصله میان نقاط یاد شده است. چون

کاهش چگالی با ارتفاع ، خطی فرض می شود ، داریم :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_0 + \rho_1}{2}$$

$\rho_1$  را می توان از معادله حالت به دست آورد :

$$\frac{P_0}{\rho_0 T_0} = \frac{P_1}{\rho_1 T_1}$$

به کمک اطلاعات داده شده ، داریم

$$\rho_1 = 1,054 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

برای چگالی متوسط نیز به دست می آید :

$$\bar{\rho} = 1,122 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

سرانجام با استفاده از رابطه (۱) خواهیم داشت :

$$h_1 = \frac{P_0 - P_1}{g \bar{\rho}}$$

$$h_1 = 1408 \text{ m}$$

(۲ نمره)

### ۳- دمای $T_y$ در قلّه کوه

تغییرات دمای هوایی که از لبه زیرین ابر (ارتفاع  $h_1$ ) تا قلّه کوه صعود می کند تحت تأثیر دو فرایند زیر است .

الف) سرد شدن تا دمای  $T_x$  به واسطه انبساط بی در رو

ب) گرم شدن به اندازه  $\Delta T$  به واسطه میعان بخار آب .

بنابر این داریم :

$$T_y = T_x + \Delta T$$

محاسبه  $T_x$ :

با استفاده از رابطه

$$\frac{T_x}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\chi}}$$

و اطلاعات زیر

$$T_1 = 279,4\text{k} \text{ و } P_1 = 84,5\text{kPa} , P_2 = 70\text{kPa} ; \chi = 1,4$$

به دست می آید:

$$T_x = 264,8\text{k}$$

محاسبه  $\Delta T$ :

گرمایی که بر اثر میعان بخار آب در هر کیلوگرم هوا آزاد می شود، برابر با  $L_v m$  است که در آن  $m$  جرم آب تولید شده در یک کیلوگرم هواست. این مقدار گرما، صرف بالا رفتن دمای هوا (در فشار ثابت) به اندازه  $\Delta T$  می شود و برابر با  $C_p \Delta T$  می باشد. در نتیجه

$$\Delta T = \frac{L_v \cdot m}{C_p}$$

با استفاده از اطلاعات داده شده

$$\Delta T = 6,1\text{k}$$

سرانجام

$$T_2 = 270,9\text{k}$$

(۲ نمره)

#### ۴- میزان بارندگی پس از ۳ ساعت

از ستون هوایی به مقطع یک مترمربع در تمام مدت صعود (۱۵۰۰s) به مقدار  $2,5\text{g} \times 2000$  آب فرو می ریزد. در نتیجه مقدار بارانی که در هر ثانیه بر هر مترمربع زمین افقی می بارد برابر است با:

$$2000 \times 2,5 \times 10^{-3}\text{kg} \times 1500^{-1}$$

پس از ۳ ساعت ، مقدار باران باریده شده بر واحد سطح برابر با  $۳۵/۳ \text{kgm}^{-۲}$  است .  
( ۱ نمره )

هریک کیلوگرم آب باران فرو ریخته شده بر یک مترمربع زمین ، میزان بارندگی ( ارتفاع ستون آب ) را  $۱ \text{mm}$  افزایش می دهد . بنابر این میزان بارندگی در مدت یاد شده برابر با  $۳۵/۳ \text{mm}$  می باشد .  
( ۱ نمره )

### ۵- دمای $T_p$ در ایستگاه هواشناسی $M_p$

چون هوا به طور بی در رو در دامنه عقبی کوه به جریان درمی آید ، با استفاده از رابطه

$$T_p = T_p \left( \frac{P_p}{P_p} \right)^{1-1/\chi}$$

و اطلاعات مسئله ، به دست می آید :

$$T_p = ۳۰۰ \text{K}$$

( ۱ نمره )

### بحث

بنابر شرایط مسئله ، در ایستگاه هواشناسی  $M_p$  دمای بیشتری از  $M_0$  اندازه گیری می شود . در جریان وزش باد از روی کوه ، هوا گرمتر و خشکتر می شود . افزایش دمای هوا در این فرایند به سبب میعان بخار آب است . اگر تحت شرایط مشابهی هوای خشک از دامنه کوه عبور می کرد ، دمای اندازه گیری شده در ایستگاههای  $M_p$  و  $M_0$  یکسان می بود .

### مسئله ۲

#### الف) محاسبه $B_1$

سرعت الکترونها را  $u_0$  فرض می کنیم . نیروی لورنتز  $(\vec{u}_0 \times \vec{B}_1)$  به صورت شعاعی است و بنابر قانون دوم نیوتون :

$$m \frac{u_0^2}{R} = eu_0 B_1 \quad (۱)$$

از قانون بقای انرژی، رابطه زیر میان پتانسیل شتابدهنده  $V_0$  و سرعت تزریق الکترونها  $u_0$ ، به دست می آید:

$$\frac{1}{2} m u_0^2 = e V_0 \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$B_1 = \frac{1}{R} \sqrt{2 \frac{m}{e} \cdot V_0} \quad (3)$$

(۱ نمره)

محاسبه عددی:

$$B_1 = \frac{1}{50 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 10^3}{1,76 \times 10^{11}}} \text{Vs m}^{-2}$$

$$= 3,7 \times 10^{-2} \text{Vs m}^{-2}$$

(۱ نمره)

**ب) تعیین B**

بردار سرعت هر الکترون را به مؤلفه‌های موازی و عمود بر میدان مغناطیسی  $B$  تجزیه می‌کنیم:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad (4)$$

نیروی لورنتز روی مؤلفه عمود اثر می‌کند. نظیر رابطه (۱) به دست می‌آید:

$$m \frac{v_{\perp}^2}{r} = e v_{\perp} B \quad (5)$$

از اینجا شعاع دایره‌ای که الکترونها در صفحه عمود بر میدان مغناطیسی چنبره‌ای ( $B$ ) طی می‌کنند چنین خواهد بود .

$$r = \frac{mv_{\perp}}{eB} \quad (۶)$$

(مسیر حرکت الکترونها مارپیجهایی است که به دور خطوط میدان  $B$  می‌چرخند ، اما نه خط میدانی که از نقطه  $P$  می‌گذرد ، بلکه چنان‌که در ادامه حل مسئله خواهیم دید، به دور خطوط میدانی که شعاعشان از  $R$  بیشتر است. — م.)  
دوره تناوب این دوران ، که مستقل از  $v_{\perp}$  است ، عبارت است از :

$$T = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{eB} \quad (۷)$$

(۱ نمره)

مؤلفه موازی سرعت الکترونها بر اثر میدان  $B$  ، بلا تغییر می‌ماند . از آنجا که  $\alpha_0 \ll 1$  این مؤلفه تقریباً برای تمام الکترونها یکسان است :

$$v_{\parallel 0} = u_0 \cdot \cos \alpha_0 \approx u_0 \quad (۸)$$

فاصله  $b$  میان نقاط کانونی شدن الکترونها چنین است :

$$b = v_{\parallel 0} \cdot T \approx u_0 T \quad (۹)$$

با استفاده از روابط (۲) و (۷) از رابطه (۹) نتیجه می‌شود :

$$b = \frac{2\pi}{B} \sqrt{2 \frac{m}{e}} V_0 \quad (۱۰)$$

بنابر خواست صورت مسئله  $b = \frac{2\pi R}{4}$  . در نتیجه

$$B = \frac{4}{R} \sqrt{2 \frac{m}{e}} \cdot V_0 \quad (۱۱)$$

(۱ نمره)

## محاسبه عددی:

$$B = \frac{4}{50 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 10^2}{1,76 \times 10^{11}}} V_{sm}^{-2}$$

$$B = 1,18 \times 10^{-2} V_{sm}^{-2}$$

(۱ نمره)

(با توجه به صورت مسئله، پرپود دوران الکترونها به دور خطوط میدان  $B$  که از رابطه (۷) به دست می‌آید باید  $\frac{1}{4}$  پرپود دوران آنها به دور میدان  $B_1$  که عمود بر صفحه چنبره‌ای است، باشد. از اینجا می‌توان روش ساده‌تری برای محاسبه  $B$  ارائه داد: مشابه رابطه (۷) پرپود دوران به دور میدان  $B_1$  عبارت است از

$$T_1 = \frac{2\pi m}{eB_1}$$

حال از  $T_1 = 4T$  نتیجه می‌شود:

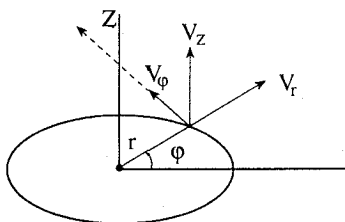
$$B = 4B_1 = 1,18 \times 10^{-2} V_{sm}^{-2}$$

(- م.)

## ج - متناهی بودن انحراف شعاعی و جهت سرعت رانش

خطوط میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  دایره‌ای هستند که مرکزشان روی محور تقارن چنبره‌ای (محور  $z$ ) قرار دارد. نظر به تقارن مسئله، از مختصات قطبی استوانه‌ای  $(r, \varphi, z)$  استفاده می‌کنیم و کمیت‌های برداری مورد نظر (سرعت الکترونها، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  و نیروی لورنتز) را به مؤلفه‌های مربوطه تجزیه می‌کنیم (شکل ۱ را ببینید).

چون زاویه واگرایی باریکه قابل چشمپوشی است، کافی است حرکت الکترونی را در نظر بگیریم که در ابتدا با سرعت  $u$  به طور مماس بر دایره‌ای به شعاع  $R$  به‌داخل چنبره‌ای تزریق می‌شود. در یک میدان مغناطیسی ایستا، انرژی جنبشی ذرات پایسته



شکل ۱

است ، از اینجا برای الکترون فوق الذکر می توان نوشت :

$$K = \frac{1}{2} m (v_r^2 + v_\phi^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} m u^2 \quad (12)$$

که در آن  $(v_r$  و  $v_\phi$  و  $v_z)$  بردار سرعت ذره در يك لحظه دلخواه است . «نقاط بازگشت شعاعی» مربوط به حرکت الکترون را با شرط زیر تعریف می کنیم :

$$v_r = 0$$

با استفاده از (۱۲) در نقاط یاد شده داریم

$$u^2 = v_\phi^2 + v_z^2 \quad (13)$$

یکی از این نقاط بازگشت ، نقطه شروع حرکت است که با شرایط زیر مشخص می شود :

$$r = R \quad ; \quad (v_r = 0 \text{ و } v_\phi = u, \quad v_z = 0)$$

برای یافتن نقاط بازگشت شعاعی دیگر در نتیجه تعیین بیشینه انحراف شعاعی الکترونها ، باید مؤلفه های  $v_\phi$  و  $v_z$  سرعت در رابطه (۱۳) را برحسب شعاع نقطه مورد نظر بیان کرد .  
(۱ نمره)

$v_\phi$  را می توان به کمک پایستگی اندازه حرکت زاویه ای به دست آورد . نیروی لورنتز آشکارا مؤلفه ای در جهت  $\phi$  (موازی با خطوط میدان مغناطیسی) ندارد و نمی تواند گشتاوری در امتداد محور  $z$  ایجاد نماید . در نتیجه مؤلفه  $z$  اندازه حرکت زاویه ای پایسته



می ماند :

$$L_z = mv_\varphi r = mu_\circ R$$

بنابر این

$$v_\varphi = u_\circ \frac{R}{r} \quad (۱۴)$$

(۱ نمره)

$v_z$  را به کمک معادله حرکت در جهت  $z$  به دست می آوریم . مؤلفه  $z$  نیروی

لورنتز چنین است :

$$F_z = -eBv_r$$

در نتیجه شتاب در جهت  $z$  عبارت است از :

$$a_z = -\frac{e}{m} Bv_r \quad (۱۵)$$

چون  $B$  ثابت است ، این رابطه به این معناست که هر تغییر در  $v_z$  به صورت زیر

با تغییری در  $r$  متناسب است :

$$\Delta v_z = -\frac{e}{m} B \Delta r$$

از آنجا که  $\Delta r = r - R$  و  $\Delta v_z = v_z$  داریم :

$$v_z = -\frac{e}{m} B(r - R) \quad (۱۶)$$

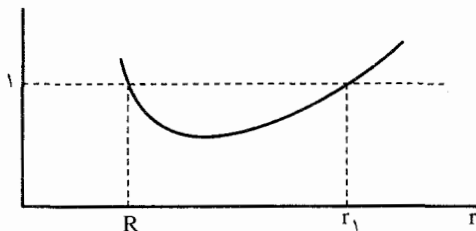
(۱ نمره)

با استفاده از نتایج (۱۴) و (۱۶) از رابطه (۱۳) حاصل می شود :

$$1 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 + A^2 \left(\frac{r}{R} - 1\right)^2 \quad (۱۷)$$

به طوری که

$$A = \frac{e}{m} B \frac{R}{u_\circ}$$



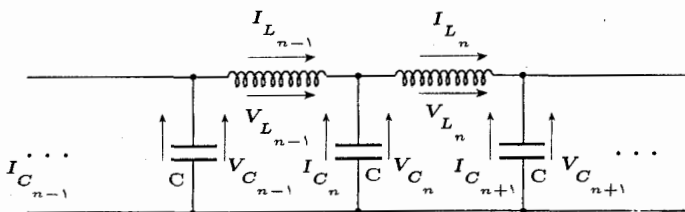
شکل ۲

منحنی تغییرات عبارتی که سمت راست رابطه (۱۷) قرار گرفته بر حسب  $r$  به طور کیفی به صورت شکل (۲) می باشد:

(دو جمله ای که سمت راست رابطه (۱۷) قرار دارند به ترتیب از جملات مربوط به  $v_\varphi^2$  و  $v_z^2$  در رابطه (۱۲) ناشی شده اند. در غیر از نقاط بازگشت جمله مربوط به  $v_r^2$  نیز غیر صفر و مثبت است. بنابر این حرکت در جایی صورت می گیرد که عبارت سمت راست رابطه (۱۷) کمتر از ۱ باشد. یعنی ناحیه زیر خط افقی در شکل ۲.م.۲).

نقاط بازگشت شعاعی در  $r = R$  و  $r = r_1$  است و چنان که در شکل دیده می شود  $r_1$  متناهی است. از آنجا که حرکت در ناحیه  $R \leq r \leq r_1$  صورت می گیرد، رابطه (۱۶) نشان می دهد که  $v_z < 0$ . بنابر این، رانش در جهت منفی محور  $Z$  صورت می گیرد. (۱ نمره)

## مسئله ۳



(الف)

قانون جریانها:  $I_{L_{n-1}} + I_{C_n} - I_{L_n} = 0 \quad (۱)$

قانون ولتاژها:  $V_{C_{n-1}} + V_{L_{n-1}} - V_{C_n} = 0 \quad (۲)$

افت ولتاژ روی خازن:  $V_{C_{n-1}} = \frac{1}{\omega C} \cdot \tilde{I}_{C_{n-1}} \quad (۳)$

در رابطه (۳) بجای  $I_{C_{n-1}}$ ،  $\tilde{I}_{C_{n-1}}$  به کار رفته است که نشاندهنده  $90^\circ$  تقدم فاز جریان بر ولتاژ است.

افت ولتاژ روی خود القا:  $V_{L_{n-1}} = \omega L \cdot \tilde{I}_{L_{n-1}} \quad (۴)$

در رابطه (۴) نیز برای نشان دادن  $90^\circ$  تاخیر فاز جریان نسبت به ولتاژ،  $\tilde{I}_{L_{n-1}}$  را به جای  $I_{L_{n-1}}$  به کار برده ایم.

