

به نام خدا

با سخانه تسریمی - کد ۱

مرحله اول المپیاد فیزیک

دوره ۲۴ - بهمن ۱۳۹۱

۱- گزینه ۴ صحیح است.

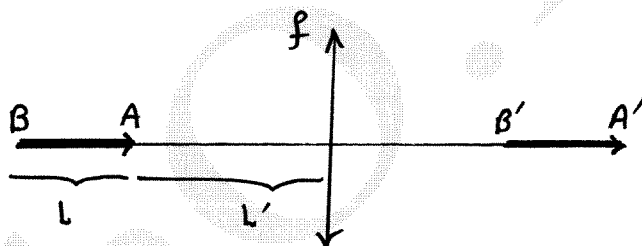
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow q = \frac{fp}{p-f}$$

$$p_A = L' \rightarrow q_A = \frac{fL'}{L'-f}$$

$$p_B = L+L' \rightarrow q_B = \frac{f(L+L')}{L+L'-f}$$

$$q_A - q_B = L$$

$$\Rightarrow f = \frac{L'(L+L')}{L+2L'}$$

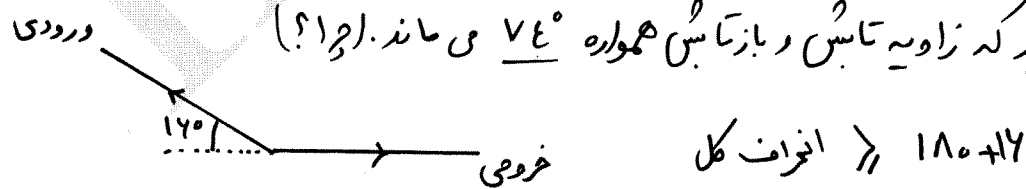


۲- گزینه ۳ صحیح است.

در هر برخورد، پرتو نور به اندازه 32° نسبت به مسیر قبلی خود، منحرف می‌شود.

برای اینکه پرتو نور دیگر به نیم استوانه برخورد نکند، پرتو نور باید به صورت افقی یا بالاتر از افق

خارج شود، توجه کنید که زاویه تابش و بازتابش همواره 74° می‌ماند. (چرا؟)



$$\rightarrow n = \left[\frac{180+14}{32} \right] \Rightarrow \boxed{n = 32^\circ}$$

۳- گزینۀ ۱ صحیح است.

$$q = kCE \quad , \quad q' = CE = \frac{q}{k}$$

$$u_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{kC} \quad , \quad u'_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \rightarrow \quad W = u'_1 - u_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \frac{q'^2}{C} \quad , \quad u_3 = E(q - q') \quad \rightarrow \quad Q = u'_1 - u_2 - u_3 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \left(1 - \frac{1}{k}\right)^2$$

$$\frac{Q}{W} = 1 - \frac{1}{k} = \boxed{\frac{k-1}{k}}$$

۴- گزینۀ ۱ صحیح است.

- اگر A گرم شود، مایع از B به A جریان می‌یابد. فشار عمق h برابر با ρgh است.

وقتی آب در مخزن A منبسط شود، ارتفاع h افزایش و چگالی ρ کاهش می‌یابد.

مقدار ρ متناسب با $\frac{1}{A}$ است که A سطح مقطع ذوزنقه و $A = \bar{w}h$ که \bar{w} عرض

متوسط ظرف است. پس: $P = \rho gh \propto \frac{h}{A} = \frac{1}{\bar{w}}$. از آنجایی که \bar{w} با افزایش h،

افزایش می‌یابد، فشار در مخزن A کاهش یافته و در نتیجه مایع از B به A جریان می‌یابد.

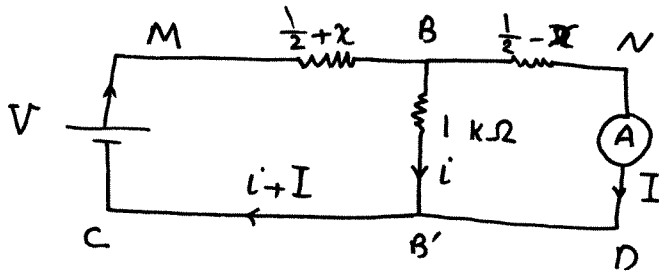
- اگر B گرم شود، مایع باز هم از B به A جریان می‌یابد. در این حالت \bar{w} با

افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد (طرف B). بنابراین فشار B افزایش می‌یابد و جریان

از B به A جریان خواهد داشت.

۵- گزینۀ ۱ صحیح است.

مقاومت نصف سیم برابر $\frac{1}{2} k\Omega$ است. مقدار انزاف سیم BB' نسبت راست است.



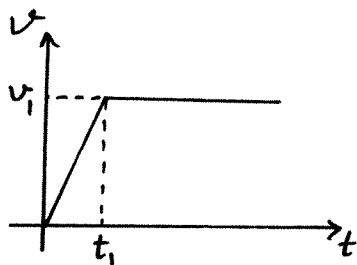
$$V = (I+i)\left(\frac{1}{2} + x\right) + i$$

$$0 = I\left(\frac{1}{2} - x\right) - i$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{\frac{5}{4} - x^2}$$

$$\Rightarrow I_{\min} = \frac{V}{\frac{5}{4}} \Rightarrow \frac{V}{I_{\min}} = \frac{5}{4} k\Omega$$

۶- گزینۀ ۲ صحیح است.



