آمار و احتمال و ریاضیات پایه

Subject

Year: Month: Day:

خطای اندازه‌گیری — $0 \le E < 1$ است و در اندازه‌گیری از E^2 و $E_1 E_2$ می‌شود صرف نظر کرد

متغیر کمی — پیوسته — متغیری که تمام مقادیر درون بازه را بگیرد — طول قد

گسسته — پیوسته نباشد — تعداد کارمندان اداره

متغیر تصادفی

متغیر کیفی — کیفی ترتیبی — متغیری هست که در آن نوعی مراحل وجود دارد — مراحل بازپرسی

کیفی اسمی — ترتیبی نباشد — جنسیت

عدد تصادفی — اگر r عدد تصادفی و n اندازه‌ی جامعه باشد — $0 \le r < 1 \Rightarrow 1 \le [nr]+1 \le n$

دامنه تغییرات — اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده‌ها را دامنه‌ی تغییرات گویند

This is a watermark for trial version, register to get full one!

VIPBenefits:

1. Converts the whole document.
2. No trial watermark on the output documents.

Remove it Now

آمار

مطلق — تعداد داده های موجود در هر یک از دسته ها را فراوانی مطلق آن دسته گویند

فراوانی مطلق هر دسته

تعداد کل داده ها

فراوانی نسبی — $\frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده ها}}$

تجمعی — مجموع فراوانی های دسته‌ی اول، دوم و ... تا نام را فراوانی تجمعی تا نام گویند

نمودار میله ای — مراکز دسته‌ها روی محور x و فراوانی روی y

نمودار مستطیلی — یکی از اضلاع آن طول دسته و محور y فراوانی است

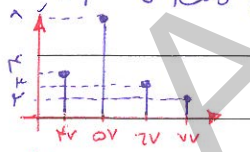
نمودارها

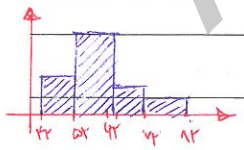
نمودار خط چند ضلعی — مراکز دسته‌ها را به عنوان نقاطی روی محور x و فراوانی‌ها

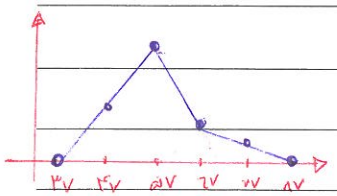
دو دسته با فراوانی صفر در اول و آخر طول برابر با طول دسته‌ها

نقاط را به هم وصل می‌کنیم مساحت = مساحت مستطیلی

در متغیرهای پیوسته انتهای نمودار مستطیلی را به هم وصل می‌کنیم



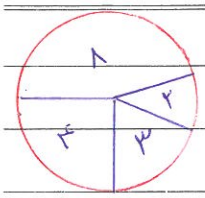




امیرحسین صالحی

SALEH

Subject Year: Month: Day:



$\alpha = \frac{f}{n} \times 360$ — دایره‌ای

نمودار

ساقه و برگ

ساقه	برگ
۱	۲ ۸ ۹
۲	۲ ۷
۳	۳ ۷

۱۲ ۱۸ ۱۲
۲۷ ۲۲ ۳۴
۱۹ ۳۷ ۳۳

مد — مرکز دسته‌ای که بیشترین فراوانی را دارد

$\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i f_i}{n}$ — میانگین

شاخص‌های مرکزی

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین صفر است

اگر همه را در عددی ضرب کنیم $\overline{ax+b} = a\bar{x} + b$

میانه — داده‌ای که از نظر تعدادی دقیقاً وسط قرار دارد. اگر زوج بود متوسط میانگین دو تا وسطی‌ها

چهارک — کل داده‌ها را براساس تعدادشان به چهار بازه با داده‌های برابر تقسیم کنیم

نمودار جعبه‌ای

۱ ۲ ۴ ۵ ۶ ۷ ۹ ۱۰ ۱۲ ۱۶ ۱۷

Q_1 Q_2 Q_3 میانه

برای حساب کردن میانگین از جعبه‌ای حساب نیست

آمار

افزایش آن نشان‌دهنده‌ی افزایش پراکندگی داده‌ها می‌باشد

واریانس

$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ $\sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n}$ — رابطه

