

آزمایشگاه فیزیک پایه ۱

گزارش کار آزمایش شماره ۸

« حرکت دورانی لختی دورانی »

گروه ۲

محمد رضا مهدیه

تاریخ آزمایش : ۱۳۹۰/۹/۶

تاریخ تحویل گزارش کار : ۱۳۹۰/۹/۲۷

استاد: آقای (روزبه ترکی

حرکت دورانی

یکی از حرکت‌های مهم، حرکت دورانی است. نمونه‌های بسیاری از این نوع حرکت را هر روز مشاهده می‌کنیم. چرخش زمین به دور محور خود نمونه‌ای از حرکت دورانی است. باید توجه داشته باشیم که حرکت بر روی مسیر دایره‌ای، با دوران یک جسم به دور یک محور تفاوت دارد. هر حرکت دورانی با محور دوران و زاویه دوران مشخص می‌شود. زاویه دوران در سرعت زاویه‌ای جسم لحاظ می‌شود.

سینماتیک دوران

جسم صلبی را در نظر بگیرید که حول محوری که بر سطح این جسم عمود است، دوران می‌کند. برای سادگی فرض می‌کنیم که محور دوران ثابت می‌باشد. اگر محل ذره‌ای بر روی جسم در چارچوب مرجع ما معلوم باشد، می‌توانیم وضعیت تمامی جسم در حال دوران را در این چارچوب مرجع مشخص کنیم. لذا برای سینماتیک این مسیله، کافی است که فقط حرکت یک ذره بر روی یک دایره را در نظر بگیریم. اندازه دوران در هر لحظه به وسیله زاویه θ ، زاویه‌ای که موضع زاویه‌ای ذره نسبت به موضع اولیه می‌سازد، تعیین می‌شود. لذا اگر جهت دوران پاد ساعتگرد را مثبت اختیار کنیم، در نتیجه θ هنگام دوران پاد ساعتگرد افزایش و هنگام دوران ساعتگرد کاهش پیدا می‌کند.

سرعت زاویه‌ای ω

آهنگ تغییرات جابه‌جایی زاویه‌ای ذره (θ) نسبت به زمان به عنوان سرعت زاویه‌ای متوسط تعریف می‌شود. در واقع اگر تغییرات زاویه‌ای را با $\Delta\theta$ و مدت زمان این تغییر را با Δt نشان دهیم، در این صورت سرعت زاویه‌ای با نسبت $\Delta\theta/\Delta t$ برابر است. حال اگر چنانکه از این عبارت هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، حد بگیریم کمیت حاصل سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای خواهد بود. با توجه به تعریف مشتق در واقع می‌توان گفت که سرعت زاویه‌ای با مشتق زمانی جابجایی زاویه‌ای θ برابر است. یکای سرعت زاویه‌ای عکس یکای زمان است و معمولاً یکاهای آن را رادیان بر ثانیه یا دور بر ثانیه انتخاب می‌کنند.

شتاب زاویه‌ای α

اگر سرعت زاویه‌ای تغییر نکند، این تغییر سبب ایجاد شتاب می‌گردد. این شتاب، شتاب زاویه‌ای نام دارد. اگر ω_1 و ω_2 به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای لحظه‌ای در زمانهای t_1 و t_2 باشند، در این صورت شتاب زاویه‌ای متوسط به صورت زیر خواهد بود:

$$= \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\delta\omega}{\delta t}$$

حال اگر از این عبارت هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، حد بگیریم، در این صورت کمیت حاصل را شتاب زاویه‌ای لحظه‌ای می‌گویند. چون سرعت زاویه‌ای (ω) برای تمام ذرات جسم صلب یکسان است، لذا شتاب زاویه‌ای (α) نیز برای تمام ذرات یکسان خواهد بود. یکای شتاب زاویه‌ای عکس مجذور زمان است و یکاهای آن را معمولاً رادیان بر مجذور ثانیه یا دور بر مجذور ثانیه تعریف می‌کنند.

