



309

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ی
فوتونیک (کد ۲۲۳۹)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (فیزیک مدرن، مکانیک کوانتومی پیشرفته، الکتروپنایمیک)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکریر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییر برابر مقررات رفتار می‌شود.

- ۱- باریکه‌ای از ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ از سه دستگاه اشترن گرلاخ زیر می‌گذرد. دستگاه اول ذرات دارای $S_z = \frac{\hbar}{2}$ را عبور می‌دهد و $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ را سد می‌کند. دستگاه دوم ذرات دارای $S_{\hat{n}} = \frac{\hbar}{2}$ را عبور می‌دهد و $S_{\hat{n}} = -\frac{\hbar}{2}$ را سد می‌کند. دستگاه سوم ذرات دارای $S_{\hat{m}} = \frac{\hbar}{2}$ را عبور می‌دهد و $S_{\hat{m}} = -\frac{\hbar}{2}$ را سد می‌کند که $\hat{m} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \sqrt{\frac{2}{3}}\hat{j}$ و $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j} + \hat{k})$. اگر شدت باریکه‌ای که از دستگاه اول خارج می‌شود I باشد، شدت باریکه خروجی از دستگاه سوم چقدر است؟

○ / ۴I (۱)

○ / ۵I (۲)

○ / ۶I (۳)

○ / ۷I (۴)

- ۲- X یک ماتریس 2×2 است که بر حسب ماتریس‌های پاولی $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ و ماتریس یکه I به صورت $X = \gamma I + \sigma_x + i\sigma_y + 2\sigma_z$ است. $\text{Tr}(X^2)$ کدام است؟

۴ (۱)

۶ (۲)

۲۶ (۳)

۳۰ (۴)

- ۳- در پایه‌ای که ماتریس پاولی σ_x قطری است، σ_y و σ_z کدام‌اند؟

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (۱)

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ (۲)

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ (۳)

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (۴)

۴- هامیلتونی ذره‌ای به جرم m ، $H = \frac{p_x^2}{2m} + V(x)$ است که $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & x < 0, x > L \end{cases}$ اگر

$$x_{1n} = \frac{2}{L} \int_0^L x \sin\left(\frac{1\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

باشد (n و l اعداد صحیح مثبت‌اند)، حاصل عبارت $\sum_{n=1}^{\infty} (x_{nl})^2 (n^2 - l^2)$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (2)$$

$$\left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (3)$$

$$2 \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (4)$$

۵- دو پتانسیل برداری $\vec{A}_1 = (-By, Bx, 0)$ و $\vec{A}_2 = (-2By, 0, 0)$ با یک تبدیل پیمانه‌ای و از طریق $\vec{\nabla} \Lambda$ به هم

مربوط‌اند. حاصل $\vec{P} e^{\frac{ie}{\hbar c} \Lambda} \vec{P} e^{-\frac{ie}{\hbar c} \Lambda}$ کدام است؟ ($\vec{P}$ عملگر تکانه خطی است).

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{\hbar c} (y\hat{i} + x\hat{j}) \quad (1)$$

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{c} (y\hat{i} + x\hat{j}) \quad (2)$$

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{c} (x\hat{i} + y\hat{j}) \quad (3)$$

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{\hbar c} (x\hat{i} + y\hat{j}) \quad (4)$$

- ۶- دستگاهی متشکل از سه آنسامبل خالص از ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ شامل: $|S_z, +>$ از ۲۵٪، $|S_z, ->$ از ۵۰٪ و $|S_x, +>$ از ۱۵٪. در نظر بگیرید. میانگین آنسامبلی $[S_x]$ چقدر است؟

$$\frac{3\hbar}{10} \quad (1)$$

$$\frac{3\hbar}{15} \quad (2)$$

$$\frac{3\hbar}{20} \quad (3)$$

$$\frac{3\hbar}{40} \quad (4)$$

- ۷- $|j, m>$ ویژه حالت مشترک دو عملگر J^2 و J_z است. $|j, m>$ را حول محور y به اندازه زاویه بینهایت کوچک δ دوران می‌دهیم. احتمال یافت شدن حالت دوران یافته در حالت اولیه تا مرتبه δ^2 چقدر است؟

