



318

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



318F

صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ی
مهندسی برق - هوش ماشین و رباتیک (کد ۲۳۰۶)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

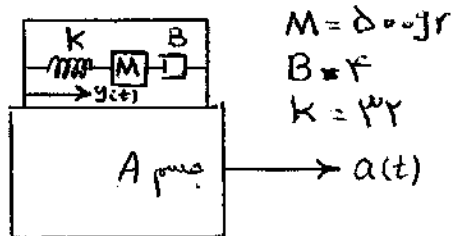
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (سیستم‌های کنترل خطی، الگوریتم‌های پیشرفته، کنترل مدرن)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

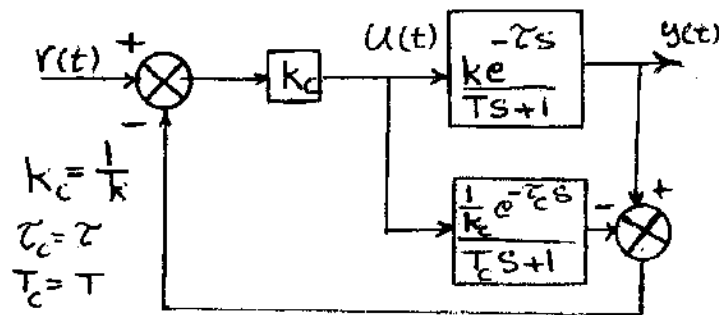
حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متغلیین برابر مقررات رفتار می‌شود.

- ۱- یک شتاب، سنج مکانیکی مطابق شکل زیر جهت اندازه‌گیری شتاب سیستم در حال حرکت A استفاده می‌شود. شتاب $a(t)$ جسم A از روی تغییر مکان $y(t)$ فنر سنجیده می‌شود. اگر جسم A با شتاب پله واحد $a(t) = 1 \text{ m/sec}^2$ از حالت سکون به حرکت درآید، شتاب سنج با معیار ۲٪ حداقل در چه مدت زمانی پاسخ حالت دائمی را نشان می‌دهد؟ این مقدار معادل چقدر تغییر طول در فنر است؟



- (۱) در مدت یک ثانیه و فنر ۱٫۶ cm کشیده خواهد شد.
- (۲) در مدت یک ثانیه و فنر ۱٫۶ cm فشرده خواهد شد.
- (۳) در مدت دو ثانیه و فنر ۰٫۸ cm فشرده خواهد شد.
- (۴) در مدت دو ثانیه و فنر ۰٫۸ cm کشیده خواهد شد.

- ۲- در سیستم داده شده خطای ماندگار به ازای چه ورودی صفر خواهد بود؟



- (۱) پله
- (۲) شیب
- (۳) سینوسی
- (۴) به ازای تمام ورودی‌ها ماندگار غیر صفر خواهد بود.

۳- در سیستمی حلقه بسته با تابع تبدیل مسير پيشرو $G(s) = \frac{2(1-s)}{(s+2)(s+2)}$ و فيدبک $H(s) = k$ ($k \in \mathbb{R}$) و فيدبک

منفی، آیا می توان خطای حالت دائمی خروجی را برای ورودی پله واحد صفر نمود؟

(۱) برای $k = -2$ خطای دائم خروجی سیستم صفر می گردد.

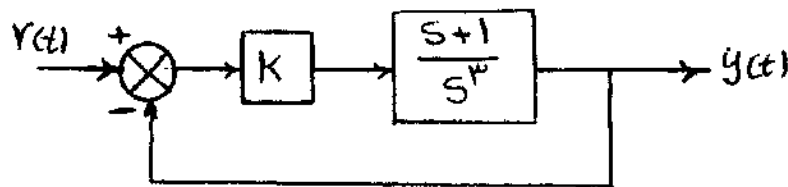
(۲) به ازای $k \rightarrow \infty$ خطای دائم ورودی پله سیستم صفر شود.

(۳) چون نوع (type) سیستم صفر است، نمی توان خطای حالت دائم را برای ورودی پله صفر نمود.

(۴) اگر یک کنترل کننده انتگرالی در مسير پيشرو قرار دهيم $C(s) = \frac{1}{s}$ تا نوع سیستم ۱ گردد خطای حالت دائم سیستم به

ورودی پله صفر خواهد شد.

۴- در سیستم حلقه بسته زیر محدوده تغییرات k را چنان تعیین کنید تا هر سه قطب سیستم حلقه بسته حقیقی باشند؟