دوران ذره (یا جسم صلب) حول یک محور ثابت با حرکت انتقالی ذره (یا جسم صلب) در یک امتداد ثابت هم خوانی صورتی دارد. متغیرهای سینماتیک در حالت اول θ (جابجایی زاویه‌ای)، ω (سرعت زاویه‌ای) و α (شتاب زاویه‌ای) هستند، اما در حالت دوم x (جابجایی خطی)، v (شتاب خطی) هستند. این کمیتها دو به دو متناظرند. البته اینها از لحاظ یکا با هم اختلاف دارند. هرگاه در حرکت انتقالی محدودیت مربوط به حرکت در امتداد خط راست را حذف کنیم و حالت کلی حرکت سه بعدی را بر روی مسیر منحنی در نظر بگیریم، متغیرهای خطی a ، v ، x به صورت مولفه‌های اسکالر بردارهای سینماتیکی ظاهر می‌شوند، اما در صورت حذف محدودیت دوران حول محور ثابت، متغیرهای سینماتیک دوران به این سادگی به بردار تبدیل نمی‌شوند. با استفاده از تناظری که اشاره شد، به راحتی می‌توان معادلات حرکت را در حرکت دورانی حول یک محور ثابت بدست آورد. فقط کافی است متغیرهای سینماتیکی حرکت انتقالی در امتداد ثابت را با متغیرهای سینماتیکی حرکت دورانی جایگزین کنیم.

نمایش برداری کمیت‌های دورانی

جابجایی، سرعت و شتاب خطی کمیت‌های برداری هستند. کمیت‌های زاویه‌ای متناظر آنها نیز می‌توانند بردار باشند، چون علاوه بر بزرگی باید جهتی نیز برای آنها در نظر گرفت. به عنوان مثال، اگر محور دوران ثابت نباشد، در این صورت نمی‌توان گفت که کمیت‌های α ، ω ، θ باز هم حالت اسکالر دارند، اما نمی‌توانیم این کمیتها را بردار تصور کنیم. به عنوان مثال، جابجایی زاویه‌ای θ نمی‌تواند بردار باشد، چون به صورت برداری با هم جمع نمی‌شوند. از ریاضیات می‌دانیم که حاصل جمع دو بردار خاصیت جابجایی دارد، یعنی وقتی که دو بردار A و B را باهم جمع می‌کنیم، فرقی ندارد که $A + B$ بنویسیم یا $B + A$. در صورتی که در مورد θ که زاویه دوران است، چنین نیست، اما اگر جابجایی زاویه‌ای بینهایت کوچک باشد، می‌توان آن را برداری در نظر گرفت.

رابطه سینماتیک خطی و زاویه‌ای

هرگاه جسم صلبی حول یک محور ثابت بچرخد، هر ذره از آن بر روی یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. لذا می‌توانیم حرکت این ذره را با متغیرهای خطی یا متغیرهای زاویه‌ای توصیف کنیم. با استفاده از رابطه میان متغیرهای خطی و زاویه‌ای می‌توانیم از توصیف یکی توصیف دیگری را نتیجه بگیریم و اگر سرعت خطی را با v و سرعت زاویه‌ای را با ω و فاصله نقطه مورد نظر از جسم صلب از محور دوران را با r نشان دهیم. در این صورت $v = \omega r$ خواهد بود. در حرکت دایره‌ای دو نوع شتاب می‌تواند وجود داشته باشد. یکی شتاب مماسی است که از تغییر سرعت خطی v حاصل می‌شود و دیگری شتاب زاویه‌ای است که از تغییرات سرعت زاویه‌ای ω بوجود می‌آید.