$$1 - \frac{\delta^2}{2} (j^2 + j - m^2) \quad (1)$$

$$1 - \frac{\delta^2}{4} (j^2 + j - m^2) \quad (2)$$

$$1 - \frac{\delta^2}{2} (j^2 - m^2 + j - m) \quad (3)$$

$$1 - \frac{\delta^2}{4} (j^2 - m^2 + j - m) \quad (4)$$

- ۸- ضرایب کلبش $jm > j_1 j_2; m_1 m_2$ کدام یک از خاصیت‌های زیر را لزوماً ندارد؟

$$(1) \text{ اگر } m_1 + m_2 \neq m \text{ آنگاه } < j_1 j_2; m_1 m_2 | j_1 j_2; jm > = 0.$$

(۲) اگر ضرایب کلبش گوردن حقیقی باشند یک ماتریس متعامد تشکیل می‌دهند.

(۳) در صورتی که $j_1 + j_2 \leq j \leq |j_1 - j_2|$ ضرایب کلبش گوردن ممکن است غیر صفر باشند.

(۴) اگر ضرایب کلبش گوردن مختلط باشند یک ماتریس یکانی بدون رد تشکیل می‌دهند.

- ۹- Θ عملگر وارون زمان، π عملگر پاریته، $\bar{S}$ عملگر اسپین و $\bar{X}$ عملگر مکان است، کدام گزینه نادرست است؟

$$[\Theta, \bar{S}, \bar{X}] = 0 \quad (1)$$

(۲) $\bar{S}, \bar{X}$ شبه نرده‌ای است.

(۳) اگر $[H, \pi] = 0$ و طیف H ناتابه‌گن باشد آنگاه پاریته‌ی ویژه توابع انرژی بقاء دارد.

(۴) اگر $[H, \Theta] = 0$ و طیف H ناتابه‌گن باشد آنگاه ویژه توابع انرژی حقیقی‌اند.

۱۰- اگر $\psi_\alpha(\vec{x}) = \langle \vec{x} | \alpha \rangle$ و $\phi_\alpha(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \alpha \rangle$ تابع موج در فضای مکان و تکانه و Θ و π به ترتیب عملگر وارون زمان و پاریته باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$(۱) \quad \langle \vec{x} | \Theta \pi | \alpha \rangle = \psi_\alpha^*(-\vec{x})$$

$$(۲) \quad \langle \vec{p} | \pi \Theta | \alpha \rangle = \phi_\alpha^*(-\vec{p})$$

$$(۳) \quad \langle \vec{p} | \pi | \alpha \rangle = \phi_\alpha(-\vec{p})$$

$$(۴) \quad \langle \vec{x} | \Theta | \alpha \rangle = \psi_\alpha^*(\vec{x})$$

۱۱- به یک گاز هیدروژن که اتم‌های آن در حالت پایه انرژی هستند میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ اعمال می‌شود. اگر جابه‌جایی انرژی حالت پایه را به صورت χB^2 بنویسیم، χ چقدر است؟ $\langle 100 | r^2 | 100 \rangle = 3a_0^2$

$$(۱) \quad \frac{re^2 a_0^2}{4m_e c^2}$$

$$(۲) \quad \frac{re^2 a_0^2}{8m_e c^2}$$

$$(۳) \quad \frac{e^2 a_0^2}{4m_e c^2}$$

$$(۴) \quad \frac{e^2 a_0^2}{2m_e c^2}$$

۱۲- یک اتم پوزیترونیم (که از ناپایداری آن صرف‌نظر می‌کنیم) در حالت پایه انرژی با تکانه زاویه‌ای کل ۱ و مؤلفه‌ی z تکانه زاویه‌ای کل ۰ در نظر بگیرید. در لحظه $t=0$ میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B\hat{z}$ بر اتم اعمال می‌شود. میدان مغناطیسی آن قدر قوی هست که از بر هم کنش اسپین-اسپین می‌توان چشم‌پوشی کرد. تا اولین مرتبه اختلال وابسته به زمان تابع حالت اتم پوزیترونیم در لحظه t کدام است؟

