« یاحق »

پاسخنامه تشریحی هفتمین المپیاد

نجوم و اخترفیزیک

نویسنده

کامبیز خالقی

سایت المپیادهای علمی ایران

www.irysc.com

Iranian Young Scholars Club

پاسخنامه

۱- گزینه الف پاسخ صحیح است.

$$E = b_s \Delta S \Delta T = Pc \;\; => P = \frac{b_s \Delta S \Delta t}{c} \;\; , F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$
$$\Delta P_A = 2P = 2\frac{b_s \Delta S \Delta T}{c} => \;\; F_A = 2\frac{b_s \Delta S}{c}$$
$$\Delta P_B = P = \frac{b_s \Delta S \Delta T}{c} => \;\; F_B = \frac{b_s \Delta S}{c}$$

بنابراین برایند گشتاور نیروها برابر خواهد بود با:

$$(F_A - F_B)\Delta x = \frac{b_s \Delta S}{c}\Delta x = \frac{1370\times(0.6\times0.8)}{3\times10^8}(0.725) = +1.59\times10^{-6} N.m$$

۲- گزینه ج پاسخ صحیح است.

با توجه به آنچه سوال گفته، می‌توان به طور تقریبی با تناسب، بعد جسم مورد نظر را پیدا کرد:

۲۴h	7840جرم
xh	جرم ۴۸۲۶

و بدین روش مقدار بعد ۱۴.۷۷ ساعت برای جرم تخمین زده می شود که نزدیکترین گزینه به آن گزینه ج است.

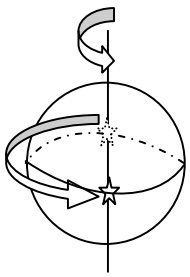
۳- گزینه د پاسخ صحیح است.

چون صحبت از چگالی جرمی به میان آمده واحد نهایی باید جرم بر متر مکعب باشد. این اتفاق تنها در مورد گزینه ه روی می‌دهد.(برای راحتی کار توصیه می‌شود ابتدا واحد ثوابت مذکور را بدست آورده و سپس با عدد گذاری سعی کنید به واحد نهایی جرم بر متر مکعب دست پیدا کنید.

۴-گزینه ج پاسخ صحیح است.

می‌دانیم: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{C}}$ در نتیجه سرعت جابجایی برابر خواهد بود با: $V = 3\times10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times \frac{9\times10^{-12}\,\mathrm{m}}{6.5\times10^{-7}\mathrm{m}}$ => $4115\frac{m}{s}$

طبق صورت سوال، محور تناوب ستاره بر دیواره کره آسمان قرار گرفته پس زاویه انحراف مدار آن ۹۰ درجه است. می‌توانیم چنین بنویسیم:



4115m	1s
$2\pi r$	Xs

و دوره تناوب برابر ۳۴۰۲۱۸ثانیه یا ۲۵ روز بدست می‌آید.

۵ – گزینه ب پاسخ صحیح است.

ابتدا از روی قدر ظاهری و قدر مطلق، فاصله هر ستاره از خودمان را بدست می‌آوریم:

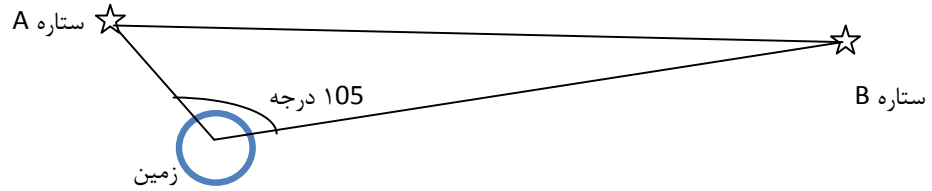
$$m - M = 5logd - 5 \quad => \quad S_A: -0.5 - 4.5 = 5lod - 5 \quad => d_A = 1pc$$

$$m - M = 5logd - 5 \quad => \quad S_B: 1.5 - 1.5 = 5lod - 5 \quad => d_B = 10pc$$

از طرفی طبق رابطه کسینوسها می‌توانیم فاصله زاویه‌ای دو ستاره را چنین بنویسیم:

$$\cos x = \cos(90 - \delta)\, cos(90 - \delta) + \sin(90 - \delta)\sin(90 - \delta)\, cos\Delta\alpha$$

$$\cos x = \cos 60\, cos45 + \sin 60 \sin 45\, cos182 \quad => \quad x = 105$$



بنابراین می‌توانیم فاصله دو ستاره را از رابطه کسینوسها در مثلث مسطحه بیابیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\, cos\theta \quad => \quad a^2 = 1 + 100 - 2 \times 1 \times 10 \times \cos 105 \quad => \quad a = 10.3\, pc$$

