



385

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



385F

صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ی
مهندسی سیستم‌های انرژی (کد ۲۳۷۳)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، برنامه‌ریزی ریاضی پیشرفته، تحلیل سیستم‌های انرژی)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- اگر جواب مسئله مقدار اولیه

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} T_1, & x > 0 \\ T_2, & x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

را به صورت $u(x, t) = f\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right)$ جستجو کنیم، آنگاه $u(x, t) = A + B\psi\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right)$ که در آن:

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۱)$$

$$B = \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 - T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۲)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۳)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۴)$$

۲- مسئله مقدار مرزی، با شرایط مرزی داده شده در داخل مستطیل $0 \leq x \leq a$ و $0 \leq y \leq b$

$$\begin{cases} \nabla^2 u = f(x, y) \\ u(x, 0) = 0, u(x, b) = h(x) \\ u(0, y) = u(a, y), u_x(0, y) = u_x(a, y) \end{cases}$$

که در آن f و h توابع پیوسته و تکه‌ای هموار هستند. دارای کدام پایه متعامد است؟ (نسبت به متغیر x)

$$1, \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۲) \quad 1, \cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۱)$$

$$\cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۴) \quad \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۳)$$

۳- با یک تبدیل خطی کسری T سه نقطه $Z_1 = -a, Z_2 = 0, Z_3 = a$ از صفحه Z به ترتیب به سه نقطه

$w_1 = \infty, w_2 = -1, w_3 = 0$ از صفحه w برده می‌شوند. ثابت a چه باشد تا ترکیب $T^2 = T \circ T = I$ تابع همانی شود؟

$$-2 \quad (۱) \quad -1 \quad (۲) \quad 1 \quad (۳) \quad 2 \quad (۴)$$

۴- اگر بخواهیم دایره به مرکز α در صفحه w که از نقطه ۱ می‌گذرد، توسط نگاشت $w = \frac{Z+1}{Z-1}$ ، به عمود منصف قطعه خط

واصل از ۱ به γ در صفحه Z نگاشته شود آنگاه مقدار γ بر حسب α کدام است؟

$$\gamma = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (۱) \quad \gamma = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \quad (۲) \quad \gamma = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (۳) \quad \gamma = \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \quad (۴)$$

۵- در صورتی که جواب مسئله مقدار اولیه

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , t > 0, \quad -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = 0 & , -\infty < x < \infty \end{cases}$$

به صورت:

$$u(x, t) = \int_0^t \frac{1}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi, \tau) d\xi \right] d\tau \quad (1)$$

باشد، آنگاه جواب مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u(0, t) = 0 \end{cases}$$

نیز به صورت (۱) قابل نمایش است منتها به جای انتگرال داخل کروهه باید انتگرال زیر را جانشین نمود.

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \xi e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi, \tau) d\xi \quad (1) \\ & \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi, \tau) d\xi \quad (2) \\ & \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi, \tau) d\xi \quad (3) \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi, \tau) - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(-\xi, \tau) \right] d\xi \quad (4) \end{aligned}$$

۶- با انتگرال گیری از تابع $\frac{e^{i\alpha z}}{e^z + e^{-z}}$ ، $\alpha \in \mathbb{R}$ ، نسبت به متغیر z روی مرز ناحیه $|x| \leq R$ ، $0 \leq y \leq \pi$ در جهت مثبت، و

سپس میل دادن R به بینهایت، تبدیل فوری تابع $f(x) = \frac{1}{\cosh x}$ به کدام صورت حاصل می شود؟

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \quad (4) \qquad \frac{\pi}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \quad (3) \qquad \frac{\frac{\pi}{2}}{\cosh(\pi\alpha)} \quad (2) \qquad \frac{\pi}{\cosh(\pi\alpha)} \quad (1)$$

۷- مسئله مقدار اولیه - مرزی به صورت

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = \phi(x) & , \quad 0 \leq x \leq L \\ u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 & , \quad t > 0 \end{cases}$$

داده شده است که در آن توابع $\phi(x)$ و $f(x, t)$ پیوسته و تکه‌ای هموار فرض شده‌اند. پایه متعامد نسبت به متغیر x در این مسئله کدام است؟

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (1)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (3)$$

(۴) از پایه کامل استفاده نمی‌شود، بلکه در بازه $0 \leq x \leq L$ بخشی از یک پایه متعامد به کار گرفته می‌شود.