F : نیروی موتور

f : نیروی مقاومت هوا

$$0 < t < t_1 : F - f = ma \Rightarrow F = m \frac{v_1}{t_1} + k \frac{v_1}{t_1} t$$

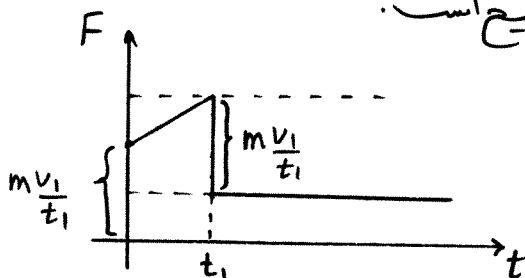
$$t_1 < t : F - f = 0 \Rightarrow F = k v_1$$

مقدار کاهش نیرو در زمان $t = t_1$ با مقدار نیرو در زمان صفر یکسان است:

$$t = 0 \rightarrow F = m \frac{v_1}{t_1}$$

$$t = t_1 \rightarrow \Delta F = m \frac{v_1}{t_1} + k v_1 - k v_1 = m \frac{v_1}{t_1}$$

بنابراین گزینۀ ۲ نمی‌تواند صحیح باشد و گزینۀ ۱ صحیح است.



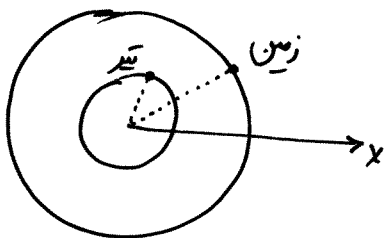
۷- گزینه ۳ صحیح است.

میدان مغناطیسی ناشی از یک جریان دایره‌ای در مرکز دایره : $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

جریان الکتریکی: I شعاع دایره: R $k: \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$k \frac{e^2}{R^2} = mR\omega^2 = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{e} \sqrt{\frac{mR^3}{k}}$$

$$I = \frac{e}{T} = \frac{e^2}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{mR^3}}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2R} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 e^2}{4\pi} \sqrt{\frac{k}{mR^5}} = 15 \text{ T}$$



۸- گزینه ۴ صحیح است.

$$\theta_E = \omega_E t = \frac{2\pi}{T_E} t = \frac{2\pi}{360} t$$

$$\theta_V = \omega_V t = \frac{2\pi}{T_V} t = \frac{2\pi}{90} t$$

در روابط بالا فرض شده است هر دو سیاره از روی محور آنها شروع به حرکت می‌کنند.

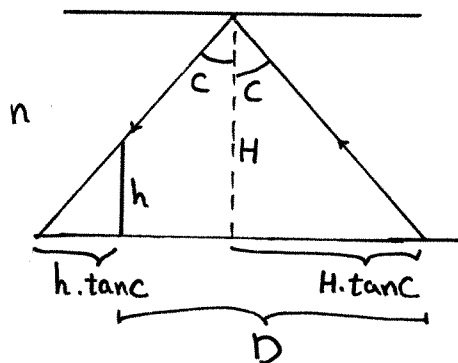
مقایسه نزدیک : $|\theta_E - \theta_V| = 2k\pi, \quad k=0, 1, \dots$

$$\Rightarrow 2\pi t \left(\frac{1}{90} - \frac{1}{360} \right) = 2k\pi \Rightarrow t = 120 \cdot k \rightarrow t = 0, 120, 240 : \boxed{3 \text{ بار}}$$

مقایسه دور : $|\theta_E - \theta_V| = (2k+1)\pi, \quad k=0, 1, \dots$

$$\Rightarrow 2\pi t \left(\frac{1}{90} - \frac{1}{360} \right) = (2k+1)\pi \Rightarrow t = 60(2k+1) \rightarrow t = 60, 180, 300 : \boxed{3 \text{ بار}}$$

۹- گزینه ۲ صحیح است.



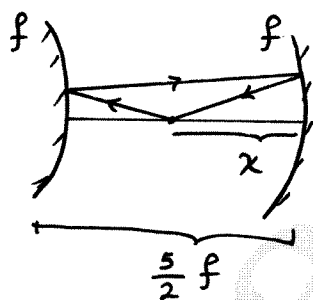
$$\sin C = \frac{1}{n} \rightarrow \cos C = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \Rightarrow \tan C = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$D = 2H \cdot \tan C - h \cdot \tan C = (2H - h) \cdot \tan C$$

$$\Rightarrow D = \frac{2H - h}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

۱۰- گزینه ۱ صحیح است.

فاصله اولیه افقی دو جسم یکسان است. به جسم ۱ نیروی افقی T وارد می شود و به جسم ۲ نیروی افقی $T \cos \theta$ (زاویه بین امتداد نخ و افق) وارد می شود. با توجه به اینکه جرم دو جسم یکسان است، پس شتاب افقی جسم ۱ بیشتر از شتاب افقی جسم ۲ است. پس جسم ۱ زودتر می رسد.



۱۱- گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{1}{\frac{5f}{2} - x} - \frac{1}{q_1} = \frac{-1}{f} \rightarrow q_1 = \frac{f(\frac{5f}{2} - x)}{\frac{7}{2}f - x}$$

تصویر اول در آینه محدب در فاصله q_1 از آینه محدب تشکیل می شود.