(۱ نمره)

با توجه به صورت مسئله، ولتاژ  $V_{C_n}$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$V_{C_n} = V_0 \sin(\omega t + n\varphi) \quad (۵)$$

(۱ نمره)

از روابط (۳) و (۵) نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} I_{C_{n-1}} &= \omega C V_0 \cos[\omega t + (n-1)\varphi] \\ I_{C_n} &= \omega C V_0 \cos(\omega t + n\varphi) \end{aligned} \quad (۶)$$

از روابط (۴) و (۲) نیز به دست می آید:

$$\tilde{I}_{L_{n-1}} = \frac{V_{L_{n-1}}}{\omega L} = \frac{V_{C_n} - V_{C_{n-1}}}{\omega L},$$

و با استفاده از رابطه (۵) داریم:

$$I_{L_{n-1}} = \frac{V_0}{\omega L} [-\cos(\omega t + n\varphi) + \cos(\omega t + (n-1)\varphi)]$$

$$= \frac{V_0}{\omega L} \left[ 2 \sin(\omega t + (n - \frac{1}{4})\varphi) \sin(\frac{\varphi}{4}) \right] \quad (7)$$

$$I_{L_n} = \frac{V_0}{\omega L} \left[ 2 \sin(\omega t + (n + \frac{1}{4})\varphi) \sin(\frac{\varphi}{4}) \right] \quad (8)$$

نتایج روابط (۶)، (۷) و (۸) باید در رابطه (۱) برای جریانها صدق کنند. از اینجا بستگی  $\varphi$  به  $\omega$ ،  $L$  و  $C$  به دست می آید.

$$\begin{aligned} \circ &= V_0 \omega C \cos(\omega t + n\varphi) + 2 \frac{V_0}{\omega L} \sin(\frac{\varphi}{4}) \times \\ &\quad \left[ \sin(\omega t + (n - \frac{1}{4})\varphi) - \sin(\omega t + (n + \frac{1}{4})\varphi) \right] \\ &= V_0 \omega C \cos(\omega t + n\varphi) + 2 \frac{V_0}{\omega L} \sin(\frac{\varphi}{4}) \times \\ &\quad \left[ 2 \cos(\omega t + n\varphi) \sin(-\frac{\varphi}{4}) \right] \end{aligned}$$

(۱ نمره)

شرط فوق برای تمام لحظات زمان باید برقرار باشد، بنابر این می توان طرفین را به  $V_0 \cos(\omega t + n\varphi)$  ساده کرد. از اینجا نتیجه می شود:

$$\omega^2 LC = 4 \sin^2(\frac{\varphi}{4})$$

نتیجه نهایی چنین است:

$$\varphi = 2 \sin^{-1} \left( \frac{\omega \sqrt{LC}}{2} \right)$$

با این شرط که

$$\circ \leq \omega \leq \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

(ب) زمان  $\Delta t$  برای آنکه موج به اندازه يك سلول در طول شبکه پیشروی کند

از شرط زیر به دست می آید:

$$V_{C_{n-1}}(t - \Delta t) = V_{C_n}(t),$$

که به رابطه زیر منجر می شود :

$$\omega \Delta t = \varphi$$

در فاصله زمانی  $\Delta t$  طول  $l$  توسط موج پیموده می شود ، در نتیجه سرعت انتشار موج عبارت است از  $v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\omega l}{\varphi}$  و یا :

$$v = \frac{\omega l}{2 \sin^{-1} \left( \frac{\omega \sqrt{LC}}{2} \right)}$$

(۱ نمره)

(ج) برای  $\omega$  های کوچک  $\sin^{-1} \left( \frac{\omega \sqrt{LC}}{2} \right)$  با  $\omega$  متناسب است . در چنین شرایطی سرعت انتشار امواج تقریباً ثابت و مستقل از  $\omega$  خواهد بود . بنابر این شرط ثابت بودن سرعت عبارت است از

$$\frac{\omega \sqrt{LC}}{2} \ll 1 \Rightarrow \omega \ll \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

و سرعت موج برابر است با

$$v_0 = \frac{l}{\sqrt{LC}}$$

(۱ نمره)

(د) چون مدار فوق تنها شامل خود القا و خازن است ، انرژی پایسته خواهد بود . با استفاده از عباراتی که در بند (الف) به دست آوردیم ، انرژی کل خازنها (در يك لحظه دلخواه) برابر است با

$$W_C = \sum_n \frac{1}{2} C V_n^2, \quad (9)$$

و انرژی کل خودالقاها نیز برابر است با

$$W_L = \sum_n \frac{1}{2} L I_n^2 \quad (10)$$

از اینجا به شکل متعارف قانون پایستگی انرژی می‌رسیم :

$$W = \sum \frac{1}{\gamma} (CV_c^2 + LI_L^2) = \text{ثابت} \quad (11)$$

از عبارت فوق مستقیماً نمی‌توان به مشابه مکانیکی مدار مورد نظر دست یافت ، چرا که دو کمیت فیزیکی متفاوت که در آن ظاهر شده‌اند (  $I_L$  و  $V_C$  ) رابطه‌ای مشابه تغییر مکان  $x$  و سرعت  $v = \dot{x}$  در یک مدل مکانیکی ندارند . برای ایجاد مشابهتی با مکانیک باید عبارت انرژی را برحسب بارهای نوعی  $Q$  و جریان مربوط به آن :  $I = \dot{Q}$  و ثابتهای  $L$  و  $C$  نوشت . به این منظور باید ولتاژ  $V_C$  را برحسب بارهای  $Q_{L_n}$  عبور یافته از سیم پیچها بیان کرد . با استفاده از قانون جریانها :

$$I_{L_{n-1}} + I_{C_n} - I_{L_n} = 0 \quad , \quad (12)$$

که برای هر لحظه دلخواه از زمان برقرار است ، و با توجه به اینکه بار الکتریکی پایسته است ، داریم :

$$Q_{L_{n-1}} + Q_{C_n} - Q_{L_n} = 0 \quad (13)$$

به کمک این رابطه و رابطه میان ولتاژ و بار هر خازن :

$$V_C = \frac{1}{C} Q_{C_n} \quad (14)$$

می‌توان  $V_C$  را برحسب بارهای  $Q_{L_n}$  بیان کرد . به این ترتیب با توجه به رابطه

$$I_{L_n} = \dot{Q}_{L_n} \quad (15)$$

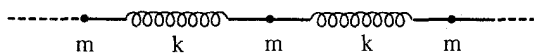
سرانجام ، به دست می آید :

$$W = \sum_n \left[ \underbrace{\frac{1}{2} L I_{L_n}^2}_A + \underbrace{\frac{1}{2C} (Q_{L_n} - Q_{L_{n-1}})^2}_B \right] \quad (A)$$

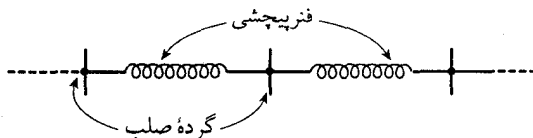
(۲ نمره)

عبارت فوق شامل دو جمله  $A$  و  $B$  است که جمله  $A$  را می توان به مثابه انرژی جنبشی يك مدل مکانیکی که در آن از مشابهت  $v_n \rightarrow \dot{Q}_{L_n}$  و  $L \rightarrow m$  استفاده شده است ، تلقی کرد . جمله  $B$  را نیز می توان با استفاده از مشابهت  $Q_{L_n} \rightarrow X_n$  همانند انرژی پتانسیل دستگاه مذکور به حساب آورد . در اینجا  $X_n$  و  $v_n$  به ترتیب جابه جایی و سرعت ذراتی به جرم  $m$  فرض شده اند . در عین حال می توان  $Q_{L_n}$  را به مانند مختصه ای از نوع دیگر ، مثلاً يك زاویه ، تلقی کرد ؛ که در این صورت  $L$  نقش لختی دورانی را ایفا خواهد نمود .  
(۱ نمره)

از ساختار عبارت (۱۶) دیده می شود که اندرکنش ققط میان ذرات مجاور هم رخ می دهد و ذرات نیرویی خطی مشابه نیروی فنر با ضریب  $\frac{1}{C} \rightarrow k$  به هم وارد می کنند . به این ترتیب يك مدل مکانیکی معادل مدار فوق به شکل زیر است :

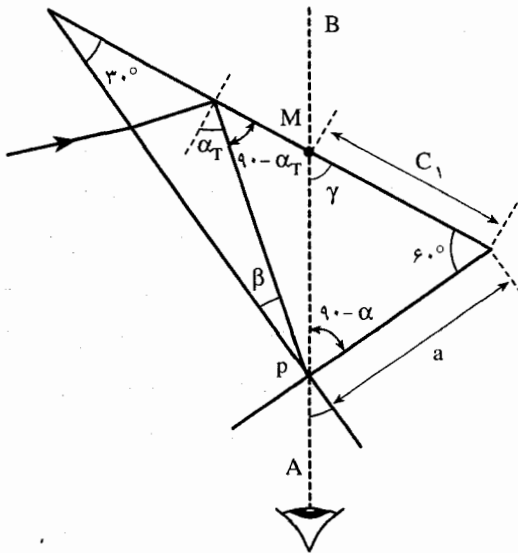


مدل دیگری به شکل زیر نیز امکانپذیر است :



## مسئله تجریبی

الف) محاسبه ضریب شکست منشور  
روش نخست:



شکل ۱

روی يك برگ كاغذ خط مستقيم  $A - B$  را رسم کرده و خط دید خود را در امتداد آن قرار دهید. منشور را (مطابق شکل ۱) طوری روی این خط قرار دهید که لبه قائم آن به طرف شما بوده و در نقطه‌ای مانند  $P$  از خط  $A - B$  قرار داشته باشد. حال منشور را در جهت نشان داده شده در شکل حول نقطه  $P$  آن قدر بچرخانید تا لبه تاریک انعکاس کلی نور که از وجه کوچکتر منشور قابل رؤیت است، بر لبه قائم منشور منطبق شود. در این حالت انعکاس کلی نور در داخل منشور، در زاویه حد انجام می‌شود. نقطه  $M$  را علامتگذاری کرده و فاصله  $c_1$  را اندازه‌گیری کنید. (برای این کار به‌عنوان مثال می‌توانید روی لبه بالایی وجه بزرگتر منشور با مداد علامت بگذارید.) طول ضلع کوچکتر منشور ( $a$ ) را نیز اندازه‌گیری کنید. (۲ نمره)



روابط زیر را برای موقعیت شکل (۱) می‌توان نوشت :

$$\sin \alpha_T = \frac{1}{n_p} \quad (۱)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_p \quad (۲)$$

$$\beta = ۶۰^\circ - \alpha_T \quad (۳)$$

$$\gamma = ۳۰^\circ + \alpha \quad (۴)$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin(۹۰^\circ - \alpha)} = \frac{a}{c_1} \quad (۵)$$

(روابط ۱ تا ۵ : ۱ نمره)

از روابط (۵) و (۴) و فرمول داده شده در صورت مسئله حاصل می‌شود :

$$\frac{a}{c_1} \cos \alpha = \sin(۳۰^\circ + \alpha) = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \alpha$$

$$\left( \frac{2a - c_1}{c_1} \right)^2 (1 - \sin^2 \alpha) = 3 \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{2a - c_1}{2\sqrt{a^2 - ac_1 + c_1^2}} \quad (۶)$$

از روابط (۲)، (۳) و (۱) به دست می‌آید :

$$\sin \alpha = n_p \sin(۶۰^\circ - \alpha_T) = \frac{n_p}{2} (\sqrt{3} \cos \alpha_T - \sin \alpha_T)$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} (\sqrt{3} \cdot \sqrt{n_p^2 - 1} - 1)$$

$$n_p = \left[ \frac{1}{3} (2 \sin \alpha + 1)^2 + 1 \right]^{1/2} \quad (۷)$$

(۱ نمره)

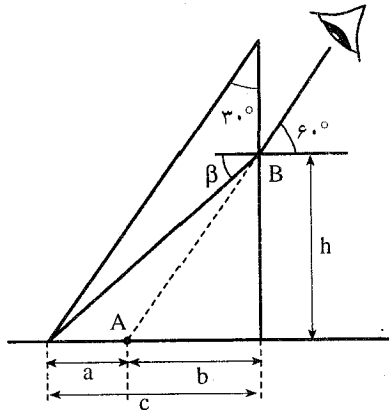
پس از اندازه‌گیری مقادیر  $a$  و  $c_1$  برای منشور داده شده، دیده می‌شود که

این دو مقدار با خطایی در حدود ۱ mm تقریباً باهم برابرند. از اینجا نتیجه می‌شود :

$$n_p = ۱,۵۳ \text{ و } \sin \alpha = \frac{۱}{۲}$$

(۱ نمره)

روش دوم:



شکل ۲

منشور را روی وجه کوچکتر آن طوری روی میز قرار دهید که یال  $C$  از آن روی لبه  $A$  از یک برگ کاغذ که قبلاً روی میز چسبانده‌اید، قرار گیرد. در این حال در امتداد وتر منشور به لبه  $A$  نگاه کنید به گونه‌ای که خط دید شما  $B - A$  با سطح میز زاویه  $60^\circ$  بسازد. سپس مطابق شکل (۲) منشور را در امتداد عمود بر لبه  $A$  روی کاغذ آن قدر، جابه‌جا کنید تا وقتی از همان محل قبلی در امتداد  $B - A$  نگاه می‌کنید یال  $C$  از داخل منشور در معرض دیدتان قرار گیرد. (۲ نمره)

حال روابط زیر برقرار است :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{c}, \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{b} = \sqrt{3} \quad (۱)$$

$$h = b\sqrt{3} = \frac{c \sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}$$

$$\sin \beta = \frac{۱}{n_p} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{۲n_p} \quad (۲)$$

(روابط ۱ و ۲: ۱ نمره)

$$b\sqrt{3} = \frac{c\sqrt{3}}{n_p \sqrt{1 - \frac{3}{4n_p^2}}} \Rightarrow 4n_p^2 - 3 = \left(\frac{c}{b}\right)^2$$

$$n_p = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 3}$$

(۱ نمره)

برای منشور داده شده در آزمایش، مقادیر زیر به دست می آید:

$$c = 29 \text{ mm} \quad , \quad b = 11.5 \text{ mm}$$

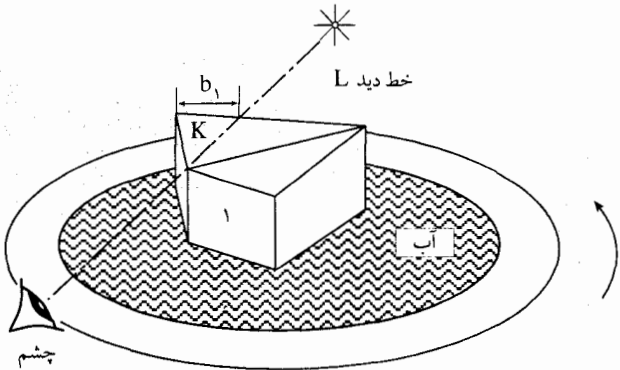
$$n_p = 1.53$$

(۱ نمره)

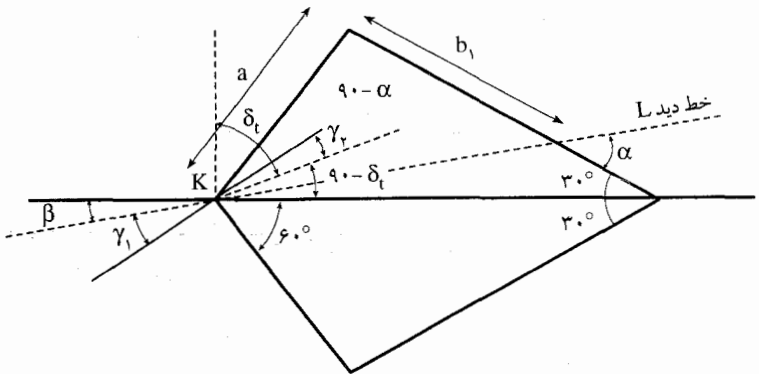
### ب) تعیین ضریب شکست مایع به کمک دو منشور

دو منشور را مطابق شکل (۳) در داخل ظرف آب قرار دهید. (وضعیت ظرف و منشورها طوری است که قسمتی از منشورها از دهانه ظرف بیرون قرار می گیرند). مقداری آب بین وجوه وتری منشورها قرار می گیرد به طوری که با فشردن منشورها به یکدیگر می توان کاری کرد که تمام فضای بین وجوه ذکر شده با آب پوشیده شود. اساس روش کار در این آزمایش شبیه روش اول در بخش (الف) مسئله است، با این تفاوت که در اینجا انعکاس کلی در داخل منشور ۱ از روی وجه وتر (که در تماس با آب است) در نظر گرفته می شود. ابتدا در امتداد خط دید دلخواه  $L$  (که مثلاً می تواند مربوط به رؤیت نقطه مشخصی روی دیوار مقابل باشد) به یال  $60^\circ$  منشورها نگاه کنید. حال دستگاه ظرف و منشورها را در جهت مناسب طوری بچرخانید که لبه سایه ناشی از انعکاس کلی نور (که از وجه کوچکتر منشور ۱ دیده می شود) درست منطبق بر یال  $60^\circ$  منشور دیده شود. (این موقعیت در شکل (۴) نشان داده شده است).

