



315

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



315F

صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ای
مهندسی برق - مخابرات (سیستم) (کد ۲۳۰۳)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها، مخابرات پیشرفته، فرآیندهای تصادفی)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- سیستم خطی و متغیر با زمان، زمان - گسسته با تابع تبدیل $H(z) = \frac{2 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1} + z^{-2}}$ نشانگر کدام یک از سیستم‌های

ذیل نمی‌تواند باشد.

- (۱) سیستم پایدار و سببی (۲) سیستم پایدار و ناسببی (۳) سیستم ناپایدار و ناسببی (۴) سیستم ناپایدار و سببی
- ۲- تابع $y[n]$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$y[n] = \begin{cases} \sum_{k=n}^{\infty} \alpha^{|k|} & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

اگر $|\alpha| < 1$ باشد، تبدیل Z $y[n]$ کدام است؟

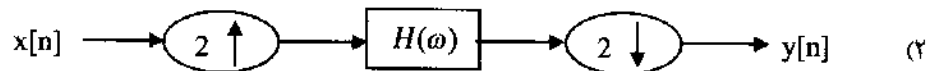
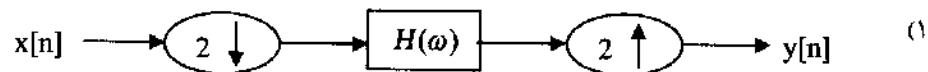
$$Y(z) = \frac{(1 + \alpha z^{-1})(1 - z^{-1})}{(1 - \alpha z^{-1})(1 + z^{-1})} \quad (۱)$$

$$Y(z) = \frac{1 + (1 + \alpha)z^{-1} - \alpha z^{-2}}{(1 - \alpha z^{-1})(1 - z^{-1})} \quad (۳)$$

$$Y(z) = \frac{1 - (1 + \alpha)z^{-1} + \alpha z^{-2}}{(1 + \alpha z^{-1})(1 + z^{-1})} \quad (۲)$$

$$Y(z) = \frac{1 + (1 - \alpha)z^{-1} + z^{-2}}{(1 - \alpha z^{-1})(1 + z^{-1})} \quad (۴)$$

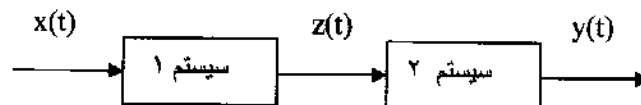
- ۳- کدامیک از سیستم‌های نشان داده شده در شکل‌های زیر تغییرپذیر با زمان است؟ سیگنال‌های x و y به ترتیب ورودی و خروجی سیستم هستند. $H(\omega)$ یک سیستم LTI است.



(۳) سیستمی که پاسخ آن به $\delta[n-k]$ برابر است با $h_k[n] = (n-k)u[n-k]$

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t), y(0) = 0 \quad (۴)$$

- ۴- در شکل زیر سیستم ۱ با رابطه $x(t) = \frac{z(t)}{t} + 1$ و سیستم ۲ با رابطه $y(t) = tz(t) + t'$ توصیف می‌شود. در مورد سیستمی که $x(t)$ را به $y(t)$ مربوط می‌کند کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

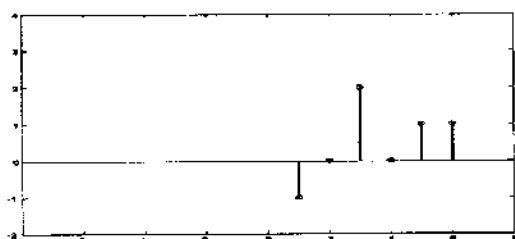
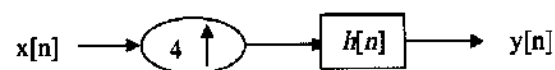
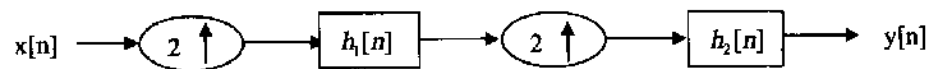


- (۱) این سیستم خطی است. (۲) این سیستم بی‌حافظه است.
(۳) این سیستم تغییرپذیر با زمان است. (۴) این سیستم پایدار است.

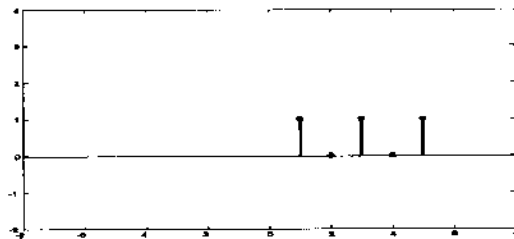
۵- توابع $h_1[n]$ و $h_2[n]$ برابرند با:

$$h_1[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}, \quad h_2[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, 2 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

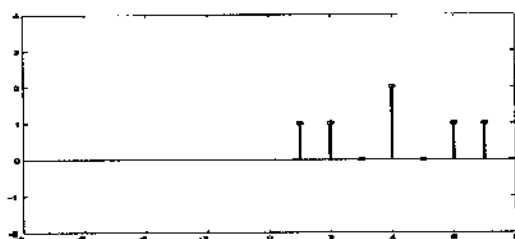
اگر بخواهیم دو سیستم زیر برابر باشند، $h[n]$ چه مقداری خواهد داشت؟



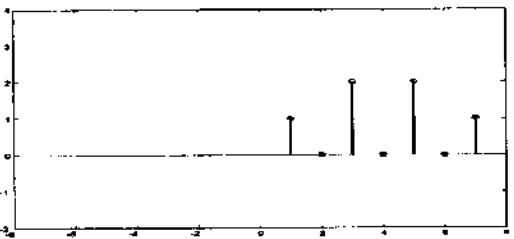
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۶- یک سیستم LTI پیوسته و پایدار با تابع تبدیل $H(s) = \frac{-4(s^2 + 4)}{(s+2)(s-3)}$ و پاسخ ضربه $h(t)$ داریم. کدام یک از گزاره-

های زیر نادرست است؟

(۱) این سیستم فقط یک وارون دارد.