(۱) $k < -6/75$

(۲) $k < -2/25$

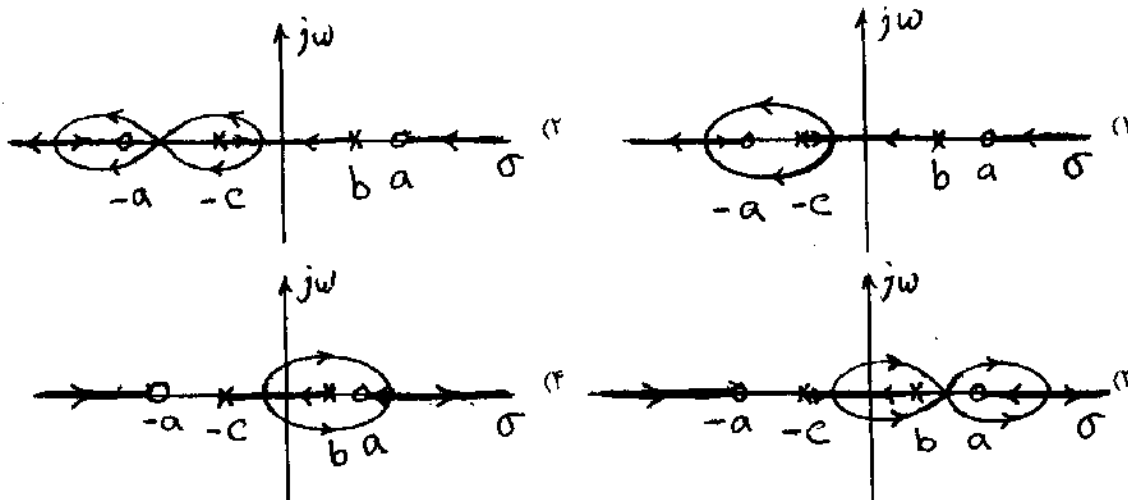
(۳) $0 < k < 1/75$

(۴) $k > 2/25$

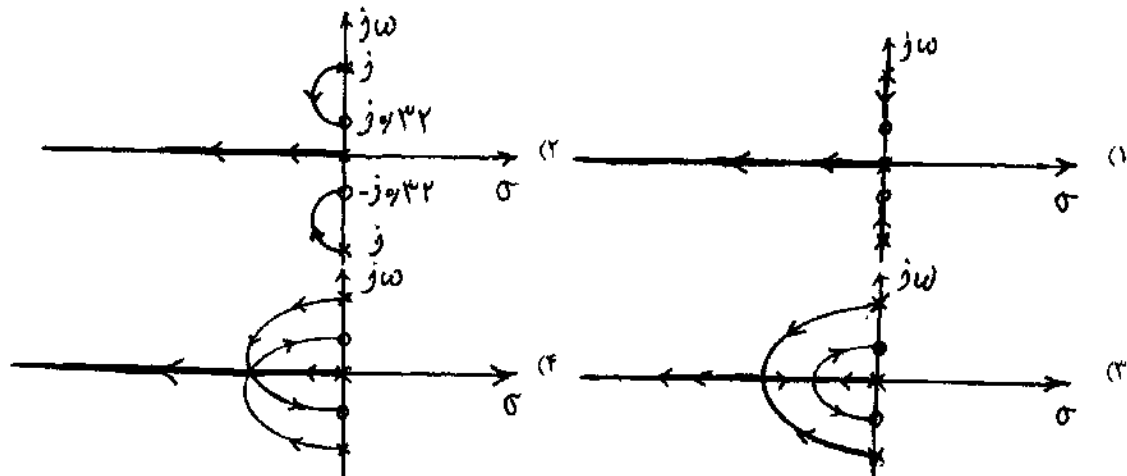
۵- تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = k \frac{(s' - a')}{(s - b)(s + c)} \quad \begin{matrix} a > b > c > 0 \\ k < 0 \end{matrix}$$

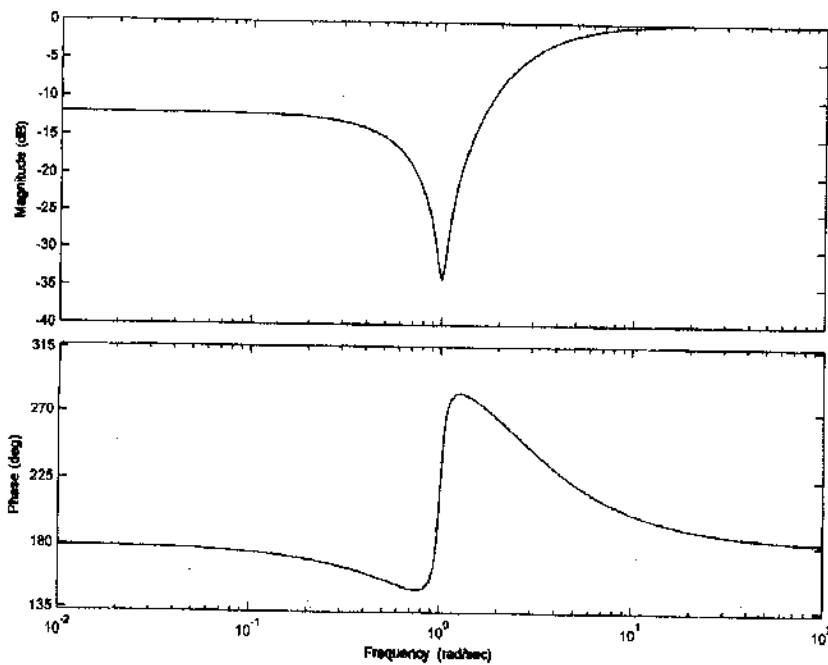
کدام گزینه می تواند مکان هندسی ریشه های سیستم حلقه بسته باشد؟



- ۶- در سیستمی حلقه بسته با فیدبک واحد تابع تبدیل حلقه باز بصورت $GH(s) = \frac{k(s^2 + 0.1)}{s(s^2 + 1)}$ است. در این سیستم مکان هندسی ریشه‌ها به ازای مقادیر مختلف $k \geq 0$ کدام شکل است؟



- ۷- پاسخ فرکانسی تابع تبدیل $G(s)$ در شکل نشان داده شده است. تابع تبدیل متناظر کدام است؟