معیاری است که هنگامی هم‌مرکزیات داده‌ها

$\sigma^2_{ax+b} = a^2 \sigma^2_x$

واریانس تنها در صورتی صفر است که همه‌ی داده‌ها با هم برابر باشند

شاخص‌های پراکندگی

جذر واریانس را انحراف معیار نامیده و آن را σ نشان می‌دهند — انحراف معیار

$\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x$

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ — ضریب تغییرات — نسبت انحراف معیار به میانگین

AmirRameznai 09125855873

SALEH

Subject Year: Month: Day:

معادله‌ی $ax^2+bx+c=0$ با فرض $a\neq 0$ درجه دوم است

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دو ریشه $\Delta>0$

$x=\frac{-b}{2a}$ ریشه مضاعف $\Delta=0$

ریشه ندارد $\Delta<0$

$x_1^2+x_2^2=S^2-2P$

$x_1^3+x_2^3=S^3-3PS$

* اگر $a+b+c=0$ یکی از ریشه‌ها 1 است

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ ، $P=\frac{c}{a}$ ، $S=\frac{-b}{a}$

* $Q(x)$ را چند جمله‌ای معکوس $P(x)$ می‌نامیم

$P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}\dots a_1x+a_0$

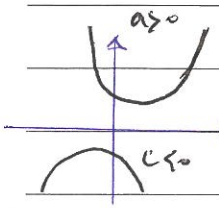
$Q(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}\dots a_{n-1}x+a_n$

ریشه‌های این دو چند جمله‌ای معکوس هم‌اند

معادلات درجه ۲

$ax^2+bx+c=0 \rightarrow cx^2-bx+c=0$ — ریشه‌ها درجه ۲ قرینه شود

$cx^2+bx+a=0$ — ریشه‌ها درجه ۲ عکس شود



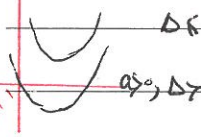
اگر $a>0$ باشد حتماً از ناحیه‌ی ۱و۲ ، $(a<0$ و ۳و۴$)$ می‌گذرد

اگر $c<0$ از ناحیه اول و دوم و اگر $c>0$ از ناحیه سوم و چهارم

اگر $\frac{c}{a}<0$ دو ریشه (مختلف العلامت) آن‌گاه از دو تا ناحیه عبور می‌کند

اگر $\Delta<0$ باشد آن‌گاه یا فقط از ناحیه ۱و۲ عبور می‌کند یا فقط از ۳و۴

خواص نموداری



$a>0, \Delta>0, S>0, P>0$ ۴ درجه‌ی ۲ می‌خواهیم از یک ناحیه عبور دارد

* اگر حاصل جمع دو عدد مثبت x و y مقدار ثابت k باشد حاصل ضرب آن‌ها وقتی که برابر اند ماکزیمم است

* اگر حاصل ضرب دو عدد مثبت x و y مقدار ثابت k باشد حاصل جمع آن‌ها وقتی مینیمم است که برابر باشند

AmirRameznai 09125855873

Subject Year: Month: Day:

معادلات شامل عبارات رادیکالی را گنگ می‌نامیم :

$\sqrt{2x+1} = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$

معادلات گنگ

برای حل این معادلات باتوان رسانی طرفین معادله به جواب می‌رسیم

* در این سوالات باید به دامنه‌ی توابع دقت شود

حل معادلات به روش هندسی

$f(x)=g(x)$ یعنی نمودار f و g در چند نقطه (تقاطع) برخورد دارند

توابع $\sin kx$ $\tan kx$ $k\tan x$ $\sin^{-1} kx$ $y=kx$ خط

معادلات

نقش علامت

برای تعیین علامت عبارت $\frac{P}{q}$ ابتدا ریشه‌های $P=0$ و $q=0$ را به دست می‌آوریم به صورت نمودار

ریشه‌ها را بر حسب درجه‌ی آن‌ها از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و در خانه‌ها اول می‌نویسیم

علامت بزرگترین درجه

$\frac{(x-1)^2(x+2)x^3}{(x-2)(x-4)}$

	-2	0	1	2	3	4
	+	0 −	0 +	0 +	‖ −	‖ +

* علامت در اطراف ریشه مضاعف تغییر نمی‌کند

نامعادلات

حواس

برای حل $P(x)g(x)$ آن را طرفین وسطین می‌کنیم

$x^2 < a^2 \Rightarrow -a < x < a$

$x^2 > a^2 \Rightarrow x > a$ یا $x < -a$

$P(x) = Q(x)K(x) + R(x)$

اگر درجه‌ی مقسوم m و درجه‌ی مقسوم‌علیه n باشد ← خارج‌قسمت $m-n$ و باقی‌مانده حداکثر $n-1$ است