۸- اگر برای مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 \end{cases}$$

کандید جواب به صورت

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L}$$

قابل بیان باشد، به ازای تابع

$$f(x, t) = \sin \gamma t \cdot \cos \frac{\pi x}{2L}$$

جواب مسئله کدام است؟ (قرار می‌دهیم $\alpha = \frac{\pi}{2L}$)

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (1)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) - \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (2)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (3)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (4)$$

- ۹- پتانسیل الکترواستاتیک کراندار V در نیمه بالایی صفحه xy در معادله دیفرانسیل لاپلاس صدق می‌کند با شرایط مرزی $V(x, 0) = A_0$ به ازای $x > 0$ و $V(x, 0) = 2A_0$ به ازای $x < 0$. اگر نقاط $P = (1, 1)$ و $Q = (1, \sqrt{3})$ با مختصات دکارتی را در نظر بگیریم، اختلاف پتانسیل $V(Q) - V(P)$ کدام است؟ (A_0 ثابت)

$$(1) \frac{A_0}{24} \quad (2) \frac{A_0}{12} \quad (3) \frac{A_0}{8} \quad (4) \frac{A_0}{6}$$

- ۱۰- دمای مانای کراندار $T(u, v)$ در نیم صفحه $v \geq 0$ را چنان بیابید که بر قسمت $-1 < u < 0, v = 0$ از کرانه شرط $T = b$ ، و بر قسمت $u > 0, v = 0$ از کرانه شرط $T = a$ (a و b ثابت حقیقی)، و پاره خط $1 < u < 0, v = 0$ از کرانه نیم صفحه، عایق باشد؟

$$(1) \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{\pi} \operatorname{Arctan} \frac{v}{u}$$

$$(2) \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2}$$

$$(3) \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{\pi} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2}$$

$$(4) \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{\pi} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2}$$

- ۱۱- اگر بسط به سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع $f(x) = \sin x, 0 < x < \pi$ به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(1 + \cos n\pi)}{n^2 - 1} \cos(nx)$$

آنگاه مقدار سری $\frac{1}{1^2 \times 3^2} + \frac{1}{3^2 \times 5^2} + \frac{1}{5^2 \times 7^2} + \dots$ کدام است؟

$$(1) \frac{\pi^2 - 8}{16} \quad (2) \frac{\pi^2 - 8}{8} \quad (3) \frac{\pi^2 - 8}{4} \quad (4) \frac{\pi^2 - 8}{2}$$

- ۱۲- اگر $P_n(x)$ به ازای هر عدد صحیح نامنفی n ، یک چند جمله‌ای لژاندر درجه n را نمایش دهد، آنگاه مقدار

$$I_k = \int_{-1}^1 (x^k - 2x^2) P_{2k-1}(x) dx \quad (k \geq 1)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k=1 \\ \frac{1}{2k-1}, & k \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k > 2 \\ \frac{1}{3}, & k=2 \\ 0, & k=1 \end{cases} \quad (1)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k=1 \\ -\frac{2}{3}, & k=2 \\ 0, & k > 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$k \in \mathbb{N} \text{ به ازای هر } I_k = 0 \quad (4)$$

۱۳- اگر $\oint_C \frac{e^z dz}{(z^2+4)(z-4)} = 2\pi i M$ ، که در آن C مرز دایره $|z|=3$ در جهت مثبت است، در این صورت مقدار انتگرال

مذکور بر روی مرز $C_1: |z+1|+|z-1|=4\sqrt{2}$ در جهت مثبت کدام است؟

$$2\pi i M \quad (۱)$$

$$2\pi i \left(M + \frac{e^4}{20} \right) \quad (۲)$$

$$2\pi i \left(M - \frac{e^4}{20} \right) \quad (۳)$$

(۴) قضیه مانده را نمی‌توان در مورد انتگرال مذکور روی C_1 به کار برد.