$$(۱) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{i|e|B}{2m_e c} t \right) |+- \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{i|e|B}{2m_e c} t \right) |-+ \rangle$$

$$(۲) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{i|e|B}{m_e c} t \right) |+- \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{i|e|B}{m_e c} t \right) |-+ \rangle$$

$$(۳) \quad |+- \rangle + \frac{i|e|B}{m_e c} t |-+ \rangle$$

$$(۴) \quad |+- \rangle + \frac{i|e|B}{2m_e c} t |-+ \rangle$$

۱۳- چند تابع موج اسپین متقارن برای سه ذره هر یک با اسپین $\frac{3}{4}$ وجود دارد که ویژه تابع همزمان عملگر S_z^2 و S_z است؟

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3$$

(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۲۰

(۴) ۳۲

۱۴- در پراکندگی کشسان ذره‌ای به جرم m و انرژی E $\left(k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\right)$ در پتانسیل کروی $V(r) = V_0 a \delta(r-a)$ شرط

اینکه موج $l=0$ تنها جمله غالب در دامنه پراکندگی، $f(\theta)$ ، باشد کدام است؟

$$\cotg(ka + \delta_0) = \cotg ka + \frac{V_0}{E} ka \quad (۱)$$

$$\tg(ka + \delta_0) = \tg ka + \frac{V_0}{E} ka \quad (۲)$$

$$\cotg(ka + \delta_0) = \cotg ka + \left(\frac{V_0}{E}\right)^2 ka \quad (۳)$$

$$\tg(ka + \delta_0) = \tg ka + \left(\frac{V_0}{E}\right)^2 ka \quad (۴)$$

۱۵- در پراکندگی ذرات به جرم m و دارای انرژی کم (امواج S) از پتانسیل متقارن کروی

$$V(r) = \begin{cases} \infty & 0 \leq r < r_0 \\ -V_0 & r_0 < r < a \\ 0 & a < r < \infty \end{cases}$$

که $V_0 > 0$ است طول پراکندگی چقدر است؟ $q = \sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}$

$$a \left(1 - \frac{\tgh q(a - r_0)}{qr_0} \right) \quad (۱)$$

$$a \left(1 - \frac{\tg q(a - r_0)}{qr_0} \right) \quad (۲)$$

$$a \left(1 - \frac{\tgh q(a - r_0)}{qa} \right) \quad (۳)$$

$$a \left(1 - \frac{\tg q(a - r_0)}{qa} \right) \quad (۴)$$

۱۶- بار الکتریکی به صورت یکنواخت با چگالی سطحی σ بر روی سطح قرص عایقی به شعاع R که در صفحه $x-y$ واقع است توزیع شده است. مبدأ مختصات در مرکز قرص قرار دارد. اگر $\theta(x)$ تابع پله‌ای و $\delta(x)$ تابع دلتای دیراک باشد، معادله

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad \text{پواسون این توزیع بار در دستگاه مختصات استوانه‌ای کدام است؟}$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R}{\epsilon_0 \rho} \theta(R-\rho) \delta(z) \quad (۱)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R^2}{2\epsilon_0 \rho} \delta(R-\rho) \delta(z) \quad (۲)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R}{2\epsilon_0 \rho} \theta(R-\rho) \delta(z) \quad (۳)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 \rho} \delta(R-\rho) \delta(z) \quad (۴)$$

سوالهای ۱۷ و ۱۸

پتانسیل الکتریکی روی سطح یک پوسته کروی به شعاع a که مرکز آن منطبق بر مبدأ مختصات است در مختصات کروی به

$$V(\theta) = \begin{cases} rV & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ -V & \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases} \quad \text{شکل.}$$