ضمن چرخاندن دستگاه باید مراقبت کرد که یال  $60^\circ$  منشور (نقطه  $K$ ) روی خط



شکل ۳



شکل ۴

دید  $L$  قرار داشته باشد. پس از دستیابی به موقعیت ذکر شده، طول  $b_1$  را (پس از علامتگذاری روی منشور) توسط خطکش اندازه‌گیری کنید. طول ضلع کوچکتر منشور ( $a$ ) را نیز اندازه بگیرید.

(پهلوی هم قراردادن منشورها به گونه‌ای لایه‌ای از آب بین آنها را برکند: ۲ نمره)

رسیدن به موقعیتی که در شکل (۴) نشان داده شده و تشخیص زوایا: (۳ نمره)  
 در صورتی که ضریب شکست منشورها ( $n_p$ ) معلوم باشد (به قسمت الف مراجعه کنید)، ضریب شکست مایع ( $n_l$ ) را به روش زیر می‌توان از آزمایش بالا محاسبه کرد:

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (۸)$$

$$\beta = \alpha - 30^\circ \quad ; \quad \gamma_1 = 30^\circ - \beta = 60^\circ - \alpha \quad (۹, ۱۰)$$

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} = n_p \quad : \quad \text{شکست نور روی وجه کوچکتر منشور ۱} \quad (۱۱)$$

(۲ نمره)

زاویه انعکاس کلی  $\delta_t$  (زاویه حد) روی وتر منشور ۱ در موقعیت نشان داده شده در شکل (۴) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$90^\circ - \delta_t = 30^\circ - \gamma_2$$

$$\delta_t = 60^\circ + \arcsin\left(\frac{\sin \gamma_1}{n_p}\right)$$

از اینجا  $n_l$  به سادگی محاسبه می‌شود:

$$n_l = n_p \sin \delta_t = n_p \sin \left[ 60^\circ + \arcsin\left(\frac{\sin \gamma_1}{n_p}\right) \right]$$

(۲ نمره)

مقادیر عددی برای آزمایش با آب به صورت زیر به دست می‌آید:

$$b_1 = ۱,۹ \text{ cm} ; a = ۲,۸ \text{ cm} ; \alpha = 55,۸۴^\circ ; \gamma_1 = ۴,۱۶^\circ ; \delta_t = ۶۲,۷۷^\circ$$

$$n_p = ۱,۵ \Rightarrow n_l = ۱,۲۳$$

(۱ نمره)

## بیستمین المپیاد بین الملل فیزیک

لهستان، ۱۳۶۸

### مسائل

#### مسئله ۱

دو مایع  $A$  و  $B$  را که در یکدیگر حل نمی شوند، در نظر بگیرید. فشار بخار اشباع هر کدام با تقریب خوبی از رابطه

$$\ln(P_i/P_0) = \frac{a_i}{T} + b_i \quad (i = A, B)$$

به دست می آید، که در آن  $P_0$  فشار طبیعی جو،  $T$  دمای مطلق بخار و  $a_i$  و  $b_i$  ثابتهای مشخصی هستند که به مایع بستگی دارند. (نماد  $\ln$  معرف لگاریتم طبیعی است، یعنی لگاریتمی که در پایه  $e = ۲,۷۱۸۲۸۱۸$  محاسبه می شود) مقادیر مربوط به نسبت  $\frac{P_i}{P_0}$  برای مایعهای  $A$  و  $B$  در دماهای  $۴۰^\circ\text{C}$  و  $۹۰^\circ\text{C}$  در جدول ۱ داده شده اند:

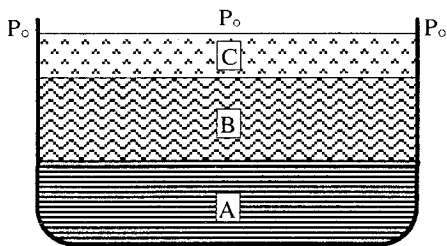
جدول ۱

$t [^{\circ}C]$	$P_i/P_o$	
	$i = A$	$i = B$
۴۰	۰٫۲۸۴	۰٫۰۷۲۷۸
۹۰	۱٫۴۷۶	۰٫۶۹۱۸

خطای این مقادیر قابل چشمپوشی است.

الف) دمای جوش مایعهای  $A$  و  $B$  را در فشار  $P_o$  به دست آورید.

ب) مایعهای  $A$  و  $B$  را در ظرفی می‌ریزیم تا مطابق شکل دو لایه روی هم تشکیل دهند. سطح مایع  $B$  را نیز با مایع غیرفرار  $C$  که در هیچ کدام از مایعهای  $A$  و  $B$  حل نمی‌شود می‌پوشانیم تا از سطح بالایی مایع  $B$  تبخیر آزاد صورت نگیرد.



شکل ۱

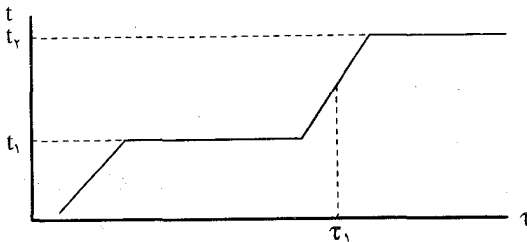
نسبت جرم مولکولهای  $A$  و  $B$  (در فاز گازی) عبارت است از:

$$\gamma = \mu_A / \mu_B = \lambda$$

مایعهای  $A$  و  $B$  در ابتدا جرم یکسان  $m = ۱۰۰\text{g}$  دارند. ارتفاع مایعها در ظرف و چگالی آنها به اندازه کافی کوچک هستند، به طوری که می‌توان فرض کرد فشار در تمام نقاط ظرف عملاً همان فشار جو ( $P_o$ ) است.

دستگاه متشکل از مایعها و ظرف را به آرامی اما به طور یکنواخت و مداوم گرم می‌کنیم. نتیجه‌ای که حاصل می‌شود این است که دمای دستگاه  $t$  مطابق نمودار شکل ۲

با زمان  $T$  تغییر می کند.



شکل ۲

دماهای  $t_1$  و  $t_2$  مربوط به قسمتهای افقی نمودار و جرم مایعهای  $A$  و  $B$  در لحظه  $\tau_1$  را به دست آورید. دماهای  $t_1$  و  $t_2$  را به نزدیکترین مقدار برحسب  $^{\circ}C$  و جرم مایعها را تا يك دهم گرم گرد کنید.

### تذکره:

فرض کنید بخار مایعها با تقریب خوبی اولاً از قانون دالتون پیروی می کنند (که می گوید فشار يك مخلوط گازی حاصل جمع فشارهای جزئی هريك از گازهای مخلوط است) و ثانیاً تا رسیدن به فشار بخار اشباع، گاز کامل هستند.

### مسئله ۲

سه جرم نقطه‌ای  $m_1$  و  $m_2$  و  $m_3$  واقع در نقاط  $P_1$  و  $P_2$  و  $P_3$  که روی يك خط راست نیستند، فقط اندرکنش گرانشی با یکدیگر دارند، و نیز در فضای آزاد قرار داشته و با هیچ جسم دیگری اندرکنش ندارند. اگر محوری که از مرکز جرم سه جسم گذشته و بر صفحه  $P_1P_2P_3$  عمود است را  $Z$  بنامیم، سرعت زاویه‌ای دستگاه حول این محور  $(\omega)$  و فواصل

$$P_1P_2 = \alpha_{12} \quad P_2P_3 = \alpha_{23} \quad P_1P_3 = \alpha_{13}$$

چه شرایطی داشته باشند تا شکل و اندازه مثلث  $P_1P_2P_3$  ضمن حرکت دستگاه تغییر نکند. به عبارت دیگر تحت چه شرایطی دستگاه همانند يك جسم صلب حول محور  $Z$



دوران می‌کند؟

### مسئله ۳

در این مسئله می‌خواهیم امکان تبدیل يك میکروسکوپ الكترونی به يك میکروسکوپ پروتونی را بررسی کنیم. در میکروسکوپ الكترونی، باریکه الكترونها توسط اختلاف پتانسیل  $U = 511 \text{ keV}$  شتاب گرفته و به كمك میدانهای مغناطیسی هدایت می‌شود. در میکروسکوپ پروتونی نظیر، اختلاف پتانسیل  $(-U)$  به كار می‌رود. حال به دو مسئله زیر پاسخ دهید:

الف) يك الكترون پس از ترك قسمتی از دستگاه كه آن را تحت اختلاف پتانسیل  $U$  شتاب داده، وارد ناحیه‌ای از فضا می‌شود كه در آن میدان مغناطیسی غیر یكنواخت  $\vec{B}$  توسط سیم پیچهای ساكن  $L_1, L_2, \dots, L_N$  ایجاد شده است. جریان الكتریکی هر يك از سیم پیچها معلوم و به ترتیب  $i_1, i_2, \dots, i_N$  است. جریانهای  $i'_1, i'_2, \dots, i'_N$  در سیم پیچهای  $L_1$  و  $L_2$  و  $L_N$  چه باشد تا يك پروتون (كه ابتدا توسط اختلاف پتانسیل  $-U$  شتاب گرفته) در امتداد همان مسیری كه يك الكترون حرکت کرده بود (و در همان جهت) هدایت شود.

### راهنمایی:

مسئله را می‌توان با یافتن شرایطی كه تحت آن، معادله توصیف كننده مسیر در هر دو حالت يكسان باشد، حل كرد. استفاده از رابطه زیر نیز ممكن است مفید باشد:

$$\vec{P} \cdot \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dP^2}{dt}$$

ب) با جایگزین کردن باریکه پروتونی به جای باریکه الكترونی، توان تفكیک دستگاه چند مرتبه افزایش یا کاهش می‌یابد؟ فرض کنید كه توان تفكیک میکروسکوپ (یعنی كمترین فاصله میان دو جسم نقطه‌ای كه تصاویر دایره‌ای آنها از هم قابل تشخیص باشد) تنها به خواص موجی ذرات بستگی دارد.

فرض کنید سرعت الكترونها و پروتونها پیش از شتاب گرفتن صفر است و نیز

هیچ نوع اندرکنشی بین گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی الکترونها و پروتونها با میدان مغناطیسی وجود ندارد. همچنین فرض کنید تشعشع الکترومغناطیسی تابش شده توسط ذرات متحرك قابل چشمپوشی است.

### توجه:

فیزیکدانها اغلب از واحد الکترون ولت (ev) و مشتقات آن نظیر kev و Mev به عنوان واحد انرژی استفاده می کنند. الکترون ولت مقدار انرژی است که يك الکترون در عبور از اختلاف پتانسیل يك ولت به دست می آورد.

در محاسبات خود از این داده ها می توانید استفاده کنید:

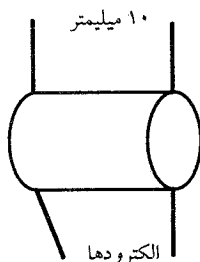
$$E_e = m_e C^2 = 511 \text{kev} \quad \text{انرژی سکون الکترون}$$

$$E_p = m_p C^2 = 938 \text{Mev} \quad \text{انرژی سکون پروتون}$$

## مسئله تجربی

### وسایل آزمایش

- ۱- دو عدد دیسک پیزوالکتریک هرکدام به ضخامت  $10^\circ$  میلیمتر که الکترودهای آنها به روش تبخیر فلز روی دو طرف آن ایجاد شده (مطابق شکل ۱) و در نگهدارنده هایی که به دو فلک کولیس نصب شده، ثابت شده است.
- ۲- نوسان ساز سینوسی کالیبره شده که تصویری از صفحه کنترل آن و توضیح نحوه عمل کلیدها و پیچها ضمیمه شده است.
- ۳- يك أسیلوسکوپ دو کاناله که تصویری از صفحه کنترل آن و توضیح نحوه عمل سوئیچها و کلیدهای تنظیم، ضمیمه شده است.
- ۴- دو کیسه در بسته پلاستیکی محتوی مایع.
- ۵- يك ظرف گلیسرین برای ترکردن دیسکها جهت تماس بهتر مکانیکی.
- ۶- سیمهای رابط و يك اتصال سه طرفه



شکل ۱

۷- پایه برای نگهداشتن کیسه‌های حاوی مایع

۸- پایه برای کولیس

تحت تأثیر میدان الکتریکی ابعاد خطی يك ماده پیزوالکتریک تغییر می‌کند، و برعکس ایجاد اختلال مکانیکی در ماده پیزوالکتریک، يك میدان الکتریکی در آن القا می‌کند. در نتیجه این امکان وجود دارد که با اعمال میدان الکتریکی متناوب در يك ماده پیزوالکتریک نوسانات مکانیکی برانگیزیم و نیز می‌توان با اعمال نوسانات مکانیکی در آن میدان الکتریکی متناوب القا کنیم.

الف) با توجه به اینکه سرعت امواج طولی فراصوتی در ماده دیسک در حدود  $4 \times 10^3 \text{ m/s}$  است، فرکانس تشدید امواج مکانیکی که موازی با محور دیسک هستند را حدوداً تخمین بزنید. فرض کنید که نگهدارنده‌های دیسک محدودیتی برای نوسان ایجاد نمی‌کنند. (دقت کنید که انواع دیگری از نوسانات ویژه با فرکانسهای کمتر و بیشتر در دیسک اتفاق می‌افتد.)

با استفاده از تخمینی که زده‌اید، به‌طور تجربی فرکانسی را تعیین کنید که در آن فرکانس، دیسکهای پیزوالکتریک به‌عنوان دستگاه فرستنده - گیرنده امواج فوق صوتی در مایع، در بهترین وضعیت عمل می‌کنند. ثر کردن سطوح دیسکها قبل از قراردادادن آنها در دو طرف کیسه‌ها نفوذ امواج فوق صوتی را امکانپذیرتر می‌کند.

ب) سرعت امواج فوق صوتی را بدون بازکردن کیسه‌ها برای هردو مایع تعیین کنید و خطای مربوطه را تخمین بزنید.

ج) نسبت سرعت‌های امواج فوق صوتی در مایعها و خطای آن‌را تخمین برزید .

### نکات مهم:

برگه نتایج را با دقت پر کنید . گزارش شما علاوه بر این برگه باید شامل توصیف این موارد باشد :

شیوه تخمین فرکانس شدید ، شیوه اندازه‌گیریها ، شیوه تخمین خطاهای کمیتهای اندازه‌گیری شده و نتایج نهایی . بخاطر داشته باشید که کلید کمیتهایی که به کار می‌برید مشخص شده و نمادی که برای آنها در نظر گرفته‌اید معرفی شود .

«برگه نتایج ۱»

(الف)

نتیجه (واحد)	فرمول مربوط به تخمین فرکانس شدید
خطا	بهترین فرکانس اندازه گیری شده برای انتشار امواج (واحد)

(ب)

خطا	نتایج (واحد)	نماد به کار رفته	تعریف و نامگذاری کمیت اندازه گیری شده

فرمول نهایی برای سرعت امواج فوق صوتی در مایع

خطا	سرعت امواج فوق صوتی (واحد)
-----	----------------------------

مایع A

مایع B

(ج)

خطای نسبت سرعتها	نسبت سرعتها
------------------	-------------

## بیست و یکمین المپیاد بین المللی فیزیک

هلند، ۱۳۶۹

### مسائل

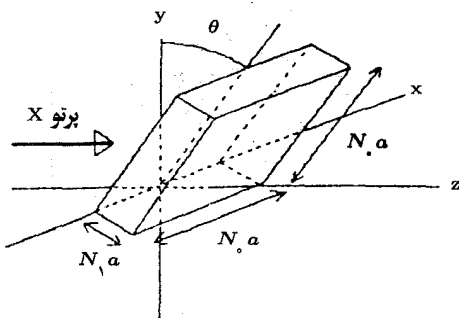
#### مسئله ۱

#### پراش اشعه $x$ از بلور

می‌خواهیم پراش اشعه  $x$  را به وسیله یک شبکه بلوری ساده مکعب شکل بررسی کنیم. برای این کار، ابتدا پراش یک موج تخت را که به طور عمودی بر یک شبکه دو بعدی با تعداد  $N_1$  و  $N_2$  شکاف و فاصله‌های شکاف  $d_1$  و  $d_2$  می‌تابد، مطالعه می‌کنیم. طرح پراش را روی پرده‌ای به فاصله  $L$  از شبکه تشکیل می‌دهیم. پرده به موازات شبکه بوده و  $L$  بسیار بزرگتر از  $N_1 d_1$  و  $N_2 d_2$  است.