۱۴- اگر توابع $u(x, t)$ و $v(x, t)$ جواب‌های مسائل مقدار اولیه - مرزی زیر باشند:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = 0 & t > 0 \\ u_t(x, 0) = a \cos \frac{x}{\pi} + b \sin \frac{x}{\pi} = \phi(x) \\ u(0, t) = at, \quad u(\pi, t) = bt \end{cases} \quad \begin{cases} v_{tt} - v_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ v(x, 0) = 0 \\ v_t(x, 0) = \phi(x) - a \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) - \frac{x}{\pi} b \\ v(0, t) = 0 = v(\pi, t) \end{cases}$$

آنگاه $w(x, t) = u(x, t) - v(x, t)$ برابر کدام یک از گزینه‌هاست؟

$$at \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) + bt \frac{x}{\pi} \quad (۲) \quad a \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) + b \frac{x}{\pi} \quad (۱)$$

$$at \cos \frac{x}{\pi} + bt \sin \frac{x}{\pi} \quad (۴) \quad at(\pi - x) + btx \quad (۳)$$

۱۵- آیا می‌توان بریدگی‌های شاخه تابع $f(z) = \frac{\log(1+z^3)}{(3z-i)^2}$ را به گونه‌ای انتخاب کرد که انتگرال $I = \oint_C \frac{\log(1+z^3)}{(3z-i)^2} dz$

بر مرز $C: \left| z - \frac{i}{3} \right| = \frac{1}{3}$ در جهت مثبت، با استفاده از مانده قابل محاسبه باشد؟ اگر پاسخ مثبت است، مقدار انتگرال کدام

است؟

$$(۱) \text{ بریدگی‌های شاخه از نقاط } \pm i \text{ به سمت دور شدن از مبدأ، و } I = -\frac{\pi}{6}$$

$$(۲) \text{ بریدگی‌های شاخه از نقاط } \pm i \text{ به سمت دور شدن از مبدأ، و } I = -\frac{\pi}{3}$$

(۳) بریدگی‌های شاخه را نمی‌توان به طور مناسب اختیار کرد که انتگرال خواسته شده قابل محاسبه باشد.

(۴) بریدگی‌های شاخه را به هر ترتیبی انتخاب کنیم، انتگرال مذکور روی مرز داده شده با استفاده از مانده قابل محاسبه است.

۱۶- در مسئله برنامه ریزی خطی زیر:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= C^T X \\ \text{St } AX &\leq b \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

اگر قید α در عدد ثابت $\alpha > 0$ ضرب شود، قیمت سایه ای مربوط به این قید چه تغییری می کند؟

$$y_j^{\text{new}} = y_j^{\text{old}} \quad (1)$$

$$y_j^{\text{new}} = \alpha y_j^{\text{old}} \quad (2)$$

$$y_j^{\text{new}} = \frac{1}{\alpha} y_j^{\text{old}} \quad (3)$$

$$y_j^{\text{new}} = \alpha^2 y_j^{\text{old}} \quad (4)$$

۱۷- مقدار بهینه مسئله زیر کدام است؟

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_2 + x_3^2 - x_4^2 + 4x_5 + 4$$

st

$$x_1 x_2 x_3 = 0$$

$$x_4 + x_5 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3: \text{binary}$$

$$x_4: \text{urs}, x_5 \geq 0$$

$$32 \quad (1)$$

$$35 \quad (2)$$

$$42 \quad (3)$$

$$57 \quad (4)$$

۱۸- اگر یک مسئله برنامه ریزی ریاضی، فضای جواب موجه نداشته باشد، در این صورت کدام گزینه در مورد مسئله

ثانویه (دوگان) آن صحیح نمی باشد؟

(۱) حالت تباهدگی دائم اتفاق افتاده است.

(۲) فضای جواب مسئله ثانویه، نامحدود است.