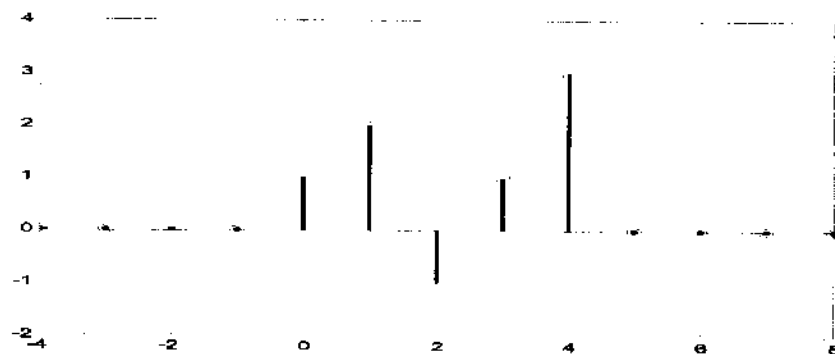
(۲) سیستمی با پاسخ ضربه $e^{-2/5t}h(t)$ پایدار است.

(۳) پاسخ این سیستم به ورودی $x(t) = e^{-t}$ برابر $y(t) = 5e^{-t}$ است.

(۴) پاسخ این سیستم به ورودی $x(t) = \cos(2t)u(t)$ فاقد جمله سینوسی است.

۷- سیگنال $x[n]$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $x(e^{j\Omega})$ تبدیل فوریه آن باشد، مقدار $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(e^{j\Omega}) \cdot x(e^{-j\Omega}) d\Omega$ کدام

است؟



(۲) ۱۶

(۱) ۱۴

(۴) ۱۸

(۳) ۳۲

۸- سیستم $y[n] = x[n] - \frac{1}{4}x[n-4]$ را در نظر بگیرید. پاسخ ضربه سیستم وارون سیستم فوق، در چه لحظه‌ای برابر صفر

نیست؟

(۴) $n = 38$

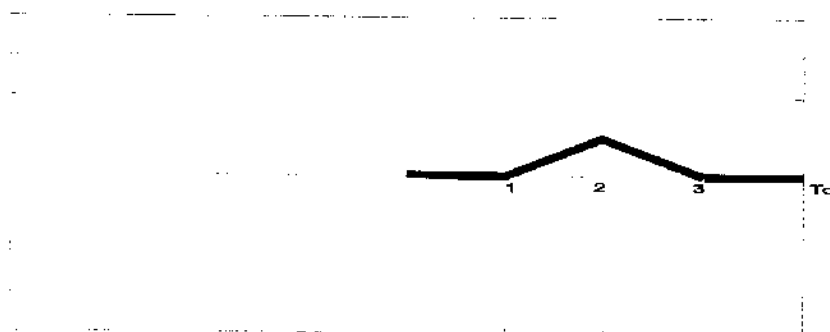
(۳) $n = 48$

(۲) $n = 28$

(۱) $n = 18$

۹- سیگنال متناوب $x(t)$ با دوره تناوب $T_0 \geq 3$ در بازه $0 < t < T_0$ در شکل زیر رسم شده است. اگر ضرایب سری فوریه این

سیگنال را a_k بنامیم، به ازاء چه مقدار T_0 ، داریم: $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k^2 = 0$ ؟



(۱) ۳

(۲) ۴

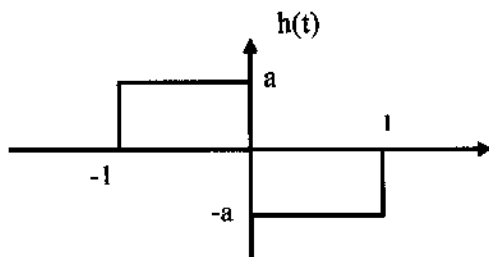
(۳) ۶

(۴) ۵

۱۰- پاسخ ضربه یک سیستم LTI زمان - پیوسته به صورت شکل زیر است. پاسخ سیستم به ورودی

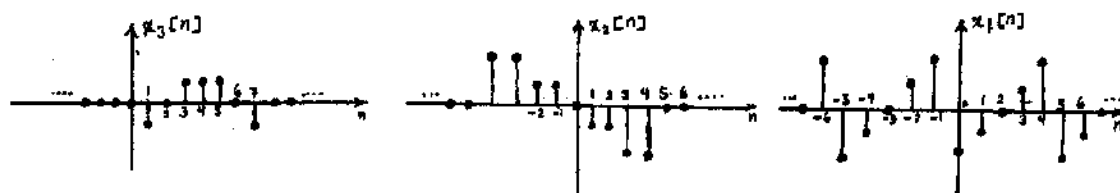
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-ka|} \cos(t-ka)$$

کدام است؟



- (۱) $y(t) = 0$
 (۲) $y(t) = x(t)$
 (۳) $y(t) = \frac{1}{2a} x(t)$
 (۴) $y(t) = \frac{1}{a} x(t)$