گشتاور نیرو

در حرکت انتقالی نیرو را به شتاب خطی جسم وابسته می‌کنیم. در حرکت دورانی کمیتی که به شتاب زاویه‌ای جسم وابسته است، گشتاور نیرو می‌باشد. ابتدا گشتاور نیرو را برای حالت خاص یک ذره منفرد که از یک چارچوب مرجع لخت مشاهده می‌شود، تعریف می‌کنیم. سپس آن را به دستگاههای ذرات تعمیم می‌دهیم. در مورد یک ذره منفرد که به فاصله r از مبدا مختصات قرار دارد و تحت تاثیر نیروی F حول محوری که از مبدا مختصات گذشته و بر صفحه شامل ذره و نیرو عمود است، دوران می‌کند، گشتاور نیرو با حاصل ضرب برداری r در F برابر است. در حرکت دورانی گشتاور نیرو با شتاب زاویه‌ای ارتباط نزدیکی دارد، یعنی همان گونه که در حرکت انتقالی نیرو با حاصل ضرب جرم و شتاب خطی برابر است، گشتاور نیرو نیز با حاصل ضرب شتاب زاویه‌ای در ممان اینرسی (یعنی گشتاور لختی یا لختی دورانی) برابر است، یعنی اگر گشتاور نیرو را با T و ممان اینرسی را با I نشان دهیم، خواهیم داشت. $I = T$

دوران حول یک محور ثابت حالت خاصی از حرکت دورانی است، اما اگر محور دوران ثابت نباشد، در این صورت شرایط فرق می‌کند. به عنوان مثال، استوانه‌ای که بر روی یک سطح افقی می‌غلتد، نمونه‌ای از این نوع حرکت است. حرکت غلتان این جسم را می‌توان ترکیبی از حرکتهای انتقالی و دورانی در نظر گرفت. در مورد استوانه در هر لحظه نقطه تماس استوانه و سطح در حال حرکت است، چون جسم نمی‌لغزد. بنابراین در این حالت می‌توان حرکت را ترکیب حرکت انتقالی مرکز جرم و حرکت دورانی حول محوری که از مرکز جرم می‌گذرد، دانست که هم ارز است با یک حرکت دورانی محض با همان سرعت زاویه‌ای حول محوری که از نقطه تماس جسم غلتان می‌گذرد.

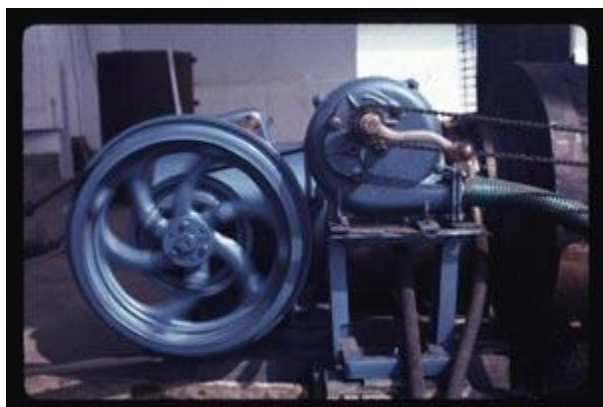
دوران جسم صلب حول محور دلفواه

در کلی‌ترین حالت دوران جسم صلب حول محوری که ثابت نبوده و حرکت دورانی دارد، مورد بحث قرار می‌گیرد. در این حالت برای بررسی حرکت جسم صلب به صورت زیر عمل می‌کنیم:

دو سیستم مختصات که یکی در خارج از جسم ثابت بوده و دیگری در روی جسم صلب قرار داشته و به همراه آن می‌چرخد، در نظر می‌گیریم. سیستم مختصات متصل به جسم را با پریم مشخص می‌کنیم. در این صورت سه محور چارچوب ثابت و چارچوب متصل به جسم با هم زاویه می‌سازد که این زوایا را زوایای اویلر می‌گویند. به بیان دیگر، می‌توان گفت که با سه دوران پی‌درپی به اندازه این زاویه‌ها دو چارچوب پریم‌دار و بدون پریم بر هم منطبق می‌شوند.