(۳) جواب جدول آخر هر دو مسئله الزاماً با هم برابر نمی باشند.

(۴) مسئله ثانویه (دوگان) ممکن است فضای جواب موجه نداشته باشد.

- ۱۹- جدول بهینه یک مسئله برنامه ریزی خطی و دوگان آن در زیر آورده شده است. با استفاده از اطلاعات جدول بهینه مسئله اولیه مقدار $a+b+c+d+e$ کدام است؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	R	
	1	0	2	0	3	M	30
s_2	1	0	3	1	2	-1	18
x_2	1	1	1	0	1	0	10

جدول بهینه مسئله اولیه

	*	*	*	*	d	*	*	M+e	-30
									a
									b
									c

جدول بهینه مسئله ثانویه

(۱) ۶

(۲) ۲۶

(۳) ۱۶

(۴) ۳۶

- ۲۰- در مسئله برنامه ریزی ریاضی زیر، اگر در ماتریس A ستون a ضربی از ستون a_k باشد، در جدول بهینه کدام رابطه همواره صحیح است؟

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c^T X \\ \text{St } AX &\leq b \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x_i^* = x_j^* \quad (۱)$$

$$x_i^* x_j^* = 0 \quad (۲)$$

$$k \neq 0, x_i^* = k x_j^* \quad (۳)$$

(۴) جواب بهینه چند گانه وجود دارد

- ۲۱- اضافه نمودن کدام قید به مسئله زیر موجب تباهیدگی در مسئله خواهد شد؟

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

st

$$4x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$4x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$8x_1 + 3x_2 \leq 24 \quad (۱)$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16 \quad (۲)$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 15 \quad (۳)$$

$$4x_1 - x_2 \leq 8 \quad (۴)$$

۲۲- مسئله برنامه ریزی ریاضی زیر و جدول بهینه آن را در نظر بگیرید. فرض کنید فعالیت x_4 با ۵ واحد سود و بردار مصرف $a=(2,1)^T$ پیشنهاد شده باشد. مقدار تابع هدف در این حالت چه مقدار خواهد بود؟

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2 - x_3$$

st

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
	0	3	3	2	0	16
x_1	1	2	1	1	0	8
s_2	0	3	-1	1	1	12

(۱) ۱۴

(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

۲۳- مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. در صورتی که A یک ماتریس متقارن باشد، پاسخ بهینه مسئله، کدام است؟

$$\text{Min } Z = c^T X + dU - b^T V$$

st

$$AX \geq c$$

$$AU \geq b$$

$$-A^T V \geq -d^T$$

$$X, U, V \geq 0$$

(۱) همواره صفر

(۲) صفر یا بدون جواب

(۳) همواره $c^T A^{-1} c$ (۴) غیر موجه یا $c^T A^{-1} c$

۲۴- مقدار بهینه تابع هدف مسئله برنامه ریزی ریاضی زیر کدام است؟

$$\text{Max } Z = x_1 + |x_2 + 3x_3 - 8| + 4x_2 + 5x_3$$

st

$$\log_3 x_1 \leq 2$$

$$4x_2 + 12x_3 \leq 18$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(۱) ۹

(۲) ۲۱/۵

(۳) ۳۰/۵

(۴) ۳۶/۵

۲۵- جدول زیر، مربوط به یک مسئله برنامه ریزی ریاضی خطی می باشد، مجموع ضرائب تابع هدف اولیه کدام است؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	R	
	0	4	4	3	0	M	15
	0	0	2	1	1	-1	4
	1	2	1	1	0	0	5

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۲۶- کدام عبارت در مورد روش دو مرحله ای (Two phase method) برای حل مسائل برنامه ریزی ریاضی خطی صحیح نیست؟

(۱) اگر پاسخ مسئله فاز اول صفر باشد، مسئله حداقل یک جواب موجه دارد.

(۲) در پایان فاز اول اگر متغیرهای مجازی اضافه شده، پایه ای باشند مسئله جواب ندارد.