۱۱- کدام یک از سیگنال‌های زمان - گسسته زیر دارای این خاصیت است که لااقل به ازای یک k صحیح، $e^{jk\omega} x(e^{j\omega})$ برای آنها، تابعی صرفاً حقیقی خواهد بود؟ ($x(e^{j\omega})$ تبدیل فوریه $x[n]$ است)



(۴) هیچ کدام

(۳) $x_2[n]$

(۲) $x_3[n]$

(۱) $x_1[n]$

۱۲- $x(t)$ سیگنالی متناوب با دوره تناوب $T = 8$ و سری فوریه $a_k = \begin{cases} \frac{1}{jk\pi} & k \neq 0 \\ 0 & k = 0 \end{cases}$ می‌باشد و ورودی سیستمی LTI قرار گرفته است. خروجی سیستم یعنی $y(t)$ برابر است با:

$$y(t) = \beta + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - 8k)$$

مقدار β چقدر است؟

(۲) ۰

(۱) $-\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) قابل تعیین نیست

۱۳- تابع تبدیل یک سیستم LTI برابر است با:

$$H(s) = \frac{2s-1}{s^2+3s+2}$$

خروجی حالت صفر سیستم به ازای یک ورودی معین عبارت است از:

$$y(t) = -\frac{1}{2} + 3e^{-t} - \frac{5}{2}e^{-2t} \quad t \geq 0^+$$

اما با اعمال همان ورودی به ازای شرایط اولیه غیرصفر، خروجی برابر است با:

$$y(t) = -\frac{1}{2} + 5e^{-t} - \frac{9}{2}e^{-2t} \quad t \geq 0^+$$

شرایط اولیه چه بوده است؟

$$y(0^+) = 2, \quad y'(0^-) = 0 \quad (2)$$

$$y(0^+) = 0, \quad y'(0^-) = 2 \quad (4)$$

$$y(0^+) = 2, \quad y'(0^+) = -2 \quad (1)$$

$$y(0^+) = 2, \quad y'(0^+) = 2 \quad (3)$$

$$14- \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-\cos 2t)^2}{4\pi^2 t^2} dt \quad \text{برابر است با:}$$

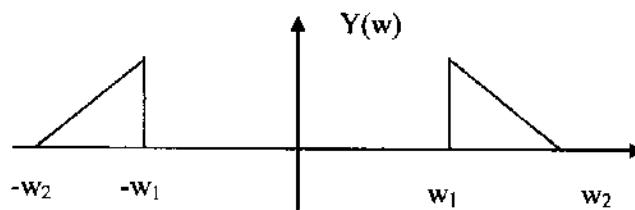
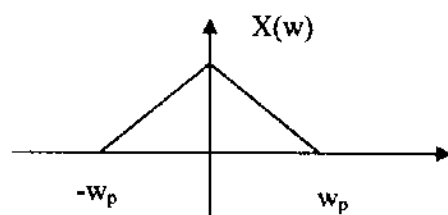
$$\frac{1}{4\pi^2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3\pi^2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8\pi^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2\pi^2} \quad (3)$$

۱۵- سیگنال میان‌گذر $y(t)$ با استفاده از سیگنال پایین‌گذر $x(t)$ ساخته شده است. طیف این دو سیگنال در شکل نشان داده شده $(\omega_p = \omega_c - \omega_s)$ از سیگنال $y(t)$ با یک قطار ضربه به فواصل T نمونه برداری می‌کنیم و سیگنال حاصل را از یک فیلتر پایین‌گذر با پهنای باند B عبور می‌دهیم. به ازای کدام‌یک از مقادیر T و B ، می‌توان سیگنال $x(t)$ را بازیابی کرد؟



$$T = \frac{2\pi}{\omega_s}, \quad B = \omega_p \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_s}, \quad B = \omega_p \quad (2)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_s + \omega_c}, \quad B = 2\omega_p \quad (3)$$

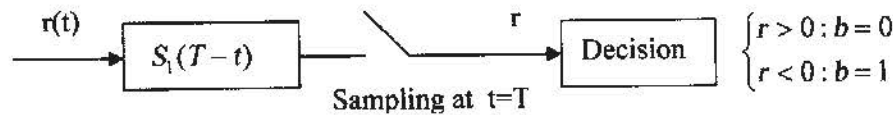
$$T = \frac{2\pi}{\omega_s}, \quad B = 2\omega_p \quad (4)$$

۱۶- در یک سیستم مخابراتی باینری برای ارسال بیت صفر از شکل موج $S_1(t)$ و برای ارسال بیت یک، با احتمال $\frac{1}{2}$ از شکل

موج $S_1(t)$ و با احتمال $\frac{1}{2}$ از شکل موج $-S_1(t)$ استفاده می‌شود. پیام‌ها هم احتمال و شکل موج دریافتی برابر است با

$$r(t) = S_1(t) + n(t), \text{ AWGN با چگالی طیفی توان } \frac{N_0}{2} \text{ است.}$$

تصمیم‌گیری به قرار زیر است:



انرژی شکل موج $S_1(t)$ برابر E می‌باشد.

در آن صورت گیرنده از نظر احتمال خطا و احتمال خطای آن برابر است.