بنابراین چارچوب برای نشان دادن جهت گیری جسم صلب در فضا نسبت به چارچوب ساکن در نظر گرفته می‌شود، اما در مورد جسم صلب می‌توان سه محور عمود بر هم چنان انتخاب کرد که حاصلضرب ممانه‌های اینرسی صفر شوند. لازم به توضیح است ممان اینرسی جسم صلب، در حالت کلی، به صورت یک ماتریس خواهد بود که اعضای قطر اصلی، ممان اینرسی اصلی و سایر عناصر را حاصلضرب ممانه‌های اینرسی می‌گویند. بنابراین چارچوب سومی در نظر گرفته می‌شود که سه محور آن محورهای اصلی جسم صلب هستند.

به این ترتیب معادلات حرکت جسم صلب تنظیم می‌گردد و در مورد نحوه حرکت و تعادل جسم صلب بحث می‌شود. بدیهی است که در این حالت کمیتها به صورت تانسوری در نظر گرفته می‌شوند. به عنوان مثال، اندازه حرکت خطی به صورت $L = \omega I$ بیان می‌شود که در این جا I تانسور اینرسی است که نمایش آن به صورت یک ماتریس مربعی است و ω به صورت یک ماتریس ستونی می‌باشد. به خاطر پیچیدگیهای ریاضی از ارائه معادلات حرکت خودداری می‌شود.



چرخ طیار

چرخ از ابزاری است که تاریخ استفاده از آن توسط بشرچندان مشخص نیست. قدیمی ترین چرخ موجود در جهان که در صنعت حمل و نقل مورد استفاده قرار گرفته است چرخ ارابه ای است که از دوران هخامنشی برجای مانده است و اکنون در موزه ی ملی ایران به نمایش گذاشته شده است. اما از همان آغاز بشر خاصیت و ذخیره انرژی چرخ را نیز کشف کرده بود و آن را به عنوان وسیله ای برای یکنواخت سازی سرعت و حفظ تعادل وسایل ساده ای که می

ساخت بکارمیبرد. ساختار اصلی چرخ لنگرعبارت است از یک disk تو پر یا حلقه ای شکل و که به حول محور اصلی و مرکزی خود دوران میکند. این وسیله ساده قابلیت های خود را به خوبی به اثبات رسانده و در آینده استفاده های بیشتری را از آن شاهد خواهیم بود.

در هر حرکت دورانی انرژی جنبشی برابر است با $\frac{1}{2} I \omega^2$ که $k=1/2$ که امان اینرسی جسم دوار و ω سرعت زاویه ای این دوران است بر اساس قانون لختی این تمایل به حرکت دورانی تا زمانی که مانعی بر سر راه آن قرار نگیرد ادامه می یابد که البته در واقعیت مسئله اصطکاک یا تاقان ها و هوا مانع این کار می شود. چرخ طیار را با توجه به این اصل ساده به عنوان یک وسیله برای ذخیره انرژی به صورت انرژی جنبشی دورانی می شناسیم. با توجه به تعریف آمیتوان ادعا کرد که این انرژی جنبشی در واحد جرم چرخ طیار ذخیره می گردد و میتوان آنرا در مواقع لزوم به کار گرفت.

دلایل استفاده از چرخ لنگر:

با توجه به اینکه این چرخ قابلیت بالایی در ذخیره انرژی دارد لذا از انرژی ذخیره شده در آن در دو مورد عمده استفاده می شود یکی برای جبران کاهش لحظه ای انرژی در سیستم که به دلایل مختلفی می تواند اتفاق بیافتد. و دیگری به خاطر وزن زیاد آن است که میتواند به عنوان چرخ برای بالانس حرکات دورانی و یک نواخت سازی آن به کار برود.

چند نمونه از کاربرد های چرخ طیار :

در موتور های بنزین سوز : وظیفه ی اصلی چرخ طیار در این موتور ها یکنواخت سازی سرعت خروجی از میل لنگ است اگر از انواع سنگین چرخ طیار استفاده شود میتواند کاربرد بالانس میل لنگ را هم به آن افزود اما در انواع سبک این کار را نمی تواند به خوبی انجام دهد.