این تصویر، نقیسه جسم مجازی برای آینه مقعر را دارد که تصویر آن در فاصله x تشکیل می شود:

$$\frac{1}{q_1 + \frac{5f}{2}} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3.5f - x}{11.25f^2 - 3.5fx} = \frac{x - f}{fx}$$

$$\Rightarrow 2.5x^2 - 11.25fx + 11.25f^2 = 0 \rightarrow x = 1.5f$$

۱۲- گزینۀ ۳ صحیح است.

$$\sin\theta = \frac{x}{L}$$

$$F = 2K(L - L_0) \cdot \sin\theta$$

$$\Rightarrow F = 2Kx\left(1 - \frac{L_0}{L}\right) \quad \text{I}$$

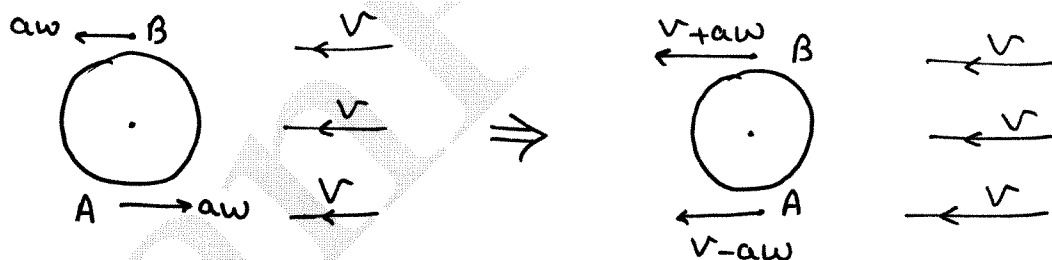
$$L^2 = L_0^2 + x^2 \rightarrow L = L_0 \left[1 + \frac{x^2}{L_0^2}\right]^{1/2} \approx L_0 \left[1 + \frac{x^2}{2L_0^2}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{L_0}{L} = \left[1 + \frac{x^2}{2L_0^2}\right]^{-1} \approx 1 - \frac{x^2}{2L_0^2} \quad \text{II}$$

$$\Rightarrow F = K \frac{x^3}{L_0^3}$$

۱۳- گزینۀ ۴ صحیح است.

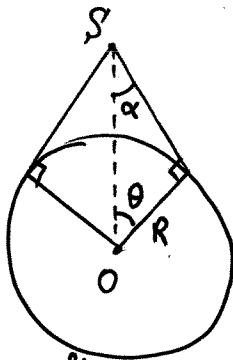
به علت جرفس توپ - هوای اطراف آن نیز به همراه توپ با سرعت aw در حال جرفس است.



$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_A + \frac{1}{2}\rho(v - aw)^2$$

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho(v + aw)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{2P_0 + \rho aw(2v - aw)}{2P_0 - \rho aw(2v + aw)}$$



۱۴- گزینه ۳ صحیح است.

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}, \quad \frac{GM}{r^2} = mr\omega^2 = mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$\Rightarrow g_0 R^2 = r^3 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow r = \left[\frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2}\right]^{1/3}$$

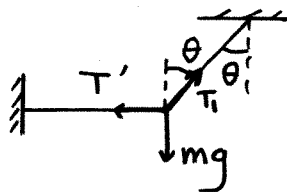
g: ستاب گرانشی در سطح زمین . R: شعاع زمین . T: دوره تناوب جاذبش زمین به دور خود

$$\Rightarrow r \approx 42'000 \text{ km}, \quad \alpha + \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = \sin\alpha = \frac{R}{r}$$

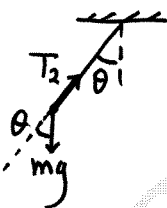
$$\eta = \frac{2\pi R^2(1-\cos\theta)}{4\pi R^2} \times 100 = \frac{1-\cos\theta}{2} \times 100 = 50 \times (1-\sin\alpha) = 50 \times \left(1 - \frac{R}{r}\right)$$

$$\Rightarrow \eta = 50 \times \left(1 - \frac{6400}{42000}\right) \Rightarrow \eta = 42\%$$

۱۵- گزینه ۳ صحیح است.



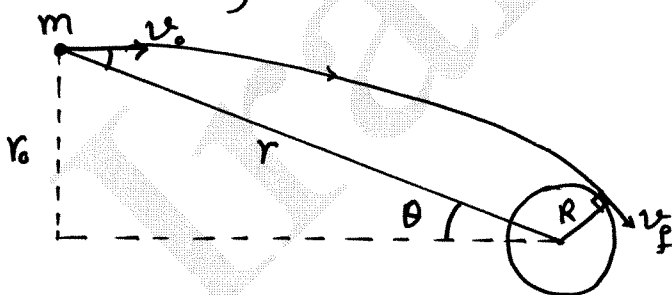
$$T_1 \cos\theta = mg \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{\cos\theta}$$



$$T_2 = mg \cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \cos^2\theta$$

۱۶- گزینه ۲ صحیح است.

