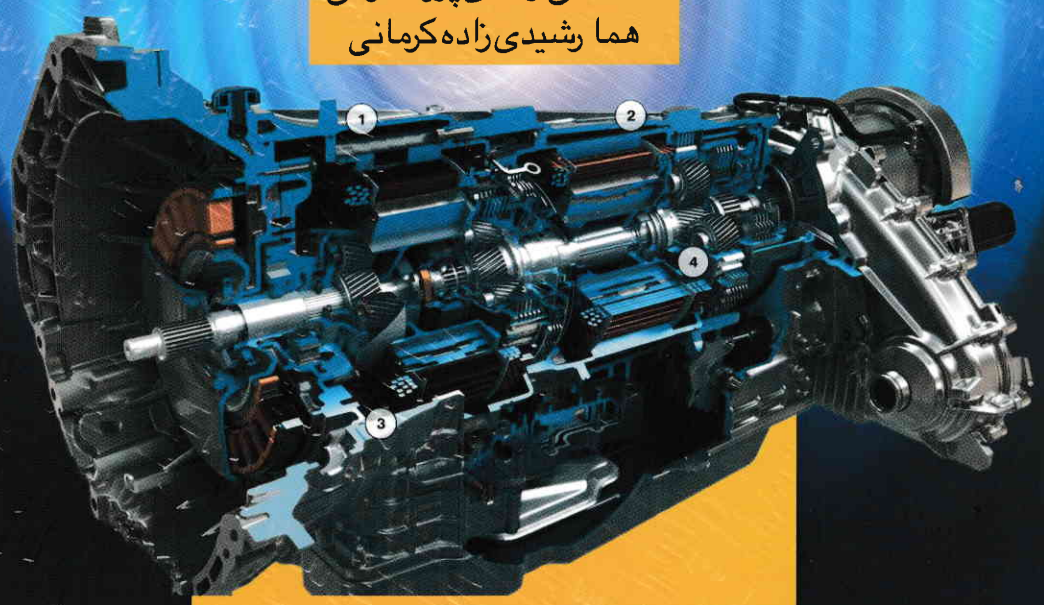
تشریح مسائل

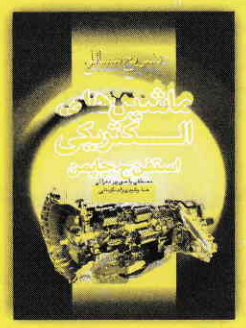
ماشین‌های الکتریکی

استفن ج. چاپمن

مصطفی واحدی‌پور دهرائی
هما رشیدی‌زاده کرمانی



www.simayedanesh.ir



تشریح مسایل ماشین های الکتریکی استفن ج. چاپمن

مولفان
مصطفی واحدی پوردهرائی
هما رشیدی زاده کرمانی

سرشناسه:	واحدی‌پور، مصطفی، ۱۳۶۱
عنوان و نام پدیدآور:	تشریح مسایل ماشین‌های الکتریکی استفن‌ج. چاپمن/ مولفان مصطفی واحدی‌پور دهرائی، هما رشیدی‌زاده کرمانی.
مشخصات نشر:	تهران: سیمای دانش، آذر، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری:	۲۰۸ ص.
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۱۲۰-۱۴۴-۸
وضعیت فهرست نویسی:	فیپا
یادداشت:	کتاب حاضر تشریح مسائل کتاب ماشین‌های الکتریکی اثر استفن‌ج. چاپمن است.
عنوان دیگر:	ماشین‌های الکتریکی
موضوع:	ماشین‌آلات برقی
موضوع:	ماشین‌آلات برقی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده:	رشیدی‌زاده کرمانی، هما
شناسه افزوده:	چپمن، استیون ج . ماشین های الکتریکی
رده‌بندی کنگره:	۱۳۹۲ ۳۴۲۲۸م/ج/TK۲۰۰۰
رده‌بندی دیویی:	۶۲۱/ ۳۱۰۴۲
شماره کتابشناسی ملی:	۲۴۰۲۰۹۴

تشریح مسایل ماشین‌های الکتریکی استفن ج. چاپمن

مولفان:	مصطفی واحدی‌پور دهرائی - هما رشیدی‌زاده کرمانی
ناشر:	انتشارات سیمای دانش
ناشر همکار:	انتشارات آذر
نوبت چاپ:	اول / ۱۳۹۳
تیراژ:	۱۱۰۰ نسخه
حروفچینی:	موسسه مهراد
لیتوگرافی:	ندا ۷۷۶۸۳۵۸۳
چاپ:	فرشیوه
صحافی:	یکتافر
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۱۲۰-۱۴۴-۸
قیمت:	۱۲۰۰۰ تومان

کلیه حقوق این اثر برای انتشارات سیمای دانش محفوظ است.

انتشارات سیمای دانش: خیابان انقلاب - ابتدای خیابان ۱۲فروردین
پلاک ۳۱۸ - تلفن: ۶۶۴۶۴۷۷۹
فروشگاه سیمای دانش: ۶۶۴۶۰۵۴۵
انتشارات آذر: ۶۶۴۶۵۸۳۰
کتابفروشی عصر دانش: ۶۶۴۹۳۷۰۱
کتابفروشی پرهام: ۶۶۴۶۸۲۳۵

www.simayedanesh.ir

فهرست

پیشگفتار ۴

فصل اول – مقدمه‌ای بر اصول ماشین ۵

فصل دوم – ترانسفورماتورها ۲۷

فصل سوم – مقدمه‌ای بر الکترونیک قدرت ۵۹

فصل چهارم – مبانی ماشین‌های AC ۶۹

فصل پنجم – ژنراتورهای سنکرون ۷۵

فصل ششم – موتورهای سنکرون ۱۱۱

فصل هفتم – موتورهای القایی ۱۳۱

فصل هشتم – اصول ماشینهای DC ۱۵۵

فصل نهم – موتورها و ژنراتورهای DC ۱۶۵

فصل دهم – موتورهای تک‌فاز خاص ۲۰۹

پیشگفتار

درس ماشین‌های الکتریکی یکی از دروس اصلی مهندسی برق به‌ویژه گرایش قدرت است. در این زمینه کتاب‌های متعددی تألیف و چاپ شده است که کتاب ماشین‌های الکتریکی استفن ج. چاپمن از نظر روانی مطالب، تحلیل قوی و سرفصل‌های مناسب از بهترین آنهاست.

از آنجا که ماهیت این درس به گونه‌ایست که برای فهم عمیق و تسلط بر آن باید مسایل آن به‌طور کامل بررسی شوند، لذا این مجموعه که به تحلیل کامل مسایل این کتاب می‌پردازد، تدوین شده است.

ویژگی‌های مهم این کتاب تشریح کامل مسایل با توضیحات لازم و بکارگیری نرم افزار MATLAB در حل مسایل است. در استفاده بهتر از این کتاب، ابتدا متن درس را از روی کتاب چاپمن به‌طور دقیق مطالعه نموده و مثال‌های متن درس را بررسی کنید. سپس به حل مسایل بپردازید و در نهایت پاسخ خود را با پاسخ موجود مقایسه کرده و اشکالات احتمالی را برطرف نمائید.

در مسایلی که نیاز به برنامه‌نویسی دارند، دستورات و برنامه‌های لازم ارائه شده است تا علاوه بر یادگیری نرم‌افزار مطلب، با اجرای برنامه‌ها و مشاهده نتایج آنها، تحلیل مناسبی از مسأله داشته باشید.

از اساتید گرامی و دانشجویان عزیز تقاضا می‌شود که با نظرات ارزشمند خود، ما را در اصلاح اشکالات احتمالی این مجموعه و بهبود آن یاری نمایند.

در اینجا لازم است از تمام عزیزانی که در تدوین این مجموعه ما را یاری نمودند، به‌ویژه پدر و مادر عزیزمان و برادران ارجمند آقایان فریدون واحدی‌پور و مرتضی واحدی‌پور، تشکر و قدردانی نمائیم.

در پایان این کتاب را به تمام دانشجویان عزیز کشورمان تقدیم می‌کنیم.

مصطفی واحدی‌پور دهرائی
Vahedipour_M@birjand.ac.ir

هما رشیدی‌زاده کرمانی
Rashidi_homa@birjand.ac.ir

فصل اول
مقدمه‌ای بر اصول ماشین

(۱-۱) شفت موتوری با سرعت $3000 r/\min$ می‌چرخد. سرعت شفت بر حسب رادیان بر ثانیه چقدر است؟

حل: سرعت n برحسب $r/\min$ یا rpm با رابطهٔ $\omega = n \times \frac{2\pi}{60}$ به سرعت برحسب rad/s تبدیل می‌شود، داریم:

$$\omega = (3000)(\frac{2\pi}{60}) = 314\ rad/s$$

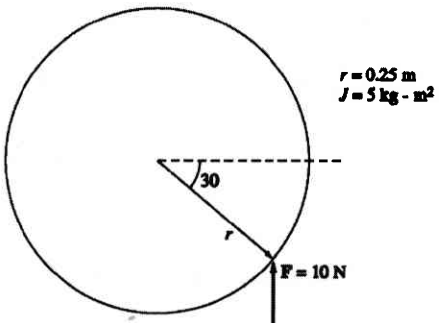
(۱-۲) یک چرخطیار با لختی دورانی $2kg.m^2$ ابتدا در حال سکون است. اگر یک گشتاور $5N.m$ پادساعتگرد به طور ناگهانی به آن وارد شود سرعت چرخطیار بعد از ۵ ثانیه چقدر خواهد بود؟ آن سرعت را بر حسب رادیان بر ثانیه و دور در دقیقه بیان کنید.

حل:

$$\omega = \alpha.t = (\frac{\tau}{J})t = \frac{5}{2}(5) = 12.5\ rad/s$$

$$n = (12.5)(\frac{1}{2\pi})(60) = 119.4\ r/\min$$

(۱-۳) یک نیروی ۱۰ نیوتنی به استوانه شکل ۱-۱ وارد می‌شود. اندازه و جهت گشتاور ایجاد شده در استوانه چقدر است؟ شتاب زاویه‌ای α استوانه چقدر است؟



شکل ۱-۱ استوانهٔ مربوط به مسئله ۱-۳

حل: اندازه و جهت گشتاور در این استوانه برابر است با:

$$\tau_{ind} = rF\sin\theta \quad , \quad CCW$$

$$\tau_{ind} = (0.25)(10)\sin 30^\circ = 1.25\ N.m \quad , \quad CCW$$

شتاب زاویه‌ای برآیند عبارتست از:

$$\alpha = \frac{\tau}{J} = \frac{1.25}{5} = 0.25\ rad/s^2$$

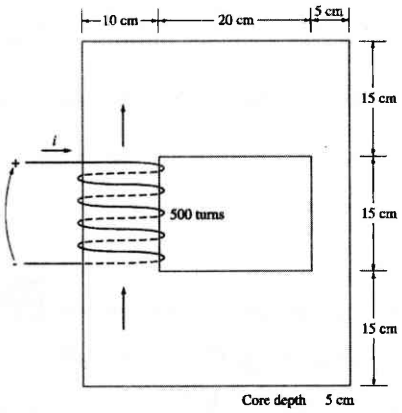
(۱-۴) موتوری گشتاور $60N.m$ را به بار خود تحویل می‌دهد. اگر محور موتور با سرعت $1800r/\min$ بچرخد، توان تحویل داده شده به بار بر حسب وات چقدر است؟ بر حسب اسب بخار چقدر است؟

حل:

$$P = \tau\omega = (60)(1800).\frac{1}{60}.2\pi = 11.310W$$

$$P = (11.310)\frac{1}{746} = 15.2\ hp$$

(۱-۵) در شکل زیر یک هسته فرومغناطیسی نشان داده شده است. ضخامت هسته $5cm$ است و بقیه ابعاد آن در شکل نشان داده شده است. اندازه جریانی را که شار $0.005\,Wb$ تولید می‌کند بیابید؟ با این جریان، شار در ضلع بالایی هسته چقدر است؟ چگالی شار در ضلع سمت راست چقدر است؟ تراوایی نسبی هسته را 1000 فرض کنید.



شکل ۱-۲ هسته فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۵

حل: در این هسته سه ناحیه وجود دارد. یک ناحیه بالایی و پائینی، یک ناحیه سمت چپ و یک ناحیه سمت راست. اگر مسیر اصلی عبور شار در مرکز هر شاخه از هسته در نظر گرفته شود و اگر از پراکندگی شار در گوشه‌ها صرف‌نظر کنیم، آنگاه طول مسیرها به‌صورت زیر است:

$$l_1 = 2(27.5) = 55\ cm\ ،\ l_2 = 30\ cm\ ،\ l_3 = 30\ cm.$$

رلوکتانس هر مسیر برابر است با:

$$R_1 = \frac{l_1}{\mu A_1} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} = \frac{0.55}{(1000)(4\pi\times10^{-7})(0.05)(0.15)} = 58.36\frac{kA.t}{Wb}$$

$$R_2 = \frac{l_2}{\mu A_2} = \frac{l_2}{\mu_r \mu_0 A_2} = \frac{0.30}{(1000)(4\pi\times10^{-7})(0.05)(0.10)} = 47.75\frac{kA.t}{Wb}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu A_3} = \frac{l_3}{\mu_r \mu_0 A_3} = \frac{0.30}{(1000)(4\pi\times10^{-7})(0.05)(0.05)} = 95.49\frac{kA.t}{Wb}$$

رلوکتانس کل برابر هسته است با:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 = 58.36\frac{kA\,t}{Wb} + 47.75\frac{kA\,t}{Wb} + 95.49\frac{kA\,t}{Wb} = 201.6\frac{kA\,t}{Wb}$$

و نیروی مغناطیسی لازم برای تولید شار $0.005\,Wb$ برابر است با:

$$F = \phi R = (0.005)(201.6\times10^3) = 1008A.t$$

و جریان لازم برابر است با:

$$i = \frac{F}{N} = \frac{1008}{400} = 2.52A$$

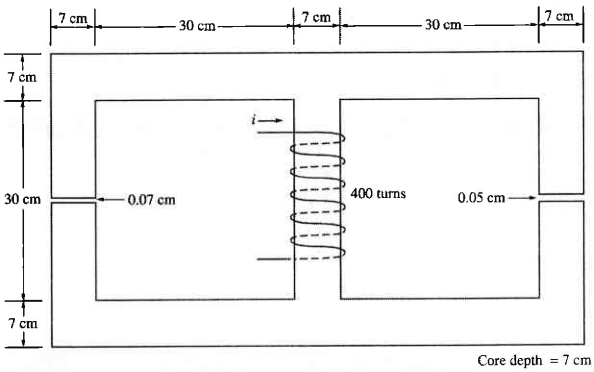
بنابراین چگالی شار در ساق بالایی هسته برابر است با:

$$B_1 = \frac{\phi}{A_1} = \frac{0.005}{(0.05)(0.05)} = 2T$$

و چگالی شار در ساق سمت راست هسته برابر است با:

$$B_2 = \frac{\phi}{A_2} = \frac{0.005}{(0.15)(0.05)} = 0.67T$$

(۱-۶) یک هسته فرومغناطیسی با تراوایی نسبی 2000 در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. ابعاد هسته در شکل نمایش داده شده و ضخامت آن $7cm$ است. فواصل هوایی در سمت چپ و راست به‌ترتیب $0.05cm$ و $0.07cm$ است. به علت اثرات پراکندگی شار، سطح مؤثر فواصل هوایی 5 درصد بزرگتر از اندازهٔ فیزیکی آنهاست. اگر سیمی با 400 حلقه روی شاخه وسط پیچیده شده باشد و جریان آن $1A$ باشد، شار در ساق‌های سمت چپ و سمت راست و وسط هسته چقدر خواهد بود؟ چگالی شار در هر یک از فواصل هوایی چقدر است؟



شکل ۱-۳ هستهٔ فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۶

حل: این هسته را می‌توان به پنج ناحیه تقسیم کرد که رلوکتانس هر قسمت عبارتست از: R_1 رلوکتانس ساق سمت چپ هسته، R_2 رلوکتانس فاصلهٔ هوایی سمت چپ، R_3 رلوکتانس ساق سمت راست هسته، R_4 رلوکتانس فاصلهٔ هوایی سمت راست، R_5 رلوکتانس ساق وسط هسته.

رلوکتانس هر قسمت برابر است با:

$$R_1 = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} = \frac{1.11}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.07)(0.07)} = 90.1 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_2 = \frac{l_2}{\mu_0 A_2} = \frac{0.0007}{(4\pi \times 10^{-7})(0.07)(0.07)(1.05)} = 108.3 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu_r \mu_0 A_3} = \frac{1.11}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.07)(0.07)} = 90.1 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_4 = \frac{l_4}{\mu_0 A_4} = \frac{0.0005}{(4\pi \times 10^{-7})(0.07)(0.07)(1.05)} = 77.3 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_5 = \frac{l_5}{\mu_r \mu_0 A_5} = \frac{0.37}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.07)(0.07)} = 30 \frac{kA\,t}{Wb}$$

رلوکتانس کل برابر است با:

$$R_{tot} = R_5 + \frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = 30 + \frac{(90.1+108.3)(90.1+77.3)}{90.1+108.3+90.1+77.3} = 120.8\frac{kA\,t}{Wb}$$

شار کل هسته برابر شار عبوری از شاخه وسط است، داریم:

$$\phi_{center} = \phi_{tot} = \frac{F}{R} = \frac{(400)(1.0)}{120.8\times10^3} = 0.0033Wb$$

شارهای عبوری از شاخه‌های چپ و راست را می‌توان از قانون تقسیم شار، مشابه قانون تقسیم جریان، بدست آورد، داریم:

$$\phi_{left} = \frac{(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}\phi_{tot} = \frac{(90.1+77.3)}{90.1+108.3+90.1+77.3}(0.0033) = 0.00193Wb$$

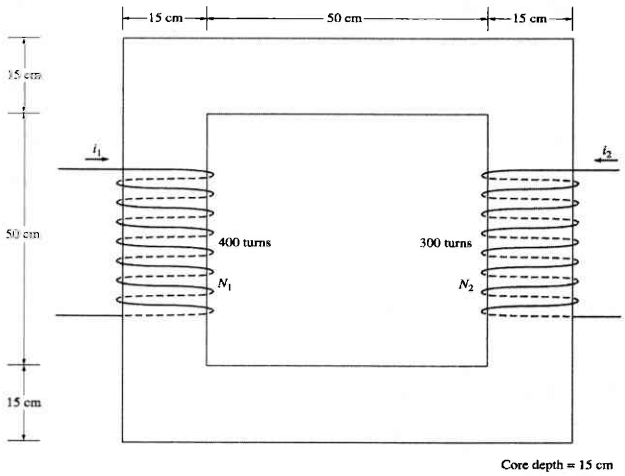
$$\phi_{right} = \frac{(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3+R_4}\phi_{tot} = \frac{(90.1+108.3)}{90.1+108.3+90.1+77.3}(0.0033) = 0.00229Wb$$

چگالی شار عبوری از فواصل هوایی را می‌توان از رابطهٔ $\phi = A.B$ بدست آورد، داریم:

$$B_{left} = \frac{\phi_{left}}{A_{eff}} = \frac{0.00193}{(0.07)(0.07)(1.05)} = 0.375\,T$$

$$B_{right} = \frac{\phi_{left}}{A_{eff}} = \frac{0.00229}{(0.07)(0.07)(1.05)} = 0.445\,T$$

(۱-۷) هسته‌ای با دو ساق در شکل ۱-۴ نشان داده شده است. سیم‌پیچ روی ساق سمت چپ هسته 400 دور و سیم‌پیچ ساق سمت راست 300 دور دارد. سیم‌پیچ‌ها در جهت‌های نشان داده شده پیچیده شده‌اند. اگر ابعاد هسته‌ها آنهایی باشند که در شکل نشان داده شده است، جریان‌های $i_1 = 0.5A$، $i_2 = 0.75A$ چه شاری تولید می‌کنند؟ فرض کنید $\mu_r = 1000$ بوده و ثابت باشد.



شکل ۱-۴ هستهٔ فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۷

حل: در این هسته دو سیم‌پیچ وجود دارد که نیروی مغناطیسی از جمع آنها بدست می‌آید. بنابراین نیروی مغناطیسی کل در این هسته برابر است با:

$$F_{tot} = N_1 i_1 + N_2 i_2 = (400)(0.5) + (300)(0.75) = 425A\,t$$

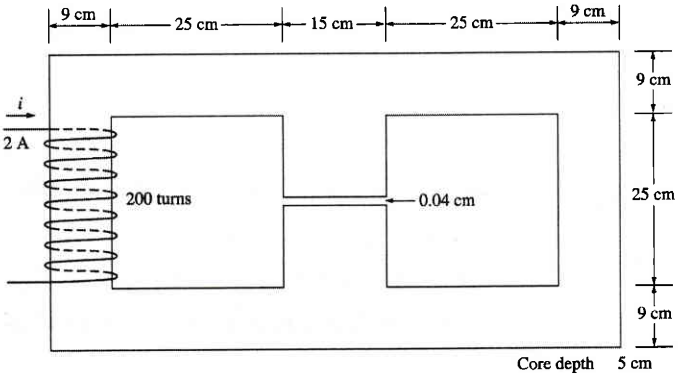
رلوکتانس کل در این هسته برابر است با:

$$R_{tot} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} = \frac{2.60}{(1000)(4\pi \times 10^{-7})(0.15)(0.15)} = 92.0 \frac{kA\,t}{Wb}$$

و شار عبوری برابر است با:

$$\phi = \frac{F_{tot}}{R_{tot}} = \frac{425}{92.0} = 0.00462\ Wb$$

(۱-۸) شکل ۱-۵ هسته‌ای را با سه ساق نشان می‌دهد. ضخامت هسته $200cm$ است و 200 دور سیم روی ساق سمت چپ آن پیچیده شده است. ضریب نفوذپذیری نسبی هسته را می‌توان برابر 1500 و ثابت فرض کرد. در هر یک از سه ساق هسته چه شاری وجود دارد؟ چگالی شار در هر یک از ساق‌ها چقدر است؟ سطح مؤثر فاصلهٔ هوایی را به خاطر اثرات پراکندگی 4 درصد بیشتر از سطح فیزیکی هسته در نظر بگیرید؟



شکل ۱-۵ هستهٔ فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۸

حل: این هسته را می‌توان به چهار ناحیه تقسیم کرد:

R_1 رلوکتانس ساق سمت چپ، R_2 رلوکتانس ساق وسط، R_3 رلوکتانس فاصله‌ی هوایی ساق وسط و R_4 رلوکتانس ساق سمت راست. مقادیر این رلوکتانس‌ها برابر است با:

$$R_1 = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} = \frac{1.08}{(1500)(4\pi \times 10^{-7})(0.09)(0.05)} = 127.3 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_2 = \frac{l_2}{\mu_r \mu_0 A_2} = \frac{0.34}{(1500)(4\pi \times 10^{-7})(0.15)(0.05)} = 24.0 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu_0 A_3} = \frac{0.0004}{(4\pi \times 10^{-7})(0.15)(0.05)(1.04)} = 40.8 \frac{kA\,t}{Wb}$$

$$R_4 = \frac{l_4}{\mu_r \mu_0 A_4} = \frac{1.08}{(1500)(4\pi \times 10^{-7})(0.09)(0.05)} = 127.3 \frac{kA\,t}{Wb}$$

و رلوکتانس کل برابر است با:

$$R_{tot} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 127.3 + \frac{(24.0 + 40.8)127.3}{24.0 + 40.8 + 127.3} = 170.2 \frac{kA\,t}{Wb}$$

شارکل برابر است با شار عبوری از شاخه سمت چپ که برابر است با:

$$\phi_{left} = \phi_{tot} = \frac{F}{R_{tot}} = \frac{(200)(2.0)}{170.2} = 0.00235\ Wb$$

شار عبوری از مرکز و شاخهٔ سمت راست را می‌توان توسط قانون تقسیم شار مانند قانون تقسیم جریان بدست آورد.

$$\phi_{center} = \frac{R_4}{R_2 + R_3 + R_4}\phi_{tot} = \frac{127.3}{24.0 + 40.8 + 127.3}(0.00235) = 0.00156 \ Wb$$

$$\phi_{right} = \frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3 + R_4}\phi_{tot} = \frac{24.0 + 40.8}{24.0 + 40.8 + 127.3}(0.00235) = 0.00079 \ Wb$$

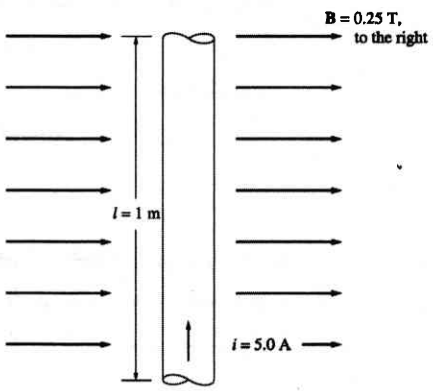
چگالی شار در شاخه‌ها را می‌توان از رابطهٔ $\phi = A.B$ بدست آورد.

$$B_{left} = \frac{\phi_{left}}{A_{left}} = \frac{0.00235}{(0.09)(0.05)} = 0.522\,T$$

$$B_{center} = \frac{\phi_{center}}{A_{center}} = \frac{0.00156}{(0.15)(0.05)} = 0.208\,T$$

$$B_{right} = \frac{\phi_{right}}{A_{right}} = \frac{0.00079}{(0.09)(0.05)} = 0.176\,T$$

(۱-۹) در شکل زیر سیمی واقع در یک میدان مغناطیسی نشان داده شده که جریان ۵ آمپر از آن می‌گذرد. اندازه و جهت نیروی وارد بر سیم را بیابید.



