



مقدمه

- با توجه به برگزاری امتحان «درس مفاهیم و روشهای آماری (۲)» بصورت نهایی، وجود رقابت‌های شدید و فشرده بین داوطلبان امری طبیعی و البته حائز اهمیت می‌باشد که داوطلبین را برای آمادگی جهت حضوری موفق در عرصه امتحانات به مطالعه و اندیشه‌ی هرچه بیشتر وا می‌دارد و این تحقق نخواهد یافت مگر با بهره‌گیری از منابع مورد اطمینان و استاندارد.
- در این راستا با راهنمایی قابل بسوی موفقیت و برای ارتقاء توان تصمیم‌گیری و انگیزه‌ی آموزشی افراد قدمی برداشته و با تهیه و گردآوری این مجموعه گامی دیگر بر می‌داریم.
- این مجموعه حاوی خلاصه دروس به زبان ساده، رسا و کامل بوده و سؤالات امتحان نهایی مربوط به هر فصل بطور مجزا با پاسخ‌های تشریحی همراه با سؤالات متفاوتی توسط مؤلف ارائه گردیده است.
- ضمن قبول مسئولیت ایرادات و کاستیهای احتمالی کتاب، از صاحب‌نظران، اساتید بزرگوار و هنجاریان عزیز درخواست می‌گردد با ارائه نظرات و پیشنهادهای سازنده خود از طریق ناشر، مؤلف را در اصلاح و تکمیل این مجموعه در چاپ‌های بعدی یاری فرمایند.

شیرین مقصودی

بهار ۱۳۸۸

فهرست مندرجات

سؤالات امتحان نهایی ۱۳۸۷-۱۳۷۶ مفاهیم و روش‌های آماری ۲

فصل اول- آنالیز ترکیبی

..... خلاصه درس

..... سؤالات امتحانات نهایی

..... پاسخ تشریحی سؤالات امتحان نهایی

فصل دوم- احتمال

..... خلاصه درس

..... سؤالات امتحان نهایی

..... پاسخ تشریحی سؤالات امتحان نهایی

فصل سوم- همبستگی متغیرها و ضریب همبستگی

..... خلاصه درس

..... سؤالات امتحان نهایی

..... پاسخ تشریحی سؤالات امتحان نهایی

فصل چهارم- سریهای زمانی

..... خلاصه درس

..... سؤالات امتحان نهایی

..... پاسخ تشریحی سؤالات امتحان نهایی

فصل پنجم- اعداد شاخص

..... خلاصه درس

..... سؤالات امتحان نهایی

..... پاسخ تشریحی سؤالات امتحان نهایی

فصل ششم- مرور بر فصلها

..... سؤالات امتحان نهایی شهریور ۸۵

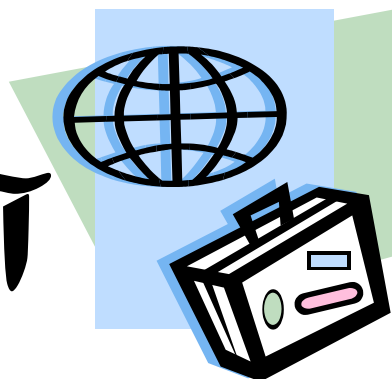
..... سؤالات امتحان نهایی شهریور ۸۶

..... سؤالات امتحان نهایی شهریور ۸۷

فصل اول

دانشپرس
استان همدان
مقصودی

آنالیز ترکیبی



خلاصه درس

«هدفهای رفتاری»

۱- دو اصل مهم شمارش

۲- مفهوم فاکتوریل

۳- ابزار شمارش

۱- دو اصل مهم شمارش

اصل جمع (یا): اگر عمل A را بتوان به m طریق مختلف و عمل B را به n طریق مختلف نشان داد آنگاه $m+n$ طریق می توان انجام داد.

اصل ضرب (و): اگر عمل A را بتوان به m طریق مختلف و عمل B را به n طریق مختلف نشان داد آنگاه A و B را می توان به $m \times n$ طریق انجام داد.

