

۱- مجموعه اعداد حقیقی با متر اقلیدسی در نظر بگیرید و نقاط حدی هر یک از مجموعه‌های زیر را بدست آورید.

$$۱) A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$۲) B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$۳) C = \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$۴) D = \left\{ n + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\}$$

۲- در فضای متریک (\mathbb{N}, d) که $d(m, n) = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right|$ مجموعه $B_{\frac{1}{5}}(2)$ (گوی باز به مرکز ۲ و به شعاع $\frac{1}{5}$ برابر است با:

$$\mathbb{N} \setminus \{2\} \quad \{2, 3\} \quad \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5} \right) \quad (۴)$$

۳- زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی مثال بزنید که نقاط حدی آن مجموعه‌ی $\{1, 2\}$ باشد.

۴) فرض کنید d یک متر روی مجموعه‌ی X باشد. ثابت کنید که تابع‌های زیر روی X متر هستند.

$$الف) d_1(x, y) = 2d(x, y)$$

$$ب) d_2(x, y) = \min\{1, d_1(x, y)\}$$

$$ج) d_3(x, y) = \sqrt{d(x, y)}$$

$$د) d_4(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$$

۵) نقاط حدی مجموعه‌ی $A = \left\{ \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{m} \right) \mid n, m \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$ را در فضای اقلیدسی \mathbb{R}^2 مشخص کنید.