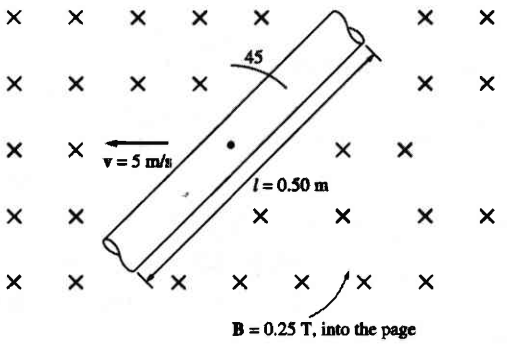
شکل ۱-۶ سیم واقع در میدان مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۹

حل: نیروی وارد بر سیم را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$F = i(l \times B) = Bil = (5A)(1)(0.25) = 1.25\,N$$

که طبق قانون دست راست، جهت نیرو به سمت داخل صفحه است.

(۱-۱۰) شکل ۱-۷ سیمی را نشان می‌دهد که در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. با توجه به اطلاعات داده شده در شکل، اندازه و جهت ولتاژ القا شده در سیم را تعیین کنید؟

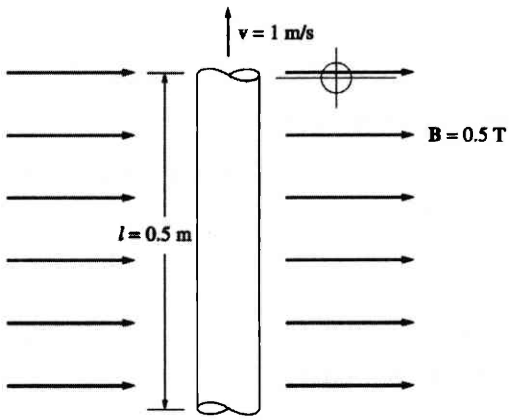


شکل ۱-۷ سیم در حال حرکت در میدان مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۰

حل: جهت ولتاژ القا شده به سمت پائین صفحه است. اندازهٔ ولتاژ القایی برابر است با:

$$e_{ind} = (V \times B).l = VBl\cos 45° = (5)(0.25)(0.5)\cos 45° = 0.442V$$

(۱-۱۱) مسئله ۱۰ را برای شکل ۱-۸ تکرار کنید.



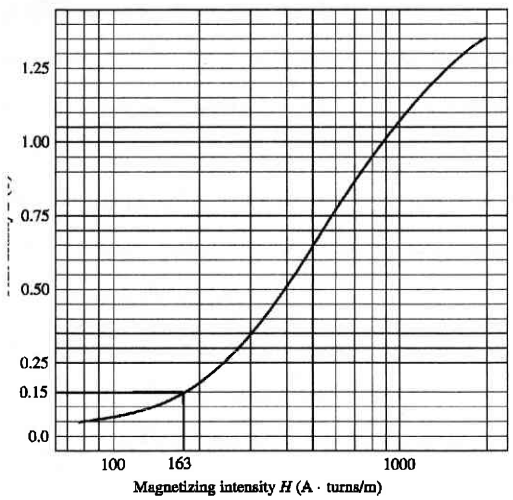
شکل ۱-۸ سیم در حال حرکت در میدان مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۱

حل:

$$e_{ind} = (V \times B).l = VBl\cos 90° = (1)(0.5)(0.5)\cos 90° = 0V$$

بنابراین ولتاژی در سیم القا نمی‌شود.

(۱-۱۲) هستهٔ شکل سؤال ۱-۷ از فولادی ساخته شده است که منحنی مغناطیسی آن در شکل ۱-۹ نشان داده شده است. مسئلهٔ ۱-۷ را تکرار کنید اما این بار μ_r را ثابت فرض نکنید. جریان‌های مشخص شده چه شارهایی تولید می‌کنند؟ ضریب نفوذپذیری هسته در این حالت چقدر است؟ آیا فرض برابر بودن تراوایی نسبی با ۱۰۰۰ در مسئلهٔ ۱-۷ فرض درستی بوده است؟ آیا این فرض در حالت کلی درست است؟



شکل ۱-۹ منحنی مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۲

حل: در این هسته دو سیم‌پیچ وجود دارد. نیروی مغناطیسی هر دو سیم‌پیچ در یک جهت است. بنابراین نیروی مغناطیسی در این هسته برابر است با:

$$F_{tot} = N_1 i_1 + N_2 i_2 = (400)(0.5) + (300)(0.75) = 425At$$

شدت میدان مغناطیسی نیز برابر است با:

$$H = \frac{F}{l_c} = \frac{425}{2.60} = 163 \frac{A\,t}{m}$$

برای شدت میدان مغناطیسی فوق، از منحنی مغناطیسی شکل ۱-۹ داریم:

$$B = 0.15\,T$$

با چگالی شار بدست آمده، شار کل عبوری از این هسته برابر است با:

$$\phi_{tot} = BA = (0.15)(0.15)(0.15) = 0.0033\,Wb$$

ضریب نفوذپذیری نسبی هسته را می‌توان از روابط زیر بدست آورد.

$$R = \frac{F_{tot}}{\phi_{tot}} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A}$$

از رابطهٔ فوق برای μ_r داریم:

$$\mu_r = \frac{\phi_{tot}.l}{F_{tot}\mu_0 A} = \frac{(0.0033)(2.6)}{(425)(4\pi \times 10^{-7})(0.15)(0.15)} = 714$$

مشاهده می‌شود که فرض $\mu_r = 1000$ فرض درستی نبوده، در حالت کلی این فرض درست نیست. تنها در صورتی درست است که منحنی مغناطیسی هسته یک خط راست باشد، ولی در هسته‌های واقعی پدیدهٔ اشباع مانع از این اتفاق می‌شود.

(۱-۱۳) هسته‌ای با سه ساق در شکل ۱-۱۰ نشان داده شده است که ضخامت آن $8\,cm$ است و روی ساق میانی آن ۴۰۰ دور سیم پیچیده شده است. بقیهٔ ابعاد در شکل نشان داده شده است. هسته از فولادی با منحنی مغناطیسی شکل ۱-۱۱ ساخته شده است. به سؤالات زیر دربارهٔ این هسته پاسخ دهید.

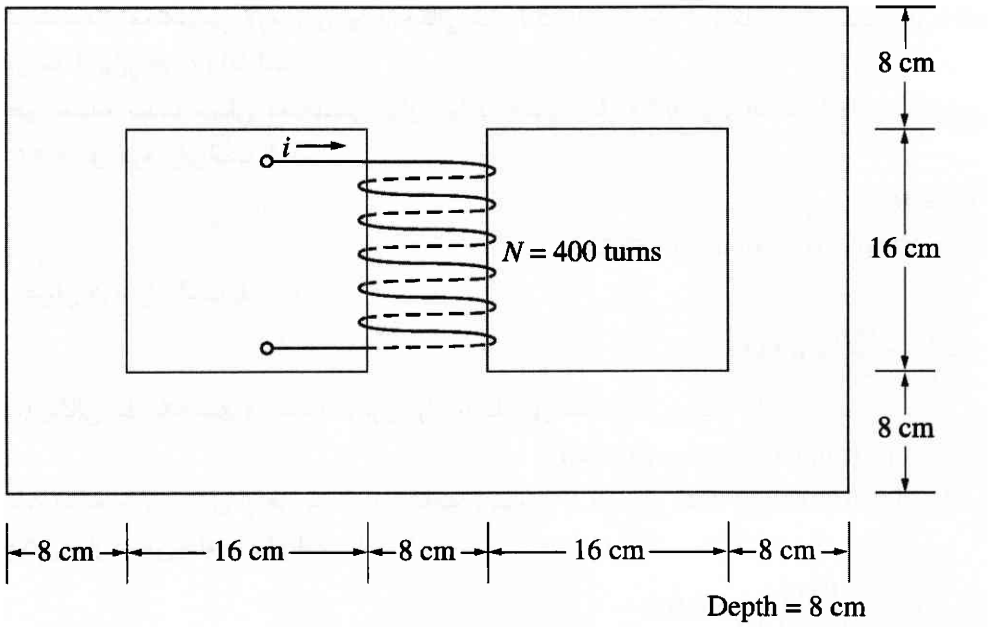
الف) برای تولید چگالی شار $B = 0.5\,T$ در ساق میانی هسته چه جریانی لازم است؟

ب) برای تولید چگالی شار یک تسلا در ساق میانی چه جریانی لازم است؟ آیا این جریان دو برابر جریان قسمت (الف) است؟

ج) رلوکتانس ساق‌های میانی و سمت راست هسته در شرایط قسمت (الف) چقدر است؟

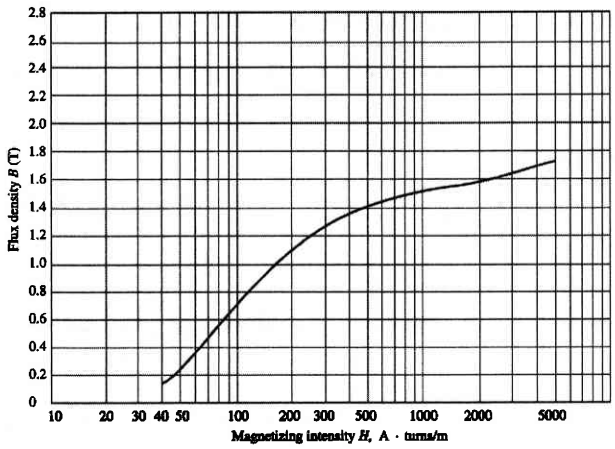
د) رلوکتانس ساق‌های میانی و سمت راست هسته در شرایط قسمت (ب) چقدر است؟

ه) در مورد رلوکتانس هسته‌های مغناطیسی واقعی چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



شکل ۱-۱۰ هستهٔ فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۳ ؟؟

حل: منحنی مغناطیسی برای این هسته به‌صورت شکل ۱-۱۱ است.



شکل ۱-۱۱ منحنی مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۳

الف) شار کل در شاخهٔ وسط برای تولید چگالی شار $B = 0.5\,T$ برابر است با:

$$\phi_{tot} = BA = (0.5)(0.08)(0.08) = 0.0032\,Wb$$

بنا به تشابه دو طرف هسته، شار عبوری از هر ۲ شاخه با هم برابر است، بنابراین داریم:

$$\phi_1 = \phi_2 = 0.0016\,Wb$$

و چگالی شار در هر ۲ شاخه برابر است با:

$$B_1 = B_2 = \frac{0.0016}{(0.08)(0.08)} = 0.25\,T$$

شدت میدان مغناطیسی لازم برای تولید چگالی شار $0.25\,T$ را می‌توان از شکل ۱-۱۱ بدست آورد که این مقدار برابر $50\,At/m$ است.

بطور مشابه شدت میدان مغناطیسی برای تولید چگالی شار $0.5\,T$ برابر $70\,At/m$ است. بنابراین mmf کل لازم برابر است با:

$$F_{tot} = H_{center}.l_{center} + H_{outer}.l_{outer}$$
$$F_{tot} = (70)(0.24) + (50)(0.72) = 52.8\,At$$

و جریان لازم برابر است با:

$$i = \frac{F}{N} = \frac{52.8}{400} = 0.13A$$

ب) چگالی شار یک تسلا در هسته مرکزی برابر با شار کل است که این مقدار برابر است با:

$$\phi_{tot} = BA = (1.0)(0.08)(0.08) = 0.0064\,Wb$$

بنابه تشابه، شار عبوری از هر یک از دو شاخه‌ی بیرونی با هم برابر است. $\phi_1 = \phi_2 = 0.0032\,Wb$ و چگالی شار در این ساق‌ها برابر است با:

$$B_1 = B_2 = \frac{0.0032}{(0.08)(0.08)} = 0.50T$$

شدت میدان مغناطیسی لازم برای تولید چگالی شار $0.5\,T$ را می‌توان از شکل ۱-۱۱ بدست آورد که این مقدار برابر $70\,At/m$ است. همچنین شدت میدان مغناطیسی لازم برای تولید چگالی شار $1\,T$ حدود $160\,At/m$ است. بنابراین mmf کل برابر است با:

$$F_{tot} = H_{center}.l_{center} + H_{outer}.l_{outer}$$
$$F_{tot} = (160)(0.24) + (70)(0.72) = 88.8\,At$$

و جریان لازم برابر است با:

$$i = \frac{\phi_{tot}}{N} = \frac{88.8}{400} = 0.22A$$

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که جریان سیم‌پیچی در حالت (ب) کمتر از دو برابر جریان سیم‌پیچی در حالت (الف) است.

ج) رلوکتانس شاخه‌ی مرکزی هسته طبق شرایط قسمت (الف) برابر است با:

$$R_{center} = \frac{F_{tot}}{\phi_{tot}} = \frac{(70).(0.24)}{0.0032} = 5.25\frac{kA.t}{Wb}$$

و رلوکتانس شاخه سمت راست هسته طبق شرایط قسمت (الف) برابر است با:

$$R_{right} = \frac{F_{tot}}{\phi_{tot}} = \frac{(50)(0.72)}{0.016} = 22.5\frac{kA\,t}{Wb}$$

د) رلوکتانس شاخه‌ی مرکزی هسته طبق شرایط قسمت (ب) برابر است با:

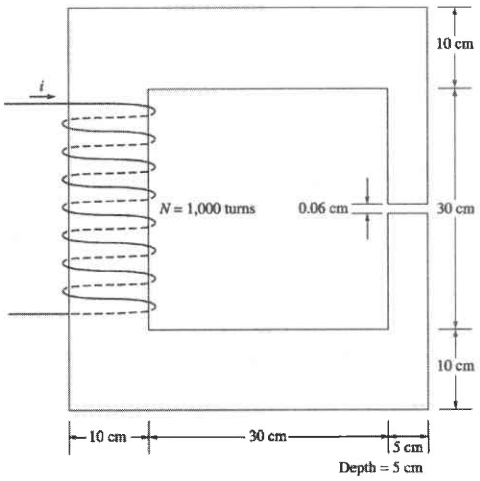
$$R_{center} = \frac{F_{tot}}{\phi_{tot}} = \frac{(160)(0.24)}{0.0064} = 60\frac{kA\,t}{Wb}$$

و رلوکتانس شاخه سمت راست هسته طبق شرایط قسمت (ب) برابر است با:

$$R_{right} = \frac{F_{tot}}{\phi_{tot}} = \frac{(70)(0.72)}{0.032} = 15.75 \frac{kA\,t}{Wb}$$

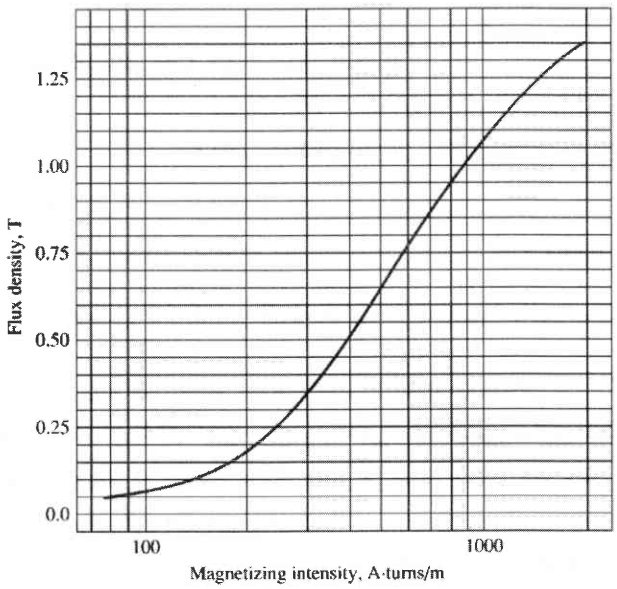
ه) رلوکتانس هسته‌های مغناطیسی واقعی ثابت نیست.

(۱-۱۴) یک هسته مغناطیسی با دو ساق دارای فاصلهٔ هوایی در شکل ۱-۱۲ نشان داده شده است. ضخامت هسته $5\ cm$ و طول فاصله هوایی آن $0.06\ cm$ و تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ آن ۱۰۰۰ دور است. منحنی ضریب نفوذپذیری آن مطابق شکل ۱-۱۳ است. برای بدست آوردن پراکندگی شار، سطح مؤثر فاصله‌ی هوایی را ۵ درصد بزرگتر در نظر بگیرید. برای ایجاد چگالی شار $0.5\ T$ در فاصله هوایی چه جریانی لازم است؟ به ازای این جریان چگالی شار در هر یک از چهار ضلع هسته چقدر است؟ کل شار در فاصلهٔ هوایی چقدر است؟



شکل ۱-۱۲ هستهٔ فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۴

حل: منحنی مغناطیسی برای این هسته به صورت شکل ۱-۱۳ است.



شکل ۱-۱۳ منحنی مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۴

شار کل برای ایجاد چگالی شار $0.5\,T$ در فاصله‌ی هوایی برابر است با:

$$\phi = BA_{eff} = (0.5)(0.05)(0.05)(1.05) = 0.00131\,Wb$$

در شاخه سمت راست داریم:

$$B_{right} = \frac{\phi}{A} = \frac{0.00131}{(0.05)(0.5)} = 0.524\,T$$

چگالی شار در سه شاخه دیگر هسته برابر است با:

$$B_{top} = B_{left} = B_{bottom} = \frac{\phi}{A} = \frac{0.00131}{(0.10)(0.05)} = 0.262\,T$$

شدت میدان مغناطیسی لازم برای تولید چگالی شار $0.50\,T$ در فاصله هوایی هسته را می‌توان از رابطهٔ $B_{ag} = \mu_0 H_{ag}$ بدست آورد.

$$H_{ag} = \frac{B_{ag}}{\mu_0} = \frac{0.5}{4\pi \times 10^{-7}} = 398\frac{kA\,t}{Wb}$$

شدت مغناطیسی لازم برای تولید چگالی شار $0.524\,T$ در شاخه سمت راست را می‌توان از نمودار شکل ۱-۱۳ بدست آورد.

$$H_{right} = 410\frac{A\,t}{m}$$

0.262

شدت میدان مغناطیسی لازم برای تولید شار $0.524\,T$ در شاخه بالایی و چپ و زیرین را نیز می‌توان از نمودار شکل ۱-۱۳ بدست آورد.

$$H_{top} = H_{left} = H_{botom} = 240\frac{A\,t}{m}$$

نیروی محرکهٔ مغناطیسی کل برای تولید شار نیز برابر است با:

$$F_{tot} = H_{ag}l_{ag} + H_{right}l_{right} + H_{top}l_{top} + H_{left}l_{left} + H_{bottom}l_{bottom}$$

$$F_{tot} = (398)(0.0006) + (410)(0.40) + 3(240)(0.40) = 691A\,t$$

و جریان لازم برابر است با:

$$i = \frac{F_{tot}}{N} = \frac{691}{1000} = 0.691\,A$$

چگالی شار در چهار طرف هسته و شار کل در فاصلهٔ هوایی نیز به همین ترتیب بدست می‌آید.

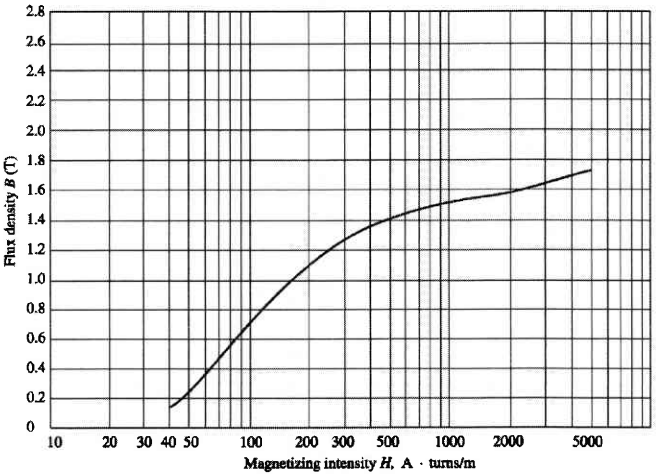
(۱-۱۵) هستهٔ ترانسفورماتوری با طول مسیر متوسط مؤثر ۱۰ اینچ، سیم‌پیچی با ۳۰۰ حلقه روی یکی از ساق‌هایش دارد. سطح مقطع آن ۰/۲۵ اینچ مربع و منحنی مغناطیسی مطابق شکل ۱-۱۴ است. اگر جریان ۰/۲۵آمپر از سیم‌پیچ بگذرد، کل شار هسته چقدر می‌شود؟ چگالی شار چقدر می‌شود؟

حل: شدت مغناطیسی مؤثر برای این هسته برابر است با:

$$H = \frac{F}{l_c} = \frac{Ni}{l_c} = \frac{(300)(0.25)}{(10)(0.0254)} = 295\frac{A\,t}{m}$$

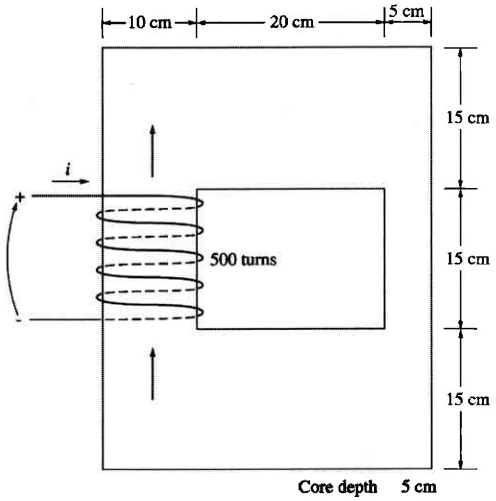
طبق منحنی مغناطیسی، چگالی شار در این هسته برابر $B = 1.27\ T$ است.
شار کل در این هسته نیز برابر است با:

$$\phi = BA = (1.27)(0.25)\left(\frac{0.0254m}{1in}\right)^2 = 0.000205\ Wb$$

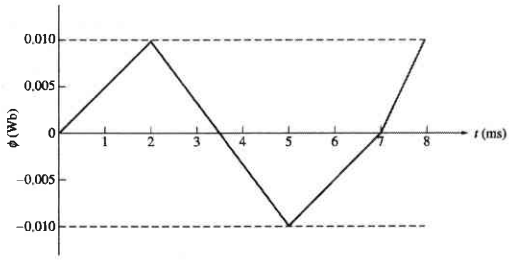


شکل ۱-۱۴ منحنی مغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۵

(۱-۱۶) هسته شکل ۱-۱۵، شار ϕ شکل ۱-۱۶را داراست. ولتاژ در پایانه‌های سیم‌پیچ را رسم کنید؟



شکل ۱-۱۵ هستهٔ فرومغناطیسی مربوط به مسئله ۱-۱۶



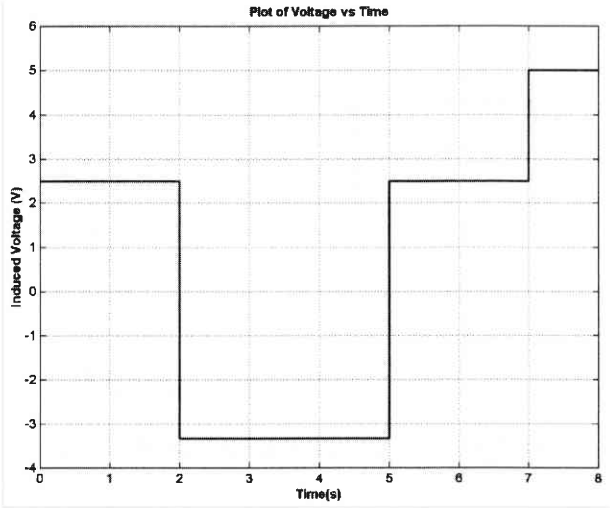
شکل ۱-۱۶ شار مربوط به هستهٔ فرومغناطیسی شکل ۱-۱۵

حل: طبق قانون لنز، افزایش شار در جهت نشان داده شده در هسته باعث ایجاد ولتاژی می‌شود که با افزایش شار مخالفت می‌کند. پلاریتهٔ این ولتاژ در شکل ۱-۱۴ نشان داده شده است. ولتاژ القا شده در سیم‌پیچ هسته از رابطهٔ $e_{ind} = N\dfrac{d\phi}{dt}$ بدست می‌آید.