۲- فاکتوریل

تعریف: حاصل ضرب اعداد صحیح و مثبت ۱ و ۲ و ... و n را فاکتوریل n گویند که با نماد " $n!$ " نمایش داده می شود. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n = n!$ ، $n! = n(n-1)!$

۳- ابزار شمارش

الف) تبدیل: جابه جا کردن n شیء متمایز را به صورتهای مختلف در کنار هم تبدیل n شیء گویند.

$$P_n = n!$$

- تبدیل حلقوی: n شیء که روی یک حلقه بسته به شکلهای مختلف قرار گیرند.

$$P_n = (n-1)!$$

- تبدیل با تکرار: هر یک از n شیء به طور تکراری باشند، از نوعی r_1 شیء از نوع دیگر r_2 شیء و و از نوع دیگری r_k شیء موجود باشد:

$$P_n = \frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_k!}$$

ب) ترتیب: جابه جا کردن r شیء از n شیء مختلف را $(r \leq n)$ ترتیب r شیء $(n$ شیء r به $r)$ گویند.

$$P_n^r = P(n, r) = (n)_r \quad P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- ترتیب با تکرار: تکرار یک یا چند شیء از n شیء در ترتیبهای ساخته شده مجاز است.

$$P_n^r = n^r$$

ج) ترکیب: در هم آمیختن r شیء از n شیء مختلف را ترکیب r شیء از n شیء گویند.

$$C_n^r = C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

- ترکیب با تکرار: اگر در n شیء برخی از اشیاء مثل هم باشند و بخواهیم

$$C_{n+r-1}^r = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)! r!} \quad \text{ترکیبهای } r \text{ تایی بسازیم:}$$

نکات

$$0! = 1 \quad 1! = 1 \quad C_n^0 = 1 \quad C_n^n = 1 \quad C_n^1 = n$$

$$C_n^r = C_n^{n-r} \quad C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n \quad P_n^r = r! \times C_n^r$$

تعداد حالات چیدن n شیء در یک ردیف بطوری که:

الف) k شیء خاص کنار هم باشند: $(n-k+1)! k!$

ب) k شیء خاص کنار هم نباشند: $n! - (n-k+1)! k!$

- ۱- اگر $P_n^2 = ۵۶$ باشد، مقدار n چقدر است؟ (۱۳۷۶/۳/۱۰)
- ۲- بین ۶ مرد و ۵ زن چند کمیّه ۵ نفری شامل ۳ مرد و ۲ زن می توان تشکیل داد؟ (۱۳۷۶/۳/۱۰)
- ۳- به چند طریق می توان ۸ نفر را کنار هم قرار داد به طوری که ۴ نفر خاص کنار هم نباشند؟ (مولف)
- ۴- کسر $\frac{a!(b-1)!}{b!(a-1)!}$ را ساده کنید. (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)
- ۵- به چند طریق متمایز می توان ۴ خودکار آبی و ۲ خودکار سبز و ۳ خودکار قرمز را در کنار یکدیگر چید؟ (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)
- ۶- در یک شرکت ۷ کارمند کار می کنند به چند صورت می توان از بین آنها یک شورای ۳ نفره شامل یک رئیس، یک معاون و یک بازرس تشکیل داد؟ (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)
- ۷- به چند طریق می توان از بین ۸ حساب جاری در یک بانک به طور تصادفی ۳ حساب جاری به عنوان نمونه انتخاب کرد؟ (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)
- ۸- دانش آموزی ۳ جفت کفش و ۲ شلوار دارد، به چند طریق می تواند کفش و شلوارها را بپوشد؟ (مولف)
- ۹- به چند طریق می توان به ۱۱ آزمون پاسخ گفت، به طوری که پاسخ آن «درست» یا «نادرست» باشد و یا بتوان «جای آن را خالی» گذاشت؟ (مولف)

۱۰- در پاسخگویی به ۱۰ آزمون که پاسخ آن «بلی» یا «خیر» می باشد، تعداد راههای ممکن پاسخگویی چند تا می باشد؟ (مولف)

۱۱- فاکتوریل را تعریف کنید. (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۲- با ارقام (۰، ۱، ۶، ۹) چند عدد چهار رقمی فرد می توان نوشت (تکرار ارقام مجاز است). (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۳- با حروف کلمه ی «فشفشه» چند کلمه ی ۵ حرفی مختلف می توان ساخت؟ (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۴- با ارقام (۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟ (تکرار مجاز نیست) (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۵- با حروف بکار رفته در واژه «آزادگان» چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت؟ (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۶- به چند طریق می توان ۷ نفر را در یک صف قرار داد، به طوری که ۳ نفر خاص کنار هم باشند؟ (مولف)