الف) محل و پهنای ماکزیمهای اصلی را بیابید. (فاصله میان دو مینیمم دو طرف یک ماکزیم، پهنای نام دارد). اکنون یک بلور مکعبی با فاصله شبکه‌ای  $a$  و ابعاد  $N_1 a$ ،  $N_2 a$  و  $N_3 a$  را در نظر می‌گیریم. ( $N_1 \ll N_2$ )

بلور مطابق شکل ۱ با زاویه کوچک  $\theta$  سر راه يك باریکه اشعه  $x$  که در امتداد محور  $z$  می‌تابد قرار می‌گیرد. این بار نیز طرح پراش بر پرده‌ای به فاصله دور از بلور که عمود بر محور  $z$  قرار گرفته مشاهده می‌شود.



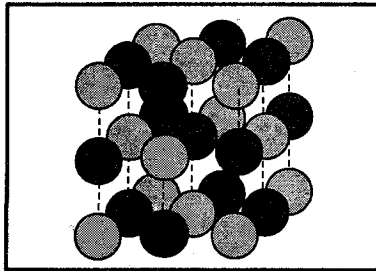
شکل ۱

ب) محل و پهنای ماکزیمما را به صورت تابعی از  $\theta$  (برای  $\theta$  کوچک) محاسبه کنید. فرض  $N_1 \ll N_2$  چه نتایج مشخصی در بردارد؟  
 طرح پراش را می‌توان براساس تئوری براگ نیز که فرض می‌کند اشعه  $x$  از صفحات اتمی در شبکه بلور بازتابیده می‌شود، به دست آورد. در این حالت طرح پراش از تداخل این امواج بازتابیده با یکدیگر ناشی می‌شود.  
 ج) نشان دهید که بازتاب امواج بر طبق نظر براگ همان نتایج بند «ب» را برای ماکزیمما به دست می‌دهد.

در بعضی از آزمایشها روش پودر به کار می‌رود. باریکه‌ای از اشعه  $x$  توسط پودری که از دانه‌های ریز بسیار زیادی تشکیل شده پراکنده می‌شود. (بدیهی است اندازه دانه‌ها از فاصله شبکه‌ای  $a$  بسیار بزرگتر است)

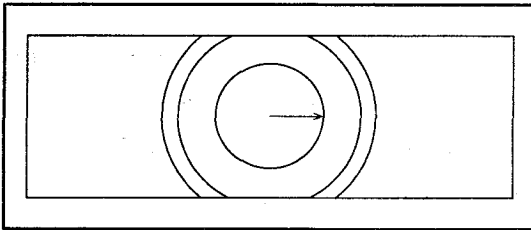
پراکندگی اشعه  $x$  با طول موج  $0.15 \text{ nm}$  توسط پودر کلرور پتاسیم،  $\text{KCl}$  (این نمک شبکه مکعبی مانند شکل ۲ دارد) منجر به ایجاد دایره‌های تیره متحدالمرکز روی صفحه عکاسی می‌شود. فاصله میان بلور و صفحه عکاسی  $0.1 \text{ m}$  و شعاع کوچکترین دایره  $0.053 \text{ m}$  است (به شکل ۳ توجه شود) یونهای  $\text{K}^+$  و  $\text{Cl}^-$  تقریباً هم اندازه

بوده و می‌توان آنها را به صورت مراکز یکسانی برای پراکندگی در نظر گرفت.



شکل ۲

(د) فاصله میان دو یون پتاسیم مجاور هم را در بلور محاسبه کنید.



شکل ۳

## مسئله ۲

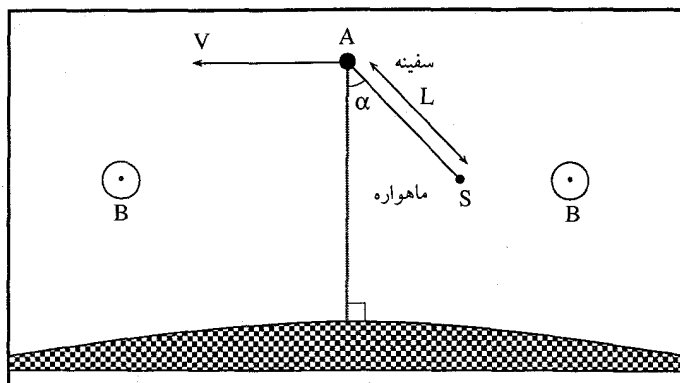
### آزمایشهای الکتریکی در مگنتوسفر زمین

در ماه مه ۱۹۹۱ سفینه فضایی آتلانتیس در مدار زمین قرار خواهد گرفت. فرض می‌کنیم مدار آن دایره‌ای و در صفحه استوای زمین باشد. در لحظه معینی، ماهواره  $S$  در حالی که به میله هادی به طول  $L$  متصل است توسط سفینه  $A$  رها می‌شود.

(شکل ۱)

فرض می‌کنیم میله صلب، بدون جرم و دارای پوششی عایق باشد. از تمام





شکل ۱

اصطکاکها نیز صرفنظر می‌کنیم. زاویهٔ میان میله با خطِ واصل به مرکز زمین از سفینه را  $\alpha$  می‌نامیم. ماهوارهٔ S نیز در صفحهٔ استوای زمین حرکت می‌کند، فرض می‌کنیم جرم ماهواره از جرم سفینه بسیار کمتر بوده و نیز  $L$  از شعاع مدار سفینه خیلی کوچکتر باشد. الف (۱) معین کنید به‌ازای چه مقدار (یا مقادیری) از  $\alpha$ ، هیأت دستگاه سفینه و ماهواره (نسبت به زمین) ثابت می‌ماند. به عبارت دیگر برای چه مقادیری از  $\alpha$ ،  $\alpha$  ثابت می‌ماند.

الف (۲) در مورد پایداری یا ناپایداری تعادل در هر یک از حالت‌های بالا بحث کنید. برای این کار فرض کنید در یک لحظه میله از هیأت مربوط به حالت تعادل خود به‌اندازهٔ زاویهٔ کوچکی منحرف می‌شود. اگر تعادل پایدار باشد دستگاه به صورت پاندول ساده‌ای نوسان می‌کند.

ب) پررود نوسانات دستگاه را برحسب پررود دُوران آن حول زمین به‌دست آورید.

در شکل ۱ میدان مغناطیسی زمین عمود بر صفحه شکل و به طرف بیرون است. به دلیل سرعت مداری میله، اختلاف پتانسیلی بین دو انتهای آن بروز می‌کند. محیط اطراف (مگنتوسفر) از گاز رقیق و یونیده‌ای که رسانای الکتریکی بسیار خوبی است

تشکیل شده است و الکترودهایی در سفینه و ماهواره تماس با گاز یونیده را امکانپذیر می‌سازند و در نتیجه حرکت، جریان  $I$  در طول میله به راه می‌افتد.

ج ۱) جریان در میله در چه جهتی است (فرض کنید  $\alpha = 0^\circ$ )

### داده‌ها:

$$T = 5,4 \times 10^3 \text{ s} \quad \text{دوره حرکت مداری}$$

$$L = 2,0 \times 10^4 \text{ m} \quad \text{طول میله}$$

$$B = 5,0 \times 10^{-5} \text{ WB/m}^2 \quad \text{میدان مغناطیسی زمین در ارتفاع سفینه}$$

$$m_1 = 1,0 \times 10^5 \text{ kg} \quad \text{جرم سفینه آتلانتیس}$$

حال فرض کنید یک منبع جریان الکتریکی در سفینه باعث می‌شود تا جریان مستقیم خالصی به شدت  $0,1 \text{ A}$  در خلاف جهت قبلی در میله برقرار شود.

ج ۲) چه مدت زمانی این جریان برقرار باشد تا ارتفاع مدار به اندازه  $10^\circ$  متر تغییر کند. (فرض کنید  $\alpha$  صفر می‌ماند و از تمام آثار ناشی از جریانها در مگنتوسفر صرف‌نظر کنید.) ارتفاع کم می‌شود یا زیاد؟

### مسئله ۳

#### ستاره نوترونی چرخان

«تپ اختر میلی ثانیه‌ای» (Millisecond pulsar) منبعی نجومی از تابش تپهای کوتاه با پریودی در حدود یک تا چند میلی ثانیه می‌باشد. این تابش در محدوده امواج رادیویی قرار دارد و با یک گیرنده امواج رادیویی به خوبی می‌توان تپهای مجزا از هم را تشخیص داد و با دقت زیاد پریود آنها را اندازه گرفت.

تپهای رادیویی مذکور از ستاره‌های خاصی موسوم به ستاره‌های نوترونی سرچشمه می‌گیرند. این ستاره‌ها بسیار فشرده‌اند. جرم آنها از مرتبه بزرگی خورشید، اما شعاعشان فقط در حدود چند ده کیلومتر است. همچنین به دلیل دوران بسیار سریع به دور محورشان، ستاره‌های نوترونی اندکی پخ شده‌اند، یعنی شعاع آنها در استوا ( $r_e$ ) با شعاع آنها در قطب ( $r_p$ ) متفاوت است. فرض می‌کنیم شکل مقطعی از ستاره که

شامل محور آن است، يك بیضی با قطرهای تقریباً برابر (نزدیک دایره) باشد. ضریب پخش‌شدگی را با رابطه زیر تعریف می‌کنیم:

$$\epsilon = \frac{r_e - r_P}{r_P}$$

حال يك ستاره نوترونی با مشخصات زیر در نظر بگیرید.

جرم  $2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$

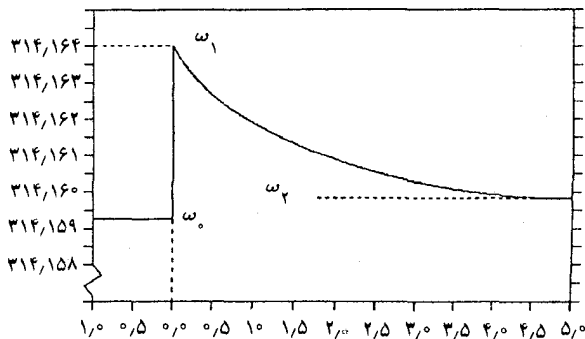
شعاع متوسط  $1.0 \times 10^4 \text{ m}$

پریود دوران  $2.0 \times 10^{-2} \text{ s}$

الف) ضریب پخش‌شدگی ستاره را حساب کنید. ثابت گرانش،  $G$  را برابر با  $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  فرض کنید.

در مدت زمان بسیار طولانی (طی سالها) دوران ستاره کند شده و انرژی از دست می‌دهد. این امر توأم با کاهش پخش‌شدگی ستاره است. از سوی دیگر ستاره دارای پوسته صلبی است که سیال داخل آن را در بر گرفته و در مقابل تغییر شکل پیوسته ستاره برای رسیدن به شکل دارای تعادل مخالفت می‌کند. لیکن زلزله‌های ستاره‌ای، منجر به تغییر شکل ناپیوسته پوسته به شکل دارای تعادل می‌شود. در خلال این زلزله‌ها و بعد از آن سرعت زاویه‌ای پوسته و سیال مطابق شکل ۱ تغییر می‌کند.

ب) با توجه به اطلاعات شکل ۱ و با این فرض که چگالی پوسته و سیال یکسان است شعاع سیال داخل ستاره را حساب کنید. (از تغییر شکل قسمت داخلی چشمپوشی کنید).



شکل ۱. تغییر شکل ناگهانی پوسته ستاره نوترونی به تغییر ناگهانی سرعت زاویه‌ای منجر می‌شود.

## مسئله تجربی

### تعیین بازده يك LED

در این آزمایش دو نوع نیمه هادی جدید به کار می رود. دیود تابنده (LED) و فوتودیود (PD). در يك LED، بخشی از انرژی الکتریکی صرف تحريك الكترونها به لایه های بالاتر انرژی می شود. وقتی يك الكترون تحريك شده به لایه پایینتر انرژی برمی گردد، فوتونی با انرژی  $E_{\text{photon}}$  تابش می شود، به طوری که

$$E_{\text{photon}} = \frac{hc}{\lambda}$$

در اینجا  $h$  ثابت پلانک،  $c$  سرعت نور و  $\lambda$  طول موج نور تابش شده است. بازده يك LED به صورت نسبت توان تابش شده،  $\varphi$ ، به توان الکتریکی مصرف شده  $P_{\text{LED}}$  تعریف می شود:

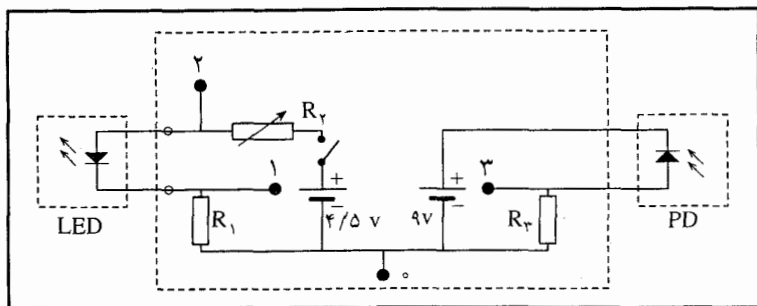
$$\varphi = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{LED}}}$$

در يك فوتودیود انرژی تابشی به انرژی الکتریکی تبدیل می شود. وقتی نور بر سطح حساس فوتودیود می تابد، بخشی از فوتونها (و نه تمام آنها)، تعدادی از الكترونها را از قید شبکه کریستالی آزاد می کنند. نسبت تعداد الكترونهاي آزاد شده در هر ثانیه  $N_e$ ، به تعداد فوتونهاي تابیده به فوتودیود در هر ثانیه  $N_p$ ، بازده کوانتومی نامیده می شود.

$$q = \frac{N_e}{N_p}$$

## روش آزمایش

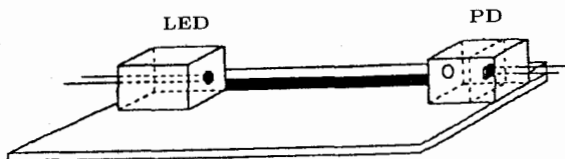
منظور از این آزمایش، تعیین بازده يك LED به صورت تابعی از جریان الکتریکی گذرنده از آن است. برای انجام این کار شدت نور تابیده از LED را به كمك يك فوتودیود اندازه گیری می کنیم. LED و فوتودیود در داخل دو جعبه جاسازی شده و در يك مدار الکتریکی مطابق شکل ۱ قرار گرفته اند. با اندازه گیری اختلاف پتانسیل دو سر LED و نیز دو سر مقاومتهاي  $R_p$  و  $R_s$  می توان اختلاف پتانسیلهاي دو سر LED و فوتودیود و نیز جریانهاي را که از هر يك می گذرد، تعیین کرد. (نقاط اندازه گیری، ۱



شکل ۱

در اینجا، از یک مولتی‌متر فقط برای اندازه‌گیری «ولتاژها» استفاده می‌کنیم. این کار با گذاشتن کلید اصلی روی «V» انجام می‌شود. مولتی‌متر به‌طور اتوماتیک مقیاس مناسب را انتخاب می‌کند. اگر روی صفحه نمایش مولتی‌متر کلمه AUTO دیده نشد، یکبار مولتی‌متر را خاموش کرده و دوباره آن را روی حالت «V» قرار دهید. اتصال به مولتی‌متر از طریق ورودی‌های «COM» و «V - Ω» صورت می‌گیرد.

جعبه‌های حاوی فوتودیود و LED را می‌توان آزادانه روی صفحه‌ای جابه‌جا کرد. در حالتی که دو جعبه درست روی یکدیگر قرار گیرند، LED، سوراخ جعبه حاوی فوتودیود و فوتودیود، در امتداد یک خط راست واقع می‌شوند. به شکل ۲ توجه شود.



شکل ۲

## داده‌ها

$q = 0,88$	بازده کوانتومی فوتودیود
$2,75 \times 2,75 \text{mm}^2$	متن سطح آشکارسازی فوتودیود
$635 \text{nm}$	طول موج نور تابش شده از LED
$100 \text{M}\Omega 200 \text{mv}$	مقاومت داخلی مولتی‌متر در مقیاسهای تا
$10 \text{M}\Omega$	و در مقیاسهای دیگر
$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{J.s}$	ثابت پلانک
$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$	کوانتوم بار الکتریکی
$C = 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$	سرعت نور در خلأ
$R_1 = 100 \Omega$	
$R_p =$ مقاومت متغیر	
$R_p = 1 \text{M}\Omega$	

## دستور کار

- قبل از تعیین بازده LED، باید ابتدا فوتودیود را کالیبره کنیم. به این منظور با توجه به این که از ابتدا درباره LED اطلاعات مشخصی نداریم، آزمایشی انجام دهید که نشان دهد جریانی که از فوتودیود می‌گذرد با شدت نوری که بر آن می‌تابد  $[I \text{ برحسب } \text{J.s}^{-1} \text{m}^{-2}]$  رابطه‌ای خطی دارد.
- جریانی که به ازای آن LED بیشترین بازده را دارد به دست آورید.
- به کمک آزمایش بازده ماکزیمم LED را تعیین کنید.