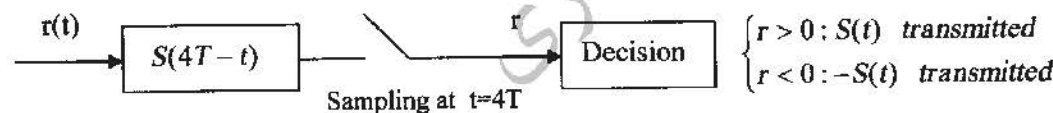
$$(۱) \text{ بهینه } - \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right) \quad (۲) \text{ زیر بهینه } - Q\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right)$$

$$(۳) \text{ زیر بهینه } - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right) \quad (۴) \text{ بهینه } - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right)$$

۱۷- در یک سیستم مخابراتی از مدولاسیون هم احتمال BPSK با شکل موج‌های $\pm S(t)$ که $S(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{4T}} & 0 < t < 4T \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$

است، استفاده می‌شود. شکل موج دریافتی در گیرنده برابر است با: $r(t) = S(t) - S(t - 4T) + n(t)$ که $n(t)$ نویز سفید گوسی با چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ و نرخ ارسال برابر $\frac{1}{4T} \text{ bit/sec}$ است. در گیرنده از ساختار زیر جهت تصمیم‌گیری استفاده می‌شود.

احتمال خطای بیت برابر است با:



$$(۱) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2}{N_0}}\right) \quad (۲) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{9}{4N_0}}\right)$$

$$(۳) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{9}{8N_0}}\right) \quad (۴) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{3}{2N_0}}\right)$$

۱۸- سیگنالینگ MPAM-DSB (مدولاسیون دامنه پالس M تایی با دو باند جانبی) با دوره سمبل T_s و کانال AWGN را در دو حالت فاز ۰ و فاز ثابت مجهول θ در نظر می‌گیریم (سمبل‌های منبع مستقل هستند). دوره مشاهده مورد نیاز گیرنده بهینه در دو حالت برابری با (از راست به چپ):

$$(۱) T_s, \infty \quad (۲) T_s, T_s \quad (۳) 2T_s, 2T_s \quad (۴) 2T_s, \infty$$

۱۹- رابطه P_b (احتمال خطای بیت) در π PSK (کدگذاری Gray) و π PSK در کانال AWGN کدام است؟ (با فرض انرژی بیت یکسان، سمبل‌های متساوی‌الاحتمال)

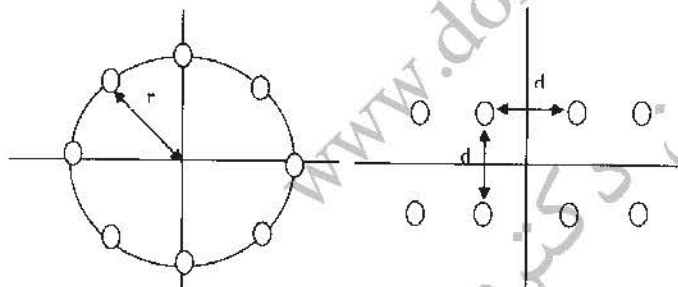
$$\begin{aligned} P_{b,\pi\text{PSK}} &= P_{b,\pi\text{PSK}} \quad (2) & P_{b,\pi\text{PSK}} &= \frac{1}{2} P_{b,\pi\text{PSK}} \quad (1) \\ P_{b,\pi\text{PSK}} &= 2P_{b,\pi\text{PSK}} \quad (4) & P_{b,\pi\text{PSK}} &= 1 - (1 - P_{b,\pi\text{PSK}})^2 \quad (3) \end{aligned}$$

۲۰- در سیستمی که از مدولاسیون BPSK برای ارسال استفاده می‌شود، بیت‌های ۰ و ۱، که هم احتمال هستند، به ترتیب به ۱- و ۱+ نگاشته می‌شوند. سمبل‌های تولید شده، که آنها را با s نشان می‌دهیم، از دو مسیر به گیرنده فرستاده می‌شوند. سیگنال دریافتی دو مسیر به ترتیب r_1 و r_2 است که $r_1 = \alpha s + n_1$ و $r_2 = \beta s + n_1 + n_2$ است. در این روابط α و β به ترتیب بهره ثابت هر مسیر و n_1 و n_2 نویزهای گوسی مستقل با میانگین صفر و واریانس σ^2 است. تصمیم‌گیری گیرنده بهینه کدام است؟

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2\alpha r_1 + \beta \sigma^2 r_2 < 0 & b=1 \\ 2\alpha r_1 + \beta \sigma^2 r_2 > 0 & b=0 \end{cases} \quad (2) & \begin{cases} \sigma^2 \alpha r_1 + \beta r_2 > 0 & b=1 \\ \sigma^2 \alpha r_1 + \beta r_2 < 0 & b=0 \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} (\alpha - \beta) r_1 + \beta \alpha r_2 < 0 & b=1 \\ (\alpha - \beta) r_1 + \beta \alpha r_2 > 0 & b=0 \end{cases} \quad (4) & \begin{cases} (2\alpha - \beta) r_1 + (\beta - \alpha) r_2 > 0 & b=1 \\ (2\alpha - \beta) r_1 + (\beta - \alpha) r_2 < 0 & b=0 \end{cases} \quad (3) \end{aligned}$$

۲۱- در دو سیستم π -PSK و π -QAM که در شکل زیر نشان داده شده است، چه رابطه‌ای بین r و d برقرار باشد تا انرژی متوسط سمبل‌ها در دو سیستم یکی باشد؟ کدام یک دارای احتمال خطای سمبل کمتری است؟



$$\begin{aligned} (1) \text{ سیستم } \pi\text{-PSK}, r &= \sqrt{6}d \\ (2) \text{ سیستم } \pi\text{-PSK}, r &= \sqrt{3}d \\ (3) \text{ سیستم } \pi\text{-QAM}, r &= \sqrt{6}d \\ (4) \text{ سیستم } \pi\text{-QAM}, r &= \sqrt{2}d \end{aligned}$$

۲۲- در یک سیستم مخابراتی فرض کنید در فرستنده از مدولاسیون هم احتمال BPSK استفاده شود، سمبل‌های ارسالی s از دو مسیر توسط گیرنده دریافت می‌شود به نحوی که سیگنال‌های دریافتی برابرند با $r_1 = As + n_1$ و $r_2 = Bs + n_1 + n_2$ ، در این روابط A و B بهره ثابت مسیرها و n_1 و n_2 نویزهای گوسی مستقل با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشند.