۱۷- با ارقام صفر، ۲، ۵، ۶ و ۸ چند عدد سه رقمی فرد بزرگتر از ۶۰۰، بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟ (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۸- به چند طریق می توان از بین شش اقتصاددان و پنج جامعه شناس دسته های چهارنفری مرکب از دو اقتصاددان و دو جامعه شناس تشکیل داد؟ (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۹- اصل جمع را با ذکر یک مثال توضیح دهید. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

۲۰- جواب معادله $C_x^2 = 2x$ کدام است؟ (۱۳۷۸/۳/۱۲)

الف) ۵ ب) ۱۰ ج) ۱۵ د) ۲۰

۲۱- اگر $C_n^5 = 21$ باشد مقدار P_n^5 چقدر است؟ (مولف)

۲۲- کسرهای زیر را ساده کنید. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

الف) $\frac{7!}{9!}$ ب) $\frac{N!(P-K+2)!}{(P-K+1)!(N+1)!}$

۲۳- پنج پرونده مالیاتی و سه پرونده حسابداری را به چند طریق می توان در یک قفسه چید، به طوریکه پرونده های مالیاتی کنار هم و پرونده های حسابداری کنار هم باشند. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

۲۴- با داشتن ۷ نقطه در صفحه که روی یک خط راست واقع نباشند، چند چهار ضلعی می توان ساخت؟ (مولف)

۲۵- مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟ (۱۳۷۸/۳/۱۲)

۲۶- اگر $n! = 24 \times 30$ باشد، n کدام است؟ (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۶/۱ ۷/۲ ۸/۳ ۹/۴

۲۷- یک خانواده ۴ نفری به چند طرق می توانند سه به سه کنار هم عکس

بگیرند؟ (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۲۸- هشت نفر از اعضای یک خانواده به چند طریق می توانند در دو اتومبیل به

ظرفیتهای ۳ نفره و ۵ نفره سوار شوند؟ (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۲۹- در یک رستوران ۵ نفر به چند طریق می توانند دور یک میز بنشینند؟ (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۰- از بین ۸ نفر اعضای یک تعاونی، به چند طریق می توان یک گروه سه نفره

تشکیل داد که شامل یک رئیس، یک بازرس و یک منشی باشد؟ (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۱- هر دو عضو خانواده برای یکدیگر کارت تبریک می فرستند. اگر پست ۱۳۲ نامه از

این خانواده دریافت کرده باشد آنگاه تعداد اعضای خانواده چند نفر است؟ (مولف)

۳۲- هر دو عضو خانواده برای یکدیگر و هر یک عضو همان خانواده برای

خودش کارت تبریک می فرستد. چنانکه پست ۱۴۴ نامه از این خانواده دریافت

کرده باشد تعداد خانواده چند نفر است؟ (مولف)

۳۳- در یک امتحان ۱۰ سوال در اختیار دانش آموزان قرار داده شده است که باید

به ۸ سوال آن به دلخواه جواب دهند. چنانچه مجبور باشند سوالات (۱) و (۳) را

حتما انتخاب کنند این عمل به چند طریق می تواند صورت بگیرد؟ (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۴- برای شخصی امکان استفاده از ۲ نوع غذای برنجی، ۴ نوع خوراک بدون

برنج و ۳ نوع نوشابه وجود دارد. او به چند طریق می تواند غذا و نوشابه خود را

انتخاب نماید؟ (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

۳۵- از بین ۵ دانش آموز، «چند گروه» می توان تشکیل داد که حداقل هر گروه شامل ۴ نفر باشند؟ (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

۳۶- اگر تعداد ترتیبهای X شیء از پنج شیء، X برابر تعداد ترتیبهای $1-X$ شیء از ۵ شیء باشد مقدار X را به دست آورید. (۱۳۸۰/۳/۵)

۳۷- از بین ۴ دانش آموز کلاس اول و ۵ دانش آموز کلاس دوم و ۷ دانش آموز کلاس سوم می خواهیم یک گروه سرود ۷ نفره انتخاب کنیم به طوری که از دانش آموزان کلاس اول ۱ نفر و از دانش آموزان کلاس دوم ۳ نفر و از دانش آموزان کلاسهای سوم ۳ نفر انتخاب شده باشند. این عمل را به چند طریق می توان انجام داد؟ (۱۳۸۰/۳/۵)