بنابراین ولتاژ القایی در این سیم‌پیچ به‌صورت جدول زیر است.

Time	$N\dfrac{d\phi}{dt}$	e_{ind}
$0 < t < 2$ s	$(500\ t)\dfrac{0.010\ \text{Wb}}{2\ \text{s}}$	2.50 V
$2 < t < 5$ s	$(500\ t)\dfrac{-0.020\ \text{Wb}}{3\ \text{s}}$	-3.33 V
$5 < t < 7$ s	$(500\ t)\dfrac{0.010\ \text{Wb}}{2\ \text{s}}$	2.50 V
$7 < t < 8$ s	$(500\ t)\dfrac{0.010\ \text{Wb}}{1\ \text{s}}$	5.00 V

و نمودار ولتاژ القایی در پایانه‌های این سیم‌پیچ به‌صورت زیر است.



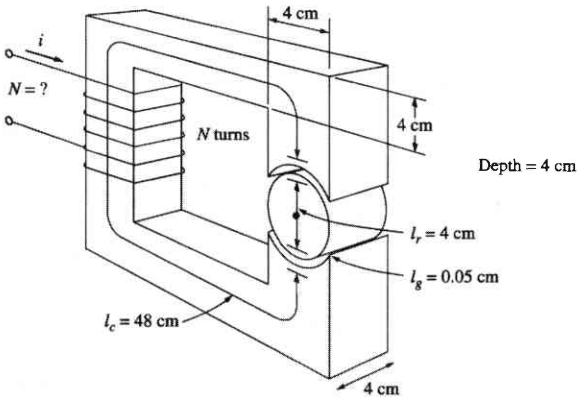
شکل ۱-۱۷ نمودار ولتاژ در پایانه‌های سیم‌پیچ

(۱-۱۷) شکل ۱-۱۸ نشان دهندهٔ هستهٔ یک موتور dcساده است. منحنی مغناطیسی فلز این هسته مطابق شکل ۱-۱۴ است. سطح مقطع هر یک از فواصل هوایی را $18\,cm^2$ و پهنای هر کدام را $0.05\,cm$ در نظر بگیرید. قطر مؤثر هسته موتور $4\,cm$ است.

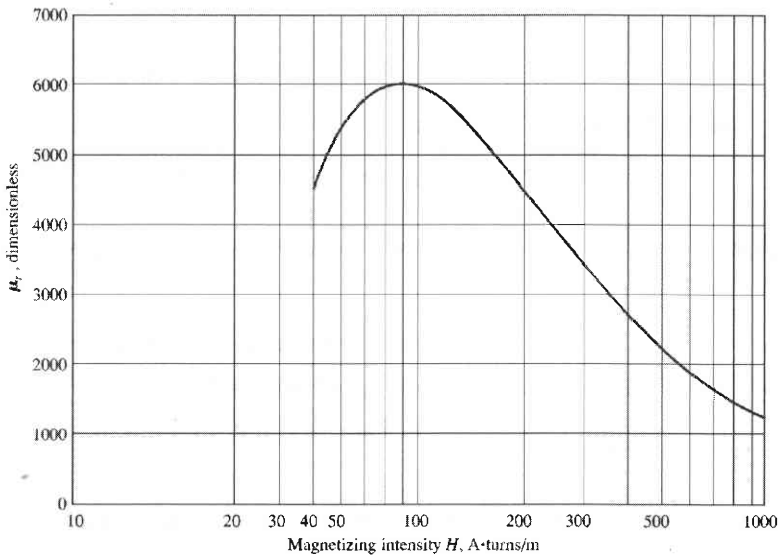
الف) مایلیم ماشینی با بالاترین چگالی شار ممکن بسازیم اما می‌خواهیم از اشباع بیش از حد هسته اجتناب کنیم. حداکثر چگالی شار منطقی برای این هسته باید چقدر باشد؟

ب) کل شار هسته به ازای چگالی شار قسمت (الف) چقدر خواهد شد؟

ج) ماکزیمم جریان میدان این ماشین $1\,A$ است. تعداد حلقه سیمی که می‌تواند چگالی شار مطلوب را با همین جریان تولید کند چقدر است؟



شکل ۱-۱۸ هستهٔ یک موتور dcساده



شکل ۱-۱۹ منحنی نفوذپذیری نسبی هسته شکل ۱-۱۸ ؟؟

حل: الف) با توجه به شکل ۱-۱۴ چگالی شار قابل قبول و مناسب برابر $1.2\ T$ است. در بیش از این مقدار، مسئلهٔ اشباع می‌تواند مشکل‌ساز باشد.

ب) در چگالی شار $1.2\ T$، شار کلی هسته برابر است با:

$$\phi = BA = (1.2)(0.04)(0.04) = 0.0019\ Wb$$

ج) رلوکتانس کل این هسته برابر است با:

$$R_{tot} = R_{stray} + R_{airgap1} + R_{rotor} + R_{airgap2}$$

در چگالی شار $1.2\ T$ از شکل ۱-۱۹ داریم؛ $\mu_r = 3800$.

رلوکتانس استاتور برابر است با:

$$R_s = \frac{l_s}{\mu_s A_s} = \frac{0.48}{(3800)(4\pi \times 10^{-7})(0.04)(0.04)} = 62.8\ \frac{kA\,t}{Wb}$$

رلوکتانس رتور نیز برابر است با:

$$R_{rotor} = \frac{l_{rotor}}{\mu_{rotor} A_{rotor}} = \frac{0.48}{(3800)(4\pi \times 10^{-7})(0.04)(0.04)} = 502\ \frac{kA\,t}{Wb}$$

رلوکتانس فواصل هوایی نیز برابر است با:

$$R_{ag1} = R_{ag2} = \frac{l_{airgap}}{\mu_{ag} A_{ag}} = \frac{0.0005}{(4\pi \times 10^{-7})(0.0018)} = 221\ \frac{kA\,t}{Wb}$$

بنابراین رلوکتانس کل هسته برابر است با:

$$R_{tot} = R_{stray} + R_{airgap1} + R_{rotor} + R_{airgap2}$$

$$R_{tot} = 62.8 + 221 + 5.2 + 221 = 510\ \frac{kA\,t}{Wb}$$

mmf کل نیز برابر است با:

$$F_{tot} = \phi R_{tot} = (0.00192)(510 \times 10^3) = 979\ A.t$$

بنابراین با جریان ۱A تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ تقریباً برابر ۱۰۰۰ خواهد بود.

(۱-۱۸) فرض کنید ولتاژ اعمال شده به دو سر یک بار برابر $V = 280\angle -30^\circ V$ و جریان آن برابر $I = 5\angle 15^\circ A$ باشد.

الف) توان مختلط مصرفی توسط این بار را بدست آورید.

ب) این بار القایی است یا خازنی؟ توان غیرحقیقی مصرفی یا تولیدی این بار را حساب کنید. این بار توان غیرحقیقی از منبع می‌گیرد یا به منبع می‌دهد؟

حل: الف)

$$S = V.I^* = (208\angle -30^\circ)(5\angle 15^\circ)^* = (208\angle -30^\circ)(5\angle -15^\circ) = 1040\angle -40^\circ\ VA$$

ب) زاویه امپدانس منفی است، بنابراین بار حالت خازنی دارد. ضریب قدرت این بار برابر است با:

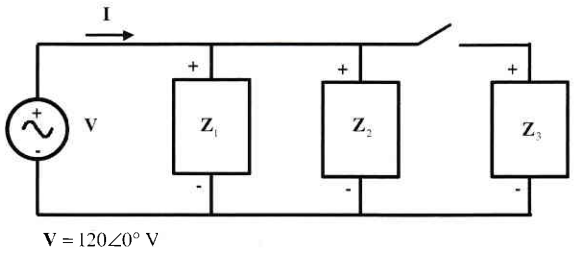
پیش‌فاز $PF = \cos(-45^\circ) = 0.707$

این بار توان حقیقی از منبع گرفته و توان غیرحقیقی به منبع می‌دهد. توان غیرحقیقی بار برابر است با:

$$Q = |V||I|\sin\theta = (208)(5)\sin(-45°) = -735VAR$$

(۱-۱۹) یک سیستم قدرت ac تک‌فاز به سه بار مطابق شکل وصل شده است. منبع ولتاژ $V = 120\angle 0° V$ و امپدانس سه بار برابر است با:

$$Z_1 = 5\angle 30° \Omega$$
$$Z_2 = 5\angle 45° \Omega$$
$$Z_3 = 5\angle -90° \Omega$$



شکل ۱-۲۰ سیستم قدرت مربوط به مسئله ۱-۱۹

به سؤالات زیر دربارهٔ این سیستم قدرت پاسخ دهید.

الف) فرض کنید کلید در شکل ۱-۲۰ باز است. در این حالت جریان I، ضریب قدرت، توان حقیقی، توان غیرحقیقی و ظاهری تحویلی به بار را بدست آورید.

ب) فرض کنید که کلید در شکل ۱-۲۰ بسته باشد. در این حالت جریان I، ضریب توان، توان حقیقی، توان غیرحقیقی و ظاهری تحویلی به بار را بدست آورید.

ج) اگر کلید بسته شود برای جریان منبع چه پیش می‌آید. چرا؟

حل: اگر کلید باز باشد فقط جریان در بار ۱ و ۲ برقرار است، داریم:

$$I_1 = \frac{120\angle 0°}{5\angle 30°} = 24\angle -30° A$$

$$I_2 = \frac{120\angle 0°}{5\angle 45°} = 24\angle -45° A$$

در نتیجه جریان کل منبع برابر است با:

$$I_1 + I_2 = 24\angle -30° + 24\angle -45° = 47.59\angle -37.5° A$$

ضریب قدرت منبع برابر است با:

$$PF = \cos\theta = \cos(-37.5°) = 0.793 \quad \text{پس‌فاز}$$

برای توان حقیقی، غیرحقیقی و ظاهری تحویلی به بار داریم:

$$P = |V||I|\cos\theta = (120)(47.59)\cos(-37.5°) = 4531 W$$

$$Q = |V||I|\sin\theta = (120)(47.59)\sin(-37.5°) = -3477 \text{ var}$$

$$S = |V||I| = (120)(47.59) = 5711 VA$$

ب) با بسته شدن کلید هرسه بار به منبع متصل می‌شوند. جریان I_1 و I_2 همانند قسمت قبل است و جریان I_3 به‌صورت زیر خواهد بود:

$$I_3 = \frac{120\angle 0^\circ}{5\angle -90^\circ} = 24\angle 90^\circ\ A$$

در نتیجه جریان کل برابر است با:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 24\angle -30^\circ + 24\angle -45^\circ + 24\angle 90^\circ = 38.08\angle -7.50^\circ\ A$$

ضریب قدرت نیز برابر است با:

$$PF = \cos\theta = \cos(-7.5^\circ) = 0.991 \quad \text{پس‌فاز}$$

توان حقیقی، غیرحقیقی و توان ظاهری تحویلی به بار برابر است با:

$$P = |V||I|\cos\theta = (120)(38.08)\cos(-7.5^\circ) = 4531\ W$$

$$Q = |V||I|\sin\theta = (120)(38.08)\sin(-7.5^\circ) = -596\ \text{var}$$

$$|S| = |V||I| = (120)(38.08) = 4570\ VA$$

ج) وقتی کلید بسته شود جریان کاهش پیدا می‌کند، زیرا بخش عمدهٔ توان غیرحقیقی مصرفی بارهای ۱ و ۲ توسط بار ۳ تأمین می‌شود.

(۱-۲۰) نشان دهید که رابطهٔ ۱-۵۹ را می‌توان با استفاده از اتحادهای مثلثاتی ساده از رابطهٔ ۱-۵۸ بدست آورد.

$$P(t) = v(t)i(t) = 2VI\cos\omega t\cos(\omega t - \theta) \qquad (۵۸\text{-}۱)$$

$$P(t) = VI\cos\theta(1+\cos 2\omega t) + VI\sin\theta\sin 2\omega t \qquad (۵۹\text{-}۱)$$

حل: اولین گام به کار بستن اتحاد مثلثاتی زیر است:

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$$

در نتیجه:

$$P(t) = v(t)i(t) = 2VI\cos\omega t\cos(\omega t - \theta)$$

$$P(t) = 2VI \times \frac{1}{2}\left[\cos(\omega t + \omega t - \theta) + \cos(\omega t - \omega t + \theta)\right]$$

$$P(t) = VI\left[\cos(\theta) + \cos(2\omega t - \theta)\right]$$

حال اتحاد مثلثاتی زیر را در قسمت دوم رابطهٔ اخیر بکار می‌گیریم.

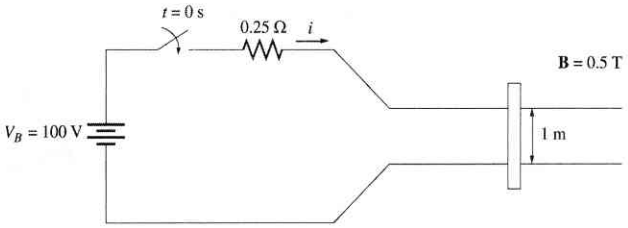
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

در نتیجه داریم:

$$P(t) = VI\left[\cos\theta + \cos 2\omega t.\cos\theta + \sin\omega t\ \sin\theta\right]$$

$$P(t) = VI\cos\theta(1+\cos 2\omega t) + VI\sin\theta\sin 2\omega t$$

(۱-۲۱) در یک ماشین خطی نشان داده شده در شکل ۱-۲۱ چگالی شار مغناطیسی $0.5\,T$ به‌طرف داخل صفحه است مقاومت 0.25Ω طول میله $l = 1\,m$ و ولتاژ باطری $100\,V$ است.



شکل ۱-۲۱۰ ماشین خطی مربوط به مسئله ۱-۲۱

الف) نیروی اولیه وارد بر میله در راه‌اندازی چقدر است؟ جریان اولیه چقدر است؟

ب) سرعت میله در حالت ماندگار بی‌بار چقدر است؟

ج) اگر به میله نیرویی برابر ۲۵ نیوتن در خلاف جهت حرکتش وارد شود سرعت حالت پایدار جدید چقدر خواهد بود؟

د) بازده ماشین در این حالت چقدر است؟

حل: الف) جریان اولیه وارد بر میله برابر است با:

$$i = \frac{V_B}{R} = \frac{100}{0.25} = 400A$$

در نتیجه نیروی اولیه وارد بر میله برابر است با:

$$F = i\,(l \times B) = (400)(1)(0.5) = 200N$$

که جهت آن به طرف راست است.

ب) سرعت میله در حالت ماندگار بی‌بار را می‌توان از رابطه‌ی زیر بدست آورد:

$$V_B = e = vBl \Rightarrow v = \frac{V_B}{Bl} = \frac{100}{(0.5)(1)} = 200\,m/s$$

ج) با نیروی ۲۵ نیوتن وارد بر میله در خلاف جهت حرکت، جریان زیر خواهیم داشت:

$$F_{app} = F_{ind} = Bil$$

$$i = \frac{F_{app}}{Bl} = \frac{25}{(0.5)(1)} = 50A$$

$V_B - e_{ind} = iR$

ولتاژ القا شده در میله برابر است با:

$e_{ind} = F_{ind} = V_B - iR = 100 - (50)(0.25) = 87.5V$

سرعت میله برابر خواهد بود با:

$$v = \frac{V_B}{Bl} = \frac{87.5}{(0.5)(1)} = 175\,m/s$$

د) توان ورودی به این ماشین خطی برابر است با:

$$P_{in} = V_B i = (100)(50) = 5000\,W$$

توان خروجی ماشین نیز در این شرایط برابر است با:

$$P_{out} = V_B i = (87.5V)(50A) = 4375\,W$$

در نتیجه بازده این ماشین برابر است با:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{4375}{5000} \times 100\% = 87.5\%$$

(۱-۲۲) یک ماشین خطی دارای مشخصات زیر است.

$R = 0.50\,\Omega$ $B = 0.33\,T$ به طرف داخل صفحه $V_B = 120\,V$ $l = 0.5\,m$

الف) اگر این میله باری ۱۰ نیوتن در خلاف جهت حرکتش داشته باشد، سرعت حالت پایدار میله چقدر خواهد بود؟

ب) اگر میله به ناحیه‌ای برود که چگالی شار به $0.3\,T$ کاهش یابد برای آن چه اتفاقی می‌افتد؟ سرعت ماندگار نهایی آن چقدر خواهد بود؟

ج) فرض کنید V_B به ۸۰ ولت کاهش یابد و بقیه موارد مانند فرض (ب) باقی بمانند، سرعت حالت پایدار جدید میله چقدر خواهد بود؟

د) با توجه به نتایج قسمت‌های (ب) و (ج) دو روش کنترل سرعت ماشین خطی یا موتور dc کدام است؟

حل: الف) جریان میله در حالی که بار ۱۰ نیوتنی در خلاف جهت حرکتش دارد برابر است با:

$$F_{app} = F_{ind} = Bil$$

$$i = \frac{F_{app}}{Bl} = \frac{10}{(0.33)(0.5)} = 60.5A$$

ولتاژ القا شده در این میله نیز برابر است با:

$$e_{ind} = V_B - iR = 120 - (60.5)(0.50) = 89.75V$$

و سرعت میله نیز برابر است با:

$$v = \frac{e_{ind}}{Bl} = \frac{89.75}{(0.33)(0.5)} = 544\,m/s$$

ب) اگر میله به ناحیه‌ای برود که چگالی شار به $0.3T$ کاهش یابد، داریم:

$$F_{app} = F_{ind} = Bil = 10N$$

$$i = \frac{F_{app}}{Bl} = \frac{10}{(0.30)(0.5)} = 66.7A$$

ولتاژ القا شده نیز برابر است با:

$$e_{ind} = V_B - iR = 120 - (66.7)(0.50) = 86.65V$$

سرعت نیز در این حالت برابر است با:

$$v = \frac{e_{ind}}{Bl} = \frac{86.65}{(0.30)(0.5)} = 577\,m/s$$

ج) اگر ولتاژ باتری به ۸۰ ولت کاهش یابد و بقیه موارد مانند حالت (ب) بمانند، جریان حالت پایدار جدید برابر خواهد بود با:

$$F_{app} = F_{ind} = Bil$$

$$i = \frac{F_{app}}{Bl} = \frac{10}{(0.30)(0.5)} = 66.7A$$

ولتاژ و سرعت نیز به ترتیب در این حالت برابر است با:

$$e_{ind} = V_B - iR = 80 - (66.7)(0.50) = 46.65\,V$$

$$v = \frac{e_{ind}}{Bl} = \frac{46.65}{(0.30)(0.5)} = 311\,m/s$$

د) با استفاده از نتایج دو قسمت می‌توانیم دو روش برای کنترل سرعت ماشین‌های DC خطی استفاده کنیم؛ یکی کاهش چگالی شار در ماشین است که سرعت حالت ماندگار را افزایش می‌دهد و دیگری کاهش ولتاژ باتری است که سرعت حالت ماندگار را کاهش می‌دهد.

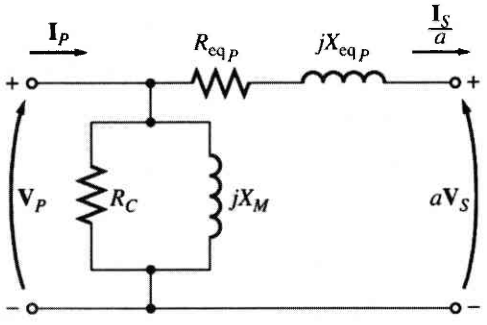
فصل دوم
ترانسفورماتورها

(۲-۱) ولتاژ پایانهٔ سیم‌پیچی ثانویه یک ترانسفورماتور برابر است با: $v_s(t) = 282.8\sin(377t)V$.
نسبت دور ترانسفورماتور ۱۰۰/۲۰۰ است. اگر جریان ثانویه برابر باشد با: $i_s(t) = 7.07\sin(377t - 36.87^\circ)A$. جریان اولیه چقدر است؟ تنظیم ولتاژ و بازده را بیابید.
امپدانس‌های ارجاع شده به سمت اولیه عبارتند از:

$R_{eq} = 0.20\,\Omega \qquad R_C = 300\,\Omega$

$X_{eq} = 0.750\,\Omega \qquad X_M = 80\,\Omega$

حل: مدار معادل تقریبی ترانسفورماتور ارجاع شده به سمت اولیه به صورت شکل ۲-۱ است.