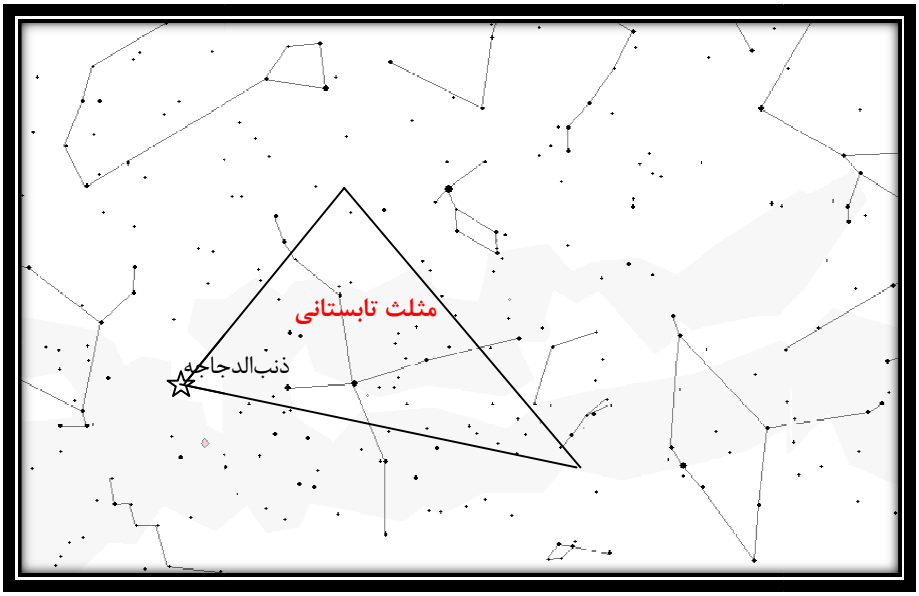
اگر فاصله دو ستاره ۱۰.۳ پارسک باشد، با دانستن قدرمطلق، می‌توانیم قدر ظاهری ستاره را بیابیم:

$$m - 1.5 = 5log10.3 - 5 \quad => \quad m = 1.5 \sim 1.43$$

۶- گزینه د پاسخ صحیح است.

میدانیم میل کمربند جبار تقریبا صفر و طول تقریبی آن ۳ درجه است. ($= \frac{FOV}{m}$ میدان دید تلسکوپ) بنابراین، بزرگنمایی تلسکوپ باید ۱۵ باشد و از آنجا که بزرگنمایی تلسکوپ نسبت کانونی تلسکوپ به چشمی‌ست، خواهیم داشت: $m = 3 = \frac{F_T}{F_e} = \frac{600mm}{x}$ و از اینجا فاصله کانونی چشمی ۴۰ میلیمتر خواهد شد.

۷- **گزینه ج پاسخ صحیح است.**



۸- **گزینه ب پاسخ صحیح است.**

می‌دانیم میزان افق منفی برحسب درجه از رابطه ذیل بدست می‌آید:

$$cos\theta = \frac{r}{r+h}, \theta = 3, r = 6400km \quad => \quad h = 8.9km \sim 9000m$$

۹-**گزینه الف پاسخ صحیح است.**

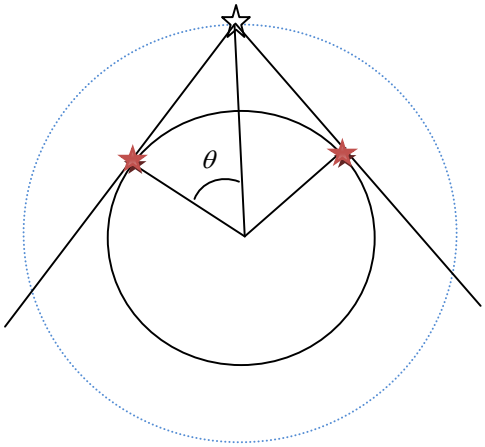
از آنجا که طبق فرض سوال ستاره ها در هر دو مثلث همگن توضیع شده‌اند باید از نسبت مساحت‌های دو مثلث استفاده کنیم:

مساحت مثلث کروی از این رابطه بدست می‌آید: $S = (A + B + C - \pi)r^2$

بنابر این باید چنین بنویسیم: $r_1 = r_2$ ، $\frac{S_1}{S_2} = \frac{(A_1+B_1+C_1-\pi)r_1^2}{(A_2+B_2+C_2-\pi)r_2^2}$ بنابراین نسبت مساحت مثلث تابستانی به زمستانی خواهد شد:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3.27-3.14}{3.23-3.14} = 1.44$$