۳۸- حاصل عبارت P_n^{n-1} را معلوم کنید. (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۳۹- با حروف کلمه انقلاب چند کلمه ۶ حرفی با معنی یا بی معنی می توان نوشت؟ (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۴۰- از بین ۵ دانش آموز «چند گروه» می توان تشکیل داد که حداقل هر گروه شامل ۴ نفر باشد؟ (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۴۱- از ۲ نوع مداد، ۳ نوع دفتر و ۴ نوع خودکار؛ به «چند طریق» می توان برای نوشتن استفاده نمود؟ (۱۳۸۰/۳/۱۶)

۴۲- با حروف به کار رفته در کلمه «ترتیب» چند واژه ۵ حرفی (بدون توجه به معانی آنها) می توان نوشت؟ (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۴۳- با استفاده از ارقام ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ «چند عدد سه رقمی زوج (بدون تکرار ارقام)» می توان نوشت؟ (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۴۴- مجموعه ای دارای ۱۵ زیر مجموعه ۲ عضوی بوده؛ «تعداد عضوهای آن مجموعه» را حساب کنید؟ (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۴۵- اگر $a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{۱۶}{۱۶} = ۱$ باشد مقدار n را به دست آورید؟ (مولف)

۴۶- «ابزارهای شمارش» را نام ببرید؟ (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۴۷- از بین ۵ نفر اولیای دانش آموزان، ۴ معلم و ۲ معاون یک مدرسه، به «چند طریق» می توان کمیته های ۲ نفره تشکیل داد طوری که اعضای کمیته ها دارای یک نوع مسئولیت نباشند؟ (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۴۸- الف) به «چند صورت» می توان از بین ۸ نفر کارمند، ۳ معاون انتخاب کرد؟
ب) به «چند صورت» می توان از بین ۸ نفر کارمند، ۳ نفر را به ترتیب به

سمت‌های: «رئیس»، «معاون»، «منشی» منصوب نمود؟ (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۴۹- تعداد ۴ کتاب مختلف شعر و ۳ کتاب متفاوت آمار را به «چند طریق» می توان در یک قفسه کنار هم قرار داد به گونه ای که کتاب های مربوط به هر موضوع

کنار هم باشند؟ (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۵۰- به ۱۲ صورت می توان ۲ نفر کارمند از بین کارمندان یک اداره را به سمت های «رئیس» و «معاون» منصوب نمود؛ تعداد کارمندان آن اداره را محاسبه نمائید. (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۵۱- به چند صورت می توان گروه هایی شامل ۲ پزشک، ۴ پرستار از میان ۶ پزشک و ۸ پرستار به محلی اعزام نمود؛ به طوری که یک پرستار معین از بین آنان، در هیچ گروه اعزامی نباشد؟ (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۵۲- نگهبانان معین یکی از میدان های شهر که در هر یک از ۶ روز کاری هفته بتوان آرایشی متفاوت نسبت به روزهای دیگر در محل های ایستادن آنان دور میدان داد، «چند نفر» باید باشند؟ (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۵۳- با ارقام «۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۰» چند عدد دو رقمی بزرگتر از ۴۰ (با تکرار مجاز ارقام) می توان نوشت؟ (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۵۴- از کارتتنی دارای ۴ بسته چای خارجی و ۳ بسته چای داخلی، به «چند طریق» می توان: اولاً: آنها را به صورت بسته بندی های ۲ تایی در آورد؟

ثانیاً: آنها را به صورت بسته بندی های ۲ تایی که یکی چای خارجی و یکی چای داخلی باشند در آورد؟ (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۵۵- با حروف بکار رفته در واژه «انتخابات» چند کلمه ی هشت حرفی می توان نوشت؟ (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۶- کسرفاکتوریلی $\frac{(P-6)!}{(P-8)!}$ را به ساده‌ترین صورت ممکن تبدیل کنید. (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۷- سه مرد و چهار زن به چند طریق می‌توانند در یک صف بایستند، به طوریکه

مردها در کنار هم و زن‌ها در کنار هم قرار گیرند؟ (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۸- در یک امتحان ۱۲ سوال در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفته، اگر قرار باشد