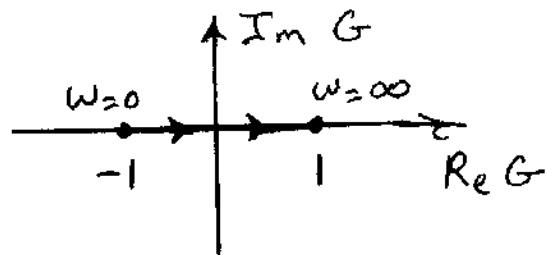
$$G(s) = \frac{s^2 + 0.1s + 1}{(s+2)^2} \quad (1)$$

$$G(s) = \frac{-(s^2 + 0.1s + 1)}{(s+2)^2} \quad (2)$$

$$G(s) = \frac{-(s^2 + 0.2s + 2)}{(s+2)^2} \quad (3)$$

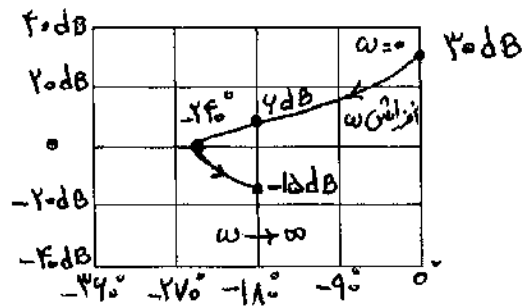
$$G(s) = \frac{-(s^2 + 0.1s + 1)}{s^2 + 0.2s + 4} \quad (4)$$

- ۸- تابع تبدیل مسیر مستقیم یک سیستم درجه دو فیدبک واحد، $kG(s)$ می باشد که دیاگرام قطبی $G(s)$ در شکل زیر نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد پایداری سیستم حلقه بسته و تعداد ریشه های سیستم حلقه بسته در نیم صفحه سمت راست درست است؟



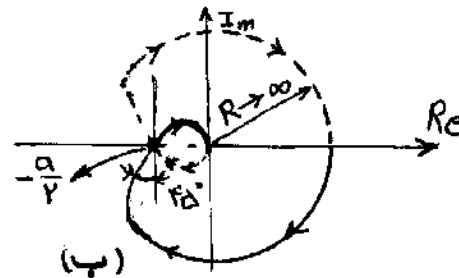
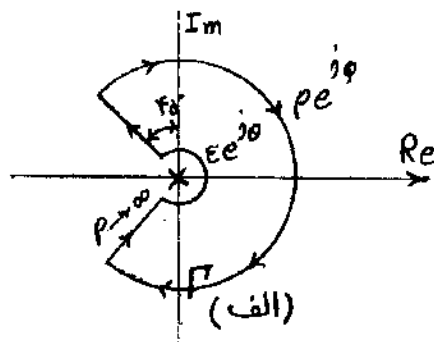
- (۱) پایدار به ازای $k > 0$
 (۲) ناپایدار به ازای $-\infty < k < \infty$
 (۳) ناپایدار به ازای $0 < k < 1$ و پایدار مرزی به ازای $k > 1$
 (۴) ناپایدار به ازای $k > 0$ و پایدار مرزی به ازای $k < 0$

- ۹- سیستم حلقه باز پایداری دارای دیاگرام logmagnitude-phase شکل زیر می باشد. در مورد سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد منفی چه می توان گفت؟

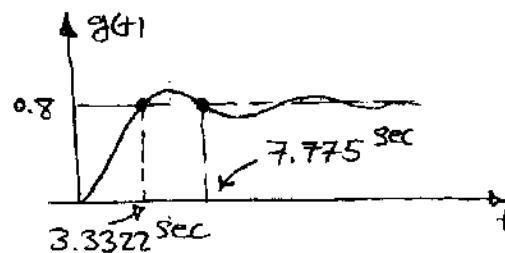
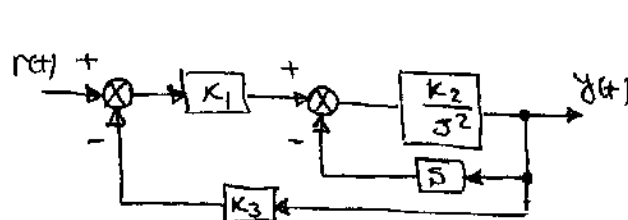


- (۱) پایدار با حد بهره 6^{db} و حد فاز -60 درجه است.
 (۲) ناپایدار با یک قطب سمت راست، حد بهره 6^{db} و حد فاز -60 درجه است.
 (۳) ناپایدار با دو قطب سمت راست، حد بهره 6^{db} و حد فاز -60 درجه است.
 (۴) ناپایدار با دو قطب سمت راست، حد بهره 15^{db} و حد فاز -60 درجه است.

- ۱۰- در یک سیستم درجه دو با فیدبک واحد و تابع تبدیل حلقه باز $GH(s) = \frac{2s}{s^2 + a}$ ، با استفاده از روش تعمیم نایکوئیست برای متغیر $a \in \mathbb{R}^+$ ، برای مسیر بسته Γ که طبق شکل الف تعریف گردیده است، دیاگرام شکل ب بدست آمده است. از این دیاگرام چه نتیجه‌ای گرفته می‌شود؟



- (۱) برای $a > 2$ سیستم حلقه بسته ناپایدار است.
 (۲) برای $a < 2$ بالازدگی در پاسخ پله سیستم حلقه بسته کمتر از ۴٫۳٪ است.
 (۳) برای $a < 2$ سیستم حلقه بسته پایدار است و دارای بالازدگی بیش از ۴٫۳٪ است.
 (۴) برای $a \geq 2$ بالازدگی در پاسخ پله سیستم حلقه بسته کمتر از ۴٫۳٪ است.
 ۱۱- پاسخ پله واحد سیستم داده شده در شکل دیده می‌شود. ثابت‌های نامعلوم سیستم کدام است؟