- (۱) به شرط $A = B$ ، ورودی غیرمرتبط است.
- (۲) در حالت کلی r_2 ورودی غیرمرتبط است.
- (۳) به شرط $A = B$ ، به ازای داشتن هر ورودی، ورودی دیگر غیرمرتبط است.
- (۴) در حالت کلی، به ازای داشتن هر ورودی، ورودی دیگر غیرمرتبط است.

۲۳- P_e ، P'_e را احتمال‌های خطا در گیرنده‌های MPSK و MPSK تفاضلی (DMPSK) با آشکارسازی‌های مشابه در نظر می‌گیریم، کدام رابطه منطقی‌تر است؟

$$\begin{aligned} P'_e &= \frac{1}{2} P_e \quad (2) & P'_e &= 2P_e \quad (1) \\ P'_e &= \frac{1}{M} P_e \quad (4) & P'_e &= MP_e \quad (3) \end{aligned}$$

۲۴- احتمال خطای گیرنده بهینه در سیستم ۲PSK با سمبل‌های هم احتمال و کانال AWGN (چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$) برابر

$$Q = \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right) \text{ است که در آن } E_b \text{ انرژی سیگنال می‌باشد. حال اگر کانال مزبور فاز ثابت و مجهول } \phi \text{ هم به سیگنال}$$

فرستنده اضافه نماید ولی ساختار گیرنده کماکان بر اساس فاز $\phi = 0$ (فرض غلط) حفظ شود، احتمال خطا کدام است؟

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

$$Q = \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \sin \phi \right) \quad (2)$$

$$Q = \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \cos \phi \right) \quad (1)$$

$$Q = \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} |\cos \phi| \right) \quad (4)$$

$$Q = \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} |\sin \phi| \right) \quad (3)$$

۲۵- در یک کانال مخابراتی بی‌سیم، از یک مدولاسیون BPSK با ریت ارسال $R_b = 1 \text{ Mbits/sec}$ استفاده می‌شود. پهنای باند همبستگی کانال (Coherence band width) برابر 1 KHz و زمان همبستگی کانال (Coherence Time) برابر 100 sec است. در این کاربرد:

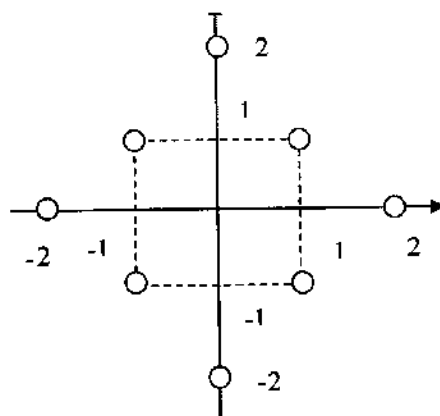
(۱) کانال فرکانس‌گزین و فیدینگ سریع است.

(۲) کانال مسطح و فیدینگ سریع است.

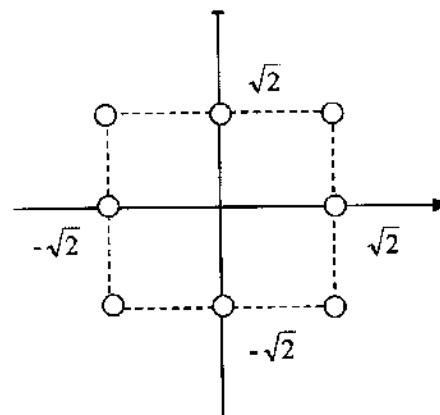
(۳) کانال فرکانس‌گزین (frequency selective) و فیدینگ آهسته است.

(۴) کانال فیدینگ مسطح (frequency nonselective) و فیدینگ آهسته است.

۲۶- دو مدولاتور دیجیتال با نمایش‌های برداری شکل موج‌های خروجی به صورت زیر را در نظر بگیرید.



مدولاتور ۱



مدولاتور ۲

(۱) مدولاتور ۱ هم از نظر انرژی و هم احتمال خطا بهتر عمل می‌کند.

(۲) دو مدولاتور، از نظر انرژی و احتمال خطا یکسان عمل می‌کنند.

(۳) مدولاتور ۲ از نظر احتمال خطا بهتر عمل می‌کند و مدولاتور ۱ از نظر انرژی بهتر عمل می‌کند.

(۴) مدولاتور ۲ از نظر انرژی مناسب‌تر است و مدولاتور ۱ از نظر احتمال خطا بهتر عمل می‌کند.