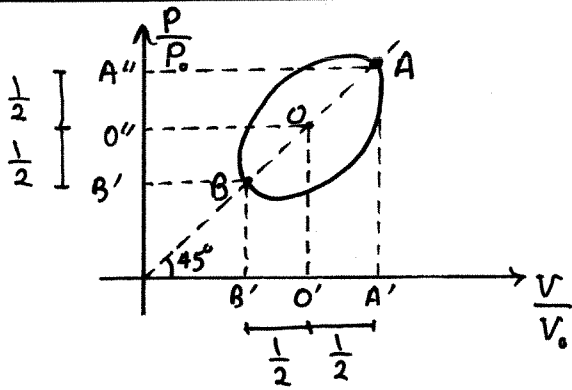


$$\left. \begin{aligned} m v_0 r \sin\theta &= m R v_f \\ r \sin\theta &= r_0 \end{aligned} \right\} r_0 v_0 = R v_f$$

باستفاده از انرژی: $\frac{1}{2} m v_0^2 - 0 = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GMm}{R} \Rightarrow v_0^2 + \frac{2GM}{R} = v_f^2$

$$\Rightarrow v_0^2 + \frac{2GM}{R} = \left(\frac{r_0 v_0}{R}\right)^2 \Rightarrow r_0 = R \left[1 + \frac{2GM}{R v_0^2}\right]^{1/2}$$

✓



۱۷- گزینۀ ϵ صحیح است.

$$O: [1'] \quad , \quad AB = \sqrt{2} \Rightarrow AO = BO = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

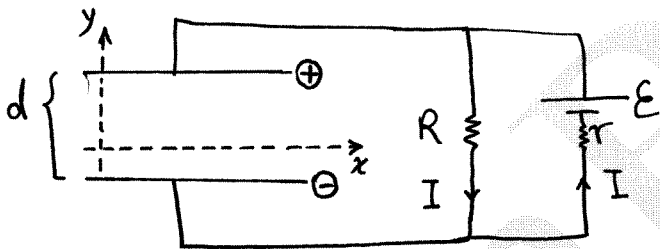
$$A'O' = B'O' = A''O'' = B''O'' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A' = A'' = \frac{3}{2} \quad , \quad B' = B'' = \frac{1}{2}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 1 - \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = 1 - \frac{B' \cdot B''}{A' \cdot A''} = 1 - \frac{(\frac{1}{2})^2}{(\frac{3}{2})^2} = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta \approx 0.89}$$

۱۸- گزینۀ ϵ صحیح است.



چون خازن پر شده است پس اختلاف پتانسیل

دو سر آن با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R

کمیاب است.

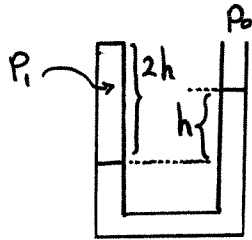
$$\left. \begin{aligned} I = \frac{\mathcal{E}}{r+R} &\Rightarrow V = RI \\ V = E_y d \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_y = \frac{RE}{d(r+R)} \quad \text{میدان الکتریکی}$$

$$\left. \begin{aligned} E_x = 0 &\Rightarrow F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_0 \quad , \quad x = v_0 t \\ E_y \neq 0 &\Rightarrow F_y = eE_y = ma_y \Rightarrow a_y = \frac{eRE}{md(r+R)} \quad , \quad v_y = a_y t \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_y = \frac{a_y}{v_0} x$$

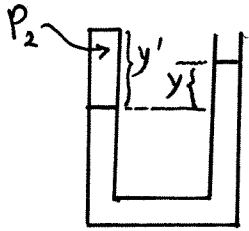
$$x = L \Rightarrow v_y = \frac{eREL}{mdv_0(r+R)}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow \boxed{\tan \theta = \frac{eELR}{mv_0^2 d(r+R)}}$$

۱۹ - گزینه ۳ صحیح است.



$$P_1 = P_0 + \rho g h = 2 \rho g h$$



$$P_2 = P_0 + \rho \frac{3}{2} g y = \rho g \left(h + \frac{3}{2} y \right)$$

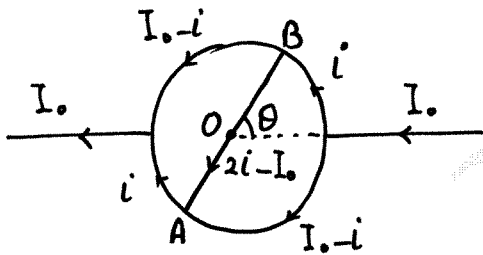
$$y' = 2h - \left(\frac{h-y}{2} \right) = \frac{3h+y}{2}$$

$$P_1 \cdot 2h = P_2 \cdot y'$$

$$\Rightarrow 2 \rho g h \cdot 2h = \rho g \left(h + \frac{3}{2} y \right) \left(\frac{3h+y}{2} \right) \rightarrow 3y^2 + 11hy - 10h^2 = 0$$

$$\Rightarrow y = h \left(\frac{\sqrt{241} - 11}{6} \right) \approx \boxed{0.76 h}$$

۲۰ - گزینه ۴ صحیح است.



با توجه به تقارن شکل حول نقطه O، جریان در شکل زیر است:

$$i r \theta + (I_0 - i) r (\pi - \theta) = 2i r \theta + 2(2i - I_0) r$$

$$\Rightarrow i = \frac{\pi - \theta + 2}{\pi + 4} I_0$$

$$I_{AB} = 2i - I_0 \Rightarrow \boxed{I_{AB} = \frac{\pi - 2\theta}{\pi + 4} I_0}$$

۲۱ - گزینه ۳ صحیح است.