شکل ۲-۱ مدار معادل تقریبی ترانس ارجاع‌شده به سمت اولیه

در این مدل داریم:

$$R_{eqP} = R_P + a^2 R_S \quad , \quad X_{eqP} = X_P + a^2 X_S$$

ولتاژ و جریان ثانویه عبارتند از:

$$V_S = \frac{282.8}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ = 200\angle 0^\circ\, V$$

$$I_S = \frac{7.07}{\sqrt{2}}\angle -36.87^\circ = 5\angle -36.87^\circ\, A$$

ولتاژ و جریان ثانویه با انتقال به اولیه عبارتست از:

$$V_S' = aV_S = \frac{1}{2}\times 200\angle 0^\circ = 100\angle 0^\circ\, V$$

$$I_S' = \frac{I_S}{a} = 10\angle -36.87^\circ\, A$$

$$V_P = V_S' + I_S'(R_{eqp} + jX_{eqp})$$

$$V_P = 100\angle 0^\circ + (10\angle -36.87^\circ)(0.20 + j\,0.750) = 106.2\angle 2.6^\circ\, V$$

جریان تحریک برابر است با:

$$I_{EX} = I_C + I_M = \frac{106.2\angle 2.6^\circ}{300} + \frac{106.2\angle 2.6^\circ}{j80} = 0.354\angle 2.6^\circ + 1.328\angle -87.4^\circ = 1.37\angle -72.5^\circ\, A$$

بنابراین جریان اولیه خواهد شد:

$$I_P = I_S' + I_{EX} = 10\angle -36.87^\circ + 1.37\angle -72.5^\circ = 11.1\angle -41.0^\circ\, A$$

تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{V_P - aV_S}{aV_S} \times 100\% = \frac{106.2 - 100}{100} \times 100\% = 6.2\%$$

و برای راندمان داریم:

$$P_{in} = V_P I_P \cos\theta = (106.2)(11.1)\cos\ (2.6^\circ - (-41^\circ))$$
$$P_{in} = (106.2)(11.1)\cos\ 43.6^\circ = 854\ W$$
$$P_{out} = V_S I_S \cos\theta = (200)(5)\cos(36.87^\circ) = 800\,W$$
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{800}{854} \times 100\% = 93.7\%$$

(۲-۲) یک ترانسفورماتور توزیع $20kVA$، $8000/480V$ دارای مقاومت‌ها و راکتانس‌های زیر است.

$R_P = 32\,\Omega$ $\qquad$ $R_S = 0.05\,\Omega$

$X_P = 45\,\Omega$ $\qquad$ $X_S = 0.06\,\Omega$

$R_C = 250\,k\,\Omega$ $\qquad$ $X_M = 30\,k\,\Omega$

مقادیر امپدانس‌های شاخهٔ تحریک در سمت فشار قوی ترانسفورماتور داده شده‌اند.

الف) مدار معادل این ترانسفورماتور را در سمت فشار قوی بدست آورید.

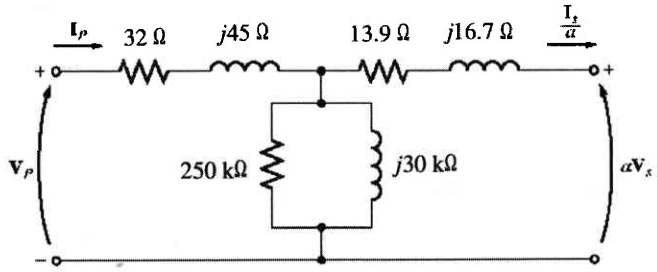
ب) مدار معادل پریونیت شدهٔ این ترانسفورماتور را بیابید.

ج) اگر این ترانسفورماتور در ولتاژ $480\,V$ و ضریب توان 0.8 پس‌فاز بار نامی را تغذیه کند، ولتاژ ورودی ترانسفورماتور چقدر است؟ تنظیم ولتاژ چقدر است؟

د) بازدهٔ ترانسفورماتور در شرایط بند (ج) چقدر است؟

حل: الف) امپدانس ثانویه را به اولیه انتقال می‌دهیم، نسبت تبدیل $a = \frac{8000}{480} = 16.67$ است و داریم:

$$R'_S = a^2 R_S = (16.67)^2(0.05) = 13.9\,\Omega$$
$$X'_S = a^2 X_S = (16.67)^2(0.06) = 16.7\,\Omega$$



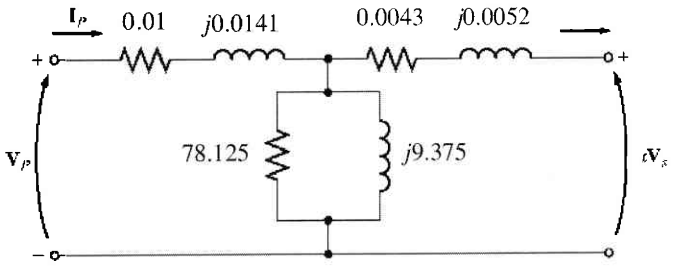
شکل ۲-۲ مدار معادل ترانس در سمت فشار قوی

بنابراین مدار معادل ترانسفورماتور در سمت فشار قوی به صورت شکل ۲-۲ است.

ب) امپدانس مبنا در سمت فشار قوی برابر است با:

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{8000}{2.5} = 3200\,\Omega$$
$$Z_{pu} = Z_{actual} / Z_{base}$$

بنابراین مقادیر پریونیت بدست آمده و مدار شکل ۲-۳ حاصل می‌شود.



شکل ۲-۳ مدار معادل ترانس با مقادیر پریونیت در سمت فشار قوی

ج) برای سادگی محاسبات از مدار معادل منتقل شده به سمت اولیه که در شکل ۲-۲ نشان داده شده استفاده می‌کنیم.

جریان ثانویه برابر است با:

$$I_S = \frac{20\times10^3}{480}\angle -36.87^\circ = 41.67\angle -36.87^\circ\ A$$

جریان ثانویه را به اولیه انتقال می‌دهیم، داریم:

$$I_S' = \frac{I_S}{a} = \frac{41.67\angle -36.87^\circ}{16.67} = 2.50\angle -36.87^\circ\ A$$

ولتاژ اولیه برابر است با:

$$V_P = V_S' + (R_{eq} + jX_{eq})I_S'$$

$$V_P = 8000\angle 0^\circ + (45.9 + j\,61.7)(2.50\angle -36.87^\circ) = 8185\angle 0.38^\circ\ V$$

در نتیجه تنظیم ولتاژ می‌شود:

$$VR = \frac{8185-8000}{8000}\times 100\% = 2.31\%$$

د) برای بازده داریم:

$$P_{out} = S\cos\theta = (20kW)(0.8) = 16\,kW$$

$$P_{cu} = (I_S')^2 R_{eq} = (2.5)^2(45.9) = 287W$$

$$P_{core} = \frac{V_S'^2}{R_C} = \frac{8185^2}{250000} = 268W$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{cu} + P_{core}}\times 100\% = \frac{16000}{16000+287+268}\times 100\% = 96.6\%$$

(۲-۳) برای تعیین مدار معادل یک ترانسفورماتور توزیع $1000VA$، $230/115\,V$ آزمایش‌های زیر انجام شده است.

در آزمایش مدار باز داریم: $V_{OC} = 230\,V$, $I_{OC} = 0.45A$, $P_{OC} = 30\,W$

در آزمایش اتصال کوتاه داریم: $V_{SC} = 19.1\,V$, $I_{SC} = 8.7\,A$, $P_{SC} = 42.3\,W$

همهٔ داده‌های فوق در سمت اولیه ترانسفورماتور بدست آمده‌اند.

الف) مدار معادل این ترانسفورماتور را در سمت فشار ضعیف بدست آورید.

ب) تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور را در شرایط نامی و ضریب توان 0.8 پس‌فاز، ضریب توان واحد و ضریب

توان 0.8 پیش‌فاز بدست آورید. ج) بازدهٔ ترانسفورماتور را در شرایط نامی و ضریب توان 0.8 پس‌فاز بدست آورید.

حل: الف) با توجه به آزمایش مدار باز داریم:

$$|Y_{EX}| = |G_C - jB_M| = \frac{V_{OC}}{I_{OC}} = \frac{0.45}{230} = 0.001957 mho$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{P_{OC}}{V_{OC} I_{OC}} = \cos^{-1}\frac{30}{(230)(0.45)} = 73.15^\circ$$

$$Y_{EX} = G_C - jB_M = 0.001957\angle -73.15^\circ \ mho = 0.000567 - j\,0.001873 mho$$

$$R_C = \frac{1}{G_C} = 1763\,\Omega \quad , \quad X_M = \frac{1}{B_M} = 534\,\Omega$$

با توجه به آزمایش اتصال کوتاه داریم:

$$|Z_{eq}| = |R_{eq} + jX_{eq}| = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} = \frac{19.1}{8.7} = 2.2\,\Omega$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{P_{SC}}{V_{SC} I_{SC}} = \cos^{-1}\frac{42.3}{(19.1)(8.7)} = 75.3^\circ$$

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = 2.20\angle 75.3^\circ = 0.558 + j\,2.128\,\Omega$$

$$R_{eq} = 0.558\,\Omega \quad , \quad X_{eq} = 2.128\,\Omega$$

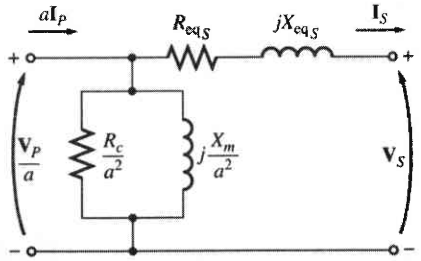
برای انتقال امپدانس‌ها به ثانویه، امپدانس‌های بدست آمده در اولیه را بر a^2 ($a = 2$)، تقسیم می‌کنیم. در این صورت مقادیر زیر بدست می‌آید:

$$R_{eq,S} = 0.140\,\Omega \quad , \quad X_{eq,S} = 0.532\,\Omega$$

$$R_{C,S} = 441\,\Omega \quad , \quad X_{M,S} = 134\,\Omega$$

بنابراین مدار معادل در سمت ثانویه به صورت شکل ۲-۴ می‌شود. در این مدار داریم:

$$R_{eq,S} = \frac{R_P}{a^2} + R_S \quad , \quad X_{eq,S} = \frac{X_P}{a^2} + X_S$$



شکل ۲-۴ مدار معادل در سمت ثانویه

ب) برای جریان نامی ثانویه داریم:

$$I_S = \frac{S}{V_S} = \frac{1000}{115} = 8.70\ A$$

ولتاژ اولیه منتقل شده به ثانویه در ضریب توان 0.8 پس‌فاز برابر است با:

$$V_P' = V_S + Z_{eq} I_S = 115\angle 0^\circ + (0.140 + j\,0.532)(8.7\angle -36.87^\circ)$$

$$V_P' = 118.8\angle 1.4^\circ\ V$$

تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور در ضریب توان 0.8 پس‌فاز برابر است با:

$$VR = \frac{118.8-115}{115}\times 100\% = 3.3\%$$

ولتاژ اولیه منتقل شده به ثانویه در ضریب توان واحد برابر است با:

$$V_P{}' = V_S + Z_{eq} I_S = 115\angle 0^\circ + (0.140 + j\,0.532)(8.7\angle 0^\circ)$$

$$V_P{}' = 116.3\angle 2.28^\circ V$$

تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور در ضریب توان واحد برابر است با:

$$VR = \frac{116.3-115}{115}\times 100\% = 1.1\%$$

تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور در ضریب توان 0.8 پیش‌فاز برابر است با:

$$V_P' = V_S + Z_{eq} I_S = 115\angle 0^\circ + (0.140 + j\,0.532)(8.7\angle 36.87^\circ) = 113.3\angle 2.24^\circ V$$

تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور در ضریب توان 0.8 پیش‌فاز برابر است با:

$$VR = \frac{113.3-115}{115}\times 100\% = -1.5\%$$

ج) توان و بازدهٔ ترانسفورماتور را در شرایط نامی و ضریب توان 0.8 پس‌فاز برابر است با::

$$P_{out} = V_S I_S \cos\theta = (115)(8.7)(0.8) = 800 W$$

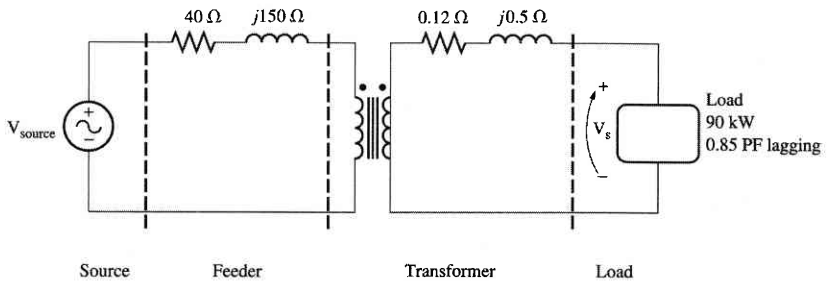
$$P_{cu} = {I_S}^2 R_{eq,S} = (8.7)^2 (0.140) = 10.6 W$$

$$P_{core} = \frac{(V_P')^2}{R_C} = \frac{(118.8)^2}{441} = 32\ W$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{cu} + P_{core}}\times 100\% = \frac{800}{800+10.6+32}100\% = 94.9\%$$

(۴-۲) شکل ۲-۵ یک سیستم قدرت تک‌فاز را نشان می‌دهد. منبع قدرت با خط انتقالی با امپدانس $40 + j150\Omega$ یک ترانسفورماتور $100kVA$، $14/2.4kV$ را تغذیه می‌کند. امپدانس سری معادل ترانسفورماتور در سمت فشار ضعیف برابر $0.12 + j\,0.5\Omega$ است. بار ترانسفورماتور $90kW$ با ضریب توان 0.8 پس‌فاز در ولتاژ $2300\,V$ است.

الف) ولتاژ منبع قدرت سیستم چقدر است؟ ب) تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور چقدر است؟ ج) راندمان کل سیستم قدرت چقدر است؟



شکل ۲-۵ سیستم قدرت تک‌فاز

حل: مدار معادل را به سمت ثانویه (فشار ضعیف) منتقل می‌کنیم. امپدانس خط منتقل شده به سمت فشار ضعیف برابر است با:

$$Z'_{line} = \left(\frac{2.4kV}{14kV}\right)^2 (40 + j\,150) = 1.18 + j\,4.41\,\Omega$$

جریان ثانویه برابر است با:

$$|I_S| = \frac{90\times10^3}{(2300)(0.85)} = 46.03\,A$$

$$I_S = 46.03\angle -31.8°\,A$$

بنابراین داریم:

$$V'_{source} = V_S + I_S Z'_{line} + I_S Z_{EQ}$$

$$V'_{source} = 2300\angle 0^\circ + (46.03\angle -31.8^\circ)(1.18 + j\,4.11) + (46.03\angle -31.8^\circ)(0.12 + j\,0.5)$$

$$V'_{source} = 2467\angle 3.5^\circ\,V$$

و ولتاژ منبع قدرت سیستم برابر است با:

$$V_{source} = (2467\angle 3.5^\circ)\frac{14kV}{2.4kV} = 14.4\angle 3.5^\circ\,kV$$

ب) ولتاژ اولیه منتقل شده به ثانویه برابر است با:

$$V'_P = V_S + I_S Z_{eq}$$

$$V'_P = 2300\angle 0^\circ + (46.03\angle -31.8^\circ)(0.12 + j\,0.5) = 2317\angle 0.41^\circ\,V$$

تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{2317 - 2300}{2300}\times 100\% = 0.74\%$$

ج) توان ورودی برابر است با:

$$P_{in} = V'_{source} I_S \cos\theta = (2467)(46.03)\cos 35.3^\circ = 92.68\,kW$$

و توان خروجی نیز $90\,kW$ است، در نتیجه راندمان کل سیستم قدرت برابر است با:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{90kW}{92.68kW} \times 100\% = 97.1\%$$

(۲-۶) امپدانس ارجاع شده به اولیه یک ترانسفورماتور توزیع $15kVA$، $8000/230\,V$ برابر $80 + j300\,\Omega$ است. اجزای شاخهٔ بی‌باری برابر $R_C = 350\,k\Omega$ و $X_M = 70\,k\Omega$ است. همین طور $R_S = 0.05\,\Omega$ و $R_P = 32\,\Omega$ است.

الف) اگر ولتاژ اولیهٔ ترانسفورماتور $7967\,V$ و امپدانس بار $Z_L = 3.2 + j1.5\,\Omega$ باشد، ولتاژ ثانویه ترانسفورماتور چقدر است؟ تنظیم ولتاژ چقدر است؟

ب) اگر بار این ترانسفورماتور قطع شود و به جای آن خازنی با امپدانس $-j3.5\,\Omega$ وصل گردد، ولتاژ ثانویه چقدر می‌شود؟ تنظیم ولتاژ در این شرایط چقدر است؟

حل: الف) امپدانس بار را به اولیه انتقال می‌دهیم. نسبت تبدیل $a = \frac{8000}{230} = 34.78$ است و داریم:

$$Z'_L = (34.78)^2 (3.2 + j\,1.5) = 3871 + j1815\,\Omega$$

جریان ثانویه منتقل شده به اولیه برابر است با:

$$I'_S = \frac{7967\angle 0^\circ}{(80 + j\,300) + (3871 + j1815)} = \frac{7967\angle 0^\circ}{4481\angle 28.2^\circ} = 1.78\angle -28.2^\circ\ A$$

و ولتاژ ثانویه منتقل شده به اولیه برابر است با:

$$V'_S = I'_S Z'_L = (1.78\angle -28.2^\circ)(3871 + j1815) = 7610\angle -3.1^\circ\ V$$

برای ولتاژ در سمت ثانویه داریم:

$$V_S = \frac{V'_S}{a} = \frac{7610\angle -3.1^\circ}{34.78} = 218.8\angle -3.1^\circ\ V$$

بنابراین تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{7967 - 7610}{7610} \times 100\% = 4.7\%$$

ب) مشابه قسمت (الف) داریم:

$$Z'_L = (34.78)^2 (-j\,3.5) = -j\,4234\,\Omega$$

$$I'_S = \frac{7967\angle 0^\circ}{(80 + j\,300) + (-j\,4234)} = \frac{7967\angle 0^\circ}{3935\angle -88.8^\circ} = 2.025\angle 88.8^\circ\ A$$

$$V'_S = I'_S Z'_L = (2.25\angle 88.8^\circ)(-j\,4234) = 8573\angle -1.2^\circ\ V$$

$$V_S = \frac{V'_S}{a} = \frac{8573\angle -1.2^\circ}{34.78} = 246.5\angle -1.2^\circ\ V$$

$$VR = \frac{7967 - 8573}{8573} \times 100\% = -7.07\%$$

(۲-۷) بـرای یـک ترانـسفورماتور قـدرت تکفـاز $5000kVA$، $230/13.8kV$ مقاومـت $0.01pu$ و راکتانس $0.05pu$ است. آزمایش مدار باز در سمت فشار ضعیف اطلاعات زیر را به ما می‌دهد:

$$V_{OC}=13.8\,kV \quad , \quad I_{OC}=15.1A \quad , \quad P_{OC}=44.9\,W$$

الف) مدار معادل این ترانسفورماتور را در سمت فشار ضعیف بدست آورید.

ب) اگر ولتاژ ثانویه $13.8\,kV$و توان تحویل داده شده $4000\,kW$ با ضریب توان 0.8 پس‌فاز باشد، تنظیم ولتاژ و بازدهٔ ترانسفورماتور را بدست آورید.

حل: الف) با توجه به آزمایش مدار باز در سمت فشار ضعیف داریم:

$$|Y_{EX}|=|G_C-jB_M|=\frac{I_{OC}}{V_{OC}}=\frac{15.1}{13.8\times10^3}=0.0010942\ mho$$

$$\theta=\cos^{-1}\frac{P_{OC}}{V_{OC}I_{OC}}=\cos^{-1}\frac{44.9}{(13.8)(15.1)}=77.56^\circ$$

$$Y_{EX}=G_C-jB_M=0.0010942\angle-77.56^\circ=0.0002358-j\,0.0010685\ mho$$

$$R_C=\frac{1}{G_C}=4240\,\Omega \quad , \quad X_M=\frac{1}{B_M}=936\,\Omega$$

امپدانس مبنا در ثانویه برابر است با:

$$Z_{base}=\frac{V_{base}^{\ 2}}{S_{base}}=\frac{(13.8kV)^2}{5000kVA}=38.09\,\Omega$$

بنابراین مقدار واقعی امپدانس‌ها عبارتست از:

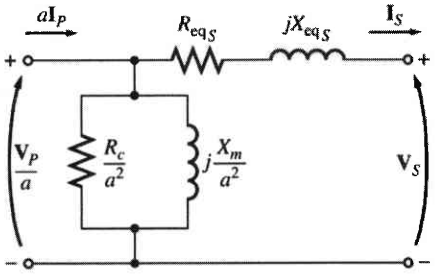
$$R_{eq}=(0.01)(38.09)=0.38\,\Omega \quad , \quad X_{eq}=(0.05)(38.09)=1.9\,\Omega$$

مدار معادل ترانسفورماتور در سمت ثانویه به صورت شکل ۲-۶ نمایش داده می‌شود.

در شکل ۲-۶ داریم:

$$R_{eq,S}=0.38\,\Omega \qquad X_{eq,S}=j\,1.9\,\Omega$$

$$R_{C,S}=4240\,\Omega \qquad X_{M,S}=936\,\Omega$$



شکل ۲-۶ مدار معادل در سمت ثانویه

ب) اگر توان تحویل داده شده به بار $4000\,kW$ با ضریب توان 0.8 پس‌فاز باشد، داریم:

$$I_S=\frac{P_{load}}{V_S\,PF}=\frac{4000kW}{(13.8kV)(0.8)}=362.3\,A$$

$$I_S=362.3\angle-36.87^\circ\,A$$

$$V_P'=V_S+I_SZ_{eq}$$

$$V_P'=13800\angle0^\circ+(362.3\angle-36.87^\circ)(0.38+j\,1.9)=14330\angle1.9^\circ\,V$$

تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{14330 - 13800}{13800} \times 100\% = 3.84\%$$

تلفات مسی و هسته برابر است با:

$$P_{cu} = I_S{}^2 R_{eq,S} = (362.3)^2 (0.38) = 49.9\ kW$$

$$P_{core} = \frac{(V_P')^2}{R_C} = \frac{(14330)^2}{4240} = 48.4\ kW$$

بازدهٔ ترانسفورماتور برابر است با:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{cu} + P_{core}} \times 100\% = \frac{4000kW}{4000kW + 49.9kW + 48.4kW} \times 100\% = 97.6\%$$

(۲-۸) یک ترانسفورماتور قدرت تک‌فاز $200\ MVA$ و $15/200\ kV$ دارای مقاومت بر حسب پریونیت 1.2% و راکتانس بر حسب پریونیت 5% است (که از پلاک مشخصات ترانسفورماتور خوانده می‌شود) امپدانس مغناطیس‌کننده $j80$ پریونیت است.

الف) مدار معادل ارجاع شده به سمت فشار ضعیف ترانسفورماتور را بیابید.

ب) تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور را در بار نامی و ضریب توان 0.8 پس‌فاز بیابید.

ج) فرض کنید ولتاژ اولیهٔ ترانسفورماتور مقدار ثابت $15\ kV$ است. ولتاژ ثانویه را به‌صورت تابعی از جریان بار از بی‌باری تا بار کامل رسم کنید. این کار را برای ضریب توان 0.8 پس‌فاز، واحد و 0.8 پیش‌فاز انجام دهید.

حل: الف) در سمت فشار ضعیف داریم:

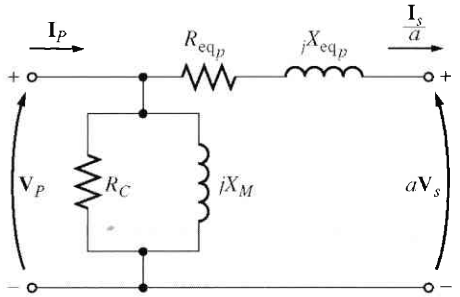
$$Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} = \frac{(15kV)^2}{200MVA} = 1.125\ \Omega$$

$$R_{eq} = (0.012)(1.125) = 0.0135\ \Omega$$

$$X_{eq} = (0.05)(1.125) = 0.0563\ \Omega$$

$$X_M = (100)(1.125) = 112.5\ \Omega$$

مدار معادل ترانسفورماتور ارجاع شده به سمت فشار ضعیف در شکل ۲-۷ نشان داده شده است.