(۳) اگر مسئله ای جواب موجه نداشته باشد، پاسخ فاز اول همواره مخالف صفر خواهد بود.

(۴) اگر در پایان فاز اول، مقدار متغیرهای مجازی اضافه شده مخالف صفر باشد، مسئله جواب ندارد.

۲۷- مقدار گام بهینه از نقطه $(0,0)$ برای مسئله برنامه ریزی ریاضی غیر خطی زیر، با استفاده از روش گرادیان کدام است؟

$$\text{Max } f(x) = 2x_1x_2 + 2x_2 - x_1^2 - 4x_2 - 2x_2^2 - 3x_1$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{13}{20} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{13}{29} \quad (۳)$$

۲۸- مسئله زیر را در نظر بگیرید. اگر سطر صفر جدول نهایی به شکل $Z + 0.5S_1 + 1.4S_2$ به دست آمده باشد. مقدار بهینه مسئله کدام است؟

$$\text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2$$

st

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq 0.5$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq 0.5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(۱) صفر

(۲) ۰٫۷۵

(۳) ۰٫۸۵

(۴) ۰٫۹۵

۲۹- مسئله زیر را در نظر بگیرید. اگر سطر صفر جدول نهایی به شکل زیر به دست آمده باشد. مقدار Z کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\ \text{st} \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &\leq 5 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{13}x_3 &= 2 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	s_1	R	
Z	0	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{29}{5}$	$-\frac{2}{5} + M$	?

$$26\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$28\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$30\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$32\frac{1}{2} \quad (4)$$

۳۰- مجموع قیمت های سایه ای برای مسئله زیر کدام گزینه می باشد؟

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{st} \\ x_1^2 + x_2^2 &\leq 1 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$0 \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

۳۱- تعریف نیاز به انرژی عبارت است از:

(۱) نیاز به انجام کار توسط انسان

(۲) تقاضای انرژی مشتق شده از نیازهای اولیه انسان

(۳) تقاضای انرژی مفید در بخشهای اقتصادی و اجتماعی

(۴) انرژی مفید لازم برای تامین خدمات انرژی که از نیازهای اولیه انسان بطور مستقیم و غیرمستقیم مشتق می شود.

۳۲- برای تشکیل ترازنامه انرژی در سطح ملی یک کشور لازم است:

- ۱) ذخایر و منابع انرژی و تبدیل انرژی در سطوح مختلف نمودار انرژی بررسی و در جدول تراز انرژی نشان داده شود.
- ۲) کاربرد قوانین اول و دوم ترمودینامیک برای تبیین عرضه و تقاضای انرژی انجام گیرد و براساس آن ماتریس انرژی تدوین شود.
- ۳) سیستم مرجع انرژی تدوین شود و کمیت جریان انرژی در سطوح مختلف سیستم مرجع انرژی براساس قانون اول ترمودینامیک محاسبه و در جدول ترازنامه انرژی انعکاس پیدا کند.
- ۴) عرضه و تقاضای انرژی در فرآیندهای فرآورش، تبدیل، انتقال و توزیع بررسی و مقدار انرژی براساس قانون اول ترمودینامیک برآورد و شاخصهای ویژه انرژی محاسبه و نتیجه در جداول جداگانه نشان داده شود.

۳۳- کیفیت انرژی عبارت است از:

- ۱) کل حرارت قابل استحصال در یک سیستم ترمودینامیکی.
- ۲) مجموع انرژی یک سیستم که به اشکال مختلف در آن موجود است.
- ۳) مقدار اکزرژی است که نسبت به محیط با دمای صفر مطلق تعریف می‌شود.
- ۴) حداکثر کار محوری که از یک مقدار معین انرژی قابل استحصال است و آن برابر اکزرژی جریان انرژی است.