۱۰- **گزینه د پاسخ صحیح است.**



جای شهرهای گیرنده و فرستنده با ستاره قرمز و جای منطقه بازتای‌دهنده با ستاره سفید مشخص شده: $\theta = cos^{-1}(\frac{R}{R+h})$,h=110km بنابراین فاصله دو شهر بر حسب درجه 2θ خواهد شد.(۲۱.۰۹درجه)

برای تبدیل این مقدار به کیلومتر از تناسب استفاده می‌کنیم:

$2\pi r$	360
چند کیلومتر	21.09

بنابراین خواهیم داشت: $x = \frac{21.09\times2\times\pi\times r}{360}$,r=6400 km در نتیجه فاصله دو شهر ۲۳۵۴ کیلومتر بدست خواهد آمد.

۱۱- **گزینه ب پاسخ صحیح است.**

از آنجا که لایه های مختلف هوا موازی افق قرار دارند، اثر شکست هم، موازی با افق به بیشینه خود می‌رسد.

۱۲- **گزینه د پاسخ صحیح است.**

طبق قانون گازهای ایده‌آل داریم: $PV = (\frac{2}{3}N)(\frac{1}{2}mv^2)$ و طبق صورت سوال داریم: $v = 10^5\frac{m}{s}, m = 3\times10^{44}g$, $\rho = \frac{N}{V}$

پس می‌توان قانون گازها را چنین نوشت: $P = \frac{1}{3}\frac{N}{V}mv^2$

$$P = \frac{1}{3}\left(\frac{0.0029}{(3.09\times10^{16}\times10^6)^3}\right)(3\times10^{44})(10^5)^2 = 9.82\times10^{-17}\frac{gr}{m\times s^2} = 9.82\times10^{-20}\frac{Kgr}{m\times s^2} = 9.82\times10^{-20}Pa$$

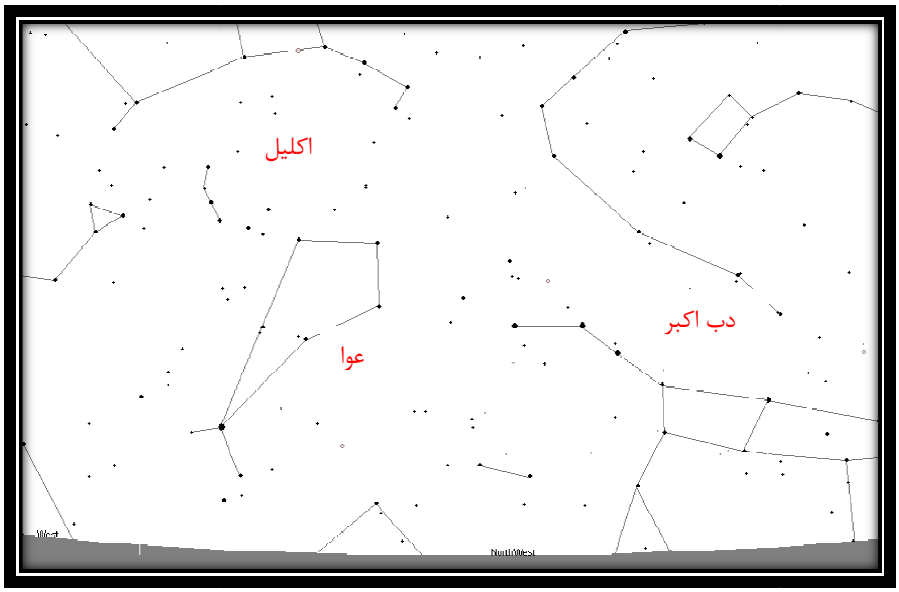
۱۳-حذف (نقص سوال)

۱۴-گزینه الف پاسخ صحیح است.

می دانیم میل خورشید در نقطه اعتدال بهاری برابر ۰ بوده، به تدریج تا انقلاب تابستانی افزایش می‌یابد تا به ۲۳.۵ درجه برسد. از لحظه انقلاب تابستانی تا انقلاب زمستانی به تدریج میل کاهس می‌یابد تا به ۲۳.۵ درجه جنوبی برسد و مجددا از ۱ دی(انقلاب زمستانی) تا اعتدال بهاری، به تدریج میل افزایش می‌یابد. که تمامی این شرایط تنها در گزینه الف رعایت شده است.