شکل ۲-۷ مدار معادل ترانس ارجاع شده به سمت فشار ضعیف

ب) تنظیم ولتاژ در ضریب توان 0.8 پس‌فاز:

$$|I_S'| = \frac{P_{load}}{V_S PF} = \frac{200MW}{(15kV)(0.8)} = 16667\ A$$

$$I_s' = 16667\angle -36.87^\circ$$

$$V_p = V_s' + I_s' Z_{eqp}$$

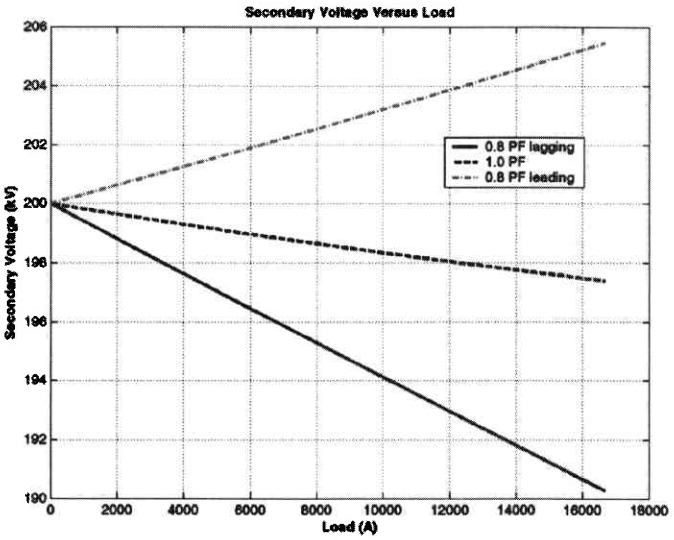
$$V_P = 15000\angle 0^\circ + (16667\angle -36.87^\circ)(0.0135 + j\,0.0563) = 15775\angle 2.24^\circ\ V$$

$$VR = \frac{15775 - 15000}{15000} \times 100\% = 5.03\%$$

ج) برنامهٔ زیر را در محیط متلب نوشته و اجرا می‌کنیم.

```
% M-file to calculate and plot the secondary voltage
% factors of 0.8 lagging, 1.0, and 0.8 leading.
% These calculations are done using an equivalent
% circuit referred to the primary side.
% Define values for this transformer
VP = 15000; % Primary voltage (V)
amps = 0:166.67:16667; % Current values (A)
Req = 0.0135; % Equivalent R (ohms)
Xeq = 0.0563; % Equivalent X (ohms)
% Calculate the current values for the three
% power factors. The first row of I contains
% the lagging currents, the second row contains
% the unity currents, and the third row contains
% the leading currents.
I(1,:) = amps .* ( 0.8 - j*0.6); % Lagging
I(2,:) = amps .* ( 1.0 ); % Unity
I(3,:) = amps .* ( 0.8 + j*0.6); % Leading
% Calculate VS referred to the primary side
% for each current and power factor.
aVS = VP - (Req.*I + j.*Xeq.*I);
% Refer the secondary voltages back to the
% secondary side using the turns ratio.
VS = aVS * (200/15);
% Plot the secondary voltage (in kV!) versus load
plot(amps,abs(VS(1,:)/1000),'b-','LineWidth',2.0);
hold on;
plot(amps,abs(VS(2,:)/1000),'k--','LineWidth',2.0);
plot(amps,abs(VS(3,:)/1000),'r-.','LineWidth',2.0);
title ('\bfSecondary Voltage Versus Load');
xlabel ('\bfLoad (A)');
ylabel ('\bfSecondary Voltage (kV)');
legend('0.8 PF lagging','1.0 PF','0.8 PF leading');
grid on;
hold off;
```

با اجرای برنامه نمودارهای شکل ۲-۸ بدست می‌آید.



شکل ۲-۸ نمودار ولتاژ ثانویه ترانسفورماتور بر حسب بار در ضریب توان‌های مختلف

(۲-۱۰) یک ترانسفورماتور $13800/480\,V$ سه‌فاز با اتصال ستاره- مثلث از سه ترانسفورماتور تک‌فاز مشابه $100kVA$ و $7967/480V$ تشکیل شده است و مستقیماً از شبکه‌ای بزرگ و با ولتاژ ثابت توان دریافت می‌کند. در آزمون اتصال کوتاه مقادیر ثبت شده در سمت فشار قوی یکی از این ترانسفورماتورها به‌صورت زیر است:

$$V_{SC} = 560\,V \qquad P_{SC} = 3300\,W \qquad I_{SC} = 12.6A$$

الف) اگر این مجموعه بار نامی خود را در ولتاژ نامی و ضریب توان 0.85 پس‌فاز تحویل دهد، ولتاژ اولیه خط ترانسفورماتورها چقدر است؟

ب) تنظیم ولتاژ در این شرایط چقدر است؟

ج) فرض کنید ولتاژ اولیهٔ ترانسفورماتور مقدار ثابت $13.8\,kV$ باشد، ولتاژ ثانویه را به‌صورت تابعی از جریان بی‌باری تا بار کامل رسم کنید. این کار را برای ضریب توان‌های 0.85 پس‌فاز، 1 و 0.85 پیش‌فاز انجام دهید.

د) تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور را به‌صورت تابعی از جریان بی‌باری تا بار کامل رسم کنید. این کار را برای ضریب توان‌های 0.85 پس‌فاز، 1 و 0.85 پیش‌فاز انجام دهید.

حل: ابتدا با توجه به اطلاعات آزمون اتصال کوتاه، امپدانس معادل سمت فشار قوی را بدست می‌آوریم. توجه داریم که اتصال سمت فشار قوی ستاره است. داریم:

$$V_{\phi,SC} = \frac{V_{SC}}{\sqrt{3}} = \frac{560}{\sqrt{3}} = 323.3\,V$$

$$I_{\phi,SC} = I_{SC} = 12.6A$$

$$P_{\phi,SC} = \frac{P_{SC}}{3} = \frac{3300}{3} = 1100\,W$$

$$|Z_{eq}| = |R_{eq} + jX_{eq}| = \frac{323.3}{12.6} = 25.66\,\Omega$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{P_{SC}}{V_{SC}.I_{SC}} = \cos^{-1}\frac{1100}{(323.3)(12.6)} = 74.3^{\circ}$$

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = 25.66\angle 74.3^{\circ} = 6.94 + j24.7\,\Omega$$

$$R_{eq} = 6.94\Omega \quad , \quad X_{eq} = 24.7\Omega$$

الف)

$$I'_{\phi s} = \frac{100kVA}{7967} = 12.55A$$

$$I'_{\phi s} = 12.55\angle -31.79^{\circ}\,A$$

$$V_{\phi_P} = V'_{\phi s} + I'_{\phi s} Z_{eqp}$$

$$V_{\phi_P} = 7967\angle 0^{\circ} + (12.25\angle -31.79^{\circ})(6.94 + j\,24.7) = 8207\angle 1.52^{\circ}\,V$$

$$V_{Lp} = \sqrt{3}V_{\phi p} = \sqrt{3}(8207) = 14.22kV$$

ب)

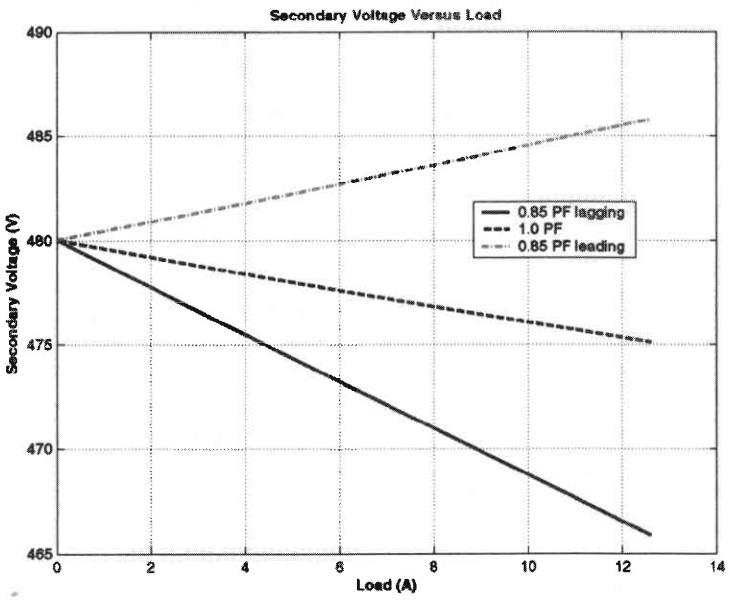
$$VR = \frac{8207 - 7967}{7967} \times 100\% = 3.01\%$$

ج) برنامهٔ MATLAB برای حل مسئله به‌صورت زیر است:

```
% M-file: prob2_10c.m
% M-file to calculate and plot the secondary voltage
% of a three-phase Y-delta transformer bank as a
% function of load for power factors of 0.85 lagging,
% 1.0, and 0.85 leading. These calculations are done
% using an equivalent circuit referred to the primary side.
% Define values for this transformer
VL = 13800; % Primary line voltage (V)
VPP = VL / sqrt(3); % Primary phase voltage (V)
amps = 0:0.0126:12.6; % Phase current values (A)
Req = 6.94; % Equivalent R (ohms)
Xeq = 24.7; % Equivalent X (ohms)
% Calculate the current values for the three
% power factors. The first row of I contains
% the lagging currents, the second row contains
% the unity currents, and the third row contains
% the leading currents.
re = 0.85;
im = sin(acos(re));
I(1,:) = amps .* ( re - j*im); % Lagging
I(2,:) = amps .* ( 1.0 ); % Unity
I(3,:) = amps .* ( re + j*im); % Leading
% Calculate secondary phase voltage referred
% to the primary side for each current and
```

```
% power factor.
aVSP = VPP - (Req.*I + j.*Xeq.*I);
% Refer the secondary phase voltages back to
% the secondary side using the turns ratio.
% Because this is a delta-connected secondary,
% this is also the line voltage.
VSP = aVSP * (480/7967);
% Plot the secondary voltage versus load
plot(amps,abs(VSP(1,:)),'b-','LineWidth',2.0);
hold on;
plot(amps,abs(VSP(2,:)),'k--','LineWidth',2.0);
plot(amps,abs(VSP(3,:)),'r-.','LineWidth',2.0);
title ('\bfSecondary Voltage Versus Load');
xlabel ('\bfLoad (A)');
ylabel ('\bfSecondary Voltage (V)');
legend('0.85 PF lagging','1.0 PF','0.85 PF leading');
grid on;
hold off;
```

با اجرای برنامه نمودارهای شکل ۲-۹ بدست می‌آید.



شکل ۲-۹ نمودار ولتاژ ثانویه ترانسفورماتور بر حسب تابعی از بار

د) مشابه قسمت قبل است.

(۲-۱۱) یک ترانسفورماتور سه‌فاز $100000kVA$ و $230/115\,kV$ با اتصال ستاره- ستاره دارای مقاومت $0.02pu$ و راکتانس $0.055pu$ است. مقادیر شاخهٔ تحریک $X_m = 20\ pu$ و $R_C = 110\ pu$ است.

الف) اگر این ترانسفورماتور بار $80\ MVA$ را در ضریب توان 0.8 پس‌فاز تحویل دهد، نمودار فیزوری یک فاز این ترانسفورماتور را رسم کنید.

ب) تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور در این شرایط چقدر است؟

ج) مدار معادل تک‌فاز ارجاع شده به سمت فشار ضعیف این ترانسفورماتور را رسم کنید. همه امپدانس‌های ارجاع شده به سمت فشار ضعیف را حساب کنید.

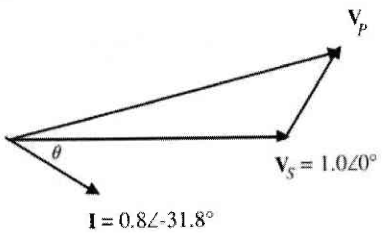
حل: الف)

$$I_{Ls} = \frac{S}{\sqrt{3}\times V_{Ls}} = \frac{80\ MVA}{\sqrt{3}\times 115\ kV} = 402\ A$$

$$I_{LS,base} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3}\times V_{Ls,base}} = \frac{100\ MVA}{\sqrt{3}\times 115\ kV} = 502\ A$$

$$I_{LS,pu} = \frac{I_{Ls}}{I_{Ls,base}} = \frac{402}{502}\angle \cos^{-1}(0.85^\circ) = 0.8\angle -31.8^\circ\ pu$$

نمودار فیزوری یک فاز این ترانسفورماتور به‌صورت شکل ۲-۱۰ رسم می‌شود.



شکل ۲-۱۰ نمودار فازوری یک فاز ترانسفورماتور

ب)

$$V_P = V_s + IZ_{eq} = 1.0\angle 0^\circ + (0.8\angle -31.8^\circ)(0.02 + j\,0.055) = 1.037\angle 1.6^\circ\ pu$$

$$VR = \frac{1.037 - 1.0}{1.0}\times 100\% = 3.7\%$$

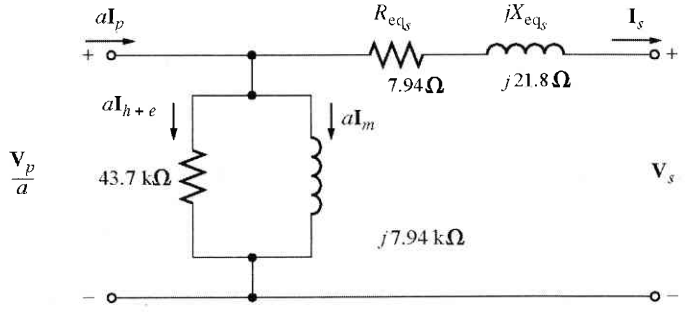
ج) امپدانس مبنا در سمت فشار ضعیف برابر است با:

$$Z_{base} = \frac{3\,V_{\phi,base}^2}{S_{base}} = \frac{3(115kV)^2}{100MW} = 397\ \Omega$$

بنابراین داریم:

$$R_{eqs} = (0.02)(397) = 7.94\ \Omega$$
$$X_{eqs} = (0.055)(397) = 21.8\ \Omega$$
$$R_c = (110)(397) = 43.7\ k\Omega$$
$$X_m = (20)(397) = 7.94\ k\Omega$$

مدار معادل تک‌فاز این ترانسفورماتور ارجاع شده به سمت فشار ضعیف در شکل ۲-۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۲-۱۱ مدار معادل تک‌فاز ارجاع شده به سمت فشار ضعیف

(۱۲-۲) یک اتوترانسفورماتور برای اتصال یک خط توزیع $13.2\,kV$ به یک خط توزیع $13.8\,kV$ به کار می‌رود. این ترانسفورماتور باید بتواند توان $2000\,kVA$ را تأمین کند. اتصال سه‌فاز ترانسفورماتور ستاره- ستاره است و نقطهٔ صفر آن زمین شده است.

الف) نسبت دور $\frac{N_c}{N_{se}}$ باید چقدر باشد؟

ب) توان ظاهری سیم‌پیچ‌های هر کدام از ترانسفورماتورها باید چقدر باشد؟

ج) اگر یکی از اتوترانسفورماتورها را مثل یک ترانسفورماتور معمولی می‌بستیم، مقادیر نامی آن باید چقدر می‌شد؟

حل: الف)

$$\frac{V_H}{V_L}=\frac{N_c+N_{se}}{N_c}=\frac{13.8kV\ /\sqrt{3}}{13.2kV\ /\sqrt{3}}$$

$$13.2N_c+13.2N_{se}=13.8N_c$$

$$\frac{N_c}{N_{se}}=22$$

ب)

$$\frac{S_{IO}}{S_W}=\frac{N_c+N_{se}}{N_c}=\frac{N_c+22N_c}{N_c}=23$$

یک سوم توان کل مربوط به هر فاز است، بنابراین توان سیم‌پیچ هر فاز این اتوترانسفورماتور برابر است با:

$$S_W=\frac{(2000\,kVA)}{3\times 22}=30.3\,kVA$$

ج) ولتاژ هر فاز اتوترانسفورماتور برابر است با:

$$\frac{13.8kV}{\sqrt{3}} = 7967\,V$$

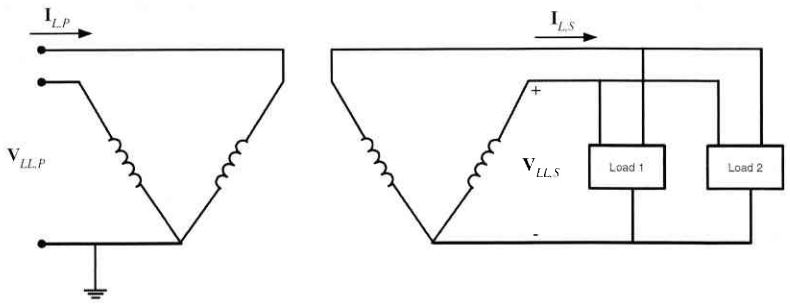
و ولتاژ سیم‌پیچ مشترک برابر است با:

$$\frac{13.2kV}{\sqrt{3}} = 7621\,V$$

ولتاژ سیم‌پیچ سری (N_{se}) برابر است با: $7967 - 7621 = 346\,V$. بنابراین اتوترانسفورماتور تکفاز مانند یک ترانسفورماتور معمولی با مقادیر نامی $7621/346\,V$ و $S = 30.3\,kVA$ است.

(۱۳-۲) در یک جادهٔ دوردست روستایی برای برق‌رسانی از دو فاز یک خط توزیع سه‌فاز $13.8\,kV$ استفاده شده است (سیم خنثی در دسترس است). یک واحد کشاورزی در این جاده دارای $120\,kW$ بار سه‌فاز با ضریب توان 0.8 پس‌فاز و $50\,kW$ توان تک‌فاز با ضریب 0.9 پس‌فاز است. بارهای تک‌فاز به طور یکسان بین سه‌فاز توزیع شده‌اند. با فرض اینکه برای تأمین بار این مزرعه از ترانسفورماتوری با اتصال ستاره باز - مثلث باز استفاده شود، ولتاژها و جریان‌های هر یک از دو ترانسفورماتور را بیابید. توان‌های حقیقی و غیرحقیقی را که توسط هر ترانسفورماتور فراهم می‌شود، بیابید. فرض کنید ترانسفورماتورها ایده‌آل هستند (ولتاژ سیستم قدرت این واحد کشاورزی $480V$ است).

حل: سیستم برق‌رسانی روستا به‌صورت شکل ۲-۱۲ است.



۲-۱۲ سیستم برق‌رسانی روستا

با توجه به اطلاعات داده شده، توان غیرحقیقی هر فاز بدست می‌آید، داریم:

$$P_1 = 120\,kW$$

$$Q_1 = P_1 \tan\theta = (120)\tan(\cos^{-1}(0.8)) = 90\,kVAR$$

$$P_2 = 50\,kW$$

$$Q_2 = P_2 \tan\theta = (90)\tan(\cos^{-1}(0.9)) = 24.2\,kVAR$$

بنابراین توان کل و ضریب توان کل برابر است با:

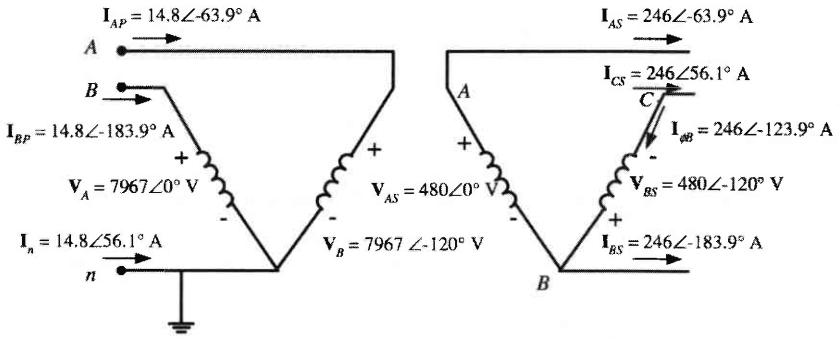
$$P_{tot} = 170\,kW \quad , \quad Q_{tot} = 114.2\,kVAR$$

$$PF = \cos\tan^{-1}\left(\frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = \cos\tan^{-1}\left(\frac{114.2}{170}\right) = 0.830 \quad \text{پس‌فاز}$$

جریان خطی در طرف ثانویه ترانسفورماتور برابر است با:

$$I_{LS} = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3}\times V_{LS}.PF} = \frac{170kW}{\sqrt{3}\times(480)\times(0.830)} = 246.4A$$

اتصال ستاره باز - مثلث باز ترانسفورماتور در شکل ۲-۱۳ نشان داده شده است. مقدار ولتاژها و جریان‌ها روی آن نشان داده شده است.



۲-۱۳ اتصال ستاره باز- مثلث باز

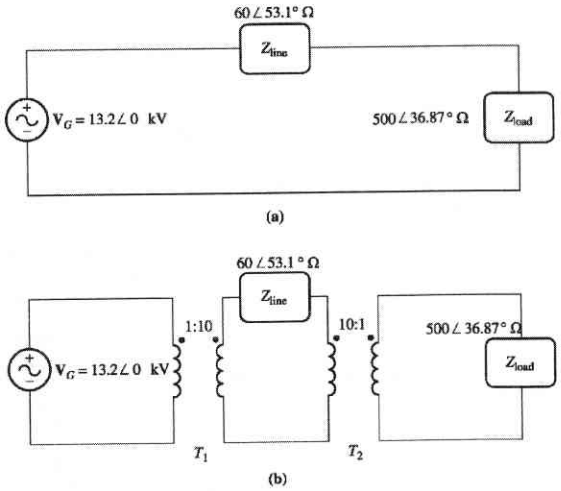
توان حقیقی و غیرحقیقی تغذیه شده توسط هر ترانسفورماتور برابر است با:

$$P_A = V_{AS}I_A\cos\theta = (480)(246)\cos(0^\circ - 63.9^\circ) = 56\ kW$$
$$Q_A = V_{AS}I_A\sin\theta = (480)(246)\sin(0^\circ - 63.9^\circ) = 106.2\ kVAR$$
$$P_B = V_{BS}I_{\phi B}\cos\theta = (480)(246)\cos(-120^\circ - 123.9^\circ) = 118\ kW$$
$$Q_B = V_{BS}I_{\phi B}\sin\theta = (480)(246)\sin(-120^\circ - 123.9^\circ) = 8.04\ kVAR$$

(۲-۱۴) یک ژنراتور تک‌فاز $13.2\,kV$ باری را توسط یک خط انتقال تغذیه می‌کند. امپدانس بار $500\angle 36.8^\circ\Omega$ و امپدانس خط انتقال $60\angle 53.1^\circ\Omega$ است.

الف) اگر ژنراتور مستقیماً به بار وصل شود (شکل ۲-a۱۴)، نسبت ولتاژ بار به ولتاژ ژنراتور چقدر است؟ تلفات انتقال سیستم چقدر است؟

ب) اگر یک ترانسفورماتور افزاینده 1:10در خروجی ژنراتور و یک ترانسفورماتور کاهنده 10:1 در انتهای متصل به بار خط انتقال قرار دهیم، نسبت جدید ولتاژ بار به ولتاژ ژنراتور چقدر است؟ تلفات انتقال سیستم اینک چقدر است؟ (ترانسفورماتور را ایده‌آل فرض کنید).