۳۴- مصرف انرژی نهایی در ایران در سال ۱۳۶۸ برابر ۷۰٪ انرژی اولیه بوده و بقیه انرژی اولیه مشتمل بر مصرف و تلفات انرژی در سیستم عرضه انرژی بوده است. متوسط نرخ رشد سالانه مصرف انرژی نهایی و اولیه در دوره ۸۴-۱۳۶۸ (۱۷ سال) به ترتیب برابر ۶٪ و ۵/۶٪ بوده است. مصرف و تلفات انرژی در سیستم عرضه انرژی در پایان دوره مزبور به شرح زیر تغییر پیدا کرده است.

- ۱) برابر ۳۰٪ است.
- ۲) به مقدار ۸/۵٪ بر آن افزوده شده است.
- ۳) به ۳۵/۴٪ انرژی اولیه افزایش پیدا کرده است.
- ۴) روند افزایشی به میزان ۵/۵٪ در سال را طی کرده است.

۳۵- در بازار انرژی ایران ۶ فرآورده نفتی اصلی مورد مصرف و تولید است. بررسی مصرف ۶ فرآورده‌های نفتی نشان می‌دهد ارزش اقتصادی سبد فرآورده‌های نفتی مصرفی به ازای یک بشکه معادل نفت در بازار انرژی خلیج فارس $1/27$ برابر قیمت نفت خام است. ولی سبد تولید ۶ فرآورده نفتی مورد بحث در پالایشگاههای ایران متفاوت از ترکیب مصرف آن است. به دلیل سهم بالای فرآورده‌های نفتی سنگین در ترکیب تولید آنها، ارزش اقتصادی ترکیب ۶ فرآورده نفتی تولیدی ایران در بازار انرژی خلیج فارس به میزان $1/04$ برابر قیمت نفت خام است. مصرف فرآورده‌های نفتی در ایران $1/6$ میلیون بشکه معادل نفت خام در روز است. به دلیل عدم تناسب ترکیب فرآورده‌های نفتی تولیدی با ترکیب آن در بخش مصرف، واردات و صادرات فرآورده‌های نفتی شکل گرفته است. عدم تعادل بین تولید و مصرف فرآورده‌های نفتی در ایران ناشی از آن است که به موقع در مورد نوسازی و ایجاد تحول در پالایشگاهها تصمیم‌گیری و اقدام نشده است. هزینه سالانه ناشی از عدم تصمیم‌گیری به موقع را با فرض قیمت نفت خام برابر ۱۰۰ دلار به ازای یک بشکه نفت خام چند میلیون دلار در سال است؟

(۱) ۱۲۸۷۹

(۲) ۱۳۴۳۲

(۳) ۱۳۵۰۰

(۴) ۱۴۱۲۱

۳۶- قرار است نیروگاه هسته‌ای از نوع راکتور آب با فشار بالا به ظرفیت ۱۰۰۰ مگاوات ساخته شود. هزینه‌های سرمایه‌گذاری، تعمیر و نگهداری و پرسنل و بهره‌برداری نیروگاه به ترتیب ۳۵۰۰ دلار به ازای یک کیلووات، ۷۰ دلار برای یک کیلووات در سال و ۲۵ دلار برای یک کیلووات در سال است. هزینه سوخت نیروگاه برابر $8/0$ سنت برای یک کیلوواتساعت سوخت و بازده نیروگاه ۳۷٪ است. طول عمر نیروگاه ۲۰ سال و متوسط زمان کارکرد سالانه نیروگاه ۶۵۰۰ ساعت است. هزینه نگهداری مواد رادیواکتو و ساختمان نیروگاه پس از پایان عمر بهره‌برداری آن (Decommissioning) ۵۰۰ دلار به ازای یک کیلووات است. هزینه همتراز شده تولید یک واحد برق در نیروگاه مورد بحث براساس نرخ تنزیل ۸٪ در سال چند سنت برای یک کیلووات ساعت است؟