۱۵-گزینه د پاسخ صحیح است.

۱۶- گزینه ج پاسخ صحیح است.



۱۷-گزینه د پاسخ صحیح است.

۱۸- گزینه الف پاسخ صحیح است.

از روی نمودار می‌توان گفت قدر مطلق دو ستاره تقریبا با هم برابر است. بنابراین قدر ظاهری ستاره دورتر، باید کمتر از ستاره نزدیک ما باشد. پس می‌توان به سادگی فهمید که ستاره الطیر باید با قدر ظاهری بیشتری دیده شود (پرنورتر). در میان گزینه ها تنها گزینه الف به قدری پرنور تر از ۱.۲ اشاره دارد.

۱۹- گزینه ب پاسخ صحیح است.

از آنجا که کف دره‌های موجود در نمودار در هیچ جا مسطح نیست، می‌توان نتیجه گرفت که در مدت گذر دو ستاره از جلوی دیگری، هیچگاه به طور کامل جلوی نور ستاره قبلی سد نشده است که این به معنی برابری تقریبی شعاع دو ستاره است. در چنین حالاتی کف هر دره نمودار به معنی مشاهده درخشندگی فقط یکی از دو ستاره است. (از این پس ستاره ۲ را ستاره خورشیدگون و ستاره دیگر را با نماد ۱ نمایش می-دهیم:

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{4\pi r_1^2\sigma T_1^4}{4\pi r_2^2\sigma T_2^4}\ ,\ \frac{L_1}{L_2}=\frac{0.85}{0.25}\Rightarrow 3.4=\frac{T_1^4}{T_2^4}\Rightarrow T_1=1.35T_2\ ,T_2=57900K\Rightarrow T_1=7800K$$

۲۰- گزینه د پاسخ صحیح است.

۲۱- گزینه الف پاسخ صحیح است.

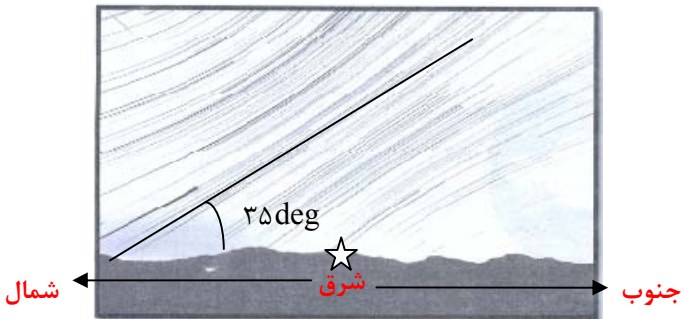
تمامی نسبتهای نوشته شده در جلوی واحد ۰درجه از مرتبه یک شصتم عبارت قبلی خود هستند. مثلا عبارت رت چنین می‌خوانیم صفر درجه و ۵۹ دقیق و ۰۸ ثانیه و ....

برای تبدیل عبارت یاد شده به درجه چنین می‌نویسیم:

$$59+\cfrac{08+\cfrac{20+\cfrac{33+\cfrac{53+\cfrac{04+\cfrac{29+\frac{40}{60}}{60}}{60}}{60}}{60}}{60}}{60}=0.985652\ \text{درجه}$$

بنابر این طبق زیج سنجری خورشید کمانی برابر مقدار فوق را در آسمان طی می‌کند. از تقسیم دایره طی شده توسط خورشید طی یکسال(۳۶۰درجه)، تعداد روزهای سال بدست می‌آید. که برابر است با ۳۶۵.۲۴۰۴۷یعنی ۳۶۵ روز و ۵ ساعت و ۵۰ دقیقه

۲۲- گزینه و پاسخ صحیح است.



می‌دانیم زاویه اندازه‌گیری شده در شکل فوق همان زاویه استوای سماوی با افق و برابر $90-\varphi$ است. بنابراین عرض جغرافیایی ۵۵ درجه خواهد شد. برای مشخص شدن شمالی یا جنوبی بودن این مقدار، باید به گفته مسئله که اشاره به عکاسی از افق شرقی دارد اشاره کرد. در نیمکره شمالی اگر به سمت شرق بنگریم انحنای ستاره ها به سمت شمال زیاد خواهد و برای نیمکره جنوبی، به سمت جنوب انحنا زیاد خواهد شد.

۲۳- **گزینه ه پاسخ صحیح است.**

بردار سرعت باید مماس بر مسیر حرکت باشد.