$x^2=-1 \Rightarrow$

$P(x) = (x^2+1)K(x) + R(x)$

چندجمله‌ای‌ها

لم باقی‌مانده یابی

مقدار صفرکننده‌ی مقسوم‌علیه را در کل عبارت به جای خودش قرار می‌دهیم

* می‌توان از هم تقسیم هم استفاده کرد

$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \cdots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \cdots + \binom{n}{n}a^0 b^n$

ضرایب اول و آخر هر بسط به تساوی دو به دو برابر اند [مثلث خیام پاسکال]

* جمله‌ی وسط در توان زوج [تعداد جمله‌ها فرد] یک جمله‌ای و در توان فرد [تعداد جمله‌ها زوج] دو جمله‌ای

بسط دوجمله‌ای

SALEH

AmirRameznai 09125855873

Subject

Year: Month: Day:

$a_{n+1} = a_n + d$ — هر جمله‌ی آن با از جمله قبلی به اضافه‌ی قدر نسبت به دست می‌آید

حسابی — $a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$

$\frac{a+c}{2} = b$ — اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی باشند داریم

درج واسطه حسابی

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ ✱

مجموع جملات

دنباله‌ی

$a_{n+1} = q a_n$ — هر جمله‌ی آن از ضرب جمله‌ی قبلی در قدر نسبت به دست می‌آید

$a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}$

$b^2 = ac$ — اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی باشند داریم

هندسی — درج واسطه هندسی

$S_n = a_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1})$ — $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ — مجموع جملات

مجموع جملات

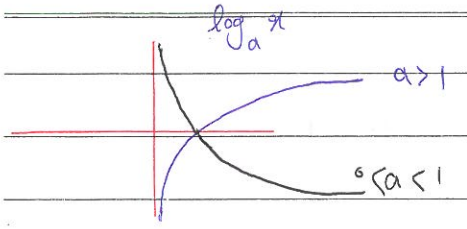
اگر قدر نسبت یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a قدر نسبت $|q|<1$ داشته باشد

$\lim_{n\to\infty} S_n = a + aq + \dots = \frac{a(1-q^n)}{1-q} \to \frac{a}{1-q}$

دنباله‌ی تقریبات اعشاری — برای هر عدد حقیقی مثبت x می‌توان دنباله‌ای از اعداد اعشاری ساخت که حدود آن به x میل کند

AmirRamezani 09125855873

Subject Year: Month: Day:



$D: (0, \infty)$, $R = \mathbb{R}$

* نمودار تابع لگاریتم تابعی صعودی است $a>1$ — نزولی است $0<a<1$

$\log_a a = 1$ — $\log_a 1 = 0$

$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$ — $\log xy = \log x + \log y$ — خواص — کاربرد

$\log \frac{x}{y} = -\log \frac{y}{x}$ *

$\log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x$

$a^{\log_a x} = x$

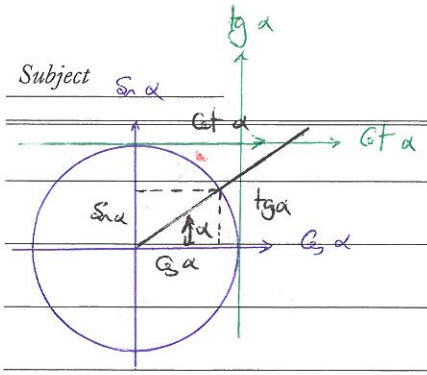
$\log_c b = \frac{\log b}{\log c}$ *

$[\log n] + 1$ — * تعداد ارقام یک عدد صحیح مثبت است با

AmirRameznai 09125855873

SALEH

Subject Year: Month: Day:



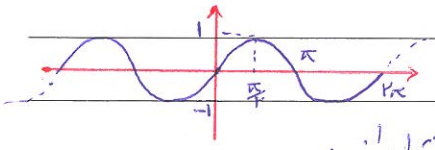
$Sin^2\alpha + Cos^2\alpha = 1$

$tg\,\alpha = \frac{Sin\alpha}{Cos\alpha} = \frac{1}{Cot\alpha}$

$1 + tan^2\alpha = \frac{1}{Cos^2\alpha}$

$1 + Cot^2\alpha = \frac{1}{Sin^2\alpha}$

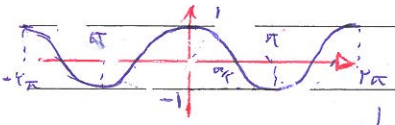
روابط مثلثاتی



تناوب 2π — Sin — توابع مثلثاتی

فرد است

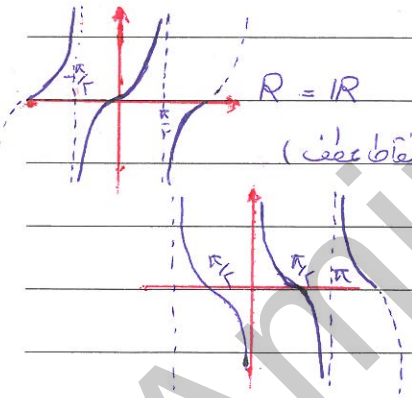
برخورد با محور α ها مرکز تقارن (نقاط عطف)



تناوب 2π — Cos α

زوج است

برخورد با محور α ها مرکز تقارن (نقاط عطف)

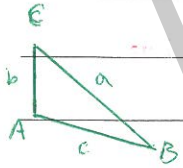


تناوب π — tg α — فرد و $D = R - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

نقاط برخورد با α ها مرکز تقارن (نقاط عطف)

تابع Cot نسبت به tg است

تقارن



مجموع زوایای مثلث 180 درجه است — خصوصیات در مثلث

قضیه کسینوس‌ها — $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,Cos\hat{A}$

سینوس‌های هم مرکز — $\frac{a}{Sin A} = \frac{b}{Sin B} = \frac{c}{Sin C} = 2R$

$Sin\alpha \mp Cos\alpha = \sqrt{2}\,Sin(\frac{\pi}{4} \mp \alpha)$

$Sin(\alpha \mp \beta) = Sin\alpha Cos\beta \mp Cos\alpha Sin\beta$

$Cos(\alpha \mp \beta) = Cos\alpha Cos\beta \pm Sin\alpha Sin\beta$ — بسط $\beta \pm \alpha$

$\frac{1 \pm \tan\alpha}{1 \mp \tan\alpha} = \tan(\frac{\pi}{4} \pm \alpha)$ — $\tan(\alpha \mp \beta) = \frac{\tan\alpha \mp \tan\beta}{1 \pm \tan\alpha\tan\beta}$

$Sin^2\alpha = \frac{1 - Cos 2\alpha}{2}$

$Cos^2\alpha = \frac{1 + Cos 2\alpha}{2}$ — فرمول طلایی

Amir Rameznai 09125855873

Subject Year: Month: Day:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ ★ — 2α

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$ ★

$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ ★

★ $\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ $\left(2\tan\cos^2\alpha\right)$

★ $\cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ — 3α

$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

بقیه را به این تبدیل کن اگر دارت رفت $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ★ $\sin\alpha \mp \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha\mp\beta}{2}\cos\frac{\alpha\pm\beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ — جمع به ضرب

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

بقیه را به این تبدیل کن $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ★ $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right)$ — ضرب به جمع — مثلثات

$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right)$

$\sin\alpha\cos\beta = -\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)\right)$

$x = \alpha + 2\pi$

$x = \pi - \alpha + 2\pi$ — $\sin x = \sin\alpha$

$x = \pm\alpha + 2\pi$ — $\cos x = \cos\alpha$

$x = \alpha + 2k\pi$ — $\cot x = \cot\alpha$ ، $\tan x = \tan\alpha$ — معادلات مثلثاتی