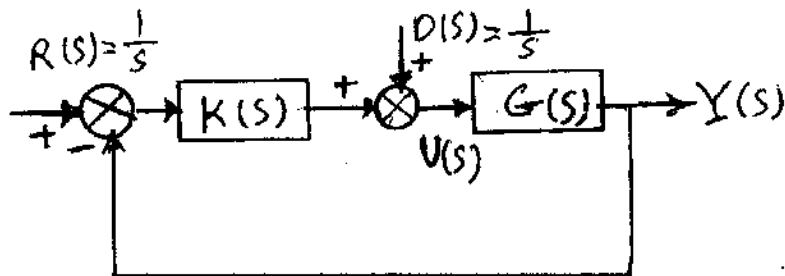


- (۱) $k_1 = \sqrt{2}$, $k_r = 0.4\sqrt{2}$, $k_f = 0.8$
 (۲) $k_1 = 0.4\sqrt{2}$, $k_r = \sqrt{2}$, $k_f = 0.8$
 (۳) $k_1 = \sqrt{2}$, $k_r = 0.4\sqrt{2}$, $k_f = 1.25$
 (۴) $k_1 = 0.4\sqrt{2}$, $k_r = \sqrt{2}$, $k_f = 1.25$

۱۲- سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید، $G(s) = \frac{s-2}{s^3 + 7s^2 + 14s + 8}$ کنترل کننده $k(s)$ به نحوی طراحی شده است که تابع تبدیل $T(s)$ چنین است

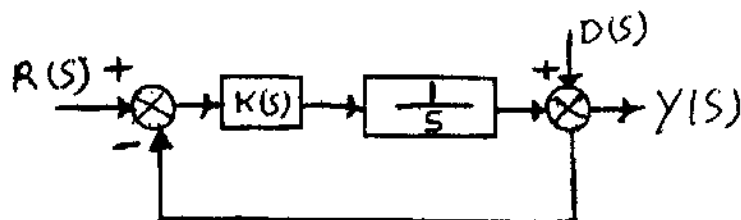
$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s+3}{s^3 + 7s^2 + 14s + 11}$$

کدام یک از جملات زیر درست است؟



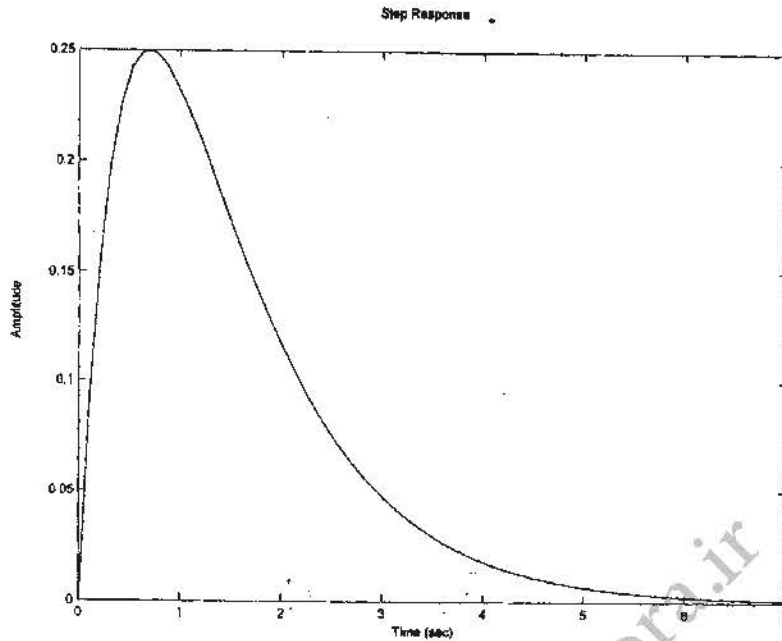
- (۱) سیستم حلقه بسته پایدار است.
- (۲) سیگنال خروجی $y(t)$ کراندار است.
- (۳) سیگنال ورودی سیستم $u(t)$ کراندار است.
- (۴) خطای حالت دائم به ورودی مرجع پله با $D(s) = 0$ صفر است.

۱۳- در سیستم حلقه بسته شکل زیر برای آن که تأثیر اغتشاش شیب $d(t) = r(t)$ در حالت ماندگار خروجی صفر شود، ساده‌ترین کنترل کننده کدام است؟



- P (۱)
- PD (۲)
- PI (۳)
- PID (۴)

- ۱۴- سیستم فیدبک واحدی را در نظر بگیرید که پاسخ پله تابع تبدیل مسیر پیشروی آن در شکل روبرو نشان داده شده است. کدام یک از کنترل کننده‌های زیر قادر است خطای حالت دائم صفر برای ورودی پله را تضمین کند؟



$$G(s) = \frac{k}{s} \quad (1)$$

$$G(s) = \frac{k}{s^2} \quad (2)$$

$$G(s) = \frac{k(s+1)}{s^2} \quad (3)$$

(۴) چنین کنترل کننده‌ای وجود ندارد.