شکل ۲-۱۴ مدار مربوط به مسئله ۲-۱۴، a) بدون ترانسفورماتور b) با ترانسفورماتور

الف) در حالت اول وقتی بار به‌طور مستقیم به خط وصل است، داریم:

$$I_{line} = I_{load} = \frac{13.2\angle 0^\circ kV}{60\angle 53.1^\circ + 500\angle 36.87^\circ} = 23.66\angle -38.6^\circ A$$

$$V_{load} = I_{load} Z_{load} = (23.66\angle -38.87^\circ)(500\angle 36.87^\circ) = 11.83\angle 1.73^\circ kV$$

$$R_{line} = |Z_{line}| \cos\theta = 60\cos 53.1^\circ = 36\,\Omega$$

$$P_{loss} = I_{line}^2 R_{line} = (23.66)^2 (36) = 20.1\,kW$$

ب) در حالت دوم که ترانسفورماتور داریم، محاسبات را در طرف بار انجام می‌دهیم. یعنی امپدانس خط و منبع را به سمت بار منتقل می‌کنیم. مقدار ولتاژ به دلیل وجود دو ترانسفورماتور یکی افزاینده و دیگری کاهنده با نسبت تبدیل برابر، ثابت می‌ماند و امپدانس خط منتقل شده به سمت بار نیز برابر است با:

$$Z'_{line} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 Z_{line} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (60\angle 53.1^\circ) = 0.60\angle 53.1^\circ\,\Omega$$

بنابراین جریان و ولتاژ بار برابر است با:

$$I'_{line} = I_{load} = \frac{13.2\angle 0^\circ}{(0.60\angle 53.1^\circ)(500\angle 36.87^\circ)} = 26.37\angle -36.89_\circ A$$

$$V_{load} = I_{load} Z_{load} = (26.37\angle -36.89^\circ)(500\angle 36.87^\circ) = 13.185\angle 0.02^\circ kV$$

جریان خط در این صورت برابر است با:

$$I_{line} = \frac{1}{10} I_{load} = \frac{1}{10}(26.37) = 2.637A$$

بنابراین تلفات خواهد شد:

$$P_{loss} = I_{line}^2 R_{line} = (2.637)^2 (36) = 250W$$

مشاهده می‌شود که وقتی برای انتقال توان از ترانسفورماتور استفاده می‌شود، تلفات خط بیش از ۸۰ برابر کاهش پیدا می‌کند. این مثال به‌خوبی دلیل استفاده از ترانسفورماتور در خطوط انتقال توان را نشان می‌دهد.

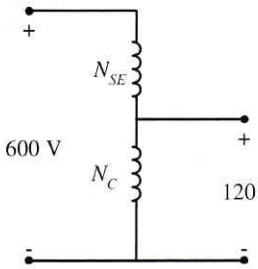
(۲-۱۵) یک ترانسفورماتور معمولی 5000ولت‌آمپر، $480/120V$ قرار است برای تأمین توان یک بار 120ولت از یک منبع 600ولت بکار گرفته شود. ترانسفورماتور را ایده‌آل در نظر بگیرید و فرض کنید عایق آن تحمل 600 ولت را دارد.

الف) برای اینکه این ترانسفورماتور بتواند این بار را تأمین کند باید چه آرایشی داشته باشد؟ آن را رسم کنید.

ب) کیلوولت‌آمپر نامی ترانسفورماتور در این آرایش چقدر است؟

ج) جریان ماکزیمم اولیه و ثانویه ترانسفورماتور را در این شرایط بیابید.

حل: الف) برای اینکه این ترانسفورماتور بتواند این بار را تأمین کند باید آرایش آن به صورت شکل ۲-۱۵ باشد.



شکل ۲-۱۵ آرایش ترانسفورماتور مربوط به مسئله ۲-۱۵

با توجه به شکل داریم $N_{SE} = 4N_C$

ب) kVA اتوترانسفورماتور برابر است با:

$$S_{IO} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} S_W = \frac{4N_C + N_C}{N_C}(5000) = 6250\,VA$$

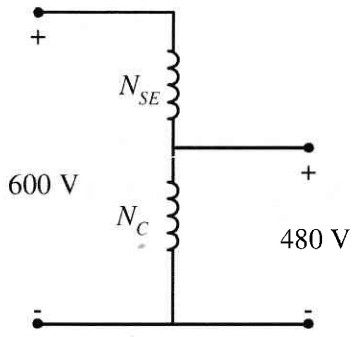
ج) حداکثر جریان اولیه در این اتوترانسفورماتور برابر است با:

$$I_P = \frac{S}{V_P} = \frac{6250}{600} = 10.4A$$

و حداکثر جریان ثانویه برابر است با:

$$I_S = \frac{S}{V_S} = \frac{6250}{120} = 52.1A$$

(۲-۱۶) یک ترانسفورماتور معمولی $5000\,VA$، $480/120V$ قرار است برای تأمین توان یک بار 480 ولت از یک منبع 600 ولتی بکار رود. ترانسفورماتور را ایده‌آل در نظر بگیرید و فرض کنید عایق آن تحمل 600 ولت را دارد. به سؤالات مسأله ۲-۱۵ برای این حالت پاسخ دهید.



شکل ۲-۱۶ آرایش ترانسفورماتور مربوط به مسئله ۲-۱۶

حل: الف) برای اینکه این ترانسفورماتور بتواند این بار را تأمین کند باید آرایش آن به صورت شکل ۲-۱۶ باشد.

با توجه به شکل داریم: $N_C = 4N_{SE}$

ب)

$$S_{IO} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} S_W = \frac{N_{SE} + 4N_{SE}}{N_{SE}}(5000) = 25000\,VA$$

ج)

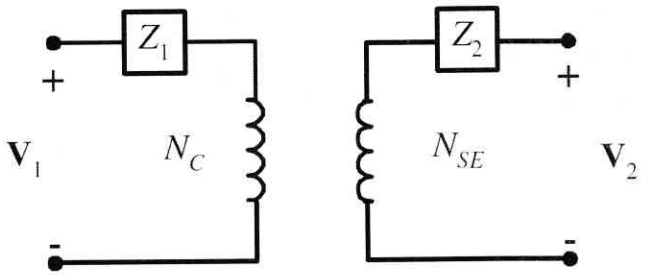
$$I_P = \frac{S}{V_P} = \frac{25000}{600} = 41.67A$$

$$I_S = \frac{S}{V_S} = \frac{25000}{480} = 52.1A$$

از مقایسهٔ جواب مساله‌های ۲-۱۵ و ۲-۱۶ نتیجه می‌گیریم که وقتی تفاوت کمتری بین ولتاژ اولیه و ثانویه وجود داشته باشد، ظرفیت توان ظاهری اتوترانسفورماتور بیشتر می‌شود. به عبارتی دیگر، وقتی دو سطح ولتاژ اولیه و ثانویه به هم نزدیک باشند (یا نسبت تبدیل ترانسفورماتور به یک نزدیک باشد)، استفاده از آن به‌صورت اتوترانسفورماتور ظرفیت توان ظاهری را چند برابر می‌کند و مطلوب‌تر است.

(۲-۱۷) این عبارت را ثابت کنید؛ اگر ترانسفورماتوری با امپدانس سری به صورت ترانسفورماتور متصل شود، امپدانس پریونیت در حالت اتوترانسفورماتوری برابر است با: $Z'_{eq} = \frac{N_{SE}}{N_{SE}+N_C} \times Z_{eq}$. توجه کنید که این نسبت عکس مزیت توان اتوترانسفورماتور است.

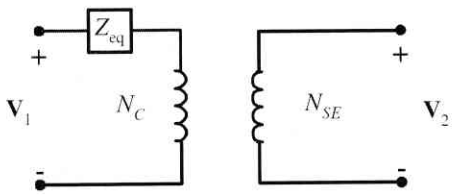
حل: مدار شکل ۲-۱۷ را در نظر بگیرید.



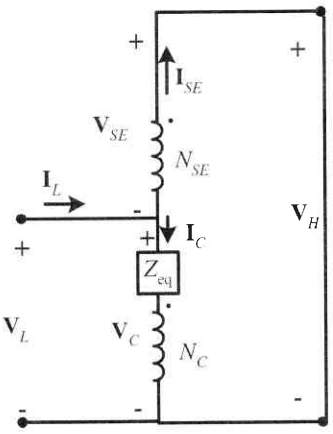
شکل ۲-۱۷ مدار مربوط به مسئله ۲-۱۷

با توجه به رابطه $Z_{eq} = Z_1 + \left(\frac{N_C}{N_{SE}}\right)^2 Z_2$ می‌توان مدار معادل شکل ۲-۱۸ را رسم کرد.

وقتی این ترانسفورماتور به‌صورت اتوترانسفورماتور متصل شود مدار معادل آن به‌صورت شکل ۲-۱۹ می‌شود.



شکل ۲-۱۸ مدار معادل



شکل ۲-۱۹ مدار اتوترانسفورماتور مربوط به مسئله ۲-۱۷

با توجه به این شکل، اگر ولتاژ V_H اتصال کوتاه شود، داریم:

$$V_L = I_C Z_{eq}$$

$$I_L = I_C + I_{SE} = I_C + \frac{N_C}{N_{SE}} I_C = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} I_C$$

$$I_C = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} I_L$$

$$V_L = I_C Z_{eq} = \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} I_L Z_{eq} \Rightarrow \frac{V_L}{I_L} = \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} Z_{eq}$$

امپدانس ورودی اتوترانسفورماتور به‌صورت مقابل تعریف می‌شود: $Z'_{eq} = V_L / I_L$

بنابراین داریم:

$$Z'_{eq} = \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} \times Z_{eq}$$

(۲-۱۸) سه ترانسفورماتور توزیع $25\,kVA$ و $24000/277\,V$ به‌صورت مثلث- ستاره متصل شده‌اند. آزمون مدار باز در طرف فشار ضعیف این مجموعه انجام و نتایج زیر ثبت شده است:

$$P_{3\phi,OC} = 945\,W \qquad I_{line,OC} = 4.10A \qquad V_{line,OC} = 480\,V$$

آزمون اتصال کوتاه در طرف فشار قوی مجموعه انجام و نتایج زیر ثبت شده است:

$$P_{3\phi,SC} = 1150\,W \qquad I_{line,SC} = 2A \qquad V_{line,SC} = 1600\,V$$

الف) مدار معادل پریونیت این مجموعه ترانسفورماتور را بیابید؟

ب) تنظیم ولتاژ مجموعه ترانسفورماتورها در بار نامی و ضریب توان 0.9 پس‌فاز چقدر است؟

ج) بازده مجموعه ترانسفورماتورها در این شرایط چقدر است؟

حل: الف) آزمون مدار باز در طرف فشار ضعیف یعنی ستاره انجام شده است. مقادیر اندازه‌گیری شده برای یک فاز برابر است با:

$$V_{\phi,OC} = 277\,V \quad , \quad I_{\phi,OC} = 4.10\,A \quad , \quad P_{\phi,OC} = 315\,W$$

ادمیتانس شاخهٔ تحریک برابر است با:

$$|\,Y_{EX}\,| = \frac{I_{\phi,OC}}{V_{\phi,OC}} = \frac{4.10}{277} = 0.01480\ mho$$

$$\theta = -\cos^{-1}\frac{P_{\phi,OC}}{V_{\phi,OC} I_{\phi,OC}} = -\cos^{-1}\frac{315}{(277)(4.10)} = -73.9^{\circ}$$

$$Y_{EX} = G_C - jB_M = 0.01480\angle -73.9^{\circ} = 0.00410 - j0.01422\ mho$$

حال برای امپدانس شاخهٔ تحریک داریم:

$$R_C = \frac{1}{G_C} = 244\,\Omega \quad , \quad X_M = \frac{1}{B_M} = 70.3\,\Omega$$

امپدانس مبنا در طرف فشار ضعیف برابر است با:

$$Z_{base,S} = \frac{\left(V_{\phi,S}\right)^2}{S_\phi} = \frac{(277)^2}{25000} = 3.069\,\Omega$$

$$R_{C,pu} = \frac{244}{3.069} = 79.5pu \quad , \quad X_{M,pu} = \frac{70.3}{3.069} = 22.9pu$$

آزمون مدار باز در طرف فشار قوی انجام شده که دارای اتصال مثلث است. بنابراین مقادیر فازی برابر است با:

$$V_{\phi,SC} = V_{SC} = 1600\,V \quad , \quad I_{\phi,SC} = I_{SC}/\sqrt{3} = 1.1547\,A \quad , \quad P_{\phi,SC} = P_{SC}/3 = 383\,W$$

امپدانس معادل در طرف فشار قوی برابر است با:

$$|\,Z_{eq}\,| = \frac{V_{\phi,SC}}{I_{\phi,SC}} = \frac{1600}{1.155} = 1385\,\Omega$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{P_{\phi,SC}}{V_{\phi,SC} I_{\phi,SC}} = \cos^{-1}\frac{383}{(1600)(1.155)} = 78.0^{\circ}$$

$$Z_{eq} = \mathrm{R}_{eq} + jX_{eq} = 1385\angle 78.0^{\circ} = 288 + j1355\,\Omega$$

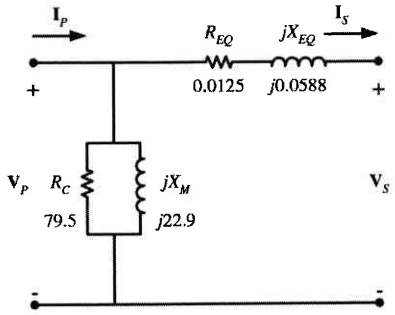
امپدانس مبنا در طرف فشار قوی برابر است با:

$$Z_{base,P} = \frac{\left(V_{\phi P}\right)^2}{S_\phi} = \frac{(24000)^2}{25000} = 23040\,\Omega$$

و مقادیر پریونیت شده برابر است با:

$$\mathrm{R}_{eq,pu} = \frac{288}{23040} = 0.0125\ pu \quad , \quad X_{eq,pu} = \frac{1355}{23040} = 0.0588\ pu$$

بنابراین مدار معادل تکفاز ترانسفورماتور بر حسب پریونیت به‌صورت شکل ۲-۲۰ است.



۲-۲۰ مدار معادل تکفاز ترانسفورماتور بر حسب پریونیت

ب) تنظیم ولتاژ مجموعه ترانسفورماتورها در بار نامی و ضریب توان 0.9 پس‌فاز:

$$V_P = V_S + I_S Z_{eq} = 1\angle 0^\circ + (1\angle -25.8^\circ)(0.0125 + j\,0.0588) = 1.038\angle 2.62^\circ$$

$$VR = \frac{1.038 - 1.0}{1.0} \times 100\% = 3.8\%$$

ج) برای محاسبهٔ بازده مجموعه داریم:

$$P_{out} = V_s I_s \cos\theta = (1.0)(1.0)(0.9) = 0.9 pu$$

$$P_{cu} = I_S^2 \mathrm{R}_{eq} = (1.0)^2 (0.0125) = 0.0125 pu$$

$$P_{core} = \frac{V_P^2}{R_C} = \frac{(1.038)^2}{79.5} = 0.0136 pu$$

$$P_{in} = P_{out} + P_{cu} + P_{core} = 0.9 + 0.0125 + 0.0136 = 0.926 pu$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{0.9}{0.926} \times 100\% = 97.2\%$$

(۲-۱۹) آزمایش‌های صورت گرفته روی یک ترانسفورماتور توزیع $20\,kVA$، $20000/480\,V$، $60Hz$ دارای نتایج زیر است:

آزمون مدار باز: (در طرف دوم اندازه‌گیری شده‌اند)

$$V_{OC} = 480\,V \qquad I_{OC} = 1.6\,A \qquad P_{OC} = 305\,W$$

آزمون اتصال کوتاه: (در طرف اول اندازه‌گیری شده‌اند)

$$P_{SC} = 260\,W \qquad I_{SC} = 1\,A \qquad V_{SC} = 1130\,V$$

الف) مدار معادل پریونیت این ترانسفورماتور را در فرکانس 60 هرتز بیابید؟

ب) کمیات نامی این ترانسفورماتور هنگام کار در یک سیستم قدرت 50 هرتز چقدر است؟

ج) مدار معادل ارجاع شده ترانسفورماتور به سمت اولیه را هنگام کار در فرکانس 50 هرتز رسم کنید؟

حل: الف)

امپدانس مبنا در طرف اولیه: $$Z_{base} = \frac{(V_P)^2}{S} = \frac{(20000)^2}{20000} = 20\,k\Omega$$

امپدانس مبنا در طرف ثانویه:

$$Z_{base} = \frac{(V_S)^2}{S} = \frac{(480)^2}{20000} = 11.52\ \Omega$$

با استفاده از آزمایش مدار باز برای شاخهٔ تحریک داریم:

$$Y_{EX} = \frac{I_{\phi,OC}}{V_{\phi,OC}} = \frac{1.6}{480} = 0.00333 mho$$

$$\theta = -\cos^{-1}\frac{P_{\phi,OC}}{V_{\phi,OC} I_{\phi,OC}} = -\cos^{-1}\frac{305}{(480)(1.6)} = -66.6^\circ$$

$$Y_{EX} = G_C - jB_M = 0.00333\angle -66.6^\circ = 0.00132 - j0.0030 S$$

$$R_C = \frac{1}{G_C} = 757\Omega \quad , \quad X_M = \frac{1}{B_M} = 327\Omega$$

$$R_{C,pu} = \frac{757}{11.52} = 65.7 pu \quad , \quad X_{M,pu} = \frac{327}{11.52} = 28.4 pu$$

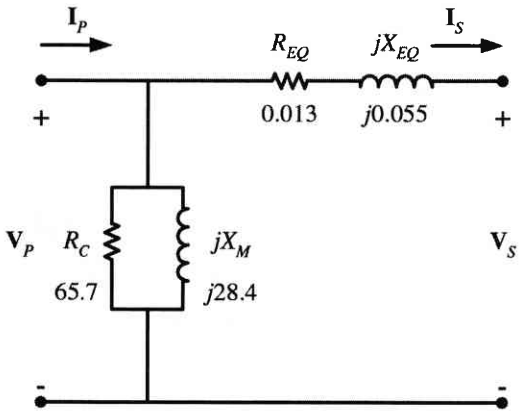
از آزمایش اتصال کوتاه داریم:

$$|Z_{eq}| = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} = \frac{1130}{1.00} = 1130\ \Omega$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{P_{SC}}{V_{SC} I_{SC}} = \cos^{-1}\frac{260}{(1130)(1.00)} = 76.7^\circ$$

$$Z = R + jX_{eq} = 1130\angle 76.7^\circ = 260 + j1100\Omega$$

$$13\ pu \quad , \quad X_{eq} = \frac{1100}{20000} = 0.055\ pu$$



۲-۲۱ مدار معادل ترانس بر حسب پریونیت

بنابراین مدار معادل تکفاز ترانسفورماتور بر حسب پریونیت به‌صورت شکل ۲-۲۱ است.

ب) اگر این ترانسفورماتور در فرکانس $50Hz$ کار کند، ولتاژ و توان ظاهری آن هر دو با ضریب $\frac{50}{60}$ کاهش می‌یابد. بنابراین ظرفیت جدید $16.67kVA$ و $\frac{16667}{400}V$ خواهد شد.

ج) پارامترهای ترانسفورماتور در فرکانس $60Hz$ در اولیه برابر است با:

$$R_C = Z_{base} R_{C,pu} = (20\ k\Omega)(65.7) = 1.31\ M\Omega$$

$$X_M = Z_{base} X_{M,pu} = (20\ k\Omega)(28.4) = 568\ k\Omega$$

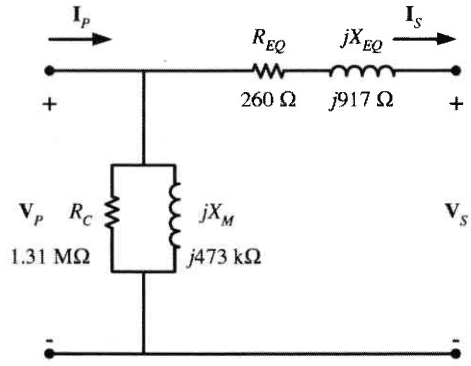
$$R_{eq} = Z_{base} R_{eq,pu} = (20\ k\Omega)(0.013) = 260\ \Omega$$

$$X_{eq} = Z_{base} X_{eq.pu} = (20\ k\Omega)(0.055) = 1100\ \Omega$$

در فرکانس $50Hz$ مقاومت‌ها تغییری نمی‌کنند ولی راکتانس‌ها با کاهش فرکانس کاهش می‌یابند. راکتانس‌ها در فرکانس $50Hz$ عبارتند از:

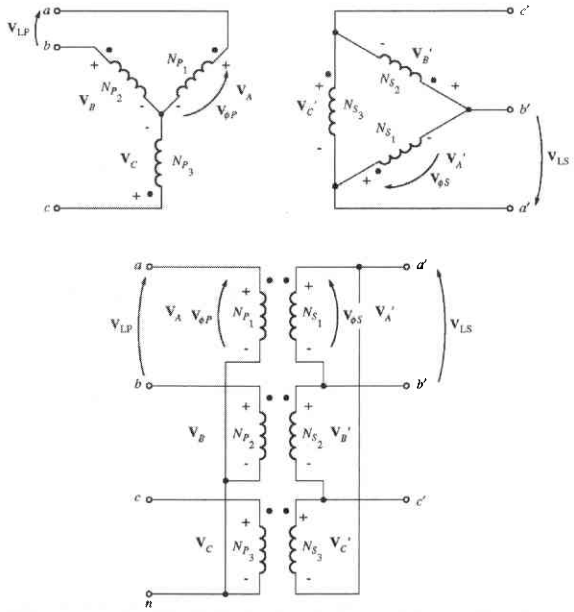
$$X_M = \frac{50}{60}(568\ k\Omega) = 473\ k\Omega \quad , \quad X_{eq} = \frac{50}{60}(1100\ \Omega) = 917\ \Omega$$

بنابراین مدار معادل ترانسفورماتور در فرکانس $50Hz$ در سمت اولیه به‌صورت شکل ۲-۲۲ است.



۲-۲۲ مدار معادل ترانسفورماتور در فرکانس $50Hz$ در سمت اولیه

(۲-۲۰) ثابت کنید که ولتاژهای سه‌فاز ثانویه ترانسفورماتور ستاره- مثلث (شکل۲-۲۳) نسبت به ولتاژهای سه‌فاز اولیه آن 30 درجه تأخیر دارد.



شکل ۲-۲۳ ترانسفورماتور ستاره- مثلث مربوط به مسئله ۲-۲۰

فرض کنید ولتاژ فازی طرف اولیه به‌صورت زیر باشد:

$V_A = V_{\phi P}\angle 0^\circ \quad , \quad V_B = V_{\phi P}\angle -120^\circ \quad , \quad V_C = V_{\phi P}\angle 120^\circ$

و فرض کنید ولتاژ فازی طرف ثانویه به‌صورت زیر باشد:

$V_A' = V_{\phi S}\angle 0^\circ \quad , \quad V_B' = V_{\phi S}\angle -120^\circ \quad , \quad V_C' = V_{\phi S}\angle 120^\circ$

که $V_{\phi S} = V_{\phi P}/a$.