در موتور های گاز سوز:

بعد از توقف های کوتاه مدت به دلیل ضعیف بودن این موتور ها قدرت کافی برای آغاز مجدد حرکت را ندارند و این جا از انرژی ذخیره شده چرخ طیار استفاده می شود.

دستگاه های پرس :

به دلیل نحوه کار پرس بازه هایی وجود دارد که موتور در حالت کار است اما پرس ضربه ای وارد نمی کند در اینجا چرخ طیار انرژی مصرف شده که تبدیل به انرژی مکانیکی شده را در خود ذخیره میکند و در هنگام اعمال ضربه توسط پرس آن را به سیستم بر می گرداند استفاده فوق را میتوان به عنوان استفاده های سنتی چرخ طیار نام برد اما محققان با شناخت کامل خواص مکانیکی چرخ طیار تحقیقاتی را در زمینه کاربرد آن در مواردی تازه آغاز کرده اند که بعضی از آنها به نتایج تازه ای رسیده اند:

(۱) استفاده از چرخ طیار در اتوبوس های عمومی که توقف های زیادی دارند، این کار سبب کاهش مصرف سوخت شده و آغاز مجدد حرکت را روانتر خواهد نمود. در این زمینه در هلند تحقیقات کاملی انجام شده است به نحوی که به مدت ۱۰ سال از یک اتوبوس که از همین سیستم استفاده میکرد بهره برده اند.

(۲) چرخ طیار در اوایل قرن ۱۹ مورد علاقه بسیاری از محققان ذخیره سازی انرژی بود. اما به دلیل بروز مشکلات ساختاری آنرا رها کردند اما بعد از کشف کامپوزیتها دوباره تلاشهای تازه ای برای به سر انجام رساندن این طرح ها آغاز شد و اکنون محققان بر روی این موضوع تمرکز فراوانی کرده اند در صورت موفقیت و ساخت نمونه ای قابل تولید انبوه با قیمت مناسب این وسایل می توانند باطریهای شیمیایی را که سبب آلودگی زیست محیطی هم شده اند به حاشیه برانند به خاطر اهمیت این موضوع در صنایع نظامی هوا- فضا و ذخیره سازی انرژی رو به استفاده از این حرکت می باشند.

وسایل آزمایش:

دیسک ، پایه ، ریسمان ، کرنومتر، وزنه

شرح عملی آزمایش:

قسمت (۱)

ابتدا دیسک بر روی پایه به گونه ای تنظیم شد که سطح دیسک موازی سطح زمین قرار گرفت. سپس ریسمان چندین دور به قرقره دیسک پیچیده شد و از طرف درگیر آن وزنه ای آویزان شد تا با حرکت دادن کوچکی دیسک شروع به حرکت یکنواخت کند (m') که این وزنه برای خنثی کردن اصطکاک می باشد. حال هر وزنه دیگری که به ریسمان آویزان شود شروع به حرکت شتابدار میکند. پس با افزودن جرم m به آن و چرخش های θ و اندازه گیری زمان این چرخش در جدول (۱) ثبت شد و این مرحله چندین بار برای چند θ مختلف انجام و در همان جدول یادداشت شد.

قسمت (۲)

اکنون وزنه ای به ریسمان متصل شد ولی سرباری زیر آن به گونه ای قرار گرفت که با عبور وزنه از آن وزنه جدید حذف خواهد شد سپس بعد از آن شروع به حرکت یکنواخت می نماید هنگام شروع این حرکت کرنومتر شروع به کار کرد و زمان طی شده تا پایه پایینی حساب شد و در جدول (۲) با توجه به مقدار جابه جایی ثبت شد. این مرحله با ثابت قرار دادن سربار و تغییر پایه پایینی تکرار و در همان جدول ثبت شد.