۱۷- پتانسیل الکتریکی در نقاط خارج پوسته تا مرتبه $\left(\frac{a}{r}\right)^2$ کدام است؟

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1), \quad P_1(x) = x, \quad P_0(x) = 1$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{9}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta \right) \quad (۱)$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta \right) \quad (۲)$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta + \frac{13}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \frac{r \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \quad (۳)$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{9}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta + \frac{13}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \frac{r \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \quad (۴)$$

گشتاور دو قطبی الکتریکی q_{10} وابسته به پتانسیل فوق کدام است؟

-۱۸

$$Y_{\ell 0}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} P_{\ell}(\cos\theta), \quad q_{\ell m} = \int Y_{\ell m}^*(\theta', \varphi') r'^{\ell} \rho(\vec{r}') d^3r'$$

$$r\sqrt{2\pi}\epsilon_0 Va^2 \quad (1)$$

$$\frac{9\sqrt{2\pi}}{4}\epsilon_0 Va^2 \quad (2)$$

$$\frac{r\sqrt{2\pi}}{2}\epsilon_0 Va^2 \quad (3)$$

$$\frac{9\sqrt{2\pi}}{2}\epsilon_0 Va^2 \quad (4)$$

تابع گرین با شرط مرزی دیریشله برای نقاط داخل یک پوسته کروی به شعاع a کدام است؟

-۱۹

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{z}'|} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} P_{\ell}(\cos\theta)$$

$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell}}{a^{2\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (1)$$

$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{z'^{\ell}}{r^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell}}{a^{2\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (2)$$

$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell+1}}{a^{2\ell+2}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (3)$$

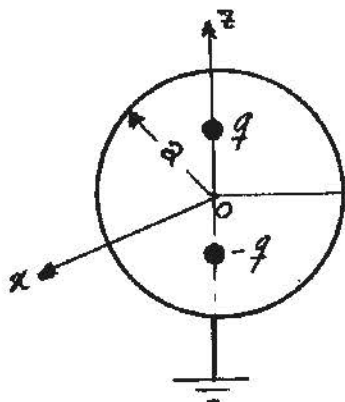
$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{z'^{\ell}}{r^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell+1}}{a^{2\ell+2}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (4)$$

دو بار نقطه‌ای q مطابق شکل در مکان $z = \frac{a}{\sqrt{2}}$ و $z = -\frac{a}{\sqrt{2}}$ داخل پوسته کروی رسانایی به شعاع a قرار دارند و پوسته در

-۲۰

پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطه (r, θ) در داخل کره برای $\frac{a}{\sqrt{2}} < r < a$ کدام

است؟



$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2\ell} \frac{1}{r^{2\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (1)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{\ell} \frac{1}{r^{\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (2)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{\ell} (1 + (-1)^{\ell}) \frac{1}{r^{\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (3)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2\ell} (1 + (-1)^{\ell}) \frac{1}{r^{2\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (4)$$

۲۱- فرض کنید میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = E_0 \hat{z}$ در فضا برقرار است. یک کره‌ی دی‌الکتریک (از یک ماده خطی) به شعاع a را در این میدان قرار می‌دهیم. اگر مبدأ مختصات را در مرکز کره در نظر بگیریم پتانسیل الکتریکی در فضای خارج کره در

مختصات کروی $\phi_{out}(\vec{r}) = -E_0 z + \frac{E_0}{4} \frac{a^3}{r^2} \cos \theta$ است. چگالی بار سطحی قطبشی روی سطح کره کدام است؟

$$\frac{1}{4} \epsilon_0 E_0 \cos \theta \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 E_0 \cos \theta \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2} \epsilon_0 E_0 \cos \theta \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \epsilon_0 E_0 \cos \theta \quad (۴)$$