به ۸ سوال از ۱۲ سوال پاسخ داده شود و پاسخ به سه سوال اول اجباری باشد،

دانش‌آموزان به چند طریق می‌توانند سؤالات خود را برای پاسخ دادن انتخاب

کنند؟ (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۹- ۳ کتاب مختلف ریاضی و ۲ کتاب مختلف حسابداری را به چند طریق می‌توان:

الف) در یک قفسه کنار هم چید؟

ب) در یک قفسه طوری چید که کتاب‌های هم موضوع کنار هم باشند؟ (۸۵/۳/۳)

۶۰- با حروف کلمه «ساسانی» چند کلمه بامعنی و بی‌معنی می‌توان ساخت؟ (۸۵/۳/۳)

۶۱- از بین ۲ پزشک، ۴ پرستار و ۳ حسابدار کمیته‌ای دو نفره تشکیل می‌گردد.

تعداد حالاتی را که دارای یک نوع تخصص نباشند، چقدر است؟ (۸۵/۳/۳)

۶۲- اگر $C_x^2 = 21$ باشد مقدار x چقدر است؟ (۸۵/۳/۳)

۶۳- با ارقام «۵، ۳، ۲، ۰» بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۳۰۰ می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵ می‌توان نوشت؟ (۱۳۸۶/۳/۳۵)

۶۴- از بین ۴ پزشک و ۲ پرستار و ۳ حسابدار به چند طریق می‌توان کمیته ای دو نفره

تشکیل داد به طوری که اعضای کمیته دارای یک تخصص نباشند. (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۵- در یک آزمون دبیر آمار ۱۰ سوال در اختیار هنجویان خود قرار داده است،

به طوریکه ۷ سوال را به دلخواه پاسخ دهند. چنانچه پاسخ دادن به سئوالات

شماره ۳ و ۵ و ۸ اجباری باشد، هنجویان به چند طریق می‌توانند سئوالات خود

را برای پاسخ دادن انتخاب کنند. (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۶- از بین ۴ مهندس دامپروری، ۳ مهندس صنایع غذایی و ۳ مهندس زراعت می

خواهیم کمیته ای دو نفره به گونه ای تشکیل دهیم که اعضای این کمیته دارای

تخصص های مختلف باشند، این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (۱۳۸۷/۳/۹)

۶۷- شش کلید متمایز را به چند صورت مختلف می‌توان در حلقه یک جا کلیدی

جای داد؟ (۱۳۸۷/۳/۹)

۶۸- یک قفل رمزدار دارای یک رمز سه رقمی فرد با ارقام ۹، ۲، ۳، ۱ می‌باشد

اگر رمز قفل را ندانیم و برای پیدا کردن هر رمز ۲ دقیقه طول بکشد، حداکثر چند

ساعت طول می‌کشد تا قفل باز شود؟ (۱۳۸۷/۳/۹)

۶۹- جعبه ای شامل ۴ توپ قرمز، ۵ توپ سفید و ۶ توپ سیاه است به چند طریق

می‌توان ۳ توپ انتخاب نمود. به گونه ای که:

الف) از هر رنگ یکی داشته باشیم؟

ب) هر سه تا هم رنگ باشند؟ (۱۳۸۷/۳/۹)

۷۰- حاصل عبارت $C_1^1 + C_1^2 + \dots + C_1^n$ را به دست آورید. (مولف)

۷۱- شخصی ۳ کت و ۴ شلوار و ۲ جفت کفش دارد به چند طریق می تواند آنها را بپوشد؟ (۸۷/۶/۴)

۷۲- به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره از میان ۴ پزشک و ۳ پرستار انتخاب نمود به طوری که:

الف) وجود پزشک و پرستار در این کمیته تفاوتی نداشته باشد؟

ب) کمیته شامل ۲ پزشک باشد. (۸۷/۶/۴)

۷۳- به ۱۲ طریق می توان ۲ نفر کارمند از بین کارمندان یک اداره را به سمت های رئیس و معاون منصوب نمود تعداد کارمندان این اداره را محاسبه کنید. (۸۷/۶/۴)

۷۴- با ارقام ۳، ۵، ۶، ۷ بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد چهار رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد چهار رقمی زوج می توان نوشت؟ (۸۷/۶/۴)