## توجه:

در این آزمایش، هیچ نمره‌ای برای تجزیه و تحلیل خطاها منظور نمی‌شود. لطفاً نتایج اندازه‌گیری خود را در جداول قرار داده و در نمودارها، کمیته‌ها (و واحدهای آنها) به روشنی مشخص شوند.

## بیست و دومین المپیاد بین المللی فیزیک

کوبا، ۱۳۷۰

### مسائل

#### مسئله ۱

کره صلب و همگنی به شعاع  $R$  در شکل ۱ نشان داده شده است. کره حول محور افقی که از مرکز جرم آن می‌گذرد با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  می‌چرخد. در ابتدا مرکز جرم کره ساکن و پایینترین نقطه کره در ارتفاع  $h$  از زمین قرار دارد. کره را در شرایط خلأ رها می‌کنیم تا تحت اثر گرانش سقوط کند. پس از برخورد با سطح زمین پایینترین نقطه کره تا ارتفاع مشخص  $\alpha h$  (برابر ارتفاع اولیه) به بالا می‌جهد. تغییر شکل کره و زمین هنگام برخورد ناچیز بوده و ضریب اصطکاک جنبشی میان آنها  $\mu_k$  معلوم است. زمان برخورد بسیار کوچک و متناهی است. جرم کره  $m$ ، شتاب ثقل  $g$ ، و لختی دورانی کره نسبت به محوری که از مرکز جرم آن می‌گذرد  $\frac{1}{2}mR^2$  است. مسئله را در دو حالت مجزای زیر حل کنید.

۱- در حالت اول نقطه تماس کره با زمین در تمام مدت برخورد روی زمین می‌لغزد. در این حالت کمیتهای زیر را حساب کنید:

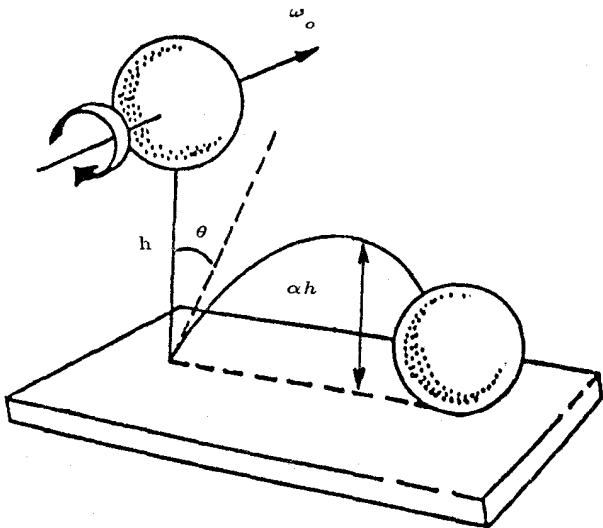
الف) تانژانت زاویه جهش  $\theta$  (به شکل ۱ نگاه کنید)

ب) فاصله افقی که مرکز جرم پس از اولین برخورد و قبل از برخورد دوم می‌پیماید.

ج) کمترین مقدار ممکن  $\omega$ .

۲- در حالت دوم پیش از آنکه برخورد کره با زمین پایان یابد، لغزش آن متوقف می‌شود. در این حالت نیز کمیتهای بند «الف» و «ب» حالت پیش را به دست آورید.

براساس نتایج به دست آمده از قسمتهای ۱ و ۲ نموداری تقریبی از رفتار  $\text{tg } \theta$  بر حسب  $\omega$  رسم کنید.



شکل ۱



## مسئله ۲

حلقه‌ای به شکل مربع به ضلع  $L$  شامل تعداد زیادی گویچه باردار است که ابعاد آنها قابل اغماض است. بار هر یک از گویچه‌ها  $q$  بوده و با سرعت  $u$  نظیر دانه‌های تسبیح دور حلقه می‌چرخند. فاصله هر دو گویچه متوالی  $a$  است که از  $L$  بسیار کوچکتر است. (به شکل ۱ نگاه کنید) تمام این کمیته‌ها از دید ناظر ساکن نسبت به حلقه در نظر گرفته شده است. رشته‌ای که حلقه از آن ساخته شده، عایق و دارای بار الکتریکی است که به طور همگن روی آن توزیع شده به طوری که دقیقاً بار گویچه‌ها را خنثا می‌کند. حال فرض کنید از دید ناظر آزمایشگاه، حلقه در صفحه خودش و در امتداد ضلع  $AB$  با سرعت  $v$  در یک میدان الکتریکی یکنواخت  $E$  در حال حرکت است. میدان  $E$  بر راستای سرعت  $v$  عمود بوده و مطابق شکل ۱ با صفحه حلقه زاویه  $\theta$  می‌سازد.

با در نظر گرفتن آثار نسبیتی و با صرف نظر کردن از تشعشع بارها، کمیته‌های زیر را از دید ناظر آزمایشگاه حساب کنید:

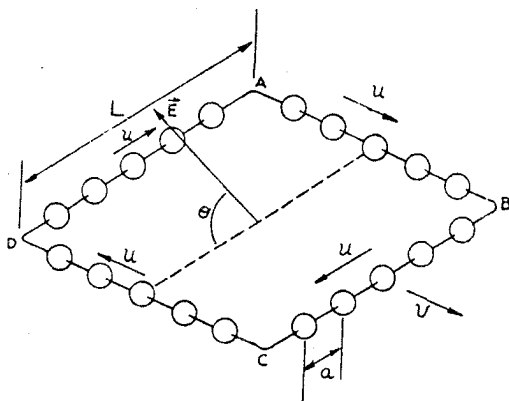
(الف) فاصله میان گویچه‌ها در هر قسمت حلقه:  $a_{DA}$  و  $a_{CD}$ ،  $a_{BC}$ ،  $a_{AB}$ ،  
 (ب) اندازه بار خالص (حلقه و گویچه‌ها روی هم) در هر قسمت حلقه:  $Q_{AB}$ ،  $Q_{BC}$ ،  $Q_{CD}$  و  $Q_{DA}$ .

(ج) اندازه گشتاور – نیروی ناشی از نیروهای وارده از طرف میدان الکتریکی به مجموعه حلقه و گویچه‌ها.

(د) انرژی  $W$  ناشی از برهم‌کنش مجموعه حلقه و گویچه‌ها با میدان الکتریکی. کلیه جوابها باید برحسب داده‌های صورت مسئله بیان شوند.

## توجه

- بار الکتریکی یک جسم به دستگاه مختصات بستگی ندارد.
- شکل ۱ فقط جهت بردارها را نسبت به یکدیگر نشان می‌دهد.



شکل ۱

### یادآوری پاره‌ای از روابط نسبیت خاص:

۱- هرگاه دستگاه  $S'$  با سرعت  $v$  در امتداد  $x$  نسبت به دستگاه  $S$  در حرکت باشد و ذره‌ای با سرعت  $u'$  در امتداد  $x'$  نسبت به ناظر  $S'$  حرکت کند اندازه سرعت آن از دید ناظر  $S$  برابر است با:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

۲- هرگاه طول میله‌ای از دید ناظر ساکن نسبت به آن  $L_0$  باشد، ناظری که نسبت به میله با سرعت  $v$  در امتداد میله حرکت می‌کند، طول آن را به اندازه  $L$  می‌بیند، به طوری که:

$$L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L_0$$

### مسئله ۳

برای مطالعه خواص يك اتم مجزا با دقت زیاد، باید اتمها را برای مدت زمان معینی تقریباً ساکن و محصور در ناحیه کوچکی از فضا نگه داشت. اخیراً روشی برای این کار عرضه شده است. این روش خنک کردن لیزری (Laser Cooling) نام گرفته

اساس آن در زیر توضیح داده می‌شود.

در يك محفظه خلا، باریکه کاملاً موازی شده‌ای از اتمهای  $\text{Na}^{23}$  که از تبخیر نمونه‌ای در دمای  $10^3 \text{K}$  به دست می‌آید، از روبه‌رو با باریکه نور لیزر با شدت زیاد مواجه می‌شود (شکل ۱-الف). فرکانس نور لیزر به نحوی انتخاب می‌شود که فوتونها، با اتمهایی که سرعت  $v_0$  دارند، جذب تشدیدي (resonant absorption) کنند. بر اثر جذب نور، اتم به اولین تراز برانگیخته با انرژی  $E$  و پهنای  $\Gamma$  می‌رود. سرعت اتم نیز به مقدار  $\Delta v_1 = v_1 - v_0$  تغییر می‌کند (شکل ۱-ب). پس از آن اتم مجدداً نور تابش می‌کند و به حالت پایه خود برمی‌گردد. در نتیجه اندازه سرعت آن به مقدار  $\Delta v' = v'_1 - v_1$  تغییر می‌کند و راستای حرکتش نیز به اندازه زاویه  $\varphi$  منحرف می‌شود (شکل ۱-ج). این سلسله جذب و تابش بارها اتفاق می‌افتد تا تغییر سرعت اتم به میزان  $\Delta v$  رسیده و دیگر امکان جذب تشدیدي نور در فرکانس  $\nu$  از بین می‌رود. در این حالت لازم است فرکانس نور لیزر را تغییر داد تا بتوان جذب تشدیدي در فرکانس جدید را برقرار نمود. به این ترتیب کند کردن اتمها ادامه می‌یابد تا سرانجام سرعت برخی از آنها به صفر نزدیک شود.

در اولین تقریب می‌توان از هر نوع اندرکش اتمی غیر از جذب خودبه‌خودی (Spontaneous absorption) و گسیل نور (emission) چشمپوشی نمود. علاوه بر آن فرض می‌کنیم که نور لیزر به قدری قوی است که اتم هیچ زمانی را در حالت پایه نمی‌گذراند.

## داده‌ها

$$E = 3,36 \times 10^{-19} \text{J} \quad \Gamma = 7,0 \times 10^{-17} \text{J} \quad c = 3,0 \times 10^8 \text{m/s}$$

$$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{kg} \quad h = 6,62 \times 10^{-34} \text{Js} \quad k = 1,38 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$$

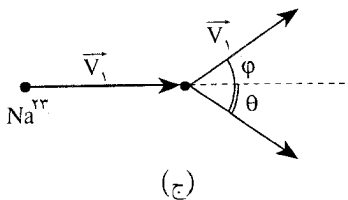
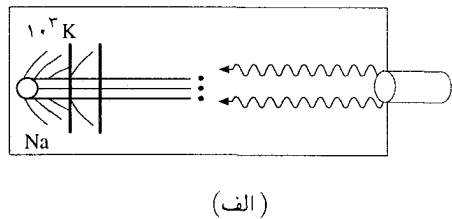
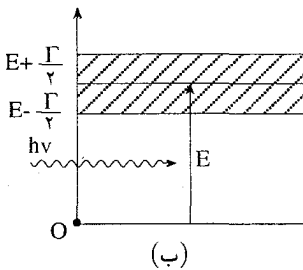
$c$  سرعت نور،  $h$  ثابت پلانک،  $k$  ثابت بولتسمان و  $m_p$  جرم پروتون است.

## پرسشها:

الف) فرکانس نور لیزر را چه مقدار انتخاب کنیم تا با اتمهایی که انرژی جنبشی آنها برابر با میانگین انرژی جنبشی اتمهای ناحیه قبل از موازی ساز است، جذب تشدیدی انجام دهد؟ پس از نخستین عمل جذب، تغییر سرعت این اتمها  $\Delta v$  چه قدر است. ب) اتمهایی که نور دارای فرکانس محاسبه شده در قسمت الف را جذب می کنند در چه بازه ای از سرعت  $\Delta v$  قرار دارند.

ج) برای هر بار تابش، بیشترین زاویه انحراف از راستای اولیه،  $\varphi_m$  چه قدر است.

د) بدون تغییر فرکانس  $\nu$  حداکثر مقدار کاهش سرعت،  $\Delta v$  چه قدر است؟ ه) تقریباً چند عمل جذب - تابش،  $(N)$  لازم است تا سرعت  $v$  یک اتم را که در مسیر مستقیم حرکت می کند (مطرح شده در قسمت الف) تقریباً به صفر برساند. و) این کار چه مدت زمان  $\Delta t$  طول می کشد و در این مدت اتم چه مسافت  $\Delta s$  را طی می کند.



شکل ۱

## مسئله تجربی

داخل يك جعبه سیاه با سه خروجی  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه قطعه الکتریکی متفاوت قرار داده شده است که هر کدام، یکی از قطعات زیر می تواند باشد:

باتری

مقاومت بزرگتر از  $100\ \Omega$

خازن بزرگتر از  $1\ \mu F$

دیود نیمه هادی

(الف) معین کنید چه قطعاتی داخل جعبه قرار گرفته و وضعیت قرارگرفتن آنها نسبت به خروجی های  $A$ ،  $B$  و  $C$  چگونه است. مدارهایی که برای تعیین قطعات داخل جعبه و وضعیت قرارگرفتن آنها به کار می برید را رسم کنید.

(ب) اگر باتری داخل جعبه است، نیروی محرکه آن را تعیین کرده، مداری را که در آزمایش به کار برده اید، رسم کنید.

(ج) اگر مقاومت داخل جعبه وجود دارد، مقدار آن را تعیین کنید. مدار استفاده شده را نیز رسم کنید.

(د) اگر خازن داخل جعبه هست، ظرفیت آن را معین کنید. مدار به کار برده را نیز رسم کنید.

(ه) اگر دیود داخل جعبه قرار دارد، ولتاژهای  $V_z$  و  $V_s$  آن را تعیین کنید. ولتاژ آستانه پیش ولتاژ مستقیم (Forward Bias) و ولتاژ شکست در پیش ولتاژ معکوس دیود (Reverse Bias) است.

(و) برای هر يك از کمیتهای محاسبه شده، حدود خطا را تخمین بزنید.

وسایل و ابزار زیر در اختیار شما قرار داده می شود:

– يك جعبه سیاه با سه خروجی  $A$  و  $B$  و  $C$

– يك منبع تغذیه  $DC$  متغیر

– دو مولتی متر  $1W$  چند کاره

– ده رشته سیم رابط

– دو تخته اتصال

– يك مقاومت  $100\text{ k}\Omega$  با دقت ٥٪

– يك مقاومت  $10\text{ k}\Omega$  با دقت ٥٪

– يك مقاومت  $1\text{ k}\Omega$  با دقت ٥٪

– يك خازن  $100\text{ }\mu\text{F}$  با دقت ٢٠٪

– كرونومتر

– دو برگ كاغذ

– يك گونيا

– كليد قطع و وصل

### مقاومت داخلي ولتметр

دقت	اندازه مقاومت بر حسب $\text{k}\Omega$	مقياس (Range)
١٪	٣٫٢	٠ – ١
١٪	١٠	٠ – ٣
١٪	٣٢	٠ – ١٠
١٪	٦٤	٠ – ٢٠
١٪	٢٠٠	٠ – ٦٠

### مقاومت داخلي آمپرمتر

دقت	اندازه مقاومت بر حسب $\text{k}\Omega$	مقياس (Range)
١٪	١٠٠٠	٠ – ٠٫٣ mA
١٪	٢٦٣	٠ – ١ mA
١٪	٩٤	٠ – ٣ mA
١٪	٣٠٫٤	٠ – ١٠ mA
١٪	٩٫٨٤	٠ – ٣٠ mA
١٪	٣٫٠٩	٠ – ١٠٠ mA
١٪	٠٫٩٩	٠ – ٣٠٠ mA
١٪	٠٫٣١	٠ – ١ A

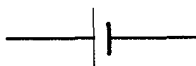
### توجه:

از مولتی متر  $1W$  به عنوان اهم متر استفاده نکنید. مدار را در مقابل جریانهای زیاد محافظت کنید و از جریانهای بزرگتر از  $20\text{mA}$  استفاده نکنید.

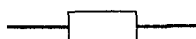
نتایج آزمایش خود را با استفاده از جدول و منحنی بیان کنید. برای رسم مدارها از علامتهای زیر استفاده کنید.