سُدت \times سطح = توان . توان خورشید روی سطح کره منتشر می‌شود. همچنین سطح مؤثر زمین برابر با

سطح مقطع دایره‌ای آن است. (چرا؟)

$$F = \frac{I}{c} \pi R_e^2 = \left(\frac{P}{4\pi D^2} \right) \frac{\pi R_e^2}{c} = \frac{P}{4c} \left(\frac{R_e}{D} \right)^2$$

$$\Rightarrow F = \frac{3.9 \times 10^6}{4 \times 3 \times 10^8} \left(\frac{6.4 \times 10^6}{1.5 \times 10^{11}} \right)^2 \Rightarrow \boxed{F \approx 6 \times 10^8 \text{ N}}$$

۲۲ - گزینه ۱ صحیح است.

$$\rho_{2s} = \frac{m_s}{V_{2s}} = \frac{m_s}{V_{1s}(1+\beta_s \Delta T)} = \rho_{1s} (1-\beta_s \Delta T)$$

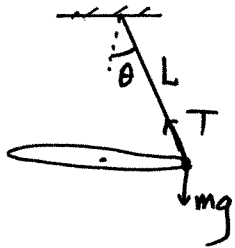
$$\rho_{2w} = \frac{m_w}{V_{2w}} = \frac{m_w}{V_{1w}(1+\beta_w \Delta T)} = \rho_{1w} (1-\beta_w \Delta T)$$

قانون ارسطو: $\rho_w g V = \rho_s g V_s \Rightarrow \frac{V}{V_s} = \frac{\rho_s}{\rho_w} = \frac{\rho_{1s}}{\rho_{1w}} \left(\frac{1-\beta_s \Delta T}{1-\beta_w \Delta T} \right) = \frac{\rho_{1s}}{\rho_{1w}} [1+(\beta_w - \beta_s) \Delta T]$

$$\left(\frac{V}{V_s} \right)_2 = \left(\frac{V}{V_s} \right)_1 [1+(\beta_w - \beta_s) \Delta T] \Rightarrow \frac{\left(\frac{V}{V_s} \right)_2 - \left(\frac{V}{V_s} \right)_1}{\left(\frac{V}{V_s} \right)_1} = (\beta_w - \beta_s) \Delta T$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر ارتفاع} = (\beta_w - \beta_s) \Delta T \times 100 \approx 0.39\%$$

۲۳ - گزینه ۳ صحیح است.



$$r = L \sin \theta$$

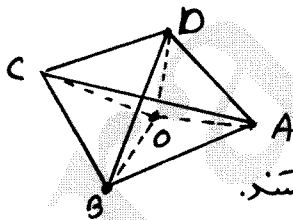
$$T \sin \theta = \frac{m v^2}{r}$$

$$T \cos \theta = mg$$

$$v^2 = L g \sin \theta \cdot \tan \theta$$

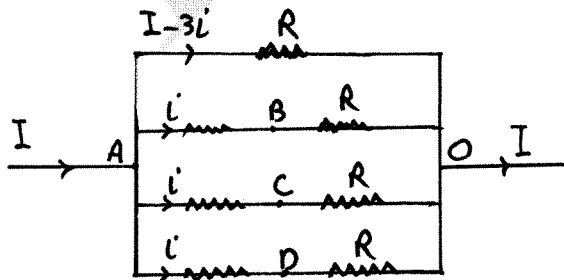
$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m L g \cdot \sin \theta \cdot \tan \theta$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-2} \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow K = 75 \text{ mJ}$$



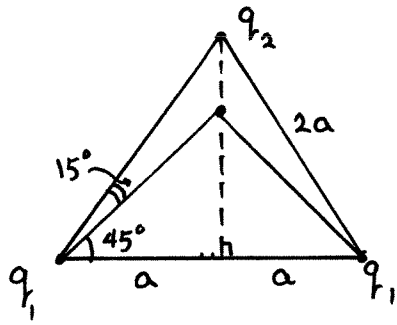
باتوجه به تقارن شکل حول محور AO، رئوس B, C, D هم پتانسیل هستند.

و جریان از امتلاخ BC, CD, BD عبور نمی کند و جریان عبوری از AB, AC, AD یکسان است.



$$R(I-3i) = 3Ri \Rightarrow i = \frac{I}{6}$$

$$\left. \begin{aligned} V &= R_e I \\ V &= 3Ri \\ i &= \frac{I}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_e = \frac{R}{2}$$



۲۵ - گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{q_1}{(a\sqrt{2})^2} \sqrt{2} = \frac{q_2}{(2a\frac{\sqrt{3}}{2} - a)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{3} - 1)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{q_2}{q_1} = \sqrt{2} (2 - \sqrt{3})}$$

۲۶ - گزینه ۲ صحیح است.

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2} \frac{1}{(1+\frac{h}{R})^2} = g_0 \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} = g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{g}{g_0} = 1 - \frac{2h}{R} \Rightarrow \left| \frac{g - g_0}{g} \right| = \frac{2h}{R} \Rightarrow \text{درصد تفاوت} = \frac{2 \times 39}{6400} \times 100 \approx 1.2\%$$

۲۷ - گزینه ۲ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} D &= v \cos \theta \cdot T \\ T &= \frac{2\pi R}{v \sin \theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{D}{R} = 2\pi \cdot \cot \theta = \boxed{2\pi\sqrt{3}}$$

۲۸ - گزینه ۲ صحیح است.



