

بسمه تعالی

امتحان میان‌ترم درس ریاضی عمومی (۱)، رشته مهندسی کامپیوتر، دانشگاه کردستان
نیمسال اول تحصیلی ۹۵-۹۴، آذر ماه ۱۳۹۴

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی:

((((())))) مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه ((((())))) بارم: ۷۰ نمره ((((()))))

سؤال ۱ - مقدار حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید. (۱۵ نمره)

$$(i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\frac{1}{3}} - [x^{\frac{1}{3}}]}{x^{\frac{1}{3}} - 1} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^{\frac{1}{3}} + x}) \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 0} [\frac{1}{x}] \sin x$$
$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - \tan x}{x^3} \quad (v) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$$

سؤال ۲ - تمام نقاط پیوستگی و ناپیوستگی توابع زیر را روی اعداد حقیقی به دست آورید. (۱۰ نمره)

$$(I) f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{3}} - 1 & x \in Q \\ 1 - x^{\frac{1}{3}} & x \in R - Q \end{cases} \quad (II) g(x) = x + [\frac{x}{3}]$$

سؤال ۳ - ضابطه $\frac{dy}{dx}$ و مقدار آن را به ازای نقطهٔ داده شده به دست آورید (۱۰ نمره).

$$(a) y = \cos(u^{\frac{1}{3}} + \frac{\pi}{4}), u = \sin(3x + \pi\sqrt{x+1}), x = 0$$

$$(b) y = t + \sin^{\frac{1}{3}} t, x = \sqrt{1+t^2}, t = \frac{\pi}{2}$$

سؤال ۴ - نمودار تابع $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ را با تمام جزئیات رسم کنید. (۱۵ نمره)

سؤال ۵ - یک بالن کروی شکل را با سرعت ۲۰ متر مکعب بر دقیقه از گاز پر می‌کنیم. فرض کنید فشار گاز ثابت می‌ماند. در لحظه‌ای که شعاع بالن ۰.۵ متر است، شعاع با چه سرعتی بزرگ می‌شود؟ مساحت سطح بالن چطور؟ (۱۰ نمره)

ادامه در پشت برگ

سؤال ۶ - اگر $f(x) = (x^4 - 1)(x^3 + x + 1)(x^2 - 2)$ آنگاه نشان دهید که $f'(x) = 0$ حداقل چهار ریشه در بازه‌ی $(-2, 3)$ دارد. (۱۰ نمره)

موفق و سریلند باشید!
محفوظ رستمزاده