جداول:

$\theta(\text{rad})$	$\pi/2=1.57$	$\pi=3.14$	$3\pi/4=4.7$	$2\pi=6.28$
$t(\text{s})$	۶.۵	۱۱.۵	۱۵	۱۸
$t^2(\text{s}^2)$	۴۲.۲۵	۱۳۲.۲۵	۲۲۵	۴۲۴
$\Delta\theta(\text{rad})$	$\pi/36=0.08$	$\pi/36=0.08$	$\pi/36=0.08$	$\pi/36=0.08$
Δt^2	۱.۲۵	۱.۲۵	۱.۲۵	۱.۲۵

جدول (۱)

$X(\text{m})$	۰.۲۰	۰.۲۵	۰.۳۰	۰.۳۵
$t(\text{s})$	۳.۸	۴.۳	۴.۵	۵.۵
$V(\text{m/s})$	۰.۰۵۳	۰.۰۵۸	۰.۰۶۷	۰.۰۶۴

جدول (۲)

خطای کرنومتر برابر ۰.۱ ثانیه می باشد.

$$dt^2 = 2tdt \Rightarrow \Delta t^2 = 2t\Delta t \Rightarrow \Delta t_1^2 = 2 \times 6.5 \times 0.1 = 1.3s$$

$$\Delta t_2^2 = 2 \times 15 \times 0.1 = 3s \quad \Delta t_3^2 = 2 \times 11.5 \times 0.1 = 2.3s$$

$$\Delta t_4^2 = 2 \times 18 \times 0.1 = 3.6s$$

$$\overline{\Delta t^2} = \frac{2.3 + 1.3 + 3 + 3.6}{4} = 2.55$$

$$\Delta t^2 = \text{Max}\{|2.55 - 1.3|, |2.55 - 2.3|, |2.55 - 3|, |2.55 - 3.6|\} = 1.25$$

$$\alpha_1 = \frac{6.36 - 1.49}{325.25 - 41} = 0.0171 \quad \text{بیشترین شیب}$$

$$\alpha_1 = \frac{6.28 - 1.57}{324 - 42.25} = 0.0167 \quad \text{بهترین شیب}$$

$$\alpha_3 = \frac{6.36 - 1.49}{325.25 - 41} = 0.062 \quad \text{کمترین شیب}$$

$$\Delta \alpha = \text{Max}\{|\alpha_3 - \alpha_2|, |\alpha_1 - \alpha_1|\} = \text{Max}\{0.0003, 0.0005\} = 0.0005$$

$$\alpha = 2\alpha_{\text{شیب}} \Rightarrow \Delta \alpha = 2\Delta \alpha_{\text{شیب}} = 0.001$$

$$\text{شتاب زاویه ای} = 0.0167 \pm 0.001 = 0.0177$$

$$I = \frac{(m - \dot{m})gR - mR^2\alpha}{\alpha} = \frac{(50 - 9.4)9.8 \times 0.12 - 50 \times 0.144 \times 0.0168}{0.0168} = 2834.8$$

$$\ln I = \ln \left[\frac{(m - \dot{m})gR - mR^2\alpha}{\alpha} \right] = [\ln(m - \dot{m})gR - \ln \alpha] - \ln R^2$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{I} \left[g \frac{(dmR + dR(m - \dot{m}))}{(m - \dot{m})gR} - \frac{d\alpha}{\alpha} \right] - \frac{dmR^2 - 2RdRm}{mR^2} \Rightarrow \Delta I = 5.53$$

نتیجه گیری:

پرسشها:

- (۱) آیا طرز قرار گرفتن دیسک به صورت افقی یا قائم تفاوتی دارد؟ شرح دهید.
- (۲) ارتفاع دیسک از سطح زمین چه تاثیری دارد؟
- (۳) عوامل خطای موجود در آزمایش و طریقه نسبی رفع آنها کدامند؟
- (۴) آیا این آزمایش را ب آروش دیگر یا وسایل دیگر با کیفیت مطلوب تر می توان انجام داد؟ شرح دهید.