۲۷- دنباله $\{a_n\}$ یک دنباله i.i.d است که مقادیر ± 1 را با احتمال های یکسان می سازند. حال با استفاده از یک Preceder داریم $b_n = a_n - ka_{n-1}$. دنباله b_n وارد مدولاتور دیجیتال باینری شده و شکل موج خروجی مدولاتور برابر است با $x(t) = \sum b_n g(t-nT)$. یک پالس مستطیلی با دوره زمانی $2T$ و انرژی E است. مقدار ثابت K برای اینکه در

چگالی طیفی خروجی مدولاتور یک صفر در فرکانس $f = \frac{1}{4T}$ داشته باشیم کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

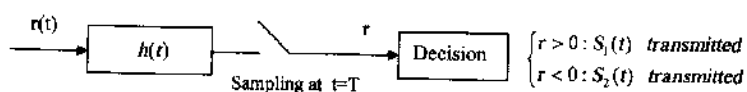
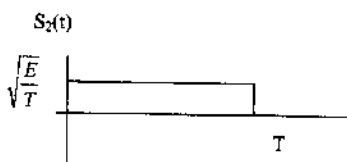
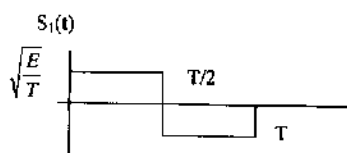
۲۸- در یک سیستم مخابراتی دیجیتال از دو شکل موج زیر برای ارسال پیام های هم احتمال استفاده می شود. کانال دارای نویز سفید و گوسی

با چگالی طیفی توان $\frac{N_0}{2}$ و دارای بهره حقیقی رندم α با تابع چگالی $p(\alpha) = \frac{1}{2}\delta(\alpha - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\delta(\alpha - \frac{1}{8})$ است. شکل

موج دریافتی برابر است با $r(t) = \alpha S_1(t) + n(t)$. در گیرنده از ساختار زیر استفاده می شود:

$$h(t) = \begin{cases} -\sqrt{\frac{E}{T}} & , \quad \frac{T}{2} < t < T \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

گیرنده از نظر احتمال خطا و احتمال خطا برابر است.



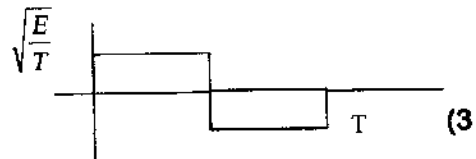
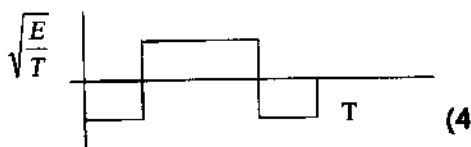
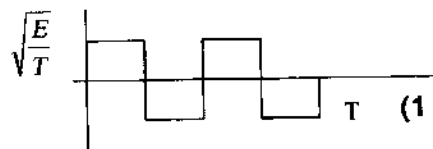
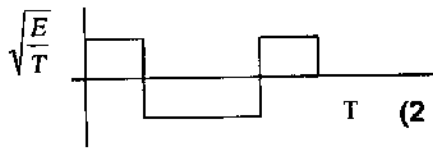
(۱) زیر بهینه - $Q\left(\sqrt{\frac{0.5774E}{N_0}}\right)$

(۲) بهینه - $\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{0.5774E}{N_0}}\right)$

(۳) بهینه - $0.1Q\left(\sqrt{\frac{E}{100N_0}}\right) + 0.9Q\left(\sqrt{\frac{64E}{100N_0}}\right)$

(۴) زیر بهینه - $0.1Q\left(\sqrt{\frac{64E}{100N_0}}\right) + 0.9Q\left(\sqrt{\frac{E}{100N_0}}\right)$

۲۹- در یک مدولاتور دیجیتال، از چهار شکل موج زیر استفاده می‌شود. بعد فضای سیگنال‌ها کدام است؟



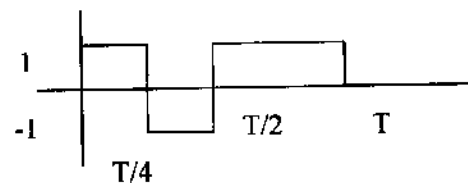
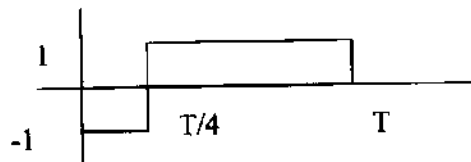
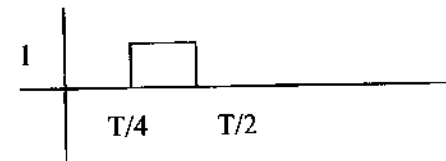
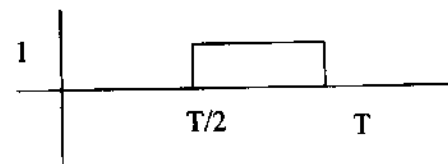
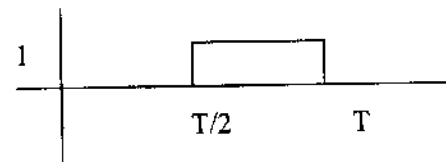
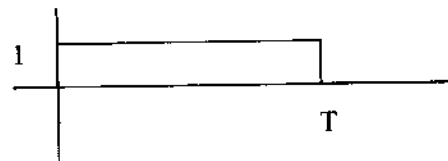
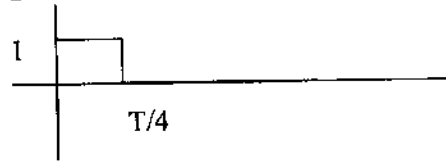
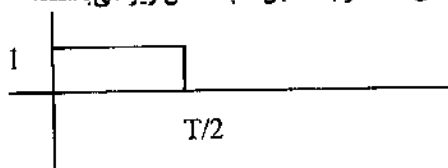
(۴) یک

(۳) دو

(۲) چهار

(۱) سه

۳۰- در یک سیستم با مدولاسیون دیجیتال هشت تایی سیگنال‌های متناظر با سمبل‌ها به شکل زیر می‌باشند.