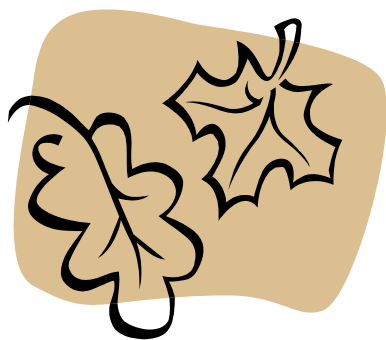
۷۵- به چند طریق می توان ۷ بوته گل زرد گونه و رنگهای مختلف را دور یک باغچه

دایره ای شکل به طوری کاشت که سه بوته در کنار یکدیگر کاشته شوند؟ (مولف)

پاسخ سئوالات

دانشپرسین
استان همدان
مقصودی

فصل اول



$$P_n^r = 56 \Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = 56 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 56 \Rightarrow n(n-1) = 56 \Rightarrow \quad -۱$$

$$n(n-1) = 8 \times 7 \Rightarrow n = 8$$

$$C_6^r \times C_5^r = 20 \times 10 = 200 \quad -۲$$

$$C_6^r = \frac{6!}{(6-r)!r!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 5 \times 4 = 20$$

$$C_5^r = \frac{5!}{(5-r)!r!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = \frac{5 \times 4}{2} = 5 \times 2 = 10$$

$$\text{راه حل اول)} \quad 5! = 0, 4+1=5, 3+2=5, 2+3=5, 1+4=5, 0+5=5 \quad -۳$$

$$x=1 \text{ نفر خاص کنار هم باشند}$$

$$x=8! - (5! \times 4!) \text{ نفر خاص کنار هم نباشند}$$

$$n! - (n-k+1)!k! = 8! - (8-4+1)!4! = 8! - 5! \times 4! \quad \text{راه حل دوم)}$$

$$\frac{a!(b-1)!}{b!(a-1)!} = \frac{a(a-1)!(b-1)!}{b(b-1)!(a-1)!} = \frac{a}{b} \quad -۴$$

-۵ تبدیل با تکرار

$$P_n = \frac{n!}{\gamma_1! \gamma_2! \dots \gamma_k!} = \frac{9!}{4!2!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 9 \times 4 \times 7 \times 5 = 1260$$

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}, P_v^r = \frac{v!}{(v-r)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 210 \quad -۶$$

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!r!}, C_\lambda^r = \frac{\lambda!}{(\lambda-r)!r!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 56 \quad -۷$$

$$۳ \times ۲ = ۶ \text{ طبق اصل ضرب} \quad -۸$$

$$۳^{۱۱} = \text{تعداد حالات} \quad -۹$$

$$۲^{۱۱} = \text{تعداد حالات} \quad -۱۰$$

۱۱- حاصل ضرب اعداد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ... و n را فاکتوریل $n!$ گویند، که با نماد $n!$

نشان داده می شود.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۳ & ۴ & ۴ & ۲ \\ \hline \end{array} = ۹۶ \quad -۱۲$$

$$P_n = \frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_k!} \Rightarrow P_\delta = \frac{۵!}{۲! ۲!} = \frac{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲!}{۲ \times ۱ \times ۲!} = ۵ \times ۲ \times ۳ = ۳۰ \quad -۱۳$$

$$r_1 = ۲ \text{ حرف «ف»}, \quad r_2 = ۲ \text{ حرف «ش»}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline ۵ & ۴ & ۳ \\ \hline \end{array} = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰ \quad -۱۴$$

$$P_n = \frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_k!} \Rightarrow P_\gamma = \frac{۷!}{۳!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳!}{۳!} = ۸۴۰ \quad -۱۵$$

$$۷ - ۳ = ۴ \quad ۴ + ۱ = ۵ \Rightarrow ۵! \quad ۵! \times ۳! = ۷۲۰ \quad -۱۶ \text{ (راحتل اول)}$$

$$(n - k + 1)! k! = (۷ - ۳ + ۱)! ۳! = ۵! ۳! = ۷۲۰ \quad \text{راحتل دوم}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline ۲ & ۳ & ۱ \\ \hline \end{array} = ۲ \times ۳ = ۶ \quad -۱۷$$

$$C_\epsilon^r = \frac{۶!}{(۶-۲)! ۲!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴!}{۴! \times ۲ \times ۱} = \frac{۶ \times ۵}{۲} = ۳ \times ۵ = ۱۵ \quad -۱۸$$

$$C_\delta^r = \frac{۵!}{(۵-۲)! ۲!} = \frac{۵ \times ۴ \times ۳!}{۳! \times ۲ \times ۱} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۵ \times ۲ = ۱۰$$

$$C_\epsilon^r \times C_\delta^r = ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵۰$$

۱۹- اگر عمل A را به m طریق و عمل B را به n طریق مختلف بتوان انجام داد آن گاه A یا B را می توان با $m+n$ طریق انجام داد.