- ۱۵- جدول رات متناظر با معادله مشخصه سیستمی به قرار زیر است که ضرایب a و c مثبت و بقیه ضرایب ستون اول منفی می‌باشند. همچنین دقت کنید که ضرایب سطر s^5 ابتدا صفر بوده‌اند و برای تکمیل جدول جایگزین شده‌اند. تعداد ریشه‌های

s^7	a	x	x	x
s^6	b	x	x	x
s^5	ϕc	ϕx	ϕx	
s^4	d	x	x	
s^3	e	x		
s^2	f	x		
s^1	g			
s^0	h			

سیستم در سمت راست، سمت چپ صفحه S و روی محور موهومی کدام است؟

- (۱) سه ریشه در سمت راست، چهار ریشه روی محور موهومی
 (۲) سه ریشه در سمت راست، چهار ریشه در سمت چپ
 (۳) دو ریشه در سمت راست، سه ریشه در سمت چپ، دو ریشه روی محور موهومی
 (۴) سه ریشه در سمت راست، دو ریشه در سمت چپ و دو ریشه روی محور موهومی

۱۶- کدام یک از جملات زیر درست است؟

- (۱) برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته، کانتورنایکونیست متناظر می‌تواند از صفرهای موهومی سیستم حلقه باز $GH(s)$ عبور کند.
- (۲) اگر منحنی نایکونیست از نقطه ۱- عبور کند نمایانگر پایداری مرزی سیستم حلقه بسته است.
- (۳) وجود سطر صفر در آرایه راث بیانگر پایداری مرزی سیستم است.
- (۴) موارد ۲ و ۳ صحیح است.

$$17- \text{تابع } V(x_1, x_2, x_3) = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ همواره :}$$

- (۱) منفی معین است.
- (۲) مثبت نیمه معین است.
- (۳) مثبت معین است.
- (۴) بر حسب مقادیر بردار $[x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$ برخی مواقع مثبت و برخی مواقع منفی است.

۱۸- فرم جردن ماتریس A به صورت زیر است. تعداد بردارهای ویژه مستقل و تعمیم یافته مربوط به هر یک از بردارهای ویژه

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \text{ مستقل برابر است با:}$$

- (۱) یک بردار ویژه مستقل و سه بردار ویژه تعمیم یافته مربوط به بردار ویژه اول
- (۲) دو بردار ویژه مستقل و دو بردار ویژه تعمیم یافته مربوط به بردار ویژه اول
- (۳) سه بردار ویژه مستقل و دو بردار ویژه تعمیم یافته مربوط به بردار ویژه اول
- (۴) چهار بردار ویژه مستقل و دو بردار ویژه تعمیم یافته مربوط به بردار ویژه اول

۱۹- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$ به همراه بردارهای ویژه راست آن، یعنی $xA = \mu x$ که در آن $x \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ و $\mu \in \mathbb{R}$ مقدار

ویژه است، را در نظر بگیرید، سه بردار ویژه مستقل خطی این ماتریس $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -4 \\ 1 & -3 & -9 \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۲۰- اگر فرم جردن ماتریس A به صورت مقابل باشد پاسخ ورودی صفر معادلات حالت کدام ترم را ندارد؟

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$$t^3 e^{\lambda_1 t} \quad (۴) \quad t^2 e^{\lambda_1 t} \quad (۳) \quad t e^{\lambda_1 t} \quad (۲) \quad e^{\lambda_1 t} \quad (۱)$$

۲۱- ماتریسی حالت یک سیستم چنین داده شده است. کدام گزینه می تواند ماتریس انتقال حالت این سیستم باشد؟

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 2 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ 0 & 0 & \times \end{bmatrix} \quad (۱) \quad \times \text{ شامل ترم های } k_i e^{-3t}, k_j e^{-t}, k_i \text{ می باشد.}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \times \text{ شامل ترم های } k_i e^{-3t}, k_j e^{-t}, k_i \text{ می باشد.}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ 0 & 0 & \times \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \times \text{ شامل ترم های } k_i e^{-3t}, k_j e^t, k_i \text{ می باشد.}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \times \text{ شامل ترم های } k_i e^{-3t}, k_j e^t, k_i \text{ می باشد.}$$

۲۲- در صورتی که بخواهیم یکی از مودهای سیستم در پاسخ ورودی صفر ظاهر نشود باید:

- ۱) شرایط اولیه عمود بر بردار ویژه سمت راست متناظر با آن مود باشد.
- ۲) شرایط اولیه عمود بر بردار ویژه سمت چپ متناظر با آن مود باشد.
- ۳) شرایط اولیه همراه با بردار ویژه سمت چپ متناظر با آن مود باشد.
- ۴) شرایط اولیه همراه با بردار ویژه سمت راست متناظر با آن مود باشد.

۲۳- تحقق زیر را در نظر بگیرید:
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{b}u(t) \\ y(t) = \underline{c}^T \underline{x}(t) \end{cases}$$
 تعریف پارامترهای مارکوف $\underline{c}^T \underline{A}^{i-1} \underline{b} =$ ارتباط بین $i = 1, \dots$

پارامترهای مارکوف و پاسخ سیستم فوق چیست؟

- ۱) پارامترهای مارکوف پاسخ ضربه سیستم و مشتقات آن در $t = 0^+$ می‌باشند.
- ۲) پارامترهای مارکوف پاسخ پله سیستم و مشتقات آن در $t = 0^1$ می‌باشند.
- ۳) پارامترهای مارکوف پارامترهای ریاضی بوده و هیچ ارتباطی با پاسخ فیزیکی سیستم ندارند.
- ۴) پارامترهای مارکوف پاسخ ضربه سیستم و مشتقات آن در $t = \infty$ می‌باشند.