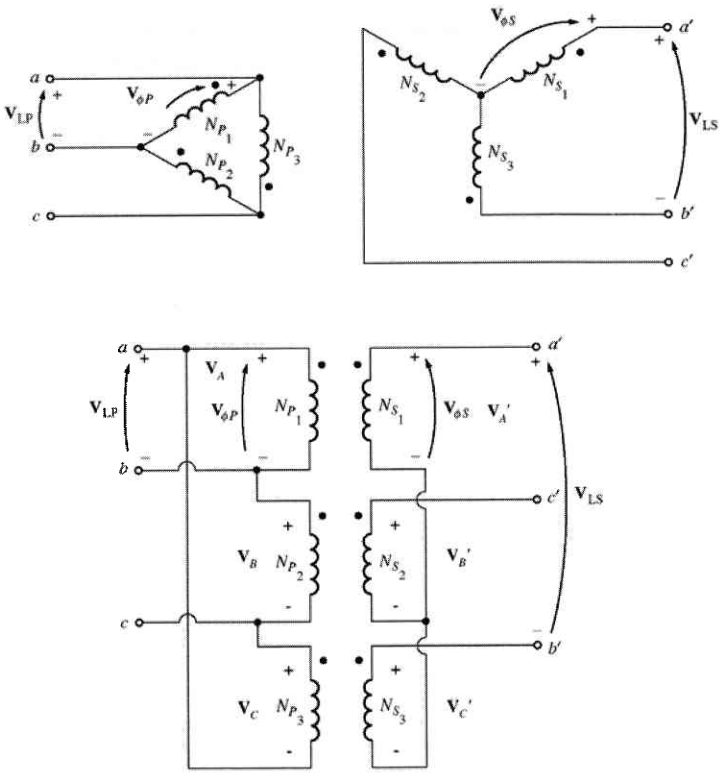
سمت اولیه با اتصال ستاره و سمت ثانویه با اتصال مثلث است. بنابراین داریم:

$V_{ab} = V_A - V_B = V_{\phi P}\angle 0^\circ - V_{\phi P}\angle -120^\circ = \sqrt{3}V_{\phi P}\angle 30^\circ$

$V_{a'b'} = V_A' = V_{\phi S}\angle 0^\circ$

بنابراین اختلاف فاز بین ولتاژ خط اولیه و ثانویه 30° است. ولتاژ خط ثانویه 30° از ولتاژ خط اولیه عقب‌تر است.

(۲-۲۱) ثابت کنید که ولتاژهای سه‌فاز ثانویه ترانسفورماتور مثلث- ستاره (شکل۲-۲۴) نسبت به ولتاژهای خطی اولیه آن ۳۰ درجه تأخیر دارد.



شکل ۲-۲۴ ترانسفورماتور مثلث – ستاره مربوط به مسئله ۲-۲۱

فرض کنید ولتاژ فازی طرف اولیه به‌صورت زیر باشد:

$V_A = V_{\phi P}\angle 0^\circ \quad , \quad V_B = V_{\phi P}\angle -120^\circ \quad , \quad V_C = V_{\phi P}\angle 120^\circ$

و فرض کنید ولتاژ فازی طرف ثانویه به‌صورت زیر باشد:

$$V_A' = V_{\phi P}\angle 0^\circ \quad , \quad V_B' = V_{\phi P}\angle -120^\circ \quad , \quad V_C' = V_{\phi P}\angle 120^\circ$$

که $V_{\phi s} = V_{\phi P}/a$.

با توجه به این که اولیه دارای اتصال مثلث و ثانویه دارای اتصال ستاره است، داریم:

$$V_{ab} = V_A = V_{\phi P}\angle 0^\circ$$

$$V_{a'b'} = V_A - V_C = V_{\phi P}\angle 0^\circ - V_{\phi P}\angle 120^\circ = \sqrt{3}V_{\phi P}\angle -30^\circ$$

بنابراین ولتاژ خط ثانویه نسبت به ولتاژ خط اولیه 30 درجه تأخیر فاز دارد.

(۲-۲۲) یک ترانسفورماتور تکفاز $10\,kVA$ و $480/120V$ قرار است به‌صورت اتوترانسفورماتور به کار رود و یک خط توزیع را به یک بار وصل کند. این ترانسفورماتور را به‌صورت یک ترانسفورماتور معمولی آزمایش می‌کنیم و مقادیر زیر در سمت اولیه ($480V$) بدست می‌آید.

آزمایش مدار باز:

$$P_{OC} = 38\,W \qquad I_{OC} = 0.41\,A \qquad V_{OC} = 480\,V$$

آزمایش اتصال کوتاه:

$$P_{SC} = 26\,W \qquad I_{SC} = 10.6\,A \qquad V_{SC} = 10\,V$$

الف) مدار معادل پریونیت را در اتصال معمولی بیابید. بازده ترانسفورماتور در شرایط نامی و ضریب توان واحد چقدر است؟ تنظیم ولتاژ در این شرایط چقدر است؟

ب) اتصالات ترانسفورماتور را در حالتی که به‌صورت یک ترانسفورماتور کاهنده $600/480V$ بکار می‌رود رسم کنید.

ج) kVA نامی ترانسفورماتور در حالتی که به‌صورت اتوترانسفورماتور وصل شده، چقدر است؟

د) به سؤالات بند (الف) برای اتصال اتوترانسفورماتوری پاسخ دهید؟

حل: امپدانس مبنا در سمت اولیه برابر است با:

$$Z_{base,P} = \frac{(V_P)^2}{S} = \frac{(480)^2}{10000} = 23.04\,\Omega$$

از آزمایش مدار باز داریم:

$$|Y_{EX}| = \frac{I_{\varphi,OC}}{V_{\varphi,OC}} = \frac{0.41}{480} = 0.000854\ \ mho$$

$$\theta = -\cos^{-1}\frac{P_{OC}}{V_{OC}I_{OC}} = -\cos^{-1}\frac{38}{(480)(0.41)} = -78.87^\circ$$

$$Y_{EX} = G_C - jB_M = 0.000854\angle -78.87^\circ = 0.000165 - j0.000838\ mho$$

$$R_C = \frac{1}{G_C} = 6063\,\Omega \quad , \quad X_M = \frac{1}{B_M} = 1193\,\Omega$$

عناصر شاخهٔ بی‌باری بر حسب پریونیت برابر است با:

$$R_{C,pu} = \frac{6063}{23.04} = 263\ pu \quad , \quad X_{M,pu} = \frac{1193}{23.04} = 51.8\ pu$$

از آزمایش اتصال کوتاه داریم:

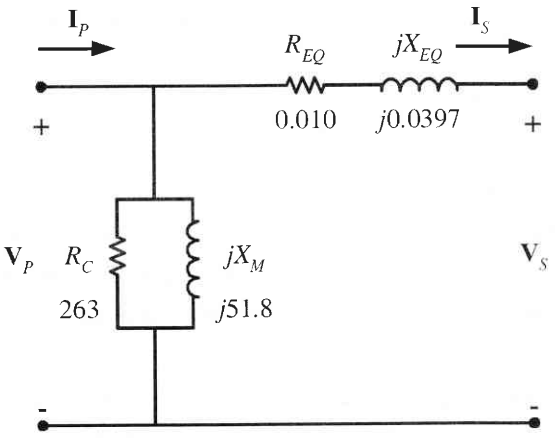
$$|Z_{eq}| = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} = \frac{10.0}{10.6} = 0.943\ \Omega$$

$$\theta = -\cos^{-1}\frac{P_{SC}}{V_{SC}I_{SC}} = -\cos^{-1}\frac{26}{(10.0)(10.6)} = 75.8°$$

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = 0.943\angle 75.8° = 0.231 + j\ 0.915\ \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{0.231}{23.04} = 0.010\ pu \quad , \quad X_{eq} = \frac{0.915}{23.04} = 0.0397\ pu$$

با مقادیر بدست آمده مدار معادل به‌صورت شکل ۲-۲۵ رسم می‌شود.



شکل ۲-۲۵ مدار معادل ترانسفورماتور بر حسب پریونیت

در شرایط نامی و ضریب توان واحد داریم:

$$P_{in} = 1.0\ pu$$

$$P_{core} = \frac{V^2}{R_C} = \frac{(1.0)^2}{263} = 0.00380\ pu$$

$$P_{cu} = I^2 R_{eq} = (1.0)^2(0.010) = 0.010\ pu$$

$$P_{out} = P_{in} - P_{cu} - P_{core} = 1.0 - 0.010 - 0.0038 = 0.986 pu$$

در نتیجه راندمان برابر است با:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{0.986}{1.0} \times 100\% = 98.6\%$$

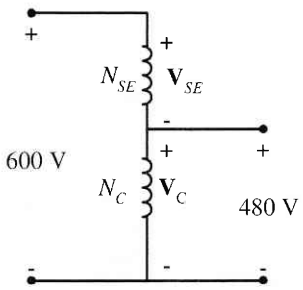
ولتاژ خروجی ترانسفورماتور به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$V_{out} = V_{in} - IZ_{eq} = 1.0 - (1.0\angle 0°)(0.01 + j\ 0.0397) = 0.991\angle -2.3°$$

بنابراین تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{1.0 - 0.991}{0.991} \times 100\% = 0.9\%$$

ب) اتصالات ترانسفورماتور را در حالتی که به‌صورت یک ترانسفورماتور کاهنده $600/480V$ بکار می‌رود به‌صورت شکل ۲-۲۶ است.



شکل ۲-۲۶ اتصال اتوترانسفورماتور برای حالت کاهنده

ج) وقتی ترانسفورماتور به صورت اتوترانسفورماتور بکار گرفته شود، داریم:

$$S_{IO} = \frac{N_C + N_{SE}}{N_{SE}} S_W = \frac{4+1}{1}(10) = 50\ kVA$$

د) در اتوترانسفورماتور داریم:

$$R_{eq} = \frac{0.010}{5} = 0.002\ pu \quad , \quad X_{eq} = \frac{0.0397}{5} = 0.00794\ pu$$

در شرایط نامی و ضریب توان واحد برای اتوترانسفورماتور داریم:

$$P_{in} = 1.0\ pu$$

$$P_{core} = \frac{V^2}{R_C} = \frac{(1.0)^2}{263} = 0.00380\ pu$$

$$P_{cu} = I^2 R_{eq} = (1.0)^2 (0.002) = 0.002\ pu$$

$$P_{out} = P_{in} - P_{cu} - P_{core} = 1.0 - 0.002 - 0.0038 = 0.994\ pu$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{0.994}{1.0} \times 100\% = 99.4\%$$

ولتاژ خروجی برابر است با:

$$V_{out} = V_{in} - IZ_{eq} = 1.0 - (1.0\angle 0°)(0.002 + j\,0.00794) = 0.998\angle -0.5°\ pu$$

بنابراین تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$VR = \frac{1.0 - 0.998}{0.998} \times 100\% = 0.2\%$$

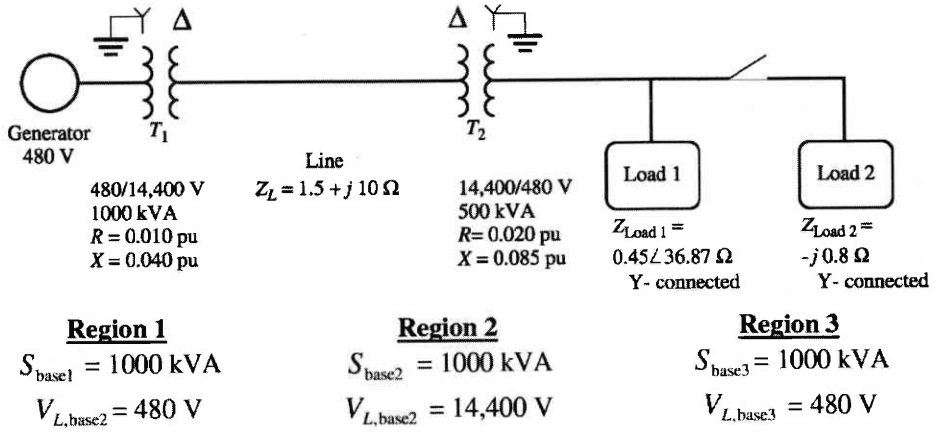
(۲-۲۳) شکل (۲-۲۷) سیستم قدرتی شامل یک ژنراتور سه‌فاز $480V$، $60Hz$ را نشان می‌دهد که دو بار را توسط یک خط انتقال و دو ترانسفورماتور تغذیه می‌کند.

الف) مدار معادل تکفاز این سیستم قدرت را رسم کنید.

ب) در حالتی که کلید باز است، توان حقیقی، توان غیرحقیقی و توان ظاهری تأمین شده توسط ژنراتور را بدست آورید. ضریب توان ژنراتور چقدر است؟

ج) در حالتی که کلید بسته است، توان حقیقی، توان غیرحقیقی و توان ظاهری تأمین شده توسط ژنراتور را بدست آورید. ضریب توان ژنراتور چقدر است؟

د) تلفات انتقال در ترانسفورماتورها و خط انتقال در حالت باز بودن کلید چقدر است؟ در حالت بسته بودن کلید چقدر است؟ تأثیر افزودن بار ۲ به سیستم چیست؟



شکل ۲-۲۷ سیستم قدرت مربوط به مسئله ۲-۲۳؟؟

حل: بخاطر وجود دو ترانسفورماتور، ۳ ناحیه داریم که توان و ولتاژ مبنای آنها در پایین شکل مشخص شده است. با توجه به مبناهای انتخاب شده برای نواحی مختلف، امپدانس مبنای ۳ ناحیه عبارتست از:

$$Z_{base\,1} = \frac{3V_{\varphi 1}^{\ 2}}{S_{base\,1}} = \frac{3(277)^2}{1000} = 0.238\,\Omega$$

$$Z_{base\,2} = \frac{3V_{\varphi 2}^{\ 2}}{S_{base\,2}} = \frac{3(8314)^2}{1000} = 207.4\,\Omega$$

$$Z_{base\,3} = \frac{3V_{\varphi 3}^{\ 2}}{S_{base\,3}} = \frac{3(277)^2}{1000} = 0.283\,\Omega$$

امپدانس ترانسفورماتور T_1 در مبنای خودش پریونیت شده که با مبنای انتخابی ما برای سیستم یکی است، بنابراین تغییری نمی‌کند و داریم:

$$R_{1,pu} = 0.010\ pu \quad , \quad X_{1,pu} = 0.040\ pu$$

امپدانس ترانسفورماتور T_2 در مبنای خودش پریونیت شده که با مبنای انتخابی ما تفاوت دارد، بنابراین باید بر اساس مبنای جدید تغییر کند. داریم:

$$(R,X,Z)_{pu\ on\ base\ 2} = (R,X,Z)_{pu\ on\ base\ 1}\frac{(V_{base\,1})^2(S_{base\,2})}{(V_{base\,2})^2(S_{base\,1})}$$

$$R_{2,pu} = 0.020\frac{(8314)^2(1000)}{(8314)^2(500)} = 0.040\ pu$$

$$X_{2,pu} = 0.085\frac{(8314)^2(1000)}{(8314)^2(500)} = 0.170\ pu$$

امپدانس پریونیت خط انتقال برابر است با:

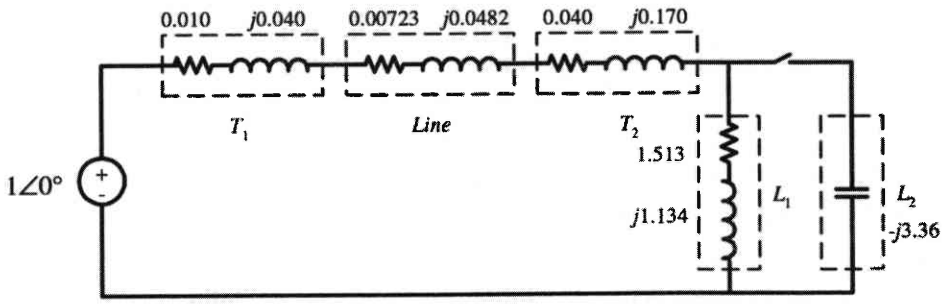
$$Z_{line,pu} = \frac{Z_{line}}{Z_{base2}} = \frac{1.5 + j10}{207.4} = 0.00723 + j\,0.0482 \;\; pu$$

امپدانس پریونیت بارها برابر است با:

$$Z_{load1,pu} = \frac{Z_{load1}}{Z_{base3}} = \frac{0.45\angle 36.87^\circ}{0.238} = 1.513 + j1.134 \;\; pu$$

$$Z_{load2,pu} = \frac{Z_{load2}}{Z_{base3}} = \frac{-j\,0.8}{0.238} = -j\,3.36 \;\; pu$$

حال مدار معادل پریونیت شده به‌صورت شکل ۲-۲۸ رسم می‌شود.



شکل ۲-۲۸ مدار معادل پریونیت شده سیستم؟؟

ب) در حالتی که کلید باز است، داریم:

$$Z_{eq} = (0.010 + j\,0.040) + (0.00723 + j\,0.0482) + (0.040 + j\,0.170) + (1.513 + j1.134)$$

$$Z_{eq} = 1.5702 + j1.3922 = 2.099\angle 41.6^\circ \;\; pu$$

$$I = \frac{1\angle 0^\circ}{2.099\angle 41.6^\circ} = 0.4765\angle -41.6^\circ \;\; pu$$

$$V_{load,pu} = I\,Z_{load} = (0.4765\angle -41.6^\circ)(1.513 + j1.134) = 0.901\angle -4.7^\circ \;\; pu$$

$$V_{load} = V_{load,pu} V_{base3} = (0.901)(480) = 432\;V$$

$$P_{load,pu} = I^2 R_{load} = (0.4765)^2 (1.513) = 0.344 \;\; pu$$

$$P_{load} = P_{load,pu} S_{base} = (0.344)(1000) = 344\;kW$$

$$P_{G,pu} = VI\cos\theta = (1)(0.4765)\cos 41.6^\circ = 0.356 \;\; pu$$

$$Q_{G,pu} = VI\sin\theta = (1)(0.4765)\sin 41.6^\circ = 0.316 \;\; pu$$

$$S_{G.pu} = VI = (1)(0.4765) = 0.4765 \;\; pu$$

$$P_G = P_{G,pu} S_{base} = (0.356)(1000) = 356\;kW$$

$$Q_G = Q_{G,pu} S_{base} = (0.316)(1000) = 316\;kVAR$$

$$S_G = S_{G,pu} S_{base} = (0.4765)(1000) = 476.5\;kVA$$

$$PF = \cos 41.6^\circ = 0.748 \quad \text{پس‌فاز}$$

ج) در حالتی که کلید بسته است، داریم:

$$Z_{eq} = (0.010 + j\,0.040) + (0.00723 + j\,0.0482) + (0.040 + j\,0.170) + \frac{(1.513 + j1.134)(-j3.36)}{(1.513 + j1.134) + (-j3.36)}$$

$$Z_{eq} = (0.010 + j\,0.040) + (0.00788 + j\,0.0525) + (0.040 + j\,0.170) + (2.358 + j\,0.109)$$

$$Z_{eq} = 2.415 + j\,0.367 = 2.443\angle 8.65^\circ \ \ pu$$

$$I = \frac{1\angle 0^\circ}{2.443\angle 8.65^\circ} = 0.409\angle -8.65^\circ \ \ pu$$

$$V_{Load,pu} = I\ Z_{Load} = (0.409\angle -8.65^\circ)(2.358 + j\,0.109) = 0.966\angle -6.0^\circ \ \ pu$$

$$V_{Load} = V_{Load,pu}\, V_{base\,3} = (0.966)(480) = 464 V$$

$$P_{Load,pu} = I^2\ R_{Load} = (0.409)^2 (2.358) = 0.394 \ \ pu$$

$$P_{Load} = P_{Load,pu}\, S_{base} = (0.394)(1000) = 394\ kW$$

$$P_{G,pu} = VI\cos\theta = (1)(0.409)\cos 6.0^\circ = 0.407 \ \ pu$$

$$Q_{G,pu} = VI\sin\theta = (1)(0.409)\sin 6.0^\circ = 0.0428 \ \ pu$$

$$S_{G,pu} = VI = (1)(0.409) = 0.409 \ \ pu$$

$$P_G = P_{G,pu} S_{base} = (0.407)(1000) = 407\ kW$$

$$Q_G = Q_{G,pu} S_{base} = (0.0428)(1000) = 42.8\ kVAR$$

$$S_G = S_{G,pu} S_{base} = (0.409)(1000) = 409\ kVA$$

$$PF = \cos 6.0^\circ = 0.995$$ پس‌فاز

د) تلفات خط وقتی که کلید باز است:

$$P_{line,pu} = I^2 R_{line} = (0.4765)^2 (0.00723) = 0.00164 \ \ pu$$

$$P_{line} = P_{line,pu} S_{base} = (0.00164)(1000) = 1.64\ kW$$

و تلفات خط وقتی که کلید بسته است:

$$P_{line,pu} = I^2 R_{line} = (0.409)^2 (0.00723) = 0.00121 \ \ pu$$

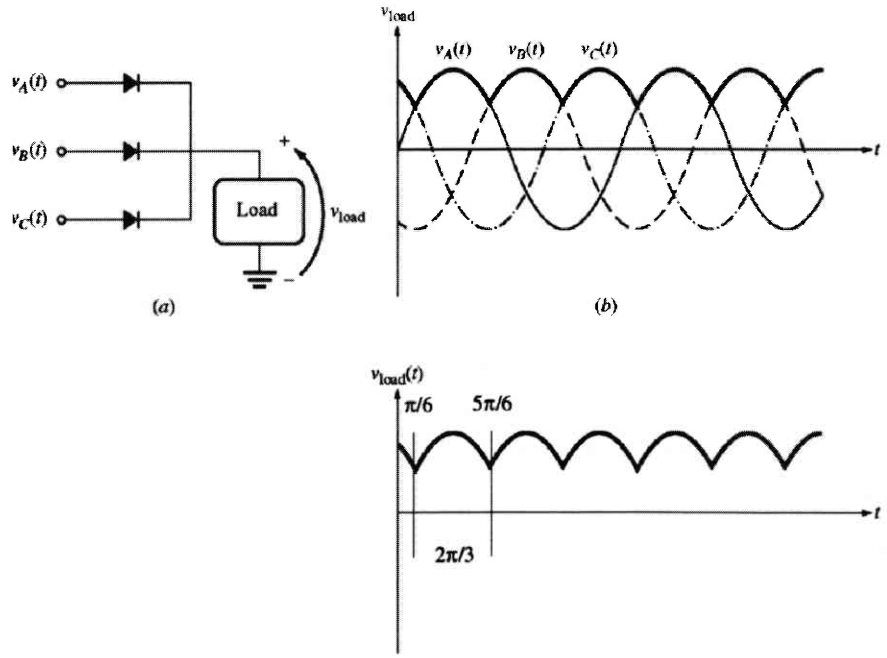
$$P_{line} = P_{line,pu} S_{base} = (0.00121)(1000) = 1.21\ kW$$

بار دوم ضریب توان را اصلاح کرده است. مشاهده می‌شود که تلفات خط کاهش یافته است. با دقت بیشتری ولتاژ و توان تحویلی به بار و نیز جریان خط را در دو حالت مقایسه کنید تا اثرات خازن‌گذاری را بهتر متوجه شوید.

فصل سوم
مقدمه‌ای بر الکترونیک قدرت

(۳-۱) ضریب تموج (Ripple Factor) یک مدار یکسوکننده نیم‌موج سه‌فاز را هم به‌صورت تحلیلی و هم به کمک MATLAB بدست آورید.

حل: مدار یکسوکننده نیم‌موج سه‌فاز و خروجی آن به‌صورت شکل ۳-۱ است.