۲۰- گزینه الف صحیح است.

$$C_x^r = 2x \Rightarrow \frac{x!}{(x-2)!2!} = 2x \Rightarrow \frac{x(x-1)(x-2)!}{(x-2)! \times 2 \times 1} = 2x \Rightarrow x(x-1) = 4x \Rightarrow$$

$$x-1=4 \Rightarrow x=4+1 \Rightarrow x=5$$

$$P_n^\Delta = 5! \quad C_n^\Delta = 5! \times 21 = 2520. \quad -21$$

$$\text{الف)} \frac{7!}{9!} = \frac{7!}{9 \times 8 \times 7!} = \frac{1}{9 \times 8} = \frac{1}{72} \quad -22$$

$$\text{ب)} \frac{N!(P-K+2)!}{(P-K+1)!(N+1)!} = \frac{N!(P-K+2)(P-K+1)!}{(P-K+1)!(N+1)(N)!} = \frac{P-K+2}{N+1}$$

$$5!3!2! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 1440. \quad -23$$

$$C_v^r = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 5 = 35 \quad -24$$

$$C_\Delta^r = \frac{5!}{(\Delta-3)!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 5 \times 2 = 10. \quad -25$$

۲۶- گزینه اول

$$n! = 24 \times 30 = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (6 \times 5) = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! \Rightarrow n = 6$$

۴	۳	۲
---	---	---

 $= 24$

۲۷- راه حل اول

$$P_r^r = \frac{4!}{(4-3)!} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

راه حل دوم

$$C(۸,۵) \times C(۳,۳) = \frac{۸!}{(۸-۵)!۵!} \times ۱ = \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۳ \times ۲ \times ۱ \times ۵!} = ۸ \times ۷ = ۵۶ \quad -۲۸$$

یا

$$C(۸,۳) \times C(۵,۵) = \frac{۸!}{(۸-۳)!۳!} \times ۱ = \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۵! \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۸ \times ۷ = ۵۶$$

$$P_n = (n-۱)! \quad \text{تبدیل حلقوی} \quad , \quad P_۵ = (۵-۱)! = ۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴ \quad -۲۹$$

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P_۸^r = \frac{۸!}{(۸-۳)!} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۵!} = ۸ \times ۷ \times ۶ = ۳۳۶ \quad -۳۰$$

$$n(n-۱) = ۱۳۲ = ۱۲ \times ۱۱ \Rightarrow n = ۱۲ \quad -۳۱$$

$$n(n) = n^r = ۱۴۴ = ۱۲ \times ۱۲ \Rightarrow n = ۱۲ \quad -۳۲$$

-۳۳

$$n = ۱۰ - ۲ = ۸, r = ۸ - ۲ = ۶, C_r^r \times C_۸^r = ۱ \times \frac{۸!}{(۸-۶)!۶!} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶!}{۲ \times ۱ \times ۶!} = ۴ \times ۷ = ۲۸$$

$$۲ + ۴ = ۶ \quad \text{طبق اصل جمع:} \quad ۶ \times ۳ = ۱۸ \quad \text{طبق اصل ضرب:} \quad -۳۴$$

به ۱۸ طریق می تواند غذا و نوشابه خود را انتخاب نماید.