۲۴- کدام یک از تحقق‌های زیر دوگان تحقق مقابل می‌باشد؟
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \\ y = \underline{C}\underline{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}} = \underline{A}^T \underline{z} + \underline{B}^T \underline{w} \\ \underline{v} = \underline{C}^T \underline{z} \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} \dot{\underline{z}} = \underline{A}^T \underline{z} + \underline{C}^T \underline{w} \\ \underline{v} = \underline{B}^T \underline{z} \end{cases} \quad (۳) \quad \begin{cases} \dot{\underline{z}} = \underline{A}^T \underline{z} + \underline{C}\underline{w} \\ \underline{v} = \underline{B}\underline{z} \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} \dot{\underline{z}} = \underline{A}\underline{z} + \underline{C}^T \underline{w} \\ \underline{v} = \underline{B}^T \underline{z} \end{cases} \quad (۱)$$

۲۵- با اعمال کنترل فیدبک حالت، سیستم با تابع تبدیل $\frac{s^2 + s - 2}{s^2 + s - 6}$ قابل تبدیل به کدام یک از سیستم‌های زیر با توابع تبدیل

داده شده می‌باشد؟

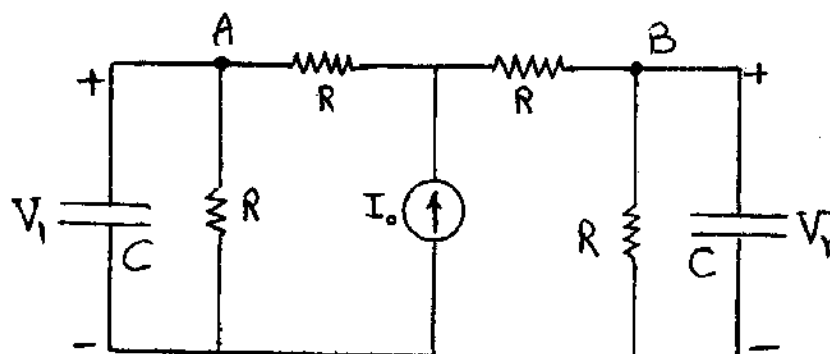
$$\frac{s+1}{s+3} \quad (۱)$$

$$\frac{s-1}{s+3} \quad (۲)$$

$$\frac{s^2 + s + 2}{s^2 - s + 6} \quad (۳)$$

$$\frac{s^2 + s + 2}{s^2 + s + 6} \quad (۴)$$

- ۲۶- مدار الکتریکی شکل زیر را در نظر بگیرید، اگر $V_1(t)$ و $V_2(t)$ حالت‌های مدار باشند، I_o ورودی مدار و ولتاژ V_{AB} خروجی مدار باشد، کدام جمله در مورد کنترل پذیری و رویت پذیری مدار صحیح است؟



- (۱) کنترل پذیر ، رویت پذیر
 (۲) کنترل پذیر ، رویت ناپذیر
 (۳) کنترل ناپذیر ، رویت پذیر
 (۴) کنترل ناپذیر ، رویت ناپذیر

- ۲۷- ماتریس حالت زیر را در نظر بگیرید کدام گزینه زیر نمی تواند پاسخ معادله لیاپانوف $A^T P + P A = -Q$ باشد که Q یک

ماتریس متقارن مثبت معین است؟ $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$

$P = \begin{bmatrix} -1/5 & -0/8 \\ -0/8 & -0/75 \end{bmatrix}$ (۲)

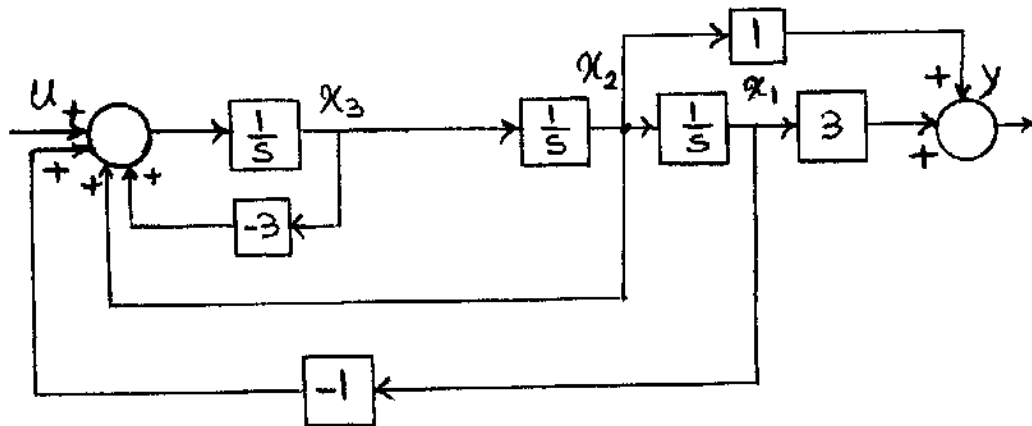
$P = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (۴)

$P = \begin{bmatrix} -1 & -0/5 \\ -0/5 & -0/5 \end{bmatrix}$ (۱)

$P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ (۳)

۲۸- سیستم زیر را در نظر بگیرید: کنترل کننده‌ای به شکل $u = -kx + r$ مورد نظر است. کدام کنترل کننده حالت زیر، سیستم

فوق را پایدار ساخته و خطای حالت دائم به ورودی پله $(R(s) = \frac{1}{s})$ را صفر می‌کند؟



$$k = \begin{bmatrix} 2 & 0/5 & 1/5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$k = \begin{bmatrix} 2 & 7/5 & 1/5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$k = \begin{bmatrix} 5 & 12 & 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$k = \begin{bmatrix} 39 & 39 & 8 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۲۹- سیستم دینامیکی، $\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & -1/2 \\ -1/2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$ و $y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x$ را در نظر بگیرید. با کنترل فیدبک خروجی

$u = ky + r$ سیستم حلقه بسته دارای مقادیر ویژه -1 و $-\frac{1}{2}$ می‌گردد. در این صورت بهره کنترل فیدبک برابر است با:

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

(۴) بهره کنترل فیدبک K وجود ندارد.