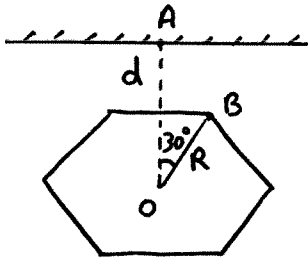
با استفاده از روش مقاومت گرمایی:

$$\frac{T' - T_2}{\frac{L_2}{K_2 A}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{K_1 A} + \frac{L_2}{K_2 A}} \Rightarrow T' = \frac{L_1 K_2 T_2 + L_2 K_1 T_1}{L_1 K_2 + L_2 K_1}$$

$$T'' = \frac{L_1 K_2 T_1 + L_2 K_1 T_2}{L_1 K_2 + L_2 K_1} \quad \text{با تفسیر جای } T_1 \text{ و } T_2 \text{ ، مقدار } T'' \text{ بدست می آید:}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{T''}{T'} = \frac{L_1 K_2 T_1 + L_2 K_1 T_2}{L_1 K_2 T_2 + L_2 K_1 T_1}}$$

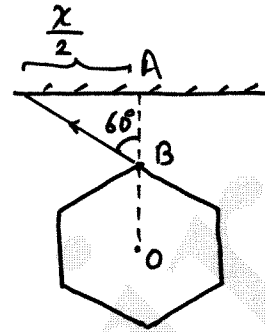
۲۹- گزینۀ ۱ صحیح است.



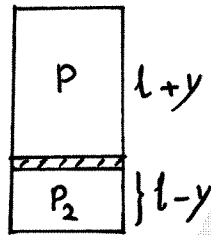
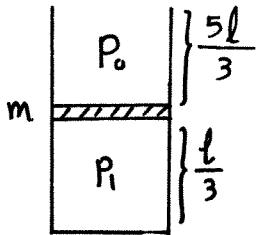
$$\rightarrow OA = d + \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$AB = AO - OB = d + \frac{\sqrt{3}}{2} R - R$$

$$\frac{\alpha}{2} = AB \cdot \tan 60^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 2\sqrt{3}(d - R) + 3R}$$



۳۰- گزینۀ ۲ صحیح است.

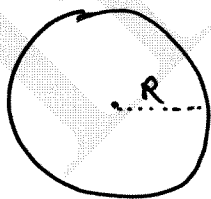


$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_0 + \frac{mg}{A} \\ P_1 \frac{l}{3} &= P_0 l \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{mg}{A} = 2P_0$$

$$\left. \begin{aligned} P + \frac{mg}{A} &= P_2 \\ P_2(l-y) &= P_0 l \\ P(l+y) &= P_0 l \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_0 l}{l+y} + 2P_0 = \frac{P_0 l}{l-y} \rightarrow \frac{1}{l-y} - \frac{1}{l+y} = \frac{2}{l}$$

$$\Rightarrow y^2 + ly - l^2 = 0 \Rightarrow \boxed{y = \frac{\sqrt{5}-1}{2} l}$$

۳۱- گزینۀ ۲ صحیح است.



$$T_e^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3$$

$$T_e = 365 \text{ روز}$$

$$(2T)^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \left(\frac{R}{2}\right)^3 \Rightarrow T^2 = \frac{1}{32} T_e^2$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_e}{4\sqrt{2}} = \frac{365}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{T \approx 65 \text{ روز}}$$

۳۲ - گزینه ۲ صحیح است.

باتوجه به اینکه در حالت $n=1$ همه l ها برابر صفر است و برای رخ دادن گذر $\Delta l = \pm 1$ باشد.

لذا حالت های $l=0$ از $n=2$ حذف می شوند:

$$n=2 \begin{matrix} m & l \\ \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{matrix}$$

$$\Delta m = 0, \pm 1$$

$$m_2 - m_1 = 0, \pm 1$$

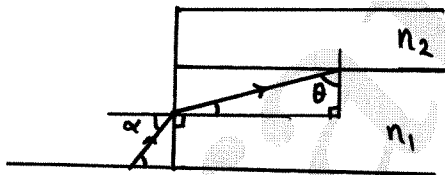
$$m_2 - \frac{1}{2} = 0, \pm 1 \rightarrow m_2 = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} : \text{حالت 5}$$

$$m_2 + \frac{1}{2} = 0, \pm 1 \rightarrow m_2 = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} : \text{حالت 5}$$

$$n=1 \begin{matrix} m & l \\ \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{matrix}$$

10 حالت

۳۳ - گزینه ۱ صحیح است.



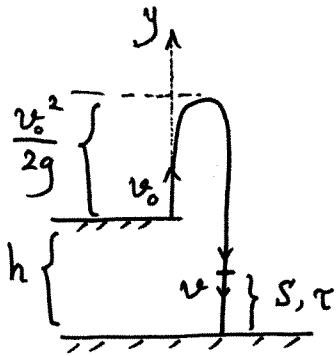
$$\sin \alpha = n_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \rightarrow \cos \theta = \frac{\sin \alpha}{n_1}$$

$$\sin C = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \cos C = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1}$$

$$\theta > C \rightarrow \cos \theta < \cos C$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{n_1} < \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1} \Rightarrow \boxed{\sin \alpha < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

سؤالات پاسخ کوتاه



۱- پاسخ $h = 90 \text{ m}$ است.