۲۲- بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho(\vec{r}) = \frac{q}{R^3} \left(\frac{4}{5} Y_{00}(\theta, \phi) - \frac{1}{5} Y_{20}(\theta, \phi) \right) \left(\frac{r}{R} \right)^2 e^{-\frac{r}{R}}$ در تمام فضا توزیع شده

است. گشتاورهای چند قطبی $q_{\ell m}$ آن کدام است؟ $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$

$$24q (4\delta_{\ell 0} - 6R^2 \delta_{\ell 2}) \delta_{m0} \quad (۱)$$

$$24q \left(\frac{4}{5} \delta_{\ell 0} - \frac{6}{5} R^2 \delta_{\ell 2} \right) \delta_{m0} \quad (۲)$$

$$24q \left(\frac{4}{5} \delta_{\ell 0} - 6R^2 \delta_{\ell 2} \right) \delta_{m0} \quad (۳)$$

$$24q (4\delta_{\ell 0} - \frac{6}{5} R^2 \delta_{\ell 2}) \delta_{m0} \quad (۴)$$

۲۳- یک کره توپر از آهن نرم (محیط خطی) با تراوایی مغناطیسی μ را در میدان مغناطیسی $\vec{B}_0$ که قبل از قرار گرفتن کره در آن یکنواخت است، قرار می‌دهیم. مغناطش (در واحد حجم) القا شده در داخل کره کدام است؟

$$\frac{3}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{2\mu + \mu_0} \vec{B}_0 \quad (۱)$$

$$\frac{3}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{\mu + 2\mu_0} \vec{B}_0 \quad (۲)$$

$$\frac{2}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{2\mu + \mu_0} \vec{B}_0 \quad (۳)$$

$$\frac{2}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{\mu + 2\mu_0} \vec{B}_0 \quad (۴)$$

۲۴- در ناحیه‌ی بین دو پوسته‌ی استوانه‌ای هم محور به شعاع‌های داخلی و خارجی a و b ($b > a$) و طول L میدان‌های الکتریکی

و مغناطیسی $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\rho}\hat{\rho}$ و $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\phi}$ ایجاد شده است. محور z منطبق بر محور استوانه و $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ بردارهای یک‌در مختصات استوانه‌ای هستند. در ناحیه $\rho < a$ و $\rho > b$ میدان الکتریکی و مغناطیسی صفر است. اندازه تکانه خطی الکترومغناطیسی ذخیره شده در ناحیه بین دو استوانه چقدر است؟

$$(1) \quad \frac{\mu_0 \lambda I L}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$(2) \quad \frac{\mu_0 \lambda I L}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

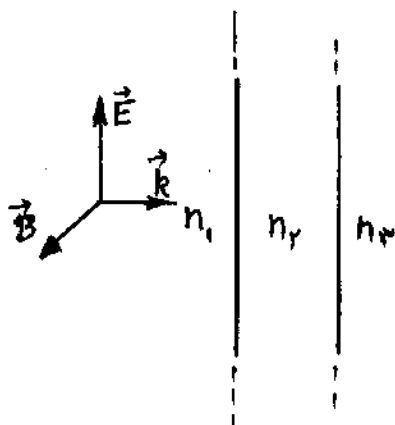
$$(3) \quad \left(\frac{\mu_0}{4\pi} I^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda^2 \right) L^2 \frac{b-a}{ab}$$

$$(4) \quad \left(\frac{\mu_0}{4\pi} I^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda^2 \right) \frac{L^2}{2} \frac{b-a}{ab}$$

۲۵- مطابق شکل دو محیط نیمه نامتناهی عایق با ضرایب شکست n_1 و n_2 محیط عایقی با ضریب شکست n_2 و ضخامت d را

احاطه کرده‌اند. یک موج الکترومغناطیسی تخت تک فام با بسامد زاویه‌ای ω از محیط n_1 به طور عمود به مرز ناحیه n_2