۲۴- **گزینه الف پاسخ صحیح است.**

برای حل این سوال باید از قوانین احتمال استفاده کرد، احتمال حضور ذره در هر یک از دو نیمه $\frac{1}{2}$ است. پس احتمال خالی شدن یکطرف ظرف $\frac{1}{2^{99}}$ ذره است که برای دو طرف A,B صادق است پس احتمال به$\frac{1}{2^{98}}$ کاهش پیدا خواهد کرد برای تبدیل این نسبت به ثانیه از این چنین عمل می‌کنیم. $\frac{365\times24\times60\times60}{2^{98}}$ که این مقدار برابر 9.95×10^{-23}ثانیه خواهد شد.

۲۵-**گزینه ب پاسخ صحیح است.**

برای دنباله دار ۱ داریم: $E=K+U=0 \Rightarrow U=-\frac{1}{2}(4\times10^4)^2$

برای دنباله‌دار ۲ داریم: $E=K+U \Rightarrow E=+\frac{1}{2}(5\times10^4)^2-\frac{1}{2}(4\times10^4)^2=4.5\times10^8$

$$K=\frac{1}{2}v^2=4.5\times10^8 \Rightarrow v=30\frac{km}{s}$$

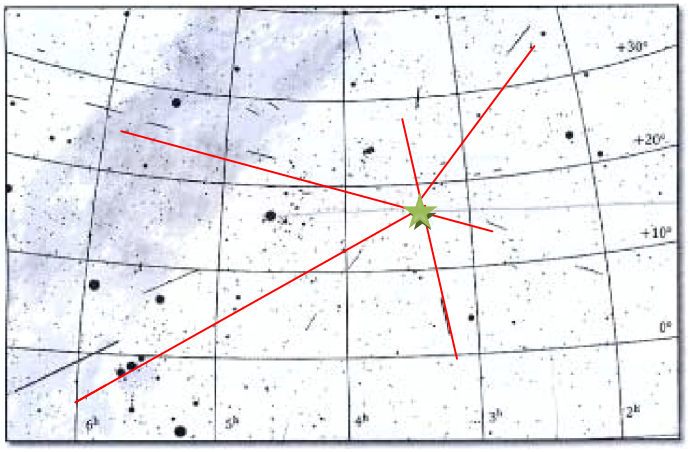
۲۶- **گزینه ب پاسخ صحیح است.**

$$a\propto t^{\frac{2}{3}} \Rightarrow r\propto t^{\frac{2}{3}} \Rightarrow r^3\propto t^2 \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3\propto t^2 \Rightarrow V\propto t^2 \Rightarrow \frac{1}{V}\propto\frac{1}{t^2} \Rightarrow$$

$$\frac{m}{V}\propto\frac{1}{t^2} \Rightarrow \rho\propto\frac{1}{t^2}$$

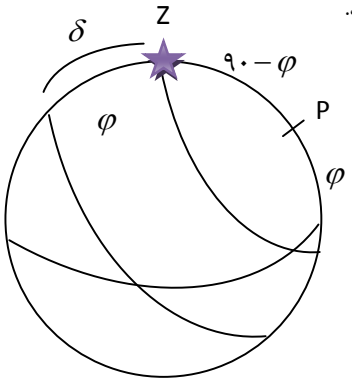
۲۷- **گزینه ج پاسخ صحیح است.**

کافیست انتهای شهابها را امتداد دهیم تا به کانون بارش برسیم: اگر چنین کنیم به نقطه‌ای با بعد 3h 30m و میل ۲۰ درجه دست پیدا خواهیم کرد.



۲۸- **گزینه الف پاسخ صحیح است.**

اگر قرار باشد خورشید از سمت‌الراس شهری بگذرد، باید میل آن با عرض جغرافیایی شهر برابر باشد.

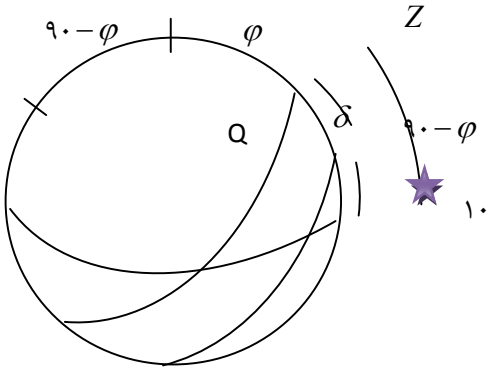


در نتیجه: $\delta = 21^{o}27/\mathrm{N}$ خواهد بود.

از طرفی اگر قرار باشد خورشید برای شهر دیگر هم در همین لحظه دارای سمت ۰ باشد، باید برای هر دو شهر در لحظه عبور قرار گرفته باشد. در نتیجه اختلاف طول جغرافیایی دو شهر برابر هم یا ۱۸۰ خواهد بود.