تعداد حداقل مدارهای همبستگی (ضرب در سیگنال و انتگرال‌گیر) که با آنها می‌توان یک گیرنده بهینه طراحی کرد، چقدر است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۲

(۱) ۳

۳۱- فرآیند تصادفی $Z(t)$ به این صورت ساخته می‌شود که تاس سالمی را در لحظه $t = 0$ پرتاب می‌کنیم. اگر خال i ام

($i = 1, 2, \dots, 6$) آمد سیگنال $\sin(\frac{\gamma \pi t}{i})$ تولید می‌شود. امید ریاضی (متوسط) فرآیند تصادفی $Z(t)$ در لحظه $t = 3$

برابر است با:

$$\begin{array}{llll} (1) & -\frac{1}{6}(1 + \sin \frac{\pi}{5}) & (2) & \sin \frac{\pi}{3} \\ (3) & \frac{1}{6}(1 + \sin \frac{\pi}{5}) & (4) & \frac{1}{6}(1 + \sin \frac{\pi}{3}) \end{array}$$

۳۲- نقاط پواسون t_n دارای نرخ ثابت λ هستند. فرآیند $V(t)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \text{sinc}(t - t_n)$$

چگالی طیف توان $V(t)$ عبارتست از:

($U(t)$ تابع پلّه واحد و $\delta(t)$ تابع ضربه واحد هستند.)

$$S_{vv}(f) = \lambda^2 \delta(f) + \lambda^2 U(f + \frac{1}{T}) U(\frac{1}{T} - f) \quad (1)$$

$$S_{vv}(f) = \lambda^2 \delta(f) + \lambda U(f + \frac{1}{T}) U(\frac{1}{T} - f) \quad (2)$$

$$S_{vv}(f) = \lambda^2 \delta(f) + \lambda^2 U(f + 1) U(1 - f) \quad (3)$$

$$S_{vv}(f) = \lambda^2 \delta(f) + \lambda U(f + 1) U(1 - f) \quad (4)$$

$$R_X(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T} & |\tau| \leq T \\ 0 & |\tau| > T \end{cases} \quad \text{فرآیند تصادفی } X(t) \text{ فرآیندی نرمال و ایستاد با میانگین صفر و تابع همبستگی}$$

$$m_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x(\frac{kT}{T})$$

است. واریانس متغیر تصادفی m_n با تعریف:

برابر است با:

$$\begin{array}{llll} (1) & \frac{1}{n^2} & (2) & \frac{\gamma}{n} \\ (3) & \frac{\gamma n - 1}{n^2} & (4) & \frac{\gamma n + 1}{n} \end{array}$$

۳۴- فرآیند حقیقی $X(t)$ ، WSS بوده و تابع کوواریانس آن بصورت زیر است:

$$C_X(\tau) = \gamma T - |\tau|$$

واریانس متغیر تصادفی $S = \int_{-T}^T X(t) dt$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} (1) & \infty & (2) & 0 \\ (3) & \gamma T^2 & (4) & \gamma^2 \frac{T^2}{3} \end{array}$$

۳۵- از فرآیند تصادفی $X(t)$ با تابع خود همبستگی

$$R_{XX}(\tau) = [\gamma \cos \tau + \sin |\tau|] e^{-|\tau|} - \gamma e^{-\gamma|\tau|}$$

چند مرتبه می‌توان مشتق گرفت؟

- (۱) دو مرتبه
(۲) یک مرتبه
(۳) سه مرتبه
(۴) چهار مرتبه

۳۶- تابع همبستگی فرآیند $X(t)$ به صورت زیر مفروض است:

$$R_x(t_1, t_2) = \Delta \cos[\omega(t_1 - t_2)] + \gamma t_1 t_2 + \epsilon \min(t_1, t_2) \quad t_1, t_2 > 0$$

کدامیک از توابع زیر می‌تواند تابع توزیع مرتبه اول این فرایند در لحظه $t = 1$ باشد؟

$$f_x(x)|_{t=1} = \lambda e^{-\lambda} \quad \lambda = \epsilon \quad (1) \quad f_x(x)|_{t=1} = \frac{1}{\gamma} \lambda e^{-\lambda} + \frac{1}{\gamma}$$

$$(2) \text{ هیچکدام} \quad f_x(x)|_{t=1} = \frac{1}{\sqrt{\Delta \circ \pi}} e^{-x^2/\Delta \circ} \quad (3)$$

۳۷- تابع چگالی احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y برابر $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ می‌باشد. اگر فرآیند تصادفی $Z(t)$ به صورت $Z(t) = X \cos t + Y \sin t$ تعریف گردد، کدامیک از عبارات زیر نادرست است؟

(۱) $Z(t)$ یک فرآیند ایستان وسیع (WSS) می‌باشد. (۲) $Z(t)$ یک فرآیند ایستان اکید (SSS) است.

$$(3) \quad f_z(z; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (4) \quad Z(t) \text{ یک فرآیند نرمال (گوسی) نیست.}$$