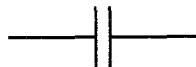
منبع تغذیه متغیر



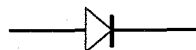
باطری



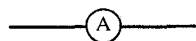
مقاومت



خازن



دیود نیمه‌هادی



آمپر متر



ولت متر

## بیست و سومین المپیاد بین الملل فیزیک

فنلاند، ۱۳۷۱

### مسائل

#### مسئله ۱

#### ماهواره چرخان

ماهواره‌ای را در نظر بگیرید که در یک مدار دایره‌ای واقع در صفحه استوانه‌ای زمین به دور آن می‌چرخد. این ماهواره از یک جسم مرکزی  $P$  و چهار جسم  $B$  به جرم  $m$  که در پیرامون آن قرار گرفته و به وسیله میله‌های صلب سبک و باریکی به طول  $r$  به  $P$  وصل شده‌اند، تشکیل شده است (شکل ۱). هر پنج جسم ( $P$  و  $B$ ها) در ضمن حرکت خود همواره در صفحه استوا قرار دارند. چهار میله شعاعی که جرمهای  $B$  را به  $P$  وصل کرده‌اند، خودشان توسط میله‌های سبک دیگری به هم متصل شده‌اند، به طوری که زاویه بین آنها ثابت و برابر  $90^\circ$  باقی بماند و از حرکت نوسانی اجرام  $B$  جلوگیری شود. در نتیجه مجموعه اجرام  $B$  و بازوهای اتصال دهنده آنها به  $P$  نظیر



يك جسم صلب با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  (از دید ناظری که نسبت به ستاره‌های دور دست ساکن است) حول نقطه  $P$  می‌چرخند.

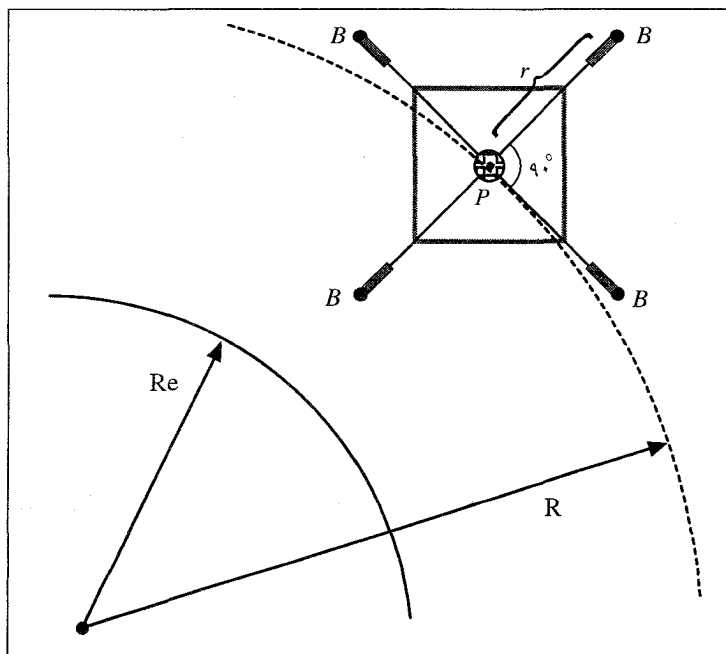
در این مسئله شما باید به پرسشهای زیر برای تمام حالات ممکنه و به‌طور کلی جواب داده و نتایج عددی را برای پرسشهای ۱ و ۲ به دست آورید. مقادیر عددی کمیت‌های مورد نیاز، در پایان مسئله داده شده است.

۱ - نیرویی که میله متصل به یکی از اجرام  $B$  در محل اتصال به آن وارد می‌کند را برای حالات زیر حساب کنید.

الف)  $\vec{r}$  و  $\vec{R}$  همجهتند.

ب)  $\vec{r}$  و  $\vec{R}$  در خلاف جهت یکدیگرند.

ج)  $\vec{r}$  و  $\vec{R}$  بر یکدیگر عمود هستند. به شکل ۱ نگاه کنید.



شکل ۱

حالات ذکر شده موقعیتهایی را شامل می‌شود که نیروی مذکور به طور تقریبی، کمترین یا بیشترین مقدار را دارد. ( $\vec{r}$  بردار مکان  $B$  مورد نظر نسبت به  $P$  و  $\vec{R}$  بردار مکان  $P$  نسبت به مرکز زمین است).

۲- درون هریک از اجرام  $B$  دستگاه مخصوصی کار گذارده شده که به میله اتصال شعاعی وصل شده و با انرژی خورشیدی کار می‌کند. طرز کار این دستگاهها به این ترتیب است که هرگاه نیروی وارد شده از طرف میله بر جسم  $B$  ماکزیمم شود، در مدت زمان کوتاهی جسم  $B$  را کمی به نقطه  $P$  نزدیک می‌کند و هرگاه این نیرو مینیمم شود، آن را کمی از نقطه  $P$  دور می‌کند، به طوری که این تغییر فاصله در هر دو حالت  $1^\circ 7^\circ$  طول متوسط میله شعاعی است. به این ترتیب پس از زمان کافی طول متوسط میله‌ها ثابت می‌ماند.

توان خالص متوسط هریک از دستگاهها را که به صورت زیر تعریف می‌شود، در یک پریود حساب کنید.

= توان خالص متوسط در هر پریود

$$\left[ \frac{\text{کار دستگاه در دور کردن جرم } B \text{ از } P}{\text{کار دستگاه در کشیدن جرم } B \text{ به طرف } P} \right]$$

پریود دوران ماهواره به دور خودش

۳- در مورد تغییرات کمیتهای فیزیکی مربوط به حرکت ماهواره به واسطه عمل دستگاهها بحث کنید. به ویژه امکان تغییراتی که در جدول صفحه بعد بیان شده‌اند را تجزیه و تحلیل کنید. نتایج خود را در یک جدول و روی یک برگه مجزا بیان کنید. به راهنماییهای پایان مسئله توجه کنید.

## داده‌ها

- ۱- شعاع  $R$  مدار جسم مرکزی  $(R_e + 500 \text{ km})$  است.
- ۲- طول متوسط میله‌های شعاعی  $r = 100 \text{ km}$  است. در نتیجه قطر دستگاه ماهواره  $200 \text{ km}$  می‌باشد.
- ۳- جرم هریک از اجرام  $m = 1000 \text{ kg}$  است.

## جدول پاسخهای پرسش سوم - مسئله ۱

این جدول را به عنوان بخشی از جواب خود و به صورت تساویها یا نامساویهایی (یا در صورت لزوم عبارات کوتاه) که بیان می‌کنید، پر کنید.

تحت هر شرایطی ثابت می‌ماند	ثابت می‌ماند اگر	کاهش می‌یابد اگر	افزایش می‌یابد اگر	کمیت فیزیکی مورد نظر
				سرعت مداری ماهواره
				شعاع $R$ مدار ماهواره
				سرعت زاویه‌ای $\omega$ دوران ماهواره به دور خودش
				انرژی پتانسیل گرانشی ماهواره

آیا ماهواره در اثر کار دستگاهها می‌تواند به مدار بالاتری برود

خیر

بله

آیا ماهواره می‌تواند تا هر ارتفاع دلخواهی بالا برود و عملاً از حوزه جاذبه گرانشی زمین خارج شود؟ چرا؟

جواب

۴- اجسام  $B$  نسبت به ناظر متصل به ستارگان ثابت در ابتدا  $۱۰$  دور در ساعت به دور  $P$  می چرخند .

۵- جرم میله‌ها و نیز جرم جسم مرکزی  $P$  قابل چشمپوشی است .

## توجه

- برای دوران ماهواره به دور خودش هر دو جهت  $\omega$  را در نظر بگیرید .
- حل دقیق معادلات مورد نظر نیست . نتایج با  $۵\%$  تقریب مورد قبول هستند .
- از آثار گرانشی ماه و خورشید چشمپوشی شود .

## نابتهای فیزیکی مفید:

$$M_e = ۵,۹۷ \times ۱۰^{۲۴} \text{kg} \quad \text{جرم زمین}$$

$$G = ۶,۶۷۳ \times ۱۰^{-۱۱} \text{m}^2 \text{kg}^{-۱} \text{s}^{-۲} \quad \text{ثابت گرانش}$$

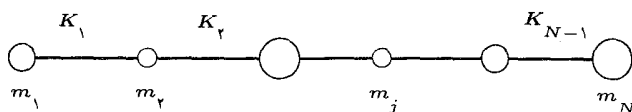
$$R_e = ۶۳۷۸ \text{km} \quad \text{شعاع زمین در استوا}$$

$$K = ۳,۹۸۳ \times ۱۰^{۱۴} \text{m}^2 \text{s}^{-۲} \quad : \quad K = M_e G \quad \text{با فرض}$$

## مسئله ۲

در این مسئله حرکت طولی يك مولکول خطی، یعنی حرکتی که در راستای محور مولکول است بررسی می شود و حرکت چرخشی و یا خم شدن مولکول مورد نظر نیست . مولکولی را در نظر بگیرید که از  $N$  اتم با جرمهای  $m_1, m_2, \dots, m_N$  تشکیل شده است، که تنها با یکدیگر برهمکنش دارند . هر اتم با اتمهای مجاور پیوند شیمیایی دارد و هر پیوند را می توان با يك فنر بدون جرم که از قانون هوك پیروی می کند مشابه دانست . ثابت فنرها مطابق شکل ۱ به ترتیب  $k_1, k_2, \dots, k_{N-1}$  است .

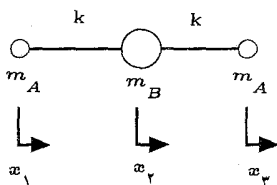
حرکت ارتعاشی طولی يك مولکول خطی از برهم نهی حرکتهای ارتعاشی جداگانه که وجههای طبیعی دستگاه نامیده می شوند، تشکیل شده است . در هر وجه طبیعی تمام اتمها نوسان هماهنگ با يك فرکانس واحد داشته و همزمان از نقطه تعادلشان می گذرند .



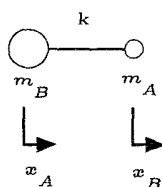
شکل ۱

الف) جابه‌جایی مختصات  $i$  از نقطه تعادلش را  $x_i$  بنامید. نیروی  $F_i$  که بر اتم  $i$  وارد می‌شود را برحسب جابه‌جاییهای  $x_1, x_2, \dots, x_N$  و ضرایب ثابت فنرهای  $k_1, k_2, \dots, k_{N-1}$  پیوندها بنویسید. یک رابطه میان نیروهای  $F_1, F_2, \dots, F_N$  بیابید و به کمک آن رابطه‌ای میان جابه‌جاییهای  $x_1, x_2, \dots, x_N$  به‌دست آورده و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید.

ب) حال حرکت یک مولکول دو اتمی  $AB$  شکل ۲ که ثابت فنر پیوند آن  $k$  است را در نظر بگیرید یک رابطه میان نیروهای وارد بر اتمهای  $A$  و  $B$  به‌دست آورده و نوع حرکت‌های ممکن مولکول را تعیین کنید. فرکانسهای ارتعاش مولکول را معین و نتیجه به‌دست آمده را تعبیر کنید. به‌خصوص این نکته را توجیه کنید که چگونه ممکن است اتمهای با جرم متفاوت با یک فرکانس ارتعاش کنند.



شکل ۳



شکل ۲

ج) حرکت یک مولکول سه اتمی  $A_2B$  را مطابق شکل ۳ در نظر بگیرید. نیروی برآیند وارد بر هر یک از اتمها را صرفاً برحسب جابه‌جایی همان اتم به‌دست آورید. حرکت‌های ممکن مولکول را نتیجه‌گیری کرده و فرکانسهای ارتعاش را به‌دست آورید.

د) فرکانسهای دووجه از ارتعاشهای طولی مولکول  $\text{CO}_2$  به ترتیب  $3,998 \times 10^{13}$  و  $7,042 \times 10^{13}$  هرتز هستند. سعی کنید مقدار عددی ثابت فتر مشابه پیوند  $\text{CO}$  را به دست آورید. بنظر شما تا چه حد تشابه پیوند شیمیایی با فتر می تواند حرکت ارتعاشی يك مولکول حقیقی را توصیف کند.

جرم اتمی نسبی کربن ۱۲، اکسیژن ۱۶ و واحد جرم اتمی  $1,666 \times 10^{-27} \text{kg}$  است.

است.

### مسئله ۳

#### ماهواره در معرض تابش خورشید

در این مسئله دمای يك ماهواره فضایی محاسبه می شود. فرض می کنیم که بدنه اصلی ماهواره، کره ای به قطر يك متر و تمام پیکره آن دارای دمای یکنواختی باشد. دورتادور سطح کره ماهواره با لایه پوششی یکسانی پوشیده شده است. ماهواره در نزدیکی زمین قرار گرفته اما در سایه آن نیست.

دمای سطح خورشید (دمای مربوط به جسم سیاه)  $T_{\text{sun}}$  برابر  $6000^\circ \text{K}$ ، شعاع آن  $6,96 \times 10^8 \text{m}$  و فاصله اش تا زمین  $1,5 \times 10^{11} \text{m}$  است. ماهواره تحت اثر تابش نور خورشید طوری گرم می شود که در حالت تعادل توان تشعشعی جسم سیاه مربوط به سطح آن با توان جذب شده از نور خورشید برابر است. توان تابش شده از واحد سطح يك جسم سیاه از قانون استفان-بولتسمان  $P = \sigma T^4$  به دست می آید، که در آن  $\sigma$  يك ثابت جهانی و برابر با  $5,67 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2} \text{k}^{-4}$  است. در تقریب اول می توان هم خورشید و هم ماهواره را جسم سیاه دانست، به نحوی که تمام تشعشع الکترومغناطیسی را که بر سطح آنها می تابد جذب می کنند.

الف) عبارتی برای دمای ماهواره یافته و مقدار عددی آن را به دست آورید.

ب) طیف تشعشعی جسم سیاهی که در دمای  $T$  قرار دارد،  $u(T, f)$  از قانون

پلانک پیروی می کند:

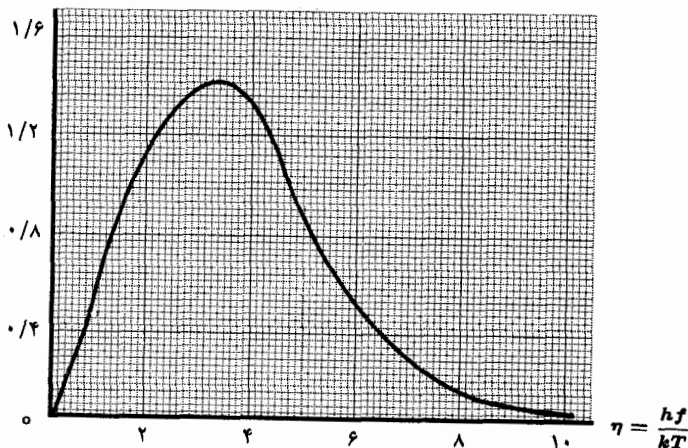
$$u(t, f)df = \frac{8\pi k^4 T^4}{15c^3 h^3} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

که در آن  $\eta = \frac{hf}{kT}$  و چگالی انرژی مربوط به تشعشع الکترومغناطیسی در بازه فرکانسی  $[f, f + df]$  است. ثابتهای فیزیکی این رابطه عبارتند از:  $h = ۶٫۶ \times ۱۰^{-۳۴} \text{Js}$  و  $c = ۳٫۰ \times ۱۰^۸ \text{m/s}$  و  $k = ۱٫۴ \times ۱۰^{-۲۳} \text{J/K}$  به ترتیب ثابت بولتسمان، سرعت نور و ثابت پلانک هستند. با انتگرال گیری روی تمام فرکانسها و تمام جهات تابش در فضا، توان تشعشعی کل در واحد سطح جسم سیاه به صورت  $P = \sigma T^4$  به دست می آید که با قانون استفان - بولتسمان مطابقت دارد  $\left( \sigma = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} \right)$ . شکل ۱ طیف تشعشعی بهنجار شده را که به صورت

$$\frac{c^2 h^3}{\lambda \pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4}$$

تعریف می شود، به عنوان تابعی از  $\eta$  می دهد.

$$\frac{c^2 h^3}{\lambda \pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4}$$



شکل ۱

در بسیاری از کاربردهای ماهواره ای لازم است که ماهواره تا آنجا که ممکن است خنک نگه داشته شود. برای سرد نگهداشتن ماهواره مهندسين از يك لايه پوششی منعكس کننده استفاده می کنند که نورهای با فرکانس بالاتر از يك فرکانس قطع را

تماماً منعکس کرده و در ضمن از بیرون رفتن تشعشع حرارتی مربوط به فرکانسهای پایینتر از آن جلوگیری نمی‌کند. فرض کنید برای این فرکانس قطع داشته باشیم:

$$\frac{hf_{cut}}{k} = 1200 \text{ K}$$

در این حالت دمای نهایی تعادل ماهواره را تخمین بزنید. جواب کاملاً دقیق مورد نظر نیست. از انتگرال‌گیریهای دشوار بپرهیز کنید و در جایی که لازم است از تقریب استفاده کنید. نتیجه انتگرال معین زیر را مفروض بگیرید:

$$\int_0^{\infty} \frac{\eta^3 d\eta}{e^{\eta} - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

ماکزیم تابع  $\frac{\eta^3}{e^{\eta} - 1}$  در  $\eta = 2.82$  اتفاق می‌افتد و برای  $\eta$  های کوچک می‌توانید از بسط زیر برای تابع نمایی استفاده کنید.

$$e^{\eta} = 1 + \eta$$

ج) حال يك ماهواره واقعی را در نظر بگیرید که دارای باتریهای گسترده خورشیدی بوده و انرژی تلف شده در مدارهای الکترونیکی داخل آن به صورت چشمه حرارتی دیگری سبب گرم شدن ماهواره می‌شود. فرض کنید انرژی حرارتی در داخل ماهواره با توان ۱kW تولید شود. در این صورت دمای ماهواره با توجه به شرایطی که در بند «ب» بیان شد، چه خواهد بود.