$$-h = -\frac{1}{2}gT^2 + v_0 T$$

$$h = h + 2 \times \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{g} - v_0 T + \frac{1}{2}gT^2$$

$$\left. \begin{aligned} v &= -v_0 + g(T - \tau) \\ S &= v\tau + \frac{1}{2}g\tau^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = -\frac{1}{2}g\tau^2 + gT\tau - v_0\tau$$

$$h = 2S \Rightarrow \frac{v_0^2}{g} - v_0 T + \frac{1}{2}gT^2 = -g\tau^2 + 2gT\tau - 2v_0\tau$$

$$\Rightarrow \frac{g}{2}T^2 - (v_0 + 2g\tau)T + \left(\frac{v_0^2}{g} + g\tau^2 + 2v_0\tau\right) = 0$$

$$\Delta = 2g^2\tau^2 - v_0^2, \quad T = \frac{(v_0 + 2g\tau) \pm \sqrt{2g^2\tau^2 - v_0^2}}{g} = \left(2\tau + \frac{v_0}{g}\right) \pm \sqrt{2\tau^2 - \frac{v_0^2}{g^2}}$$

$$\frac{dT}{dv_0} = \frac{1}{g} \pm \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{-2 \frac{v_0}{g^2}}{\sqrt{2\tau^2 - \frac{v_0^2}{g^2}}} \right) = 0 \Rightarrow v_0 = g\tau \rightarrow \frac{v_0}{g} = \tau$$

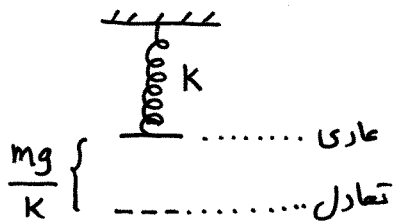
$$\Rightarrow T_{\max} = 4\tau$$

علامت \oplus قابل قبول است. (چرا؟)

$$h = \frac{1}{2}gT^2 - v_0 T = \frac{1}{2}g(4\tau)^2 - g\tau \cdot 4\tau = 4g\tau^2$$

$$h = 4 \times 10 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h = 90 \text{ m}}$$

۲- پاسخ ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷ درست است.



راه حل اول : دوره تناوب سیستم جرم و فنر برابر است با: $2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

و این نوسان حول نقطه تعادل انجام می شود.

بفرض اینکه حرکت از نقطه تعادل شروع شود، اولین بار بعد از $\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ دوباره به نقطه تعادل بازمی گردد. گلوله فاصله بین نقطه تعادل و نقطه عاری را در زمان $\frac{2}{v_0} \left(\frac{mg}{K}\right)$ به صورت رفت و برگشت طی می کند.

بنابراین زمان لازم از لحظه برخورد جسم به فنر تا جایی مجدد جسم، برابر است با زمان لازم یک رفت و برگشت به حالت عاری:

$$T = \pi\sqrt{\frac{m}{K}} - \frac{2mg}{Kv_0} = \pi\sqrt{\frac{30 \times 10^{-3}}{10^2}} - \frac{2 \times 30 \times 10^{-3} \times 10}{10^2 \times 3 \times 10^{-1}}$$

$$\Rightarrow T = (\pi\sqrt{300} - 20) \text{ ms} \Rightarrow \boxed{T = 34.4 \text{ ms} \approx 34 \text{ ms}}$$

راه حل دوم : فرض کنید فنر تا نقطه تعادل کشیده شده است و گلوله ای با سرعت v_0 میان فنر برزورد می کند تا هنگام عبور از نقطه عاری سرعت گلوله v باشد:

$$\frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} K \left(\frac{mg}{K}\right)^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + mg \left(\frac{mg}{K}\right) \rightarrow v_m = \left[v_0^2 + \frac{mg^2}{K}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$v = v_m \cdot \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{v}{v_m} = \frac{v_0}{\left[v_0^2 + \frac{mg^2}{K}\right]^{\frac{1}{2}}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$\cos\left(\frac{100}{\sqrt{3}} t\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{100}{\sqrt{3}} t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\pi\sqrt{3}}{600} \approx 9.07 \text{ ms}$$

زمان رفت از نقطه تعادل تا نقطه عاری ← زمان رفت و برگشت بین نقاط تعادل و عاری = 18.14 ms

$$\Rightarrow T = \pi\sqrt{\frac{m}{K}} - \frac{18.14}{1000} = \frac{\pi\sqrt{3}}{100} - \frac{\pi\sqrt{3}}{300} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{300} \Rightarrow$$

$$\boxed{T = 36.28 \text{ ms} \approx 36 \text{ ms}}$$

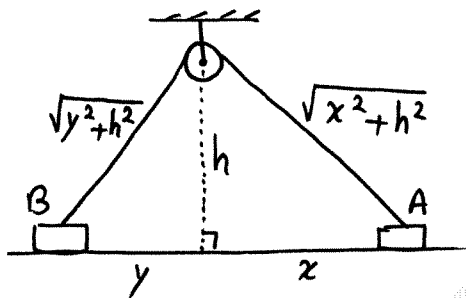
راه حل سوم: معادله سرعت زمان جسم: $v = v_m \cos(\omega t)$, $v_m = \left[v_0^2 + \frac{mg^2}{k} \right]^{\frac{1}{2}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0 = v_m \cos(\omega t_1) \rightarrow \cos(\omega t_1) = \frac{v_0}{v_m} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{6} \\ -v_0 = v_m \cos(\omega t_2) \rightarrow \cos(\omega t_2) = \frac{-v_0}{v_m} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{3\omega} = \frac{2\pi}{3 \times \frac{100}{\sqrt{3}}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi\sqrt{3}}{150} = 36.28 \text{ ms} \approx 36 \text{ ms}$$

۳- پاسخ $17 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است.