۳۸- فرض کنید $X(t)$ فرآیندی نرمال با میانگین صفر و نموهای مستقل باشد. با فرض آن که $t > 0$ باشد احتمال پیشامد $\{x(t) \leq x(2t) \leq x(4t)\}$ چقدر است؟

$$(1) \quad \frac{1}{8} \quad (2) \quad \frac{1}{16} \quad (3) \quad \frac{1}{4} \quad (4) \quad \frac{1}{2}$$

۳۹- فرض کنید $Z(t)$ یک فرآیند ایستان با تابع خود همبستگی $R_z(\tau) = E\{\cos \pi X \tau\}$ باشد که در آن X یک متغیر تصادفی گوسی با میانگین ۱ و واریانس ۱ است. در این صورت چگالی طیف توان فرآیند $Z(t)$ $(S_z(f))$ برابر است با:

$$(1) \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(f-1)^2}{2}} \quad (2) \quad S_z(f) = 0$$

$$(3) \quad \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{(f-1)^2}{2}} + e^{-\frac{(f+1)^2}{2}} \right) \quad (4) \quad \text{وجود ندارد}$$

۴۰- فرآیند تصادفی $X(t)$ ، $t > 0$ ، فرآیندی با نموهای ایستان و مستقل است. با فرض $X(0) = 0$ ، $X(1) = \mu$ میانگین فرآیند $X(t)$ کدام است؟

$$(1) \quad \mu t^2 \quad (2) \quad \mu t$$

$$(3) \quad \mu t(2t-1) \quad (4) \quad \mu \min(1, t)$$

۴۱- با استفاده از فرآیند وینر $W(t)$ ، فرآیند $X(t)$ را بصورت زیر می‌سازیم:

$$X(t) = W(t) - W(t - t_0) \quad t_0 \geq 0$$

تابع چگالی $X(t)$ کدام است؟

$$f_x(x) = \delta(x) \quad (۲)$$

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha t_0}} e^{-\frac{x^2}{2\alpha t_0}} \quad (۱)$$

۴- تابع چگالی $X(t)$ از روی رابطه فوق قابل محاسبه نیست.

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha t}} e^{-\frac{x^2}{2\alpha t}} \quad (۳)$$

۴۲- فرآیند $X(t) = a \cos \omega t + b \sin \omega t + \eta$ را در نظر بگیرید. در این رابطه $\eta = cte$ و a و b متغیرهای تصادفی مستقل هستند و داریم $E\{a\} = E\{b\} = 0$ و $E\{a^2\} = E\{b^2\} = \sigma^2$ اگر ME به معنی ارگاریک بودن از نظر میانگین و VE به معنی ارگاریک بودن از نظر واریانس باشد کدام عبارت درباره این فرآیند درست است؟

(۲) فرآیند ME و VE است.

(۱) فرآیند ME است ولی VE نیست.

(۴) فرآیند ME نیست ولی VE است.

(۳) فرآیند نه ME است و نه VE

۴۳- فرآیند تصادفی $X(t)$ ، خروجی فیلتر $h(t)$ با پاسخ ضربه $\frac{1}{2B} \sin c(2Bt)$ به ورودی یک فرآیند گوسی سفید با میانگین صفر و واریانس یک است. کدام نمونه‌های فرآیند $X(t)$ مستقل هستند؟

$$X\left(\frac{K}{2B}\right), K = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (۲)$$

$$X\left(\frac{K}{B}\right), K = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (۱)$$

$$X(KB), K = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (۴)$$

$$X\left(\frac{2K}{B}\right), K = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (۳)$$

۴۴- تابع چگالی توأم دو متغیر تصادفی (a, b) به صورت زیر است:

$$f(a, b) = \frac{1}{\pi\sqrt{\gamma}} e^{-\frac{1}{\gamma}(a^2 - ab + b^2)}$$

تابع چگالی فرآیند $X(t) = at + b$ چیست؟

$$f(X(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t^\gamma}} e^{-\frac{X^2(t)}{2t^\gamma}} \quad (۲)$$

$$f(X(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t^{-\gamma}}} e^{-\frac{X^2(t)}{2t^{-\gamma}}} \quad (۱)$$

$$f(X(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t^\gamma + 1)}} e^{-\frac{X^2(t)}{2(t^\gamma + 1)}} \quad (۴)$$

$$f(X(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|t|}} e^{-\frac{X^2(t)}{2|t|}} \quad (۳)$$

۴۵- فرض کنید $X[n]$ ، $Z[n]$ ($n \geq 0$) فرآیندهای نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی

$$R_X[n_1, n_2] = R_Z[n_1, n_2] = \delta[n_1 - n_2]$$

و $\{A_n\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع با $\frac{1}{4}$ $\Pr\{A_n = 1\} = \Pr\{A_n = -1\} = \frac{1}{4}$ باشند. فرآیند

$$Y[n] \text{ به صورت } Y[n] = \begin{cases} X[n] & n = 0, 2, 4, \dots \\ A_n Z[n] & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

تعریف می‌شود. اگر A_n ، $X[n]$ ، $Z[n]$ توأماً

مستقل باشند کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $Y[n]$ نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی $R_Y[n_1, n_2] = \delta[n_1 - n_2]$ است.

(۲) $Y[n]$ نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی $R_Y[n_1, n_2] = \frac{1}{4}\delta[n_1 - n_2]$ است.

(۳) $Y[n]$ فرآیندی غیرنرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی $R_Y[n_1, n_2] = \frac{1}{4}\delta[n_1 - n_2]$ است.

(۴) $Y[n]$ فقط برای n های زوج نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی $R_Y[n_1, n_2] = \delta[n_1 - n_2]$ است.