اگر اختلاف بعد صفر باشد، برای بدست آوردن مقدار عرض جغرافیایی،

کره آسمان را برای مکان دوم، مجددا رسم خواهیم کرد.



بنابراین عرض جغرافیایی شهر58 درجه جنوبی خواهد بود که در گزینه ها موجود نیست.

حالت ۲:

$$\mathrm{a} = \varphi - (90 - \delta) \quad => \quad \varphi = 78\,\mathrm{deg}\,31\,\mathrm{min}$$

طول جغرافیایی شهر دوم : ۱۸۰-۳۹ بنابراین: درجه$\lambda_{max} = -140$

۲۹- **گزینه ج پاسخ صحیح است.**

۳۰- **گزینه د پاسخ صحیح است.**

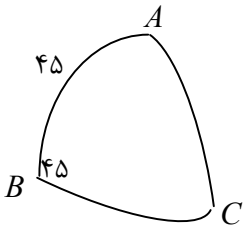
می‌دانیم رابطه درخشندگی $L = 4\pi r^2 \sigma \mathrm{T}^4$ پس می‌توان نوشت: $r = \sqrt{\frac{L}{4\pi T^4}}$. طبق این رابطه اگر بخواهیم r ثابت باشد باید L و T به طور مشابه تغییر کنند یعنی یا هر دو افزایش یابند یا هر دو کم شوند. که این موضوع تنها در خط d_4 دیده می‌شود.

۳۱- **گزینه د پاسخ صحیح است.**

شعاع استوانه کوچک را r فرض می‌کنیم. در نتیجه طبق شکل خواهیم داشت: $R_2 = R_1 + 2r$

و از آنجا که اگر غلتک ۴ دور به دور خودش بچرخد، یکدور به دور مرکز می‌چرخد نتیجه خواهد شد که:$4(2\pi r) = 2\pi(R_1 + r)$

از حل معادله بالا، $R_1 = 3\mathrm{r}$ و $R_2 = 5\mathrm{r}$ و نسبت شعاعهای دو استوانه، برابر گزینه $\frac{5}{3}$ خواهد بود.



۳۲- گزینه الف پاسخ صحیح است.

اگر تتا برابر ۴۵ درجه باشد، از طریق رابطه سینوسها زاویه C نیز ۴۵ درجه خواهد شد. حال اگر قضیه کسینوسها را برای ضلع BC بنویسیم، خواهیم داشت: $cosBC = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}cosA$ بدیهیست که در این رابطه به ازای مقادیر مختلف A طول کمان BCتغییر خواهد کرد پس گزینه های شامل ۴۵ درجه یعنی ب و ج و د حذف خواهند شد. برای انتخاب پاسخ صحیح به بررسی زاویه $\frac{\pi}{6}$ خواهیم پرداخت.

مجددا از رابطه سینوسها مقدار زاویه C را استخراج می‌کنیم که برابر ۰ خواهد شد و کمان ۳۰ درجه را از پاسخ‌های صحیح حذف خواهد کرد.

۳۳- گزینه ج پاسخ صحیح است.

همانطور که از نمودار قابل استخراج است، هر دو ستاره در مقدار $\sec Z$ برابر ۰، شدت روشنایی‌های برابر خواهند داشت؛ از طرفی می‌دانیم:

$$m = m_0 + K \sec Z$$

که در آن m_0 قدر ظاهری ستاره در حالت اولیه و K ضریب خاموشی جو و Z فاصله سمت‌الراسی ستاره است.

از آنجا که در مقدار $\sec Z = 0$ شدت روشنایی دوستاره برابر هم اندازه‌گیری شده است و شدت روشنایی‌های برابر، قدرهای ظاهری برابر را نتیجه می‌دهد، قدر ظاهری دو ستاره برابر خواهد بود که این موضوع به معنی صرفنظر از جو - اثر خاموشی جو- است.

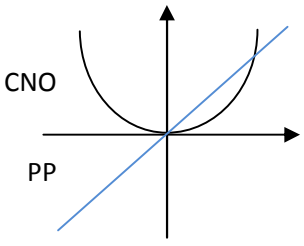
۳۴- گزینه ج پاسخ صحیح است.