$a\sin x + b\cos x = c$ — حل $\sqrt{a^2+b^2}$ فاکتور می‌گیریم

$|a\sin x + b\cos x| \le \sqrt{a^2+b^2}$ ★

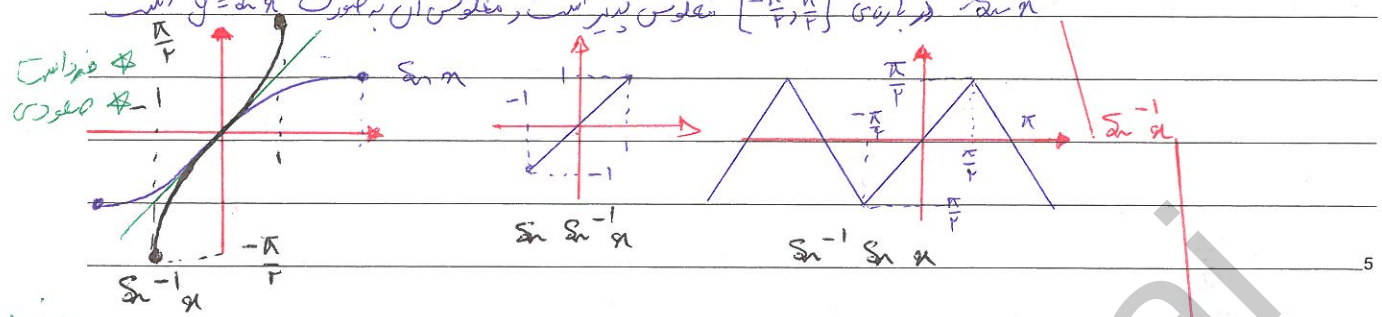
★ حل بعضی سوالات باید از عقل استفاده کرد مثلاً $\cos^6 x = 1 + \sqrt{\sin x}$

AmirRameznai 09125855873

SALEH

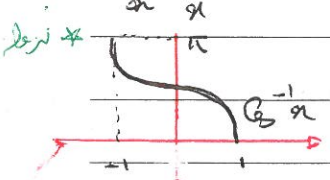
Subject | Year: | Month: | Day:

$y=\sin^{-1}x$ است $\sin x$ معکوس پذیر است، معکوس آن به صورت $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ در بازه‌ی



فرد است ✱ صعودی ✱

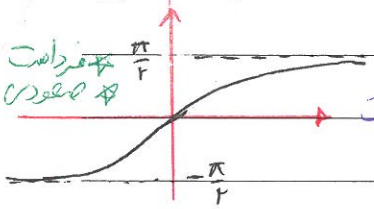
5



نزولی ✱

$\cos x$ در بازه‌ی $[0,\pi]$ وارون پذیر است معکوس آن $\cos^{-1}x$ است

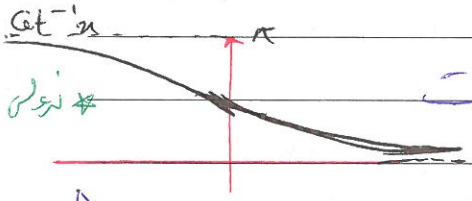
خروجی تابع $\cos^{-1}\tan$ بین $[0,\pi]$ است



فرد است ✱ صعودی ✱

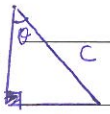
$\tan x$ در بازه‌ی $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ وارون پذیر است وارون آن $\tan^{-1}x$ است $\tan x \longrightarrow \tan^{-1}x$

10



نزولی ✱

$\cot x$ در بازه‌ی $[0,\pi]$ وارون پذیر و وارون آن $\cot^{-1}x$ است $\cot x \longrightarrow \cot^{-1}x$



$$\cos^{-1}\frac{b}{c}=\tan^{-1}\frac{a}{b}=\sin^{-1}\frac{a}{c}=\theta$$

$$\sin\theta=\frac{a}{c}\Rightarrow \sin^{-1}\frac{a}{c}=\theta$$

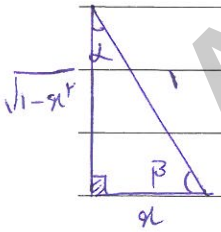
$$\cos\theta=\frac{b}{c}\Rightarrow \cos^{-1}\frac{b}{c}=\theta$$

$$\tan\theta=\frac{a}{b}\Rightarrow \tan^{-1}\frac{a}{b}=\theta$$

روابط در مثلث قائم‌الزاویه

توابع وارون مثلثاتی

15



$$\sin^{-1}x=\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}=\alpha$$

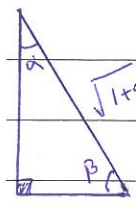
$$\cos^{-1}x=\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}=\beta$$

$$\alpha+\beta=\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$$

$$\sin\cos^{-1}x=\cos\sin^{-1}x=\sqrt{1-x^2}$$

روابط

20



$$\sin\alpha=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\Rightarrow \sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\alpha$$

$$\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}=\alpha$$

$$\tan^{-1}x=\alpha$$

25

$$\tan^{-1}x=\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}\quad x\in\mathbb{R}$$

$$\begin{cases}\tan^{-1}x+\tan^{-1}\frac{1}{x}=\frac{\pi}{2} & x>0\\ \tan^{-1}x+\tan^{-1}\frac{1}{x}=-\frac{\pi}{2} & x<0\end{cases}$$