د) يك سازنده وسایل ماهواره‌ای نوعی پوشش ماهواره‌ای با مشخصات زیر را آگهی کرده است: «این پوشش بیش از ۹۰٪ تمام تشعشعی را که به آن می‌رسد (چه در طیف نور مرئی و چه در ناحیه مادون قرمز) منعکس می‌کند و در عین حال قادر است به سان يك جسم سیاه در تمام فرکانسها (نور مرئی و مادون قرمز) تابش کند و در نتیجه بخش اعظمی از گرمای ماهواره را به بیرون هدایت کند. به این ترتیب به کمک این پوشش می‌توان دمای ماهواره را تا آنجا که ممکن است پایین نگاهداشت.»

به نظر شما چنین پوششی می‌تواند وجود داشته باشد؟ اگر آری چرا و اگر نه چرا؟  
ه) لایه پوششی يك جسم کروی نظیر ماهواره‌ای که در این مسئله در نظر گرفتیم، چه خواصی داشته باشد تا دمای جسم بالاتر از دمایی که در بند «الف» مسئله حساب کردیم برود.



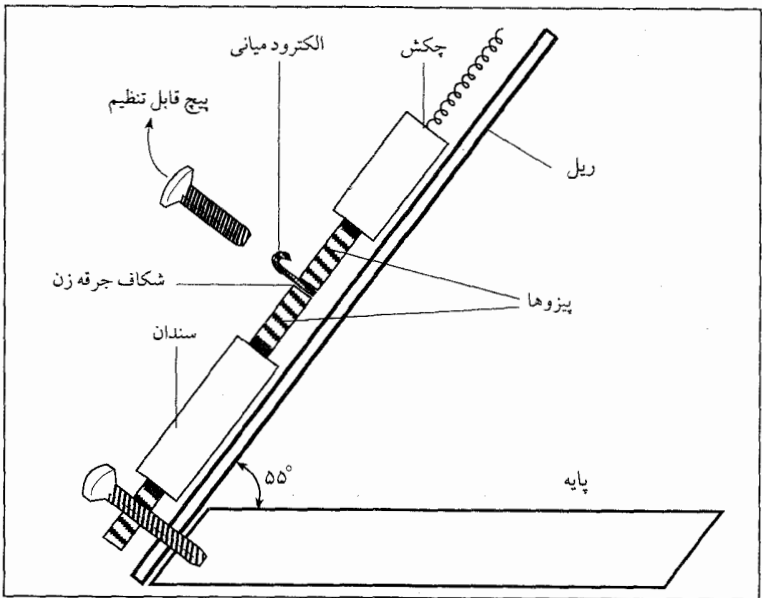
## مسئله تجربی ۱

## تعیین آستانه تخلیه الکتریکی هوا

در این مسئله تجربی، «آستانه تخلیه الکتریکی» (Electric Breakdown) هوای اتاق به وسیله ولتاژ بالای تولید شده به وسیله اجسام پیزوالکتریک بررسی می‌شود. دستگاهی که برای این آزمایش به کار می‌بریم، از ریل شیب‌داری که وزنه  $m$  می‌تواند روی آن بلغزد مطابق شکل ۱ ساخته شده است. وزنه  $m$  در پایان مسیر خود همچون چکش بر قسمتی از دستگاه که از دو جسم پیزوالکتریک استوانه شکل ساخته شده کوفته شده و آنها را می‌فشارد. فشردن اجسام پیزوالکتریک منجر به باردار شدن دو سر آنها می‌شود. ولتاژی که به این طریق تولید شده به دو سر یک شکاف جرقه‌زن، که از دو الکترود مقابل هم با فاصله قابل تنظیم درست شده، منتقل می‌شود. اگر عرض شکاف (فاصله الکترودها) به اندازه کافی کوچک باشد، یک جرقه که با چشم معمولی نیز قابل رؤیت است، در میان آن خواهیم داشت. ولی اگر عرض شکاف زیاد باشد، جرقه‌ای وجود نخواهد داشت. کمترین ولتاژی که می‌تواند در یک شکاف با عرض مشخص تولید جرقه کند، «ولتاژ شکست» آن شکاف نامیده می‌شود. شما باید ولتاژ شکست را به عنوان تابعی از عرض شکاف بیابید، خطاهای خود را تخمین بزنید، و در مورد ماهیت خطاهای مختلف بحث کنید. همچنین درباره معتبر بودن یا نبودن نتیجه این آزمایش در حالت کلی و در شرایط فیزیکی دیگری که ممکن است این تخلیه الکتریکی انجام شود بحث کنید.

در گزارش خود به این نکات نیز توجه کنید:

- مراحل مختلف آزمایش خود را با ذکر جزئیات شرح دهید.
- در جملات کوتاهی توضیح دهید که با دشواریهای عملی مربوط به اندازه‌گیریها چگونه مواجه شده‌اید.
- شماره سریال پیزوهای دستگاه خود را که روی آنها نوشته شده است در گزارش بنویسید.



شکل ۱

## تئوری اجسام پیزوالکتریک

در اینجا در صدد ارائه تئوری کامل اجسام پیزوالکتریک نیستیم و تجزیه و تحلیل تقریبی زیر را کافی می‌دانیم:

یک جسم پیزوالکتریک را می‌توان به صورت ترکیبی از یک خازن الکتریکی و یک فنر، مدل سازی کرد. قاعده‌های جسم استوانه‌ای شکل پیزوالکتریک را می‌توان به سان خازن تصور کرد به طوری که بر اثر فشرده شدن، بار الکتریکی از یکی از صفحات به سمت دیگری حرکت کرده، خازن باردار و در نتیجه بین دو سر آن اختلاف پتانسیل الکتریکی برقرار می‌شود. اندازه بار الکتریکی جابه‌جا شده بین صفحات خازن با میزان فشردن متناسب است. این فرایند در جهت عکس هم برقرار است، به این ترتیب که هنگامی که نیروی فشارنده برداشته می‌شود، جابه‌جایی بارها در جهت عکس اتفاق

می‌افتد.

مثال: رویدادهای متوالی ۱، ۲ و ۳ زیر را در مورد يك پیزو به ظرفیت  $C$  در

نظر بگیرید:

۱ - يك نیرو به پیزو وارد می‌شود. ۲ - پیزو به طور لحظه‌ای اتصال کوتاه می‌شود.

۳ - نیرو برداشته می‌شود. در رویداد ۱ بار  $Q$  از يك طرف پیزو به طرف دیگر آن منتقل شده و ولتاژ  $U = \frac{Q}{C}$  بین دوسر آن ظاهر می‌شود. در رویداد ۲ اختلاف پتانسیل آن صفر می‌شود ( $U = 0$ ) و در رویداد ۳ اختلاف پتانسیل  $-U$  در جهت مخالف برقرار می‌شود.

ظرفیت الکتریکی خازن پیزوالکتریک را با  $C_p$  نشان می‌دهیم. اگر فرض کنیم نیروی فشارنده‌ای کار مکانیکی  $E$  را در فشردن يك پیزوی بدون بار انجام داده باشد، کسر  $KE$  از آن به صورت انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن  $C_p$  در می‌آید. اندازه ثابت  $k$  بستگی به نوع ماده‌ای دارد که پیزو از آن ساخته شده است. پیزوی به کار رفته در آزمایشی که شما انجام می‌دهید، بنابه گزارش کارخانه سازنده آن دارای ثابت  $K = 0.5$  است.

## نحوه انجام آزمایش

وسیله آزمایشی شما طوری طراحی شده است که طرف مثبت پیزوها (سمتی که بر اثر فشرده شدن بار مثبت پیدا می‌کند و در شکل با علامت + مشخص شده است) به یکدیگر متصل هستند و از میان آنها الکتروده میانی که به عنوان يك طرف شکاف جرقه‌زن عمل می‌کند، خارج شده است.

در این آزمایش وزنه  $m$  پس از سقوط، با انتهای بالایی پیزوی بالایی تماس الکتریکی برقرار کرده و از این طریق آن را به ریل فلزی دستگاه تماس می‌دهد. مطابق شکل در زیر پیزوها نیز جسم دیگری قرار دارد که آن را سندان می‌نامیم. نیروی فشارنده در نتیجه عمل توام چکش و سندان پدید می‌آید. سندان به وسیله يك تکه لاستیک نرم به بدنه دستگاه وصل شده است به طوری که هنگام برخورد چکش هیچ نیروی برخوردی ناگهانی از سندان به دستگاه سطح شیبدار منتقل نمی‌شود. انتهای پایینی

پیزوی پایین به وسیلهٔ سندان در تماس الکتریکی با ریل قرار دارد. همچنین يك سیم مسی ریل دستگاه را به پیچ قابل تنظیمی که به عنوان الکتروود دیگر شکاف جرعه زن عمل می کند، متصل کرده است.

در بالای ریل مانعی قرار گرفته است که حداکثر طول مسیر حرکت چکش را به ۱۰ cm محدود می کند. سعی نکنید این مانع محدودکننده را از جایی که قرار گرفته بالاتر ببرید. اگر به هیچ وجه نتوانستید جرعه ای را مشاهده کنید، با ممتحن تماس بگیرید. دو روش برای مشاهدهٔ جرعه ها امکانپذیر است:

- ۱ - مشاهدهٔ مستقیم جرعه ها با چشم، که در این صورت لازم است پیچ قابل تنظیم با سیم مسی مستقیماً به ریلی که چکش روی آن می لغزد وصل باشد.
- ۲ - احساس کردن جرعه به وسیلهٔ انگشت، که در این حالت باید سیم مسی ذکر شده را قطع کرده و به جای آن يك انگشت خود را به پیچ قابل تنظیم و انگشت دیگر را به ریل تماس دهید. در این حالت جریان ناشی از جرعه از انگشتان شما عبور کرده و در صورتی که جرعه ای زده شود، آن را احساس خواهید کرد. از هریک از دو روش ذکر شده و یا از هر دوی آنها می توانید استفاده کنید. علاوه بر سطح شیبدار و وسایل نصب شده روی آن، يك گونیا، يك پیچ گوشتی كوچك و چند برگ کاغذ رسم نمودار در اختیار شما قرار می گیرد.

## داده ها

$$g = 9,82 \text{ m/s}^2 \quad \text{شتاب ثقل در فنلاند:}$$

$$C_p = 20 \text{ PF} \pm 2 \text{ PF} \quad \text{ظرفیت الکتریکی هر کدام از پیزوها:}$$

$$m = 34,6 \pm 0,1 \text{ g} \quad \text{جرم چکش:}$$

جرم سندان و مجموعه پیزوها روی هم (که باید مجموعه آنها را مثل يك جسم به حساب آورد):  $M = 17,5 \pm 0,5 \text{ g}$

گام پیچ تنظیم (تغییر مکان پیچ به ازاء يك دور چرخش):  $0,8 \text{ mm}$

زاویهٔ شیب ریل نسبت به افق:  $55^\circ \pm 1$

## تذکره:

- ۱- خازن مربوط به پیرو مقاومت نشی (Leak resistance) زیادی دارد و بار الکتریکی خود را تا مدت زیادی نگه می‌دارد. این نکته را در طراحی آزمایش خود مدنظر داشته باشید.
- ۲- مقدار بار الکتریکی تولید شده روی صفحات پیرو آن قدر کوچک است که برای انسان خطرناک نیست و در نتیجه جرقه تولید شده بی‌خطر اما قابل احساس است.
- ۳- احتمال کمی دارد که بر اثر ضربات مکرر، پیروها بشکنند. اگر چنین چیزی رخ داد ممتحن را خبر کنید. تعدادی پیرو به صورت یدک وجود دارد. برای اجتناب از شکستن پیروها، قبل از هر برخورد اطمینان حاصل کنید که مجموعه آنها به طور مناسبی روی ریل قرار گرفته و ضربه وارد به آنها به خوبی به سندان منتقل می‌شود. همچنین چکش را توسط نخ‌کی که به آن بسته شده در ارتفاع مورد نظر نگه دارید و سپس رها کنید تا به نرمی و بدون پرشهای نامناسب به پایین بلغزد.
- ۴- ظرفیت الکتریکی شکاف جرقه‌زن بسیار ناچیز بوده و احتیاجی به در نظر گرفتن آن نیست.

## مسئله تجربی ۲

## توری پراش و فیلترهای نوری

وسایل زیر در اختیار شماست :

- يك چراغ قوه كوچك

- يك توری انعكاسی غیراستاندارد که به يك تکه پلاستیکی چسبانده شده است. شیارهای این توری به شکل خطوط راست نبوده بلکه به شکل کمانهایی از دوایر متحدالمركز هستند، در نتیجه اشعه منعكس شده از آن در مقایسه باتوری انعكاسی معمولی تاحدی اعوجاج دارند.

- چند تکه پلاستیکی از قطعات اسباب‌بازی به عنوان نگهدارنده وسایل نوری

مورد نظر.

- ابزارهای اپتیکی که از شماره ۱ تا ۷ شماره گذاری شده‌اند و به رنگهای زیر

هستند : ۱ - قرمز ، ۲ - قرمز ، ۳ - آبی ، ۴ - صورتی ، ۵ - بنفش ، ۶ - خاکستری ،  
۷ - سفید

- سه برگ کاغذ

- يك جعبه مقوایی که می‌توانید آزمایش خود را روی آن اجرا کنید (در صورتی که ارتفاع میز برای کار شما نامناسب باشد).

(الف) ثابت توری ، یعنی تعداد شیارها در واحد طول را با هر دقت ممکن تعیین کنید. اصول کار اندازه‌گیری خود و آرایش تجربی به کار برده شده را به کمک شکل توضیح دهید. اندازه‌گیرهای اولیه و نتایج عددی حاصل از آنها را به طور کامل همراه با خطاهای مربوط ، در گزارش ذکر کنید و توضیح دهید که چگونه نتایج نهایی خود را به دست آورده‌اید.

(ب) ابزارهای اپتیکی ۱ تا ۵ فیلترهای رنگی هستند. چه طول موجهایی از آنها عبور می‌کند و یا به وسیله آنها جذب می‌شود. مقادیر عددی و در صورت امکان خطاهای مربوط را در گزارش خود بنویسید و یا در غیر این صورت نتایج خود را با شکل نشان دهید. مشخص کنید ابزار اپتیکی شماره ۶ چیست.

(ج) ابزار اپتیکی شماره ۷ شبکه غربالمانندی است که از سیمهای بسیار نازک تشکیل شده است. فاصله سیمهای متوالی در این شبکه را برای هر دو جهت متعام تعیین کنید. با يك شکل ، نحوه اندازه‌گیری خود را نشان دهید.  
نورمرئی شامل طول موجهای بین  $0.4$  تا  $0.7$  میکرون ( $m \cdot 10^{-6}$ ) است.