به دو روش می‌توان به این سوال پاسخ داد ۱-تحلیل معادله به صورت خام (که به دلیل پیچیده کردن بی‌دلیل ماجرا نه توصیه می‌شود و نه در اینجا به توضیح آن پرداخته خواهد شد. ۲- جاگذاری اعداد (مثال زدن) به طوریکه شرایز معادله را کسب نماید:

$$\alpha > \beta \rightarrow \text{مثال } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\mathrm{m} > n \rightarrow \text{مثال } m = 2, n = 1$$

در نتیجه روابط به شکل مقابل در می‌آیند:



برای چرخه PP : $2T$ و برای چرخه CNO : T^2 از مقایسه نمودار این دو تابع پی خواهیم برد که

ابتدا آهنگ تولید انرژی در چرخه PP غالب است و سپس با افزایش دما آهنگ تولید انرژی در چرخه CNO کاهش می‌یابد.

۳۵- **گزینه ه پاسخ صحیح است.**

$E = K + U$ درمورد سهمی انرژی مدار صفر است، بنابراین داریم:

$$K = -U \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GmM}{r} \Rightarrow M = \frac{v^2 r}{2G}$$

از طرفی می‌دانیم: $a = \frac{v^2}{r}$ از جاگزاری این مقدار در رابطه بالا خواهیم داشت: $\mathrm{M} = \frac{\mathrm{V}^4}{2\mathrm{aG}}$ حال فقط باید سرعت و شتاب را با دقت قابل قبولی وارد فرمول نماییم که در نهایت به عدد 7×10^{23} کیلوگرم خواهیم رسید.

۳۶- **گزینه د پاسخ صحیح است.**

توضیحات ارائه شده در هر گزینه، به ترتیب معادله استاندارد دایره، بیضی افقی و بیضی عمودی را نشان می‌دهد. (با عدد گذاری هم می‌شود به صورت شهودی همه‌ی گزینه‌ها را اثبات نمود.)

۳۷- **گزینه د پاسخ صحیح است.**

الف) از آنجا که مساحتهای هاشور خورده برابرند، مساحت زیرنمودار هر دو جسم برابر است و این به معنی برابر بودن شار تابشی هر دو جسم است.

ب، ج، د)دمای موثر از رابطه $T = \frac{0.0029}{\lambda_{\max}}$ بدست می‌آید، چون طول موج قله ها با هم برابر نیست دمای دو جسم نیز متفاوت است.

می‌دانیم $\lambda_{max} = \frac{0.0029}{\mathrm{T}}$ و چون $\lambda_{2\,max} > \lambda_{1\,max}$ در نتیجه $T_{1\,max} > T_{2\,max}$

ه)فرکانس با معکوس طول موج در ارتباط است پس این گزینه هم پاسخ صحیح نیست.

۳۸- **گزینه الف پاسخ صحیح است.**

$$L = nL_s = 10^{11} \times 10^{11} \times 4 \times 10^{26} = 4 \times 10^{48} w$$

$$L = mc^2 \Rightarrow \quad m = 4.4 \times 10^{34} gr = 4.4 \times 10^{31} Kgr$$

در هر واکنش همجوشی به ازای هر اتم هلیوم تولیدی، ۱ درصد آن به انرژی تبدیل می‌شود: $M = 100\Delta m = 4.4 \times 10^{33}$

۳۹- **گزینه الف پاسخ صحیح است.**

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + \frac{1}{2}m\acute{v}^2 \Rightarrow \acute{v} = 8$ بعد از جایگذاری در روابط شتاب و ساده سازی خواهیم داشت:

$$\frac{v}{\acute{v}} = (\frac{r}{\acute{r}})^2 \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

«مسئله های کوتاه»

مسئله کوتاه ۱) با جایگزینی اعداد داده شده فرمول به این شکل ساده می‌شود:

$$ZHR = \frac{13 \times r^{6.5-6.5}}{\frac{11}{60} \times (1-0) \times sina} = \frac{71}{sina}$$

که در آن a ارتفاع کانون بارش است. حال کافیست با استفاده از زمان نجومی، ارتفاع کانون را محاسبه نماییم:

$$\cos(90-a) = \cos(90-\varphi)\cos(90-\delta) + \sin(90-\varphi)\sin(90-\delta)\,cosH$$

در نتیجه مقدار ارتفاع برابر ۶۹ درجه خواهد شد که از جاگزاری مقدار آن در رابطه اولیه، ZHR برابر ۷۶.۰۵ بدست خواهد آمد.

مسئله کوتاه ۲) 180دور در دقیقه معادل$\frac{1}{3}$ دور در ثانیه است.