(۱) $8/2$ (۲) $8/9$ (۳) $9/3$ (۴) $10/5$

۳۷- برای ساخت یک نیروگاه سیکل ترکیبی به ظرفیت ۵۰۰ مگاوات و با طول عمر ۲۰ سال و ضریب ظرفیت $۷۴/۳\%$ و بازده ۴۸% به میزان ۸۰۰ دلار برای یک کیلووات سرمایه‌گذاری شده است. هزینه‌های تعمیر و نگهداری و بهره‌برداری به ترتیب برابر ۱۲ و ۸ دلار به ازای یک کیلووات در سال است. در این نیروگاه از گاز طبیعی بعنوان سوخت استفاده می‌شود و قیمت سوخت نیز ۲۹ دلار به ازای یک مگاوات ساعت سوخت است. با فرض نرخ تنزیل ۸% در سال ارزش حال کل هزینه‌های نیروگاه و هزینه همتراز شده یک واحد تولید برق به ازای یک کیلووات ساعت چقدر است؟

(۱) ۲۶۵۰ میلیون دلار و $۸/۸$ سنت

(۲) ۲۴۴۵ میلیون دلار و $۷/۷$ سنت

(۳) ۱۹۸۲ میلیون دلار و $۶/۳$ سنت

(۴) ۱۵۸۷ میلیون دلار و $۵/۴$ سنت

۳۸- در یک واحد ساختمانی از تلویزیون با توان مصرفی ۱۲۰ وات برای مدت ۶ ساعت، کامپیوتر با توان مصرفی ۷۰ وات برای مدت ۵ ساعت، یخچال با توان مصرفی ۱۰۰ وات برای مدت ۱۲ ساعت و روشنایی با توان مصرفی ۹۰ وات برای مدت ۵ ساعت در شبانروز استفاده می‌شود. تلفات اینورتر نیز ۲۵% است. از پنل خورشیدی با توان پیک ۲۰۰ وات، شارژ کنترلر ۱۲ و ۲۴ ولت و باتری ۱۲۰ امپر ساعت و ۱۲ ولت برای تامین انرژی الکتریکی مورد نیاز استفاده می‌شود. از خانه مزبور دو روز در هفته استفاده می‌شود و تولید برق در پنل خورشیدی با توان پیک معادل ۶ ساعت در روز است. حداقل تعداد پنل و باتری لازم برای تامین تقاضای انرژی الکتریکی ساختمان کدام است؟

(۱) یک پنل و چهار باتری

(۲) دو پنل و سه باتری

(۳) دو پنل و شش باتری

(۴) سه پنل و دو باتری

۳۹- تقاضای انرژی (E) در بخش خانگی تابعی از قیمت انرژی P_E و قیمت کالاهای غیر انرژی P_N و درآمد خانوار I است. تابع تقاضای انرژی همگن از درجه صفر است. اگر کشش تقاضای انرژی نسبت به قیمت نسبی انرژی نسبت به قیمت کالاهای غیر انرژی و کشش تقاضای انرژی نسبت به درآمد نسبی خانوار نسبت به قیمت کالاهای غیر انرژی به ترتیب برابر $۰/۶-$ و $۱/۱$ باشد افزایش نسبی تقاضای انرژی در حالتی که قیمت نسبی انرژی به کالاهای غیر انرژی به میزان ۳۰% افزایش یابد و نسبت درآمد خانوار به قیمت کالاهای غیر انرژی ۱۵% ازدیاد پیدا کند کدام است؟

(۱) $-۱/۵\%$

(۲) $-۱/۶۵\%$

(۳) $۱/۸\%$

(۴) $۷/۵\%$

۴۰- سطح تولید یک بنگاه اقتصادی تابعی از مصرف عوامل تولید K (سرمایه)، E (انرژی) و L (کار) به ترتیب تابع زیر است. $Y = 5.0 K^{0.8} E^{0.9} L^{0.3}$ اگر مصرف عوامل تولید سرمایه، انرژی و کار به ترتیب به میزان ۲٪، ۳٪ و ۵٪ افزایش پیدا کند تغییرات نسبی تولید چند درصد است؟

$$(۱) \quad ۲.۷۵\%$$

$$(۲) \quad ۲۲.۵\%$$

$$(۳) \quad ۴.۴۵\%$$

$$(۴) \quad ۴.۴۹\%$$

۴۱- کدامیک از روابط زیر برای انعکاس حجم منابع انرژی فسیلی در ترازنامه انرژی مناسب است و کاربرد دارد؟ عبارت R حجم منابع و Q مقدار برداشت در نقطه زمانی معینی است.