SALEH

✱ $ab<1$: $\tan^{-1}a+\tan^{-1}b=\frac{a+b}{1-ab}$

AmirRamezani 09125855873

Subject Year: Month: Day:

اگر به ازای هر x از D_f هم $x \mp kT$ هم f باشد و $f(x+T)=f(x)$ تابع متناوب است

دوره تناوب اصلی تابع کوچکترین T برای آن است

* طبق تعریف ثابتی با ضابطه‌ی معین نمی‌تواند متناوب باشد

دوره تناوب

توابع مثلثی

$T=\frac{2\pi}{|a|}$ ——— $\sin^{2k+1} ax$ و $\cos^{2k+1} ax$

$T=\frac{\pi}{|a|}$ ——— $|\sin^{k} ax|$, $|\cos^{k} ax|$, $\sin^{2k} ax$, $\cos^{2k} ax$

$T=\frac{\pi}{|a|}$ ——— $\tan^{k} ax$ و $\cot^{k} ax$

$T=\frac{1}{|a|}$ ——— $[ax]+[-ax]$ و $ax-[ax]$

* در توابع کسری مانند $\tan x$ و $\cot x$ به نقاط تعریف نشده توجه کنیم

* دوره تناوب مشتق یک تابع برابر دوره تناوب خود تابع کوچکتر یا مساوی است

* اگر T_1 و T_2 دوره تناوب f و g باشند به طوری که $\frac{T_1}{T_2} \in \mathbb{Q}$ در این صورت دو متناوب

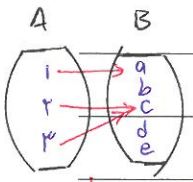
$T=nT_1=mT_2$ و $m,n \in \mathbb{N}$ ——— می‌شود T_1 و T_2 کمترین $\frac{f}{g}$ و $f.g$ و $f+g$

AmirRameznai 09125585873

Subject

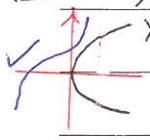
Year: Month: Day:

تعریف می‌شود $R=\{(x,y)\mid x\in A, y\in B\}$ به صورت R رابطه‌ای از A به B



تابع رابطه‌ای است از A به B که در آن هر عضو A دقیقاً به یکی از اعضای B برده می‌شوند

تابع مجموعه‌ای از زوج مرتب‌هاست که در آن هیچ دو زوج مرتبی دارای مولفه اول برابر نیست



✱ به عبارت دیگر $y=f(x)$ نباید برای یک x دو مقدار y دهد

$D_f=\{x\mid y=f(x)\}$ یا $D_f=\{x\mid (x,y)\in f\}$ ← مولفه‌ی اول زوج مرتب

اگر $f(x)$ یک چندجمله‌ای باشد آنگاه دامنه $f(x)$ است $\mathbb{R}$

دامنه تابع ← تقسیم دامنه ← دامنه $\frac{f}{g}$ برابر اشتراک دامنه‌ی f و g به جز مقادیری که $g(x)=0$ است

در توابع رادیکالی اگر فرجه ... فرد $y=\sqrt[2n+1]{f(x)}$ $D=D_f$

زوج $y=\sqrt[2n]{f(x)}$ $D=D_f\cap \mathbb{R}^+\cup\{0\}$

✱ دامنه‌ی $\cos f(x)$، $\sin f(x)$ همان دامنه‌ی f است

✱ دامنه‌ی $y=\tan f(x)$ قسمتی از دامنه‌ی f است که $f(x)\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$ باشد