می‌تابد. اگر $R = |\vec{r}|^2$ ضریب بازتاب کل باشد، r چگونه به ضرایب فرتل $r_{ij} = \frac{n_i - n_j}{n_i + n_j}$ مربوط است؟



$$(1) \quad r = \frac{r_{12} + r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}$$

$$(2) \quad r = r_{12} + \frac{r_{12} r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}$$

$$(3) \quad r = \frac{r_{12} + r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}$$

$$(4) \quad r = r_{12} + \frac{r_{12} r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{i \frac{\omega n_2 d}{c}}}$$

۲۶- میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی کروی در خلاء

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{kr} \left(\cos(kr - \omega t) - \frac{1}{kr} \sin(kr - \omega t) \right) \sin \theta \hat{\phi}$$

است. (r, θ, ϕ) مختصات کروی یک نقطه از فضا و E_0 ثابت است. توان تابشی متوسط (در یک دوره تناوب) موج چقدر

$$\vec{\nabla} \times (A\hat{\phi}) = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A \sin \theta) - \frac{\hat{\theta}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA) \text{ ؟ است}$$

$$\frac{4\pi}{k\omega\mu_0} E_0^2 \quad (۱)$$

$$\frac{4\pi}{3} \frac{E_0^2 c^2}{\mu_0 \omega^2} \quad (۲)$$

$$\frac{4\pi}{3} \frac{E_0^2}{k\omega\mu_0} \quad (۳)$$

$$\frac{4\pi}{3} \frac{E_0^2 c^2}{\mu_0 \omega^2} \quad (۴)$$

سوالهای ۲۷ و ۲۸

دو نیمه‌ی یک پوسته‌ی کروی رسانا به شعاع R و رسانندگی نامتناهی به وسیله یک نوار عایقی نازک از هم جدا شده‌اند. مبدأ مختصات در مرکز کره و نوار عایق در صفحه $x-y$ واقع است. پتانسیل‌های الکتریکی $V_0 \cos \omega t$ و $-V_0 \cos \omega t$ به ترتیب به نیم کره‌های بالایی و پایینی اعمال می‌شود.

۲۷- در حد طول موج‌های بلند و در منطقه تابش، میدان مغناطیسی موج تابشی، $\vec{B}(\vec{r}, t)$ ، در مختصات کروی در خلاء کدام است؟

$$-\frac{\gamma}{\lambda} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (۱)$$

$$-\frac{\gamma}{4} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (۲)$$

$$-\frac{\gamma}{3} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (۳)$$

$$-\frac{\gamma}{2} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (۴)$$

۲۸- با توجه به توضیحات فوق توان تابشی متوسط (در یک دوره تناوب) چقدر است؟

$$(1) \quad \frac{\gamma}{2} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3}$$

$$(2) \quad \frac{\gamma}{4} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3}$$

$$(3) \quad \frac{\gamma}{3} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3}$$

$$(4) \quad \frac{\gamma}{8} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3}$$

۲۹- اگر $F^{\alpha\beta}$ تانسور میدان الکترومغناطیسی (در دستگاه یکاهای گاوسی) باشد حاصل $\sum_{\alpha=0}^3 \sum_{\beta=0}^3 F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$ کدام است؟

$$(1) \quad -\vec{E} \cdot \vec{B}$$

$$(2) \quad -\gamma(E^2 - B^2)$$

$$(3) \quad -\gamma(E^2 + B^2)$$

$$(4) \quad -\gamma(\vec{E} \times \vec{B}) \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

۳۰- معادله حرکت الکترونی به جرم m و بار $-e$ در حضور میدان الکترومغناطیسی $\vec{E}$ و $\vec{B}$ و با در نظر گرفتن نیروی واکنش

تابشی به صورت $m\dot{\vec{v}} = -e(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \ddot{\vec{v}}$ است. فرض کنید $v \ll c$ و سهم نیروی واکنش تابشی در

مقابل جملات وابسته به $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ناچیز است. نیروی واکنش تابشی تا مرتبه صفرم $\left(\frac{v}{c}\right)$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{E}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} \right)$$

$$(2) \quad \frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{E}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 B^2 \right)$$

$$(3) \quad \frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{B}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} \right)$$

$$(4) \quad \frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{B}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 E^2 \right)$$