شکل ۳-۱ مدار یکسوکننده نیم‌موج سه‌فاز و خروجی آن؟؟

ولتاژهای سه‌فاز متعادل ورودی عبارتند از:

$$v_A(t) = V_m \sin \omega t$$
$$v_B(t) = V_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$
$$v_C(t) = V_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

مقدار متوسط ولتاژ خروجی برابر است با:

$$V_{DC} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt = \frac{3}{2\pi}\int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_m \sin\omega t\, d(\omega t)$$

$$V_{DC} = -\frac{3V_m}{2\pi}\cos\omega t\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} = -\frac{3V_m}{2\pi}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}V_m = 0.8270V_m$$

مقدار مؤثر ولتاژ خروجی نیز برابر است با:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}\int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_m^2 \sin^2\omega t\, d(\omega t)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3V_m^2}{2\pi}\left(\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4}\sin 2\omega t\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3V_m^2}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{4}\left(\sin\frac{5\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3V_m^2}{2\pi}\left[\frac{\pi}{3}-\frac{1}{4}\left(\sin\frac{5\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]} = \sqrt{\frac{3V_m^2}{2\pi}\left[\frac{\pi}{3}-\frac{1}{4}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3V_m^2}{2\pi}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)} = 0.8407V_m$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{V_{rms}}{V_{DC}}\right)^2} - 1\times 100\% = \sqrt{\left(\frac{0.8407\ V_m}{0.8270\ V_m}\right)^2} - 1\times 100\% = 18.3\%$$

برنامهٔ زیر را در محیط MATLAB نوشته و اجرا می‌کنیم.

```
function volts = halfwave3(wt)
% Function to simulate the output of a three-phase
% half-wave rectifier.
% wt = Phase in radians (=omega x time)
% Convert input to the range 0 <= wt < 2*pi
while wt >= 2*pi
wt = wt - 2*pi;
end
while wt < 0
wt = wt + 2*pi;
end
% Simulate the output of the rectifier.
a = sin(wt);
b = sin(wt - 2*pi/3);
c = sin(wt + 2*pi/3);
volts = max( [ a b c ] );
function r = ripple(waveform)
% Function to calculate the ripple on an input waveform.
% Calculate the average value of the waveform
nvals = size(waveform,2);
temp = 0;
for ii = 1:nvals
```

```
temp = temp + waveform(ii);
end
average = temp/nvals;
% Calculate rms value of waveform
temp = 0;
for ii = 1:nvals
temp = temp + waveform(ii)^2;
end
rms = sqrt(temp/nvals);
% Calculate ripple factor
r = sqrt((rms / average)^2 - 1) * 100;
```

Finally, the test driver program is shown below.

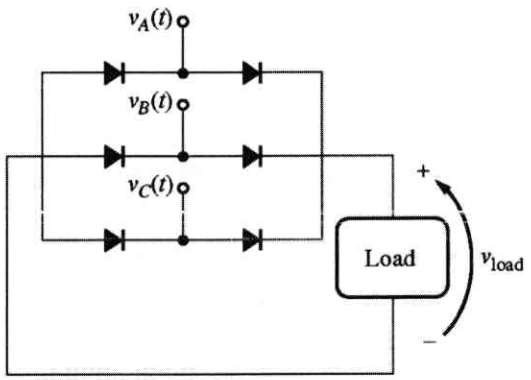
```
% M-file: test_halfwave3.m
% M-file to calculate the ripple on the output of a
% three phase half-wave rectifier.
% First, generate the output of a three-phase half-wave
% rectifier
waveform = zeros(1,128);
for ii = 1:128
waveform(ii) = halfwave3(ii*pi/64);
end
% Now calculate the ripple factor
r = ripple(waveform);
% Print out the result
string = ['The ripple is ' num2str(r) '%.'];
disp(string);
```

با اجرای برنامه داریم:

```
» test_halfwave3
The ripple is 18.2759%.
```

(۳-۳) ضریب تموج یک مدار یکسوکننده تمام‌موج سه‌فاز را هم به‌صورت تحلیلی و هم به کمک MATLAB بدست آورید.

حل: مدار یکسوکننده تمام‌موج سه‌فاز به‌صورت شکل ۳-۲ است.



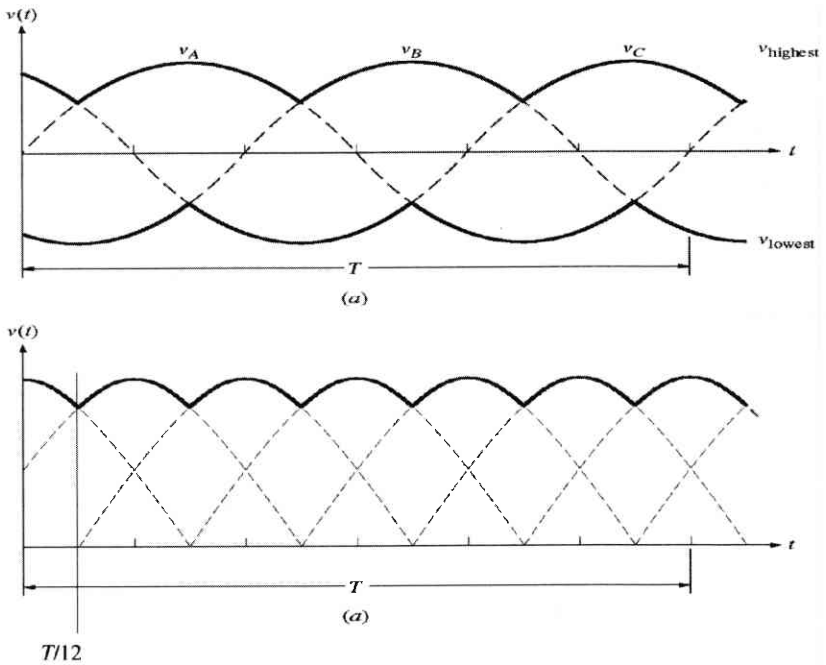
شکل ۳-۲ مدار یکسوکننده تمام‌موج سه‌فاز

ولتاژهای سه‌فاز متعادل عبارتند از:

$$v_A(t) = V_m \sin \omega t$$
$$v_B(t) = V_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$
$$v_C(t) = V_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

ابتدا ولتاژ خطی را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v(t) = v_C(t) - v_B(t) = V_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - V_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$v(t) = V_m \left(\sin \omega t \cos\frac{2\pi}{3} + \cos \omega t \sin\frac{2\pi}{3}\right) - V_m \left(\sin \omega t \cos\frac{2\pi}{3} - \cos \omega t \sin\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$v(t) = V_m \left(2 \cos \omega t \sin\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{3} V_m \cos \omega t$$



شکل ۳-۳ ولتاژ خروجی مدار یکسوکننده تمام‌موج سه‌فاز

$$V_{DC} = \frac{1}{T}\int_T v(t)\,dt = \frac{6\omega}{\pi}\int_0^{\pi/6\omega} \sqrt{3} V_m \cos \omega t \; dt = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} V_m \sin \omega t \Big|_0^{\pi/6\omega}$$
$$V_{DC} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_m = 1.6540 V_m$$
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{6\omega}{\pi}\int_0^{5\pi/6\omega} 3V_m^2 \cos^2 \omega t \; dt}$$

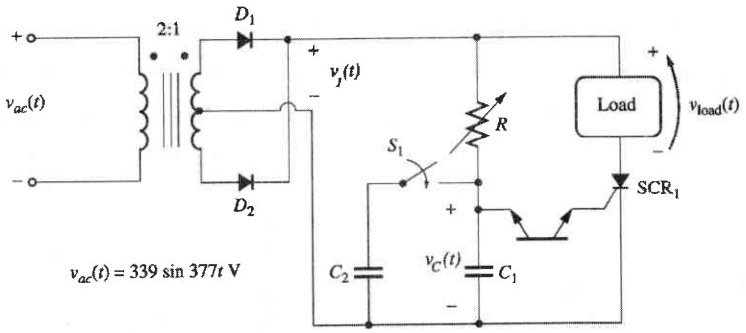
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{18\omega}{\pi} V_m^2 \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega t\right)\Big|_0^{\pi/6\omega}}$$

$$V_{rms} = V_m \sqrt{\frac{18\omega}{\pi}\left(\frac{\pi}{12\omega} + \frac{1}{4\omega}\sin\frac{\pi}{3}\right)} = V_m \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{4\pi}} = 1.6554 V_m$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{V_{rms}}{V_{DC}}\right)^2} - 1 \times 100\,\% = \sqrt{\left(\frac{1.6554\ V_m}{1.6540\ V_m}\right)^2} - 1 \times 100\,\% = 4.2\ \%$$

برنامه MATLAB مشابه سوال۳-۱ است.

(۳-۴) ولتاژ *rms* بار مدار شکل ۳-۴ را بیابید. در صورتی که زاویه آتش الف) 0°، ب) 30° و ج) 90° باشد.



شکل ۳-۴ مدار مربوط به مسئله ۳-۴

حل: ولتاژ ورودی برابر است با:

$$V_{ac}(t) = 339 \sin \omega t \quad , \quad \omega = 377\ rad/s$$

بنابراین ولتاژ ثانویه ترانسفورماتور برابر است با:

$$V_{ac}(t) = 199.5 \sin \omega t$$

الف) برای زاویه آتش 0° داریم:

$$V_{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\pi/\omega} V_m \sin\omega t\, dt = -\frac{1}{\pi}V_m \cos\omega t\Big|_0^{\pi/\omega}$$

$$V_{ave} = -\frac{1}{\pi}V_m[-1-1] = \frac{2}{\pi}V_m = (0.637)(169.5V) = 108V$$

ب) برای زاویه آتش 30° داریم:

$$V_{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt = \frac{\omega}{\pi}\int_{\pi/6}^{\pi/\omega} V_m \sin\omega t\, dt = -\frac{1}{\pi}V_m \cos\omega t\Big|_{\pi/6}^{\pi/\omega}$$

$$V_{ave} = -\frac{1}{\pi}V_m\left[-1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = \frac{2+\sqrt{3}}{2\pi}V_m = 101V$$

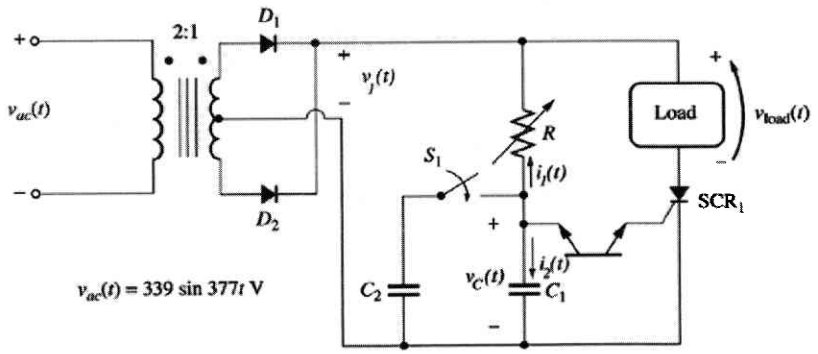
ج) برای زاویه آتش 90° داریم:

$$V_{ave} = \frac{1}{T}\int_{\pi/2}^{T} v(t)dt = \frac{\omega}{\pi}\int_{\pi/2}^{\pi/\omega} V_m \sin\omega t\, dt = -\frac{1}{\pi}V_m \cos\omega t\Big|_{\pi/2}^{\pi/\omega}$$

$$V_{ave} = -\frac{1}{\pi}V_m[-1] = \frac{1}{\pi}V_m = 54V$$

(۳-۵) در مدار شکل ۳-۵ فرض کنید $V_{BO} = 30V$ و $C_1 = 1\mu F$ باشد. مقاومت R بین $1k\Omega$ تا $20k\Omega$ قابل تغییر است. کلید S_1 باز است. زاویهٔ آتش را به ازای $R = 10k\Omega$ بدست آورید. تحت این شرایط ولتاژ rms روی بار چقدر است؟

حل: در شروع هر نیم‌سیکل، ولتاژ دو سر دیاک و SCR_1 از مقدار ولتاژ شکست آنها کمتر است، بنابراین روشن نمی‌شوند و جریانی از بار عبور نمی‌کند و ولتاژ بار صفر است. به‌تدریج خازن C از طریق مقاومت R شارژ می‌شود و زمانی که ولتاژ خازن برابر ولتاژ شکست دیود D_1 شود، دیاک شروع به هدایت می‌کند. جریان دیاک از گیت SCR_1 می‌گذرد و آن را روشن می‌کند. با روشن شدن SCR_1 ولتاژ آن صفر می‌شود و تمام ولتاژ منبع روی بار می‌افتد. در پایان هر نیم‌سیکل که ولتاژ SCR_1 از I_H کمتر می‌شود، مجدداً خاموش می‌شود.



شکل ۳-۵ مدار مربوط به مسئله ۳-۵

برای تعیین زمان روشن شدن SCR_1 باید $v_C(t)$ را محاسبه کنیم. در شروع هر نیم‌سیکل D_1 و SCR_1 خاموش هستند و ولتاژ بار صفر است و ولتاژ منبع به مدار RC سری اعمال می‌شود. برای تعیین $v_C(t)$ در گرهٔ بالایی kcl می‌زنیم. داریم:

$$i_1(t) + i_2(t) = 0$$

$$\frac{v_C - v_1}{R} + C\frac{d}{dt}v_C = 0$$

$$\frac{d}{dt}v_C + \frac{1}{RC}v_C = \frac{1}{RC}v_1$$

$$\frac{d}{dt}v_C + \frac{1}{RC}v_C = \frac{V_m}{RC}\sin\omega t$$

این معادلهٔ دیفرانسیل ناهمگن است و جواب آن شامل دو قسمت (جواب عمومی و جواب خصوصی) خواهد بود. برای جواب عمومی داریم:

$$\frac{d}{dt}v_C + \frac{1}{RC}v_C = 0$$

$$v_{C.n}(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

و برای جواب خصوصی نیز داریم:

$$\frac{d}{dt}v_C + \frac{1}{RC}v_C = \frac{V_m}{RC}\sin\omega t$$

$$v_{C.t}(t) = B_1\sin\omega t + B_2\cos\omega t$$

$$\frac{d}{dt}(B_1\sin\omega t + B_2\cos\omega t) + \frac{1}{RC}(B_1\sin\omega t + B_2\cos\omega t) = \frac{V_m}{RC}\sin\omega t$$

$$(\omega B_1\cos\omega t - \omega B_2\sin\omega t) + \frac{1}{RC}(B_1\sin\omega t + B_2\cos\omega t) = \frac{V_m}{RC}\sin\omega t$$

$$\omega B_1 + \frac{1}{RC}B_2 = 0 \Rightarrow \qquad B_2 = -\omega RC\, B_1$$

$$-\omega B_2 + \frac{1}{RC}B_1 = \frac{V_m}{RC}$$

$$\omega^2 RC\, B_1 + \frac{1}{RC}B_1 = \frac{V_m}{RC}$$

$$\frac{\omega^2R^2C^2+1}{RC}B_1 = \frac{V_m}{RC}$$

$$B_1 = \frac{V_m}{1+\omega^2R^2C^2} \quad , \qquad B_2 = \frac{-\omega RC\, V_m}{1+\omega^2R^2C^2}$$

پس جواب خصوصی می‌شود:

$$v_{C.f}(t) = \frac{V_m}{1+\omega^2R^2C^2}\sin\omega t - \frac{\omega RC\, V_m}{1+\omega^2R^2C^2}\cos\omega t$$

جواب کامل مجموع جواب عمومی و خصوصی است، بنابراین داریم:

$$v_C(t) = v_{C.n}(t) + v_{C.f}(t)$$

$$v_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + \frac{V_m}{1+\omega^2R^2C^2}\sin\omega t - \frac{\omega RC\, V_m}{1+\omega^2R^2C^2}\cos\omega t$$

برای بدست آوردن A از شرط اولیه ($v_C(0) = 0$) استفاده می‌کنیم، داریم:

$$v_C(0) = Ae^{-\frac{0}{RC}} + \frac{V_m}{1+\omega^2R^2C^2}\sin 0 - \frac{\omega RC\, V_m}{1+\omega^2R^2C^2}\cos 0 = 0$$

$$A - \frac{\omega RC\, V_m}{1+\omega^2R^2C^2} = 0 \Rightarrow A = \frac{\omega RCV_m}{1+\omega^2R^2C^2}$$

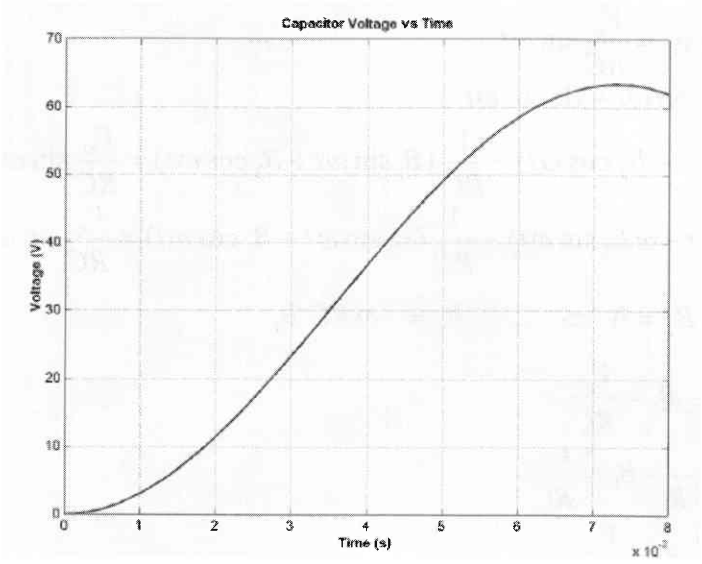
بنابراین جواب کامل عبارتست از:

$$v_C(t) = \frac{\omega RC\, V_m}{1+\omega^2 R^2 C^2}\, e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{V_m}{1+\omega^2 R^2 C^2}\, \sin\omega t - \frac{\omega RC\, V_m}{1+\omega^2 R^2 C^2} \cos\omega t$$

با جاگذاری مقادیر داده شده بدست می‌آید:

$$v_C(t) = 42\, e^{-100t} + 11.14 \sin\omega t - 42 \cos\omega t$$

نمودار این معادله در شکل ۳-۶ رسم شده است.



شکل ۳-۶ نمودار ولتاژ خازن نسبت به زمان ؟؟

ولتاژ خازن در $3.5ms$ به $30V$ می‌رسد، فرکانس $60Hz$ است، بنابراین کل شکل موج در $\frac{1}{60}$ ثانیه اتفاق می‌افتد. بنابراین داریم:

$$\alpha = (3.50\ ms)\frac{360°}{1/60\ s} = 75.6°\ or\ 1.319\ rad$$

ولتاژ مؤثر بار برابر است با:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T v^2(t)dt} = \sqrt{\frac{\omega}{\pi}\int_\alpha^{\pi/\omega} {V_m}^2 \sin^2\omega t\, dt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{{V_m}^2}{\pi}\left(\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4}\sin 2\omega t\right)\Big|_\alpha^{\pi/\omega}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{V_m^2}{\pi}\left[\frac{1}{2}(\pi-\alpha)-\frac{1}{4}(\sin 2\pi - \sin 2\alpha)\right]}$$

$$V_{rms} = V_m\sqrt{0.3284} = 0.573\,V_m = 97.1\,V$$

(۳-۱۰) شکل ۳-۷ یک مدار برشگر با کموتاسیون اجباری خازن سری دارای بار مقاومتی خالص را نشان می‌دهد.

$V_{DC} = 120V$ $\quad R = 30k\Omega$ $\quad I_H = 8mA$

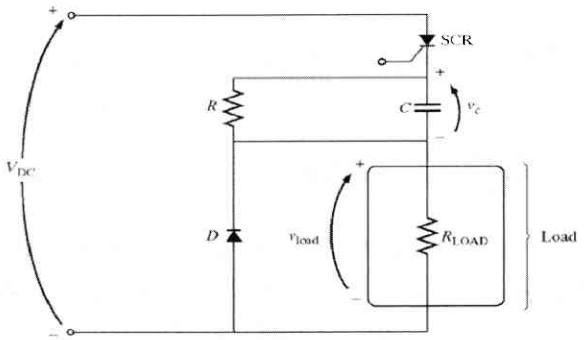
$V_{BO} = 250V$ $\quad R_{load} = 250\Omega$ $\quad C = 100\mu F$

الف) وقتی SCR_1 روشن می‌شود تا چه مدت روشن می‌ماند؟ چه چیزی باعث خاموش شدن آن می‌شود؟

ب) وقتی SCR_1 خاموش شد، حداقل چقدر باید چقدر صبر کرد تا دوباره بتوان آن را روشن کرد؟

ج) این محاسبات ساده چه مشکل یا مشکلاتی را برای این مدار ساده برشگر با کموتاسیون اجباری خازن سری ایجاد می‌کند؟

د) چطور می‌توان مشکل (یا مشکلات) بخش (ج) را برطرف کرد؟



شکل ۳-۷ مدار برشگر با کموتاسیون اجباری خازن سری مربوط به مسئله ۳-۱۰

حل: الف) وقتی SCR_1 روشن است تا اینکه جریان در آن به زیر I_H نرسد، روشن می‌ماند. این عمل زمانی اتفاق می‌افتد که خازن تا ولتاژ به اندازه کافی بالا پر شود تا جریان را به زیر I_H کاهش دهد. اگر از مقاومت R که خیلی بزرگ‌تر از R_{load} است صرف‌نظر کنیم، خازن از طریق مقاومت R_{load} با ثابت زمانی $\tau_{load} = R_{load}.C = 250\times150\times10^{-6} = 0.0375s$ شارژ می‌شود.

معادلهٔ ولتاژ خازن بر حسب تابعی از زمان در حین پر شدن برابر است با:

$$v_C(t) = A + B\,e^{-\frac{t}{R_{load}C}}$$

A و B با شرایط اولیه تعیین می‌شوند، داریم:

$$v_C(0) = 0V$$
$$A = v_C(\infty) = V_{DC}$$
$$A + B = v_C(0) = V_{DC} \Rightarrow B = -V_{DC}$$
$$v_C(t) = V_{DC} - V_{DC}\, e^{-\frac{t}{R_{load}C}}\ V$$

جریان عبوری از خازن برابر است با:

$$i_C(t) = C\frac{d}{dt}v_C(t)$$
$$i_C(t) = C\frac{d}{dt}\,(V_{DC} - V_{DC}\, e^{-\frac{t}{R_{load}C}}) \Rightarrow i_C(t) = \frac{V_{DC}}{R_{load}} e^{-\frac{t}{R_{load}C}}\ A$$
$$t = -R_{load}C \ln\frac{i_C(t)R_2}{V_{DC}} = -0.0375 \ln\frac{i_C(t)R_2}{V_{DC}}$$

جریان SCR_1 شامل دو بخش یعنی جریان R و جریان Cاست. جریان R برابر است با:

$$I_R = \frac{120}{20k\Omega} = 6mA$$

جریان قطع SCR_1 برابر $8mA$ است. بنابراین زمانی که جریان خازن به $2mA$ برسد، SCR_1 خاموش می‌شود. زمان خاموش شدن SCR_1برابر است با:

$$t = -0.0375 \ln\frac{(2\times10^{-3})(250)}{120} = 0.206\ s$$

ب) زمانی که خازن دشارژ می‌شود، SCR_1 می‌تواند مجدداً روشن شود. خازن از طریق Rدشارژ می‌شود. طبق بیان صورت مسأله، می‌توان فرض کرد که خازن پس از ۳ برابر ثابت زمانی کاملاً دشارژ می‌شود. ثابت زمانی برابر است با: $\tau = RC = (20k\Omega)\times(150\mu F) = 3s$، در نتیجه بعد از ۹ ثانیه می‌تواند مجدداً آتش شود.

ج) در این مدار مدت زمانی که SCR_1 روشن است از زمان خاموش بودن آن کمتر است. بنابراین مدت زمان کمی توان به بار منتقل می‌شود.

د) این مشکل را می‌توان با استفاده از مدارهای پیچیده‌تر کموتاسیون برطرف نمود. در این مدارها یک مسیر برای دشارژ سریع خازن وجود دارد. خازن سریع دشارژ می‌شود و مدار می‌تواند دوباره به سرعت آتش شود.