✱ دامنه‌ی $y=\cot f(x)$

✱ دامنه‌ی $\arccot f(x)$، $\arctan f(x)$ همان دامنه‌ی f است

✱ دامنه‌ی $f^{-1}(x)$ که f^{-1} قسمتی از D_f است که در آن $|f(x)|\leq 1$ باشد

✱ دامنه‌ی $y=\log_{g(x)} f(x)$ قسمتی از $D_f\cap D_g$ است که

$f(x)>0$

$g(x)>0$

$g(x)\neq 1$

$R_f=\{y\mid f(x)=y\}$ یا $R_f=\{y\mid (x,y)\in f\}$ ← مولفه‌ی دوم زوج مرتب است

① ابتدا مقدار x را برحسب y محاسبه کرده و شرط دامنه را برای y پیاده‌سازی می‌کنیم

② استفاده از نامساوی‌ها ← برد

$x=\pm 1$ $x\neq 0$ $|x+\frac{1}{x}|\geq 2$

$x_1=x_2$ $x_1,x_2>0$ $|x_1+x_2|\geq 2\sqrt{x_1x_2}$

$x_1x_2=0$

$|a\sin x+b\cos x|\leq \sqrt{a^2+b^2}$

③ استفاده از مشتق (نیاز به پیوسته بودن تابع دارد) البته با نقاط بحرانی راحت‌تر

✱ اگر تابعی صعودی نزولی اکیداً شد ماکسیمم و مینیمم آن سر دره بازه‌اند

④ بعضی توابع چیزی را حل نکن با تغییر متغیر مناسب به یک تابع مثلثاتی تبدیل کرد و برد آن را پیدا کرد

تقسیم برد

$y=x+\sqrt{1-x^2}$ $\xrightarrow{x=\sin\alpha}$ $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})$ $\xrightarrow{\cos\alpha\geq 0}$ $-\frac{\pi}{2}\leq\alpha\leq\frac{\pi}{2}\rightarrow -\frac{\pi}{4}\leq\alpha+\frac{\pi}{4}\leq\frac{3\pi}{4}$

$-\sqrt{2}<\dots\leq 1$

AmirRameznai 09125855873

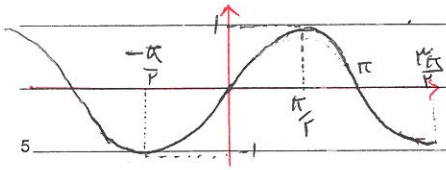
SALEH

Subject Year: Month: Day:

دامنه‌ی یکسان داشته باشند

تساوی دو تابع ← $f(x)=g(x)$ به ازای هر x از دامنه‌ی مشترک

$f(x)=\sin x$ تابع را فرض کنید، $a>0$

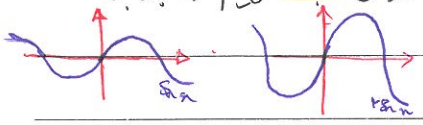


برد ثابت می‌ماند:
- تابع a واحد به سمت چپ منتقل می‌شود ← $f(x+a) \leftarrow f(x)$
- تابع a واحد به سمت راست منتقل می‌شود ← $f(x-a) \leftarrow f(x)$

دامنه ثابت می‌ماند:
- تابع a واحد می‌رود بالا ← $f(x)+a \leftarrow f(x)$
- تابع a واحد می‌رود پایین ← $f(x)-a \leftarrow f(x)$

رسم تابع

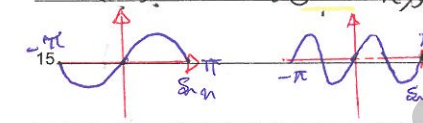
اگر $a>1$ باشد تابع را در راستای محور y منبسط می‌کنیم (a برابر) ← $af(x) \leftarrow f(x)$



اگر $a<1$ باشد منقضض می‌کنیم

$R_f=[\alpha,\beta] \Rightarrow R_{af(x)}=[a\alpha,a\beta]$ دامنه ثابت و برد ثابت

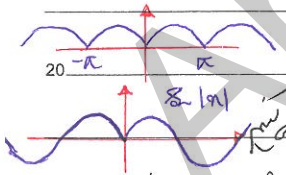
اگر $a>1$ باشد تابع را در راستای محور x منقضض می‌کنیم (a برابر) ← $f(ax) \leftarrow f(x)$