۳۱- انرژی جنبشی پروتون آزادی $234/5 \text{ MeV}$ است. تکانه خطی آن بر حسب $\frac{\text{MeV}}{C}$ کدام است؟ جرم سکون پروتون

$$\frac{938 \text{ MeV}}{C^2} \text{ است.}$$

(۱) $620/5$

(۲) $663/3$

(۳) $702/5$

(۴) $908/2$

۳۲- محورهای مختصات متناظر دو ناظر S و S' با هم موازیند. ناظر S' با تندی $\frac{3}{4}C$ در جهت مثبت محور xها در حرکت است.

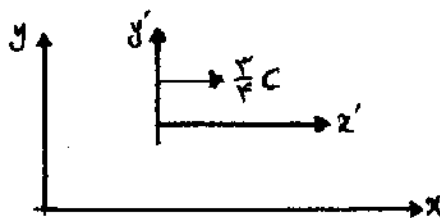
دو حادثه A و B نسبت به ناظر S با فاصله مکانی ۴۰۰ متر و فاصله زمانی $1 \mu\text{s}$ از هم رخ می‌دهند. فاصله مکانی رخداد این دو حادثه نسبت به ناظر S' تقریباً چند متر است؟

(۱) ۱۱۶

(۲) ۲۶۵

(۳) ۴۱۳

(۴) ۹۴۵



۳۳- یک ذره پرنرزی ناپایدار وارد آشکارسازی می‌شود و قبل از تلاشی ردی به اندازه 6 mm ایجاد می‌کند. تندی ذره نسبت به

آشکارساز $0.6C$ است. طول عمر ویژه ذره (طول عمر در دستگاه سکون ذره) تقریباً چند پیکو ثانیه است؟ سرعت نور در خلأ است.

(۱) $1/25$

(۲) ۲۷

(۳) $1/25 \times 10^3$

(۴) $2/7 \times 10^4$

۳۴- مطابق شکل زیر یک ذره از اشعه کیهانی با تندی $0.8C$ به سمت قطب شمال کره زمین و ذره دیگر با تندی $0.4C$ به سمت قطب جنوب کره زمین در حال نزدیک شدن هستند. سرعت این دو ذره نسبت به یکدیگر کدام است؟ سرعت نور در خلأ است.

(۱) $0.3C$

(۲) $0.72C$

(۳) $0.91C$

(۴) $1/2C$



۳۵- برای آن که سرعت یک الکترون از $0.6C$ به $0.8C$ افزایش یابد تقریباً چقدر کار لازم است؟

(۱) 0.2 MeV

(۲) $1/46 \text{ MeV}$

(۳) 21 KeV

(۴) 70 KeV

۳۶- فوتونی با انرژی E با یک الکترون آزاد در حال سکون برخورد می‌کند. بیشینه انرژی جنبشی الکترون پس از برخورد کدام است؟ m_0 جرم سکون الکترون است.

$$(1) \frac{E^2}{E + \frac{m_0 C^2}{2}}$$

$$(2) \frac{2E^2}{E + m_0 C^2}$$

$$(3) \frac{E^2}{E + m_0 C^2}$$

$$(4) \frac{E^2}{2E + m_0 C^2}$$

۳۷- یک تابش معین در آزمایشگاه زمینی دارای طول موج 400 nm است. همین تابش که از یک کهکشان دوردست به زمین می‌رسد طول موج 500 nm دارد. تندی این کهکشان چند برابر c است؟ c سرعت نور در فضا است.

$$(1) \frac{1}{4}$$

$$(2) \frac{9}{41}$$

$$(3) \frac{9}{25}$$

$$(4) \frac{1}{9}$$

۳۸- ذره بارداری به جرم m و بار الکتریکی q در مداری دایروی به شعاع R می‌چرخد رابطه $\vec{\mu}$ میان دو قطبی مغناطیسی و $\vec{L}$ ممثوم زاویه‌ای این ذره کدام است؟ c سرعت نور در خلأ است.