## اخطار

باتری چراغ قوه‌ها چندان دوام ندارند. پس از  $40$  دقیقه نور لامپ به طور محسوس ضعیف شده و رنگ آن به قرمز می‌گراید. هنگامی که به لامپ احتیاج ندارید آن را خاموش کنید.

## بیست و چهارمین المپیاد بین المللی فیزیک

آمریکا، ۱۳۷۲

### مسائل

#### مسئله ۱

#### الکتروسیته اتمسفری

سطح زمین را از نقطه نظر الکتروسیته ساکن، می توان رسانای خوبی در نظر گرفت. کره زمین دارای بار الکتریکی کل  $Q$  و چگالی سطحی  $\sigma$  است.<sup>۱</sup> الف) در هوای معتدل، یک میدان الکتریکی  $E$  به طرف پایین و معادل  $150 \text{ V/m}$  در سطح زمین وجود دارد. براین اساس چگالی سطحی بار الکتریکی و کل بار الکتریکی سطح زمین را بیابید.

---

۱- لازم به یادآوری است که به دلیل عدم صدور روادید ورود به آمریکا برای تیم ایران، تنها بخش نظری بیست و چهارمین المپیاد فیزیک، برای دانش آموزان ایرانی، در داخل کشور برگزار شد.

## جدول ۱ جدول ثابتهای فیزیکی

مقدار	علامت	کمیت
$6,4 \times 10^6 \text{ m}$	$R_E$	شعاع متوسط زمین
$9,8 \text{ ms}^{-2}$	$g$	شتاب گرانش
$6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$	$G$	ثابت جهانی گرانش
$8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$	$\epsilon_0$	ضریب گذردهی خلأ
$4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$	$\mu_0$	تراوایی مغناطیسی خلأ
$3,00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$	$c$	سرعت نور در خلأ (یا هوا)
$1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$	$e$	بار الکتریکی پایه
$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$m_e$	جرم الکترون
$1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$m_p$	جرم پروتون
$6,63 \times 10^{-34} \text{ js}$	$h$	ثابت پلانک
$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$N_A$	ثابت آووگادرو
$1,38 \times 10^{-23} \text{ jK}^{-1}$	$k$	ثابت بولتسمان
$8,31 \text{ j mol}^{-1} \text{ k}^{-1}$	$R$	ثابت (مولار) گازها

ب) اندازه میدان الکتریکی (به طرف پایین) با افزایش ارتفاع از سطح زمین کم می شود و در ارتفاع  $10^6$  متری به  $10^0 \text{ V/m}$  می رسد. بار الکتریکی خالصی را که به طور متوسط در هر متر مکعب فضای میان سطح زمین و ارتفاع  $10^6$  متری وجود دارد، حساب کنید.

ج) چگالی بار خالصی که در بند «ب» محاسبه کرده اید، به علت یونهای تک بار منفی و مثبتی است که تعداد آنها در واحد حجم ( $n_+$  و  $n_-$ ) تقریباً مساوی است. نزدیک سطح زمین و در هوای خوب  $n_+ \approx n_- \approx 6 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$  است. این یونها تحت تأثیر میدان الکتریکی قائم حرکت می کنند و سرعتشان متناسب با شدت میدان الکتریکی است یعنی،

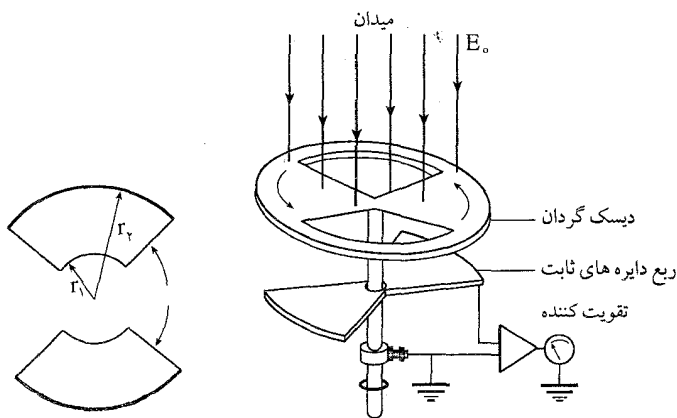
$$v \approx 1,5 \times 10^{-4} E$$



که در آن  $v$  برحسب  $m/s$  و  $E$  برحسب  $v/m$  است.

اگر هیچ فرایند دیگری مثلاً رعد و برق در کار نباشد، چه مدت طول می کشد تا حرکت یونهای موجود در فضا نیمی از بار سطحی زمین را خنثا کند.

(د) یکی از راههای اندازه گیری میدان الکتریکی اتمسفر و در نتیجه  $\sigma$  به کمک دستگاهی است که در شکل ۱ نشان داده شده است. دو ربع دایره فلزی که به یکدیگر متصل بوده ولی به زمین اتصال ندارند زیر یک دیسک متصل به زمین که دو ربع دایره از آن بریده شده و به طور یکنواخت می چرخد، قرار دارند. (در شکل ۱ فاصله میان قرص و دو ربع دایره اغراق آمیز رسم شده است تا وضعیت آنها به خوبی مشاهده شود). در هر گردش دیسک، دو بار ربع دایره ها کاملاً در معرض میدان الکتریکی بوده و یک چهارم پررود بعد دیسک به طور کامل ربع دایره ها را از آثار میدان الکتریکی می پوشاند. پررود دوران دیسک را  $T$ ، شعاع داخلی ربع دایره های عایق شده را  $r_1$  و شعاع خارجی آنها را  $r_2$  می نامیم که در شکل ۲ مشخص شده است.



شکل ۲

شکل ۱

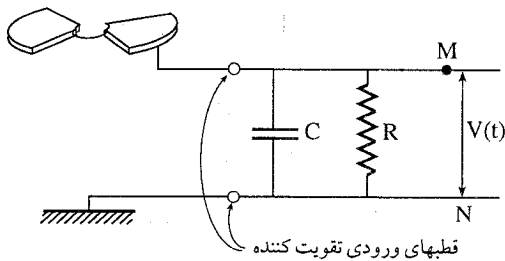
لحظه ای که ربع دایره ها کاملاً توسط دیسک پوشانده شده اند را  $t = 0$  فرض کنید.  $q(t)$  یعنی کل بار القا شده روی سطح بالایی ربع دایره های عایق بندی شده را

بر حسب زمان و در فاصله زمانی  $t = 0$  و  $t = T/2$  به دست آورده و نمودار تغییرات آن را رسم کنید (در این حالت می‌توانید از جریان یونهای اتمسفری چشمپوشی کنید).  
 ه) دستگاهی که در قسمت (د) توضیح داده شد مطابق شکل ۳، به یک تقویت کننده که ورودی آن را می‌توان معادل یک  $R$  و  $C$  موازی دانست، وصل شده است. فرض کنید که ظرفیت سیستم ربع دایره‌ها نسبت به ظرفیت  $C$  بسیار ناچیز است). نمودار اختلاف پتانسیل  $V$  میان نقاط  $M$  و  $N$  را در مدت یک دور دوران دیسک به صورت تابعی از زمان، درست پس از آنکه دیسک شروع به دوران می‌کند برای دو حالت حدی زیر رسم کنید:

$$a) \quad T = T_a \ll CR$$

$$b) \quad T = T_b \gg CR$$

فرض کنید  $R$  و  $C$  مقادیر ثابتی داشته و در دو حالت مجزای  $a$  و  $b$  پیروی متفاوت است). اگر  $V_a$  و  $V_b$  به ترتیب بیشترین مقدار  $V(t)$  در دو حالت  $(a)$  و  $(b)$  باشد، نسبت  $\frac{V_a}{V_b}$  را به دست آورید.



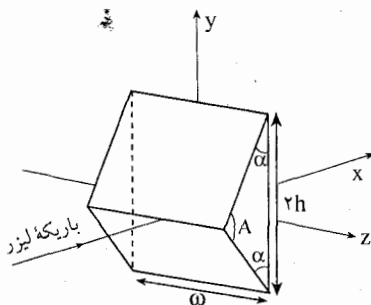
شکل ۳

و) فرض کنید  $E_s = 150 \text{ v/m}$ ،  $r_1 = 1 \text{ cm}$ ،  $r_2 = 7 \text{ cm}$ ،  $R = 20 \text{ M}\Omega$ ،  $C = 0.7 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  و دیسک  $5^\circ$  دور در ثانیه می‌گردد.  
 بیشترین مقدار  $V$  در یک دور با این داده‌ها تقریباً چه قدر است؟

## مسئله ۲

### نیروی لیزری بر یک منشور شفاف

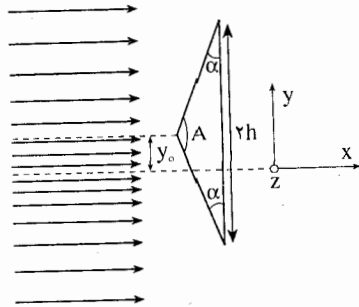
شکست نور یک لیزر قوی در اجسام شفاف کوچک، می‌تواند نیروی قابل ملاحظه‌ای بر آنها وارد کند. برای بررسی این موضوع منشور شیشه‌ای کوچکی که طول یال آن  $W$  بوده و مقطع آن مثلث متساوی‌الساقینی به قاعده  $2h$  و زاویه رأس  $A = \pi - 2\alpha$  است در نظر بگیرید. ضریب شکست منشور  $n$  و چگالی آن  $\rho$  است. فرض کنید این منشور سر راه یک باریکه نور لیزر که به طور افقی در راستای  $x$  سیر می‌کند، قرار می‌گیرد. (در تمام قسمتهای مسئله فرض کنید که وجوه مثلث شکل منشور، موازی صفحه  $xy$  بوده و سطح قاعده آن به موازات صفحه  $yz$  است و منشور نمی‌چرخد، یعنی نور لیزر همواره بر سطح قاعده آن عمود می‌ماند، مطابق شکل ۱ است.)



شکل ۱

ضریب شکست هوایی که منشور را احاطه کرده است  $n_{air} = 1$  بگیرید و فرض کنید سطوح منشور بایک لایه ضد بازتاب پوشیده شده به طوری که هیچ بازتابی رخ نمی‌دهد. در پهنای باریکه نور لیزر که در راستای  $z$  است، شدت نور لیزر یکنواخت بوده ولی در راستای  $y$  به طور خطی کاهش می‌یابد. به طوری که از  $I$  در  $y = 0$  به صفر  $y = \pm 2h$  می‌رسد. (شکل ۲)

(شدت عبارت است از توان بر واحد سطح و برحسب  $Wm^{-2}$  بیان می‌شود)



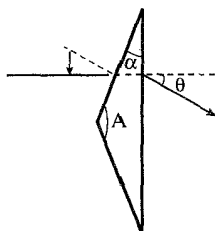
شکل ۲

الف) با توجه به شکل ۳، رابطه‌ای را بنویسید که از روی آن بتوان  $\theta$  را (برحسب  $n$  و  $\alpha$ ) محاسبه نمود. محاسبه را برای حالتی که نور لیزر بر وجه بالایی منشور می‌تابد انجام دهید.

ب) هنگامی که خط‌الرأس منشور از محور  $x$  به اندازه  $y_0$  جابه‌جا می‌شود،  $(|y_0| \leq 2h)$  مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  نیرویی را که نور لیزر بر منشور وارد می‌سازد، برحسب  $I_0$ ،  $h$ ،  $\theta$  و  $W$  و  $y_0$  به دست آورید.

ج) فرض کنید پهنای نور لیزر در راستای  $z$ ، یک میلی‌متر و در راستای  $y$ ،  $80 \mu\text{m}$  است و  $\alpha = 30^\circ$ ،  $h = 10 \mu\text{m}$ ،  $n = 1.5$ ،  $W = 1 \text{mm}$  و  $\rho = 2.75 \text{gcm}^{-3}$  توان لیزر برای آنکه نیروی ناشی از آن وزن منشور را (در جهت  $y$ ) خنثا کند چه قدر باید باشد، به شرط آنکه خط‌الرأس منشور به اندازه  $5 \mu\text{m}$   $y_0 = -h/2 = -5 \mu\text{m}$  زیر محور نور لیزر قرار گرفته باشد.

د) فرض کنید آزمایش بالا با همان منشور و همان ابعاد نور لیزر که در قسمت (ج) آمد ولی با شدت  $I_0 = 10^8 \text{Wm}^{-2}$  و در محلی که گرانش وجود ندارد، انجام شود. اگر منشور از محور نور لیزر باندازه  $y = h/20$  منحرف شده و رها شود، پر بود نوسان را به دست آورید.

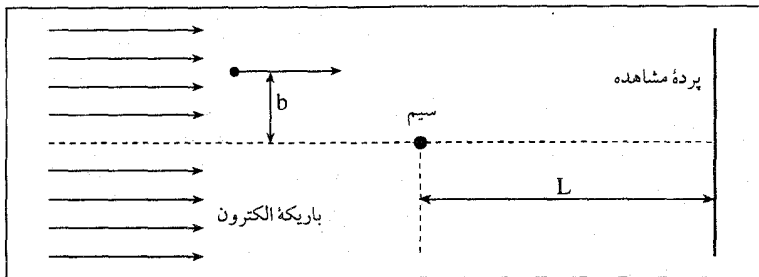


شکل ۳

### مسئله ۳

#### باریکه الکترونی

پتانسیل شتابدهنده  $V_0$  باریکه موازی و یکنواختی از الکترونهاى پراثری را شتاب می‌دهد. الکترونها در مسیر خود از کنار يك سیم نازك و طویل مسی که دارای بار مثبت بوده و عمود بر مسیر حرکت الکترونها قرار گرفته است، عبور می‌کنند. فاصله يك الکترون هنگام عبور از کنار يك سیم مسی، در صورتی که سیم بدون بار می‌بود را با پارامتر  $b$  نشان می‌دهیم. الکترونها سرانجام مطابق شکل به يك پرده (صفحه مشاهده) که به فاصله  $L$  ( $b \ll L$ ) در پشت سیم مسی قرار گرفته، می‌رسند. در ابتدا و در فاصله بسیار دور از سیم مسی اشعه الکترونی تا فواصل  $\pm b_{\max}$  در دو سمت صفحه افقی که سیم مسی در آن قرار دارد گسترده است. پهنای اشعه و درازای سیم را می‌توان در امتداد عمود بر صفحه شکل، نامحدود پنداشت.



شکل ۱ سیم مسی بردار، عمود بر صفحه کاغذ امتداد یافته است. مقیاس در رسم شکل رعایت نشده است.

الف) میدان الکتریکی ناشی از سیم مسی را حساب کنید. نمودار مقدار  $E$  را برحسب فاصله از محور سیم رسم کنید.

ب) زاویه کوچک میان امتداد اولیه سرعت الکترون و امتداد نهایی آن هنگامی که به پرده می‌رسد را  $\theta_{\text{final}}$  می‌نامیم. برای مقادیری از  $b$  که برای آنها الکترون با سیم تصادف نمی‌کند، انحراف زاویه‌ای ( $\theta_{\text{final}}$ ) را براساس فیزیک کلاسیک حساب کنید.

ج) الگوی توزیع الکترونها در برخورد با صفحه مشاهده (توزیع شدت آنها) را بر مبنای پیشبینی فیزیک کلاسیک محاسبه و رسم کنید.

د) پیشبینی فیزیک کوانتومی در مورد توزیع شدت الکترونها تفاوت عمده‌ای با نتایج فیزیک کلاسیک دارد. الگوی پیشبینی شده توسط فیزیک کوانتومی را رسم کنید و جزئیات کمی مربوط به آن را نیز محاسبه کنید.

### توجه:

در بخشهای (ب) تا (د) مسئله از تقریبهایی قابل قبولی که به نتایج تحلیلی و نیز عددی مشخصی می‌رسند استفاده کنید.

### داده‌ها

پاره‌ای از داده‌های عددی لازم در زیر داده شده‌اند. اطلاعات عددی دیگری که احتمالاً مورد نیاز باشد را می‌توانید در جدول داده‌هایی که در مسئله اول آمده است، بیابید.

$$r_0 = 10^{-6} \text{ m} \quad \text{شعاع سیم}$$

$$b_{\text{max}} = 10^{-4} \text{ m} \quad \text{مقدار بیشینه } b$$

$$q_{\text{linear}} = 4.4 \times 10^{-11} \text{ C/m}^{-1} \quad \text{بار الکتریکی در واحد طول}$$

$$V_0 = 2 \times 10^4 \text{ V} \quad \text{ولتاژ شتابدهنده}$$

$$L = 0.3 \text{ m} \quad \text{فاصله سیم مسی از پرده مشاهده}$$