۳۰- نمایش فضای حالت یک سیستم به قرار زیر است. هدف طراحی یک رویت گربه فرم روبه‌رو است. کدام مقدار بهره L پایداری

$$\text{سیستم روبیتگر را تضمین می‌کند؟} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + x_2 + u \\ y = 2x_1 + x_2 \end{cases} \quad \text{سیستم روبیتگر} \quad \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -6 \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

$$L = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

(۴) سیستم روبیتناپذیر است و نمی‌توان چنین L برای آن یافت.

(۳۱) چند تا از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

- اگر f_i تابعی از اعداد طبیعی به اعداد طبیعی باشد و داشته باشیم $f_i(n) = O(n)$ ، در آن صورت $\sum_{i=1}^n f_i(n) = O(n^2)$.
- برای هر تابع مجانبی مثبت $f(n)$ ، داریم $f(n) + o(f(n)) = \Theta(f(n))$.
- اگر $L \in \mathcal{NP}$ و $L \leq_p 3\text{-SAT}$ (یعنی L را می‌توان در زمان چندجمله‌ای به مسئله 3-SAT کاهش داد)، در آن صورت L ان‌پی-تمام است.

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳۲) دو مسئله تصمیم‌گیری A و B داده شده‌اند. می‌دانیم که A ، ان‌پی-تمام است ولی B را می‌توان در $O(n^2 \lg^2 n)$ حل کرد. هم‌چنین می‌دانیم $B \leq_p A$ (یعنی هر مورد از مسئله B را می‌توان در زمان چندجمله‌ای به یک مورد از مسئله A تبدیل کرد). کدام یک از گزینه‌های زیر نتیجه‌ی گزاره‌های بالاست؟

- (۱) $P = \mathcal{NP}$ و هر مسئله‌ی ان‌پی را می‌توان در زمان $O(n^2)$ حل کرد.
- (۲) $P = \mathcal{NP}$ ولی برخی از مسئله‌های ان‌پی زمان بیش‌تری از $O(n^2)$ نیاز دارند تا حل شوند.
- (۳) $P \neq \mathcal{NP}$
- (۴) هیچ کدام

(۳۳) یک دلال مرغ بین n تولیدکننده و m مصرف‌کننده کار می‌کند. i امین تولیدکننده s_i عدد مرغ و i امین مصرف‌کننده b_i عدد مصرف می‌کند. این دلال به‌ازای هر مرغی که فروش می‌رود ۱ تومان سود می‌برد. به‌علت مشکلات حمل‌ونقل مرغ کشته، قواعدی وضع شده است که یک تولیدکننده تنها به مصرف‌کننده‌ای می‌تواند مرغ بفروشد که فاصله‌اش تا او از ۱۰۰ کیلومتر بیش‌تر نشود. با داشتن فهرست همه‌ی زوج‌های تولیدکننده-مصرف‌کننده که فاصله‌اش از ۱۰۰ کیلومتر کم‌تر است، کدام یک از الگوریتم‌های زیر برای یافتن بیش‌ترین سود کارا هستند؟ فرض کنید که s_i و b_i ها ممکن‌ست خیلی بزرگ باشند.

(۱) تطابق بیشینه (۲) شار بیشینه (۳) برنامه‌سازی پویا (۴) الف و ب

(۳۴) کدام گزینه درست است؟ (DAG، گراف جهت دار بدون دور است).

- (۱) در یک گراف جهت‌دار یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.
- (۲) در هر DAG حداقل یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.
- (۳) در هر DAG دقیقاً یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.
- (۴) در هر DAG حداکثر یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.

(۳۵) حداکثر تعداد یال‌های یک گراف جهت‌دار، ساده و بدون دور با n رأس چند تاست؟

(۱) $n-1$ (۲) $3n$ (۳) $\binom{n}{2}$ (۴) $n(n-1)$

۳۶ یک گراف بدون جهت $G = (V, E)$ را می‌توان با k رنگ رنگ‌آمیزی کرد اگر بتوان به هر رأس آن یکی از اعداد ۱ تا k را نسبت داد به طوری که شماره‌ی هر رأس مجاور متفاوت باشد. چنداناً از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

- یک گراف دوبخشی را می‌توان با ۲ رنگ رنگ کرد.
- هر درخت را می‌توان با دو رنگ رنگ کرد.
- یک گراف کامل را می‌توان با $|V|$ رنگ رنگ کرد.
- هیچ گراف دارای دور را نمی‌توان با دو رنگ رنگ کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۷ می‌دانیم که برخی از افراد در یک گروه n نفری از هم «نفرت» دارند. فرض کنید «نفرت» یک رابطه‌ی متقارن است. یعنی اگر a از b نفرت داشته باشد، b هم از a نفرت دارد. فرض کنید که می‌دانیم که چه کسی از چه کس دیگری نفرت دارد و تمام این اطلاعات را در اختیار داریم. می‌خواهیم این افراد را به دو دسته تقسیم کنیم به طوری که بین هیچ دو نفر در یک دسته نفرتی نباشد. سریع‌ترین الگوریتم کارا برای تشخیص امکان انجام این کار از کدام مرتبه‌ی زمانی است؟