$$(1) \vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{L}$$

$$(2) \vec{\mu} = \frac{2q}{mc} \vec{L}$$

$$(3) \vec{\mu} = \frac{q}{mc} \vec{L}$$

$$(4) \vec{\mu} = \frac{2q}{m} \vec{L}$$

۳۹- در پدیده فوتوالکتریک کدام کمیت در هر حال بستگی به شدت پرتو تابشی دارد؟

(۱) فرکانس قطع

(۲) پتانسیل توقف دهنده

(۳) زمان گسیل الکترون‌ها از سطح فلز

(۴) بیشینه جریان فوتوالکتریک

- ۴۰- لیزری که پالسهایی با حداکثر توان $6 \times 10^3 \text{ MW}$ تولید می‌کند به طور عمودی روی سطح فلزی با مساحت 2 mm^2 کانونی شده است. اگر سطح فلز کاملاً بازتابنده باشد فشار وارد بر این قطعه فلزی چند پاسکال است؟
- (۱) 10
 - (۲) 20
 - (۳) 1×10^7
 - (۴) 2×10^7
- ۴۱- یک لیزر هلیوم - نئون - نوری با طول موج $6328 \text{ \AA}$ و توان 6 mW گسیل می‌کند. با چه نرخ فوتون‌ها از این لیزر بر حسب s^{-1} خارج می‌شوند؟
- (۱) $3/8 \times 10^{12}$
 - (۲) $3/8 \times 10^{15}$
 - (۳) $1/9 \times 10^{12}$
 - (۴) $1/9 \times 10^{15}$
- ۴۲- محیط فعال یک لیزر که طول موج 700 nm را تولید می‌کند به شکل استوانه‌ای به طول 10 cm و قطر 2 cm است. اگر کاواک لیزر به صورت یک تشدیدگر اپتیکی بسته در نظر گرفته شود تعداد گره‌های موجود در امتداد محور استوانه تقریباً چیست؟ ضریب شکست محیط فعال لیزر $1/8$ است.
- (۱) $1/6 \times 10^5$
 - (۲) $2/6 \times 10^5$
 - (۳) $5/1 \times 10^5$
 - (۴) $5/1 \times 10^7$
- ۴۳- الکترونی در یک چاه مربعی بی‌نهایت دو بعدی به طول $L_x = L_y = L$ به دام افتاده است. مقدار انرژی لازم برای تحریک الکترون از حالت پایه به سومین حالت تحریکی چند برابر $\frac{h^2}{8mL^2}$ است؟
- (۱) $2/5$
 - (۲) 4
 - (۳) 6
 - (۴) 8

۴۴- الکترونی در چاه پتانسیل یک بعدی بی نهایت واقع در فاصله $x=0$ تا $x=L=200\text{nm}$ در یک ویژه حالت انرژی است. چگالی احتمال الکترون در $x_1=0/4L$ و $x_2=0/5L$ صفر و در بقیه نقاط میان این دو نقطه غیر صفر است. اگر الکترون از این حالت به حالت با انرژی کمتر بعدی خود با گسیل نور جهش نماید بسامد این نور تقریباً چند هرتز است؟

$$(1) 2/1 \times 10^{11}$$

$$(2) 4/4 \times 10^{11}$$

$$(3) 7/4 \times 10^8$$

$$(4) 9 \times 10^{11}$$

۴۵- پرتو x با طول موج 44 pm از هدفی در جنس کربن پراکنده می شود و پرتوهای پراکنده شده در زاویه 60° نسبت به اشعه تابشی آشکار می شوند تقریباً چند درصد از انرژی پرتوی اولیه به الکترون های پراکنده شده منتقل شده است؟

$$(1) 2/7$$

$$(2) 5/3$$

$$(3) 10$$

$$(4) 37$$