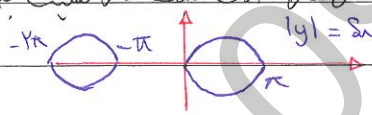
اگر $a<1$ باشد تابع را منبسط می‌کنیم

$D_f=[\alpha,\beta] \Rightarrow D_{f(ax)}=[\frac{\alpha}{a},\frac{\beta}{a}]$ برد ثابت و

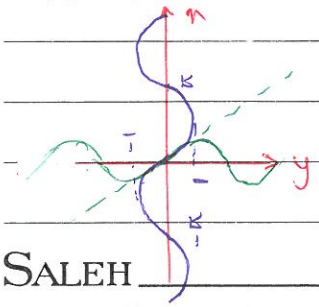
قرینه:
- قرینه نسبت به محور y ← $f(-x) \leftarrow f(x)$
- قرینه نسبت به محور x ← $-f(x) \leftarrow f(x)$



قدرمطلق:
- منفی‌ها را مثبت می‌کنیم ← $|f(x)| \leftarrow f(x)$
- سمت چپ را پاک کرده تابع را مثبت رسم می‌کنیم ← $f(|x|) \leftarrow f(x)$
- این تابع می‌تواند نباشد منفی‌ها را حذف مثبت‌ها را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم ← $|y|=f(x)$



برای رسم رابطه‌ی $x=f(y)$ نمودار نسبت به $y=x$ قرینه می‌کنیم ← $x=f(y)$



SALEH

AmirRameznai 09125855873

Subject Year: Month: Day:

اعمال بین توابع

* هر یک اعمال روی دامنه‌ی مشترک تعریف می‌شود $D_f \cap D_g$

- جمع: $(f+g)(a) = f(a) + g(b)$
- ضرب: $(f \cdot g)a = f(a) \cdot g(a)$
- تقسیم: $(f/g)(a) = \frac{f(a)}{g(a)} \quad (g(a) \neq 0)$

$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{a \mid g(a) = 0\}$

ترکیب توابع

$(f \circ g)(a)$ یا $f(g(a))$ می‌نامند

$D_{f \circ g} = \{a \in D_g \mid g(a) \in D_f\}$ — $D_{f \circ g} \subseteq D_g \quad R_{f \circ g} \subseteq R_f$

$f(g(a)) = c$ ← $f(b) = c$ و $g(a) = b$

توابع

زوج

تابع f را زوج می‌گوییم هرگاه دامنه‌ی آن متقارن بوده و $f(x) = f(-x)$ باشد

* توابع زوج نسبت به محور y ها قرینه‌اند و اگر چند جمله‌ای باشد توان همه‌ی جملات زوج است — $x^2 + 1$

فرد

تابع g را فرد می‌گوییم هرگاه دامنه‌ی آن متقارن بوده و $f(-x) = -f(x)$ باشد

* توابع فرد نسبت به مبدأ قرینه‌اند و اگر چند جمله‌ای باشد توان همه‌ی جملات آن فرد است — $x^3 + x$
* اگر g فرد باشد و $0 \in D_g$ باشد — $g(0) = 0$
* هر تابع را می‌توان به صورت یک تابع زوج و یک تابع فرد تبدیل کرد

$$f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

توابع یک‌به‌یک

تابع f یک‌به‌یک است ← $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

* هیچ چند جمله‌ای درجه زوج یک‌به‌یک نیست
* هر تابع یکنوای اکیدی یک‌به‌یک است
* $R_f \cap R_g = \emptyset$ ← f و g هر دو یک‌به‌یک، درصورتی یک‌به‌یک است که $f(x)$ یک‌به‌یک و $g(x)$ یک‌به‌یک

تابع معکوس

اگر f یک‌به‌یک باشد وارون پذیر است و وارون آن را f^{-1} می‌نامند — $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$

* برد f^{-1} دامنه‌ی f و دامنه‌ی f^{-1} برد f است
* نقاط برخورد f و f^{-1} نسبت به نیمساز $y=x$ متقارن است — اگر تابع صعودی اکید بود همیشه روی $f(x) = x$ است و اگر نبود از این شکل استفاده می‌کنیم
* اگر f صعودی اکید باشد f^{-1} هم صعودی اکید است (نزولی اکید)

* تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a = -d$ باشد وارون اش خودش است

SALEH

AmirRameznai 09125855973

Subject _____ Year: _____ Month: _____ Day: _____

AmirRameznai
09125855873