۱ (۱) $O(n^2)$ ۲ (۲) $O(n^3)$ ۳ (۳) $O(n^4)$ ۴ (۴) راه‌حل چندجمله‌ای برای این کار وجود ندارد

۳۸ کدام یک از الگوریتم‌های زیر حریصانه نیست؟

۱ (۱) دایکسترا ۲ (۲) کدگذاری هافمن ۳ (۳) کروسکال ۴ (۴) فلوید

۳۹ n کیسه شن با حجم‌های v_1 تا v_n تا $v_i, 0 < v_i < 1$ و $\forall i, 0 < v_i < 1$ ولی نه لزوماً مرتب) داریم. می‌خواهیم آن‌ها را در جعبه‌هایی به حجم یک قرار داده و بسته‌بندی کنیم. برای این کار الگوریتم زیر پیش‌نهاد می‌شود:

ابتدا کیسه‌ها را به همان ترتیب می‌چینیم. سپس یک جعبه برداشته و کیسه‌ی اول، دوم و ... (تا جایی که می‌شود) را در آن قرار می‌دهیم. در صورتی که کیسه‌ی i ام دیگر در جعبه جا نشد، یک جعبه‌ی جدید برداشته و کیسه‌ی $i + 1$ و ... (تا جایی که جا بشود) را در آن قرار می‌دهیم.

اگر تعداد جعبه‌های استفاده شده در این روش M_a و تعداد جعبه‌های استفاده شده در بسته‌بندی کمینه (که کم‌ترین تعداد جعبه را استفاده کند) M_b باشد، در آن صورت کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱ (۱) همواره $M_a > M_b$ ۲ (۲) همواره $M_a = M_b$ ۳ (۳) همواره $M_a < 2 \times M_b$ ۴ (۴) هیچ کدام

۴۰ بیشینه‌ی طول کد یک عنصر در فشرده‌سازی n عنصر با روش هافمن چه قدر می‌تواند باشد؟

۱ (۱) $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ ۲ (۲) $\lceil \lg n \rceil$ ۳ (۳) $n - 2$ ۴ (۴) $n - 1$

۴۱ می‌خواهیم $T(n)$ را از رابطه‌ی بازگشتی $T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i) \times T(i-1)$ و با فرض $T(0) = T(1) = 2$ محاسبه کنیم. یک الگوریتم کارا برای محاسبه‌ی $T(n)$ به چند عمل محاسبه نیاز دارد؟

۱ (۱) $O(n)$ ۲ (۲) $O(n \lg n)$ ۳ (۳) $O(n\sqrt{n})$ ۴ (۴) $O(n^2)$

(۴۲) یک درخت با وزن اعداد صحیح (مثبت، منفی یا صفر) بر روی یال‌های آن داده شده است. یک الگوریتم کارا برای پیدا کردن کم‌وزن‌ترین مسیر ساده‌ی موجود در این درخت از چه مرتبه‌ای است؟ (طول یک مسیر برابر با مجموع وزن یال‌های آن است.)

- (۱) $O(n)$ (۲) $O(n \lg n)$ (۳) $O(n^2)$ (۴) راه‌حل چندجمله‌ای ندارد.

(۴۳) یک مجموعه‌ی مستقل C از درخت T زیرمجموعه‌ای از رأس‌های T است به گونه‌ای که هیچ زوج رأسی از رأس‌های C در T همسایه نباشند (مشابه تعریف کلاسیک مجموعه مستقل رأسی). می‌دانیم پیدا کردن بزرگترین مجموعه مستقل یک گراف در حالت کلی NP -تمام است. کاراترین الگوریتم برای پیدا کردن بزرگترین مجموعه مستقل در یک درخت از چه زمانی است؟

- (۱) $O(n)$ (۲) $O(n^2)$ (۳) $O(n^3)$ (۴) چندجمله‌ای نیست

(۴۴) اگر در الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی، به جای تقسیم آرایه به دو بخش مساوی، آرایه را هر بار از یک مکان تصادفی تقسیم کنیم، میانگین زمان اجرای این الگوریتم از چه مرتبه‌ای است؟ دقیق‌ترین جواب را انتخاب کنید.

- (۱) $O(n)$ (۲) $O(n)$ (۳) مانند حالت معمول خواهد بود. (۴) از حالت معمول سریع‌تر خواهد بود.

(۴۵) چقدر تا از گزاره‌های زیر برای یک گراف $G = (V, E)$ درست‌اند؟

- در جست‌وجوی عمق‌اول یک DAG، هیچ‌گاه یال پس‌سو (back edge) نداریم.
- در جست‌وجوی عمق‌اول یک DAG، هیچ‌گاه چپ‌سو (cross edge) نداریم.
- با داشتن تعداد یال‌ها، در $O(|V|)$ ، و نه $O(|V| + |E|)$ می‌توان تشخیص داد که یک گراف ساده و بدون جهت، دور دارد یا خیر.
- در $O(|V| + |E|)$ می‌توان تشخیص داد که یک گراف جهت‌دار، دور دارد یا خیر.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