طول نخ $L = \sqrt{x^2 + h^2} + \sqrt{y^2 + h^2}$

$$\frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{2x\dot{x}}{\sqrt{x^2 + h^2}} + \frac{1}{2} \frac{2y\dot{y}}{\sqrt{y^2 + h^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{y} = \left(\frac{\sqrt{y^2 + h^2}}{y} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right) \dot{x}$$

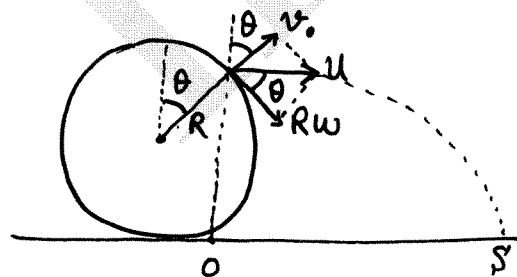
$$x = 3 \text{ m}$$

$$h = 4 \text{ m}$$

$$L = 13.5 \text{ m}$$

$$\sqrt{y^2 + 4^2} + \sqrt{3^2 + 4^2} = 13.5 \rightarrow y = 7.5 \text{ m}$$

$$\dot{x} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \rightarrow \dot{y} = \left(\frac{8.5}{7.5} \right) \times \left(\frac{3}{5} \right) \times 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \rightarrow \dot{y} = v_B = 17 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



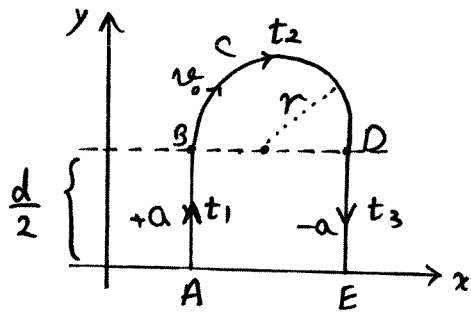
۴- پاسخ $47 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ درست است.

$$\left. \begin{aligned} v_0 \cos \theta &= R\omega \sin \theta \\ u &= v_0 \sin \theta + R\omega \cos \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow u = \frac{v_0}{\sin \theta}$$

$$x = ut, \quad y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = \frac{gx^2}{2u^2} \Rightarrow u^2 = \frac{gx^2}{2y}$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{v_0}{\sin \theta} \\ y &= R(1 + \cos \theta) \\ x &= S \end{aligned} \right\} \rightarrow v_0^2 = \frac{gS^2}{R} \cdot \frac{1 - \cos \theta}{2} \Rightarrow v_0^2 = 67 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

۱۷



۴- پاسخ ۲۹ درست است.

مسیر \overline{AB} : تحت نیروی الکتریکی، شتاب تندگونه دارد.

مسیر \widehat{BCD} : تحت نیروی مغناطیسی، حرکت دایره‌ای با

سرعت ثابت دارد.

مسیر \overline{DE} : تحت نیروی الکتریکی، شتاب کندگونه دارد.

$$E = \frac{V}{d}, F = eE = ma \Rightarrow a = \frac{eV}{md} : \text{ شتاب } \overline{AB}, \overline{DE}$$

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} t_1^2 \rightarrow t_1 = \left[\frac{md^2}{eV} \right]^{1/2} = t_3$$

$$\left. \begin{array}{l} qv_0 B = mr\omega^2 \\ v_0 = r\omega \\ \omega = \frac{2\pi}{2t_2} \end{array} \right\} \rightarrow t_2 = \frac{\pi m}{eB}$$

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = 2\sqrt{\frac{md^2}{eV}} + \frac{\pi m}{eB}, B = 2 \times 10^{-4} \text{ T}$$

$$m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, d = 1.6 \times 10^{-2} \text{ m}, V = 145 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 29 \times 10^{-8} \text{ s}}$$

۲- پاسخ ۷۲ ms درست است.

۷- پاسخ ۵ درست است.

در حالت اول، نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن یکسان است و سرعت برابر $\frac{L}{T}$ می باشد:

$$\rho \frac{4}{3} \pi r^3 g = 6 \pi \eta r \frac{L}{T} \rightarrow r = \left(\frac{g}{2} \cdot \frac{\eta L}{\rho g T} \right)^{1/2}$$

در حالت دوم، نیروی الکتریکی با وزن یکسان است:

$$\rho \frac{4}{3} \pi r^3 g = n e \cdot E \rightarrow n = \frac{4}{3} \frac{\rho g}{e E} \cdot r^3$$

$$\rightarrow n = \left(\frac{4}{3} \frac{\rho g}{e E} \right) \cdot \left(\frac{g}{2} \cdot \frac{\eta L}{\rho g T} \right)^{3/2}$$

$$\rightarrow n = \left(\frac{4}{3} \times \frac{\pi \times 8 \times 10^{-1} \times 10^3 \times 10}{1.4 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \right) \cdot \left(\frac{9}{2} \times \frac{1.8 \times 10^{-5} \times 16 \times 10^{-3}}{0.8 \times 10^3 \times 10 \times 16} \right)^{3/2} \approx 4.82$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 5}$$

سلامت، سار و موفق باشید.

- امیر پرتوی -

بهمن - ۱۴۹۱