$$(۱) \quad R_t = R_{t-1} - Q_t$$

$$(۲) \quad R_{t-1} = R_t - Q_t$$

$$(۳) \quad R_t = R_0 - \sum Q_t$$

(۴) حجم منابع انرژی فسیلی در ترازنامه انرژی قابل انعکاس نیست

۴۲- یک نفر می‌تواند مسافت ۸ کیلومتر را پیاده یا با دوچرخه یا با خودرو طی کند. بازده اکزرژی سه روش مذکور به ترتیب کدام است؟

(۱) خودرو بیشترین بازده اکزرژی را خواهد داشت.

(۲) بازده اکزرژی دوچرخه بیشتر از پیاده و کمتر از خودرو خواهد بود.

(۳) تلفات انرژی در خودرو کمترین و بازده اکزرژی در آن بیشترین خواهد بود.

(۴) پیاده و خودرو به ترتیب دارای بیشترین و کمترین بازده اکزرژی خواهند بود.

۴۳- وضعیت نسبت ذخایر به تولید سه انرژی فسیلی (نفت، گاز طبیعی و ذغال سنگ) در جهان براساس گزارش منابع انرژی شورای جهانی انرژی در سال ۲۰۱۰ کدام است؟

(۱) نفت در حدود ۱۰ سال و گاز طبیعی بیش از ۲۰۰ سال و ذغال سنگ کمتر از ۵۰ سال

(۲) نفت در حدود ۴۰ سال و گاز طبیعی بیش از ۶۰ سال و ذغال سنگ بیش از ۱۲۰ سال

(۳) نفت بیش از ۷۰ سال و گاز طبیعی بیش از ۳۰۰ سال و ذغال سنگ در حدود ۵۰ سال

(۴) نفت بیش از ۱۰۰ سال و گاز طبیعی بیش از ۱۲۰ سال و ذغال سنگ بیش از ۸۰ سال

۴۴- جهت توسعه سیستم انرژی جهان تا سال ۲۰۵۰ براساس گزارشهای آژانس بین‌المللی انرژی و شورای جهانی انرژی در سال ۲۰۱۰ در راستای کدام روندهای زیر است؟

(۱) استفاده از انرژی هسته‌ای و گاز طبیعی و کاهش گازهای گلخانه‌ای است.

(۲) تنها تولید و مصرف انرژی الکتریکی و پیل سوختی مورد توجه خواهد بود.

(۳) استفاده از انرژی هسته‌ای و انرژی خورشیدی و حذف ذغال سنگ از سبد انرژی است.

(۴) ایجاد تنوع در منابع انرژی اولیه، تمرکز بر مصرف حاملهای انرژی پاک (مانند برق و هیدروژن) در بخش مصرف‌کننده نهایی، افزایش بازده تبدیل و انتقال انرژی و کاهش تولید گازهای گلخانه‌ای است.

۴۵- تولید ناخالص داخلی تابعی از حجم سرمایه، اشتغال و درآمدهای حاصل از صادرات نفت است. تابع مذکور همگن از درجه اول است. در سال t صادرات نفت به میزان ۱٪ و قیمت نفت به اندازه ۱۵٪ افزایش داشته است. کشش تولید ناخالص داخلی نسبت به سرمایه و اشتغال به ترتیب ۹٪ و ۱٪ است. در صورتی که نسبت حجم سرمایه به تولید ناخالص داخلی ۳ و سهم سرمایه گذاری در تولید ناخالص داخلی ۱۸٪ و رشد تولید ناخالص داخلی ۷٪ باشد، کشش تولید ناخالص داخلی نسبت به درآمدهای نفت با فرض اشتغال ثابت چقدر است؟

۱) ۱٪

۲) ۱۵٪

۳) ۰۸٪

۴) ۲۵٪