از طرف داریم :$tan2.25 = \frac{a}{d} = \frac{a}{100\ km} \Rightarrow \quad a = 3.9km$

و سرعت برابر است با جابجایی تقسی بر زمان و پاسخ صحیح$\frac{km}{s}$ $\frac{3.9km}{\frac{1}{3}\mathrm{S}} = 11.78$ خواهد بود.

مسئله کوتاه ۳) طبق صورت سوال چون $V = \frac{4}{3}\pi r^3$,K=$PV^{\frac{5}{3}}$ بنابراین می‌توانیم چنین بنویسیم:

$$Pr^5 = \acute{K}$$

از طرفی چون آهن به صورت گازیست، می نویسیم : $PV = nRT$ از جاگذاری P برحسب K , r خواهیم داشت:

$$\grave{K} = T \times r^2$$

می نویسیم: $\frac{\grave{K}}{\acute{K}} = \frac{\mathrm{r}_1}{\mathrm{r}_2} \times (\frac{T_1}{T_2})^2 = 1$ با استفاده از دماهای اولیه و ثانویه‌ی مطرح شده در سوال خواهیم داشت : $\mathrm{r}_1 = 100 r_2$ پس شعاع ۹۹ برابر شده است.

مسئله کوتاه ۴) $\frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r} \Rightarrow v = 14.8\ \frac{km}{s}$

تکانه زاویه‌ای شهابسنگ ثابت می‌ماند پس می‌توانیم بنویسیم:

$$m_1 v_1 r_1 sin\theta_1 = m_2 v_2 r_2 sin\theta_2 \quad \Rightarrow \quad sin\theta_2 = \frac{9\times10^6\times10\times10^3}{14800\times6.7\times10^6} = 0.9 \Rightarrow \quad \theta_2 = 65 \text{ درجه}$$

این زاویه فاصله سمت‌الراسی شهابسنگ است، بنابراین برای بدست آوردن ارتفاع آن ار افق باید متمم این مقدار را بدست آوریم، که برابر است با ۲۵ درجه.

نویسنده: کامبیز خالقی

مسئله کوتاه ۵) می‌دانیم دمای جسم سیاه با طول موج آن از رابطه زیر پیروی می‌کنند.$T = \frac{0.0029}{\lambda_{max}}$ از جاگذاری طول موج بیشینه تابش پس زمینه کیهانی، دمای آن۲.۷ درجه کلوین براورد می‌شود. حال باید این دما را در رابطه تابش هاوکینگ اعمال نمود.

$$M = \frac{hc^3}{16k\pi^2GT} = \frac{6.63\times10^{-34}\times(3\times10^8)^3}{16\times1.38\times10^{-23}\times3.14^2\times6.67\times10^{-11}\times2.7} = 2.5\times10^{22}$$

مسئله کوتاه ۶) سن جهان ۱۳.۷ میلیارد سال است ، پس دورترین اجرام قابل مشاهده عالم ۱۳.۷ میلیارد سال از ما فاصله دارند. که این مقدار برابر است با:$r = 13.7\times10^9\times3\times10^8\times60\times60\times24\times365 = 1.2\times10^{26}\text{m}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 9.1\times10^{78}$$

حال از تناسب استفاده می‌کنیم:

$$0.26\times10^6 ev \qquad 1m^3$$

$$xev \qquad 7.2\times10^{78}m^3$$

$$=> \quad x = 1.8\times10^{84}ev\times1.6\times10^{-19}\ ,\ E = mC^2 \quad => \quad 2.8\times10^{65} = m\times(3\times10^8)^2 \ =>$$

$$m = 9.6\times10^{48}\sim10^{49}gr = 10^{46}Kgr$$

پاسخ و مرتبه وارد شده در پاسخنامه، ۴۶ است.

مسئله کوتاه ۷)

$$\frac{360}{T_1} = \frac{360-20}{T_2} => \quad T_2 = \frac{17}{18}T_1$$

از طرفی طبق قانون سوم کپلر می‌نویسیم: $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2$

$$a_2 = 0.96a_1 => \quad h_{max} + h_{min} + 2R_e = 2a \quad => 77.9\ km$$

مسئله کوتاه 8)ابتدا فاصله دو شهر را برحسب درجه بدست می‌آوریم:

$$\cos x = cos57\cos55 + sin57sin55\cos10 \quad => \quad x = 8.5$$ درجه

حال ابن مقدار را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم: $x_{km} = \frac{2\pi r\times8.5}{360} = 949\ \text{km}$

۹۴۹کیلومتر ۱۶۵ فرسنگ

X کیلومتر ۱۰ فرسنگ

$X=57.5$ کیلومتر، پاسخ مسئله است.