۳۵- هر گروه حداقل شامل ۴ نفر یعنی ۴ نفر یا بیشتر، پس گروه ۴ نفره یا ۵ نفره :

$$C_۵^۴ + C_۵^۵ = ۵ + ۱ = ۶$$

$$P_۵^x = x p_۵^{x-۱} \Rightarrow \frac{۵!}{(۵-x)!} = x \frac{۵!}{(۵-x+۱)!} \Rightarrow x(۵-x)! = (۵-x+۱)! \Rightarrow \quad -۳۶$$

$$x(۵-x)! = (۵-x+۱)(۵-x)! \Rightarrow x = ۵-x+۱ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = ۳$$

-۳۷

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad C_r^1 = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

$$C_\Delta^r = \frac{5!}{r!(5-r)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 10 \quad C_v^r = \frac{7!}{r!(7-r)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 2 \times 1 \times 4!} = 35$$

$$35 \times 10 \times 4 = 1400$$

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-n+1)!} = \frac{n!}{1!} = n! \quad -38$$

$$P_n = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \quad -39$$

$$C_\Delta^r + C_\Delta^s = \frac{5!}{r!(5-r)!} + \frac{5!}{s!(5-s)!} = \frac{5 \times 4!}{4!} + 1 = 5 + 1 = 6 \quad -40$$

$$6 \times 3 = 18 \text{ (طبق اصل ضرب)} \quad 2 + 4 = 6 \text{ (طبق اصل جمع)} \quad -41$$

$$P_\Delta = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad -42 \text{ تبدیل با تکرار:}$$

$$\boxed{3} \boxed{4} \boxed{2} \Rightarrow 3 \times 4 \times 2 = 24 \quad -43 \text{ راه حل اول:}$$

۸ یا ۶

$$P_\Delta^r = \frac{5!}{(5-r)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60 \quad \text{راه حل دوم:}$$

$$60 \times \frac{2}{5} = 24 \quad \text{زیرا از ۵ رقم داده شده ۲ رقم آن زوج است}$$

$$C_n^r = 15 \Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!2!} = 15 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = 15 \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \quad -44 \text{ عضو}$$

$$P_n^r = 20 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 20 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 20 \Rightarrow$$

$$n(n-1) = 20 \Rightarrow 5 \times 4 = 20 \Rightarrow n = 5$$

۴۶- ابزارهای شمارش عبارتند از: تبدیل - ترتیب - ترکیب

$$C_5^1 C_4^1 + C_5^1 C_3^1 + C_4^1 C_3^1 = (5 \times 4) + (5 \times 2) + (4 \times 2) = 20 + 10 + 8 = 38 \quad -47$$

$$C_8^r = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 8 \times 7 = 56 \quad \text{طریق (الف) } -48$$

$$P_8^r = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336 \quad \text{طریق (ب) } -49$$

$$4! \times 3! \times 2! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 288 \quad \text{طریق } -50$$

$$P_n^r = 12 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 12 \Rightarrow n(n-1) = 12 \Rightarrow n = 4 \quad \text{نفر } -51$$

پرستار ۷-۱=۸

$$C_6^r \times C_7^r = \frac{6!}{(6-2)!2!} \times \frac{7!}{(7-4)!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = \frac{3 \times 5}{1} \times \frac{7 \times 5}{1} = 15 \times 35 = 525$$

$$P_n = (n-1)! = 6 \Rightarrow (n-1)! = 3 \times 2 \times 1 \Rightarrow (n-1)! = 3! \quad \text{تبدیل حلقوی } -52$$

$$\Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 3+1 \Rightarrow n = 4$$

$$P_n = n^r \Rightarrow P_6 = 6^r \Rightarrow P_6 = 6 \times 6 = 36 \quad \text{راه حل اول: } -53$$

$$36 \times \frac{2}{6} = 12 \quad \text{از بین شش رقم، دو رقم (۴، ۵) رقم دهگان:}$$

یکان دهگان

راه حل دوم:

حالت ۲	حالت ۶
--------	--------

$$\Rightarrow 2 \times 6 = 12$$

۴ یا ۵

$$C_v^7 = \frac{7!}{(7-2)!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6}{2} = 7 \times 3 = 21 \quad -54$$

$$C_r^1.C_r^1 = 4 \times 3 = 12$$

۵۵- تبدیل با تکرار:

$$n=8, \text{ حرف (ت) } r_t=2, \quad , \quad \text{ حرف (الف) } r_f=3$$

$$P_n = \frac{n!}{r_1!r_2!\dots r_k!} \Rightarrow P_8 = \frac{8!}{3!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 336.$$

$$\frac{(P-6)!}{(P-8)!} = \frac{(P-6)(P-6-1)(P-6-2)!}{(P-8)!} = (P-6)(P-7) = P^2 - 13P + 42$$

$$3! \times 4! \times 2! = 3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 288 \quad -57$$

$$n=12-3=9, r=8-3=5, C_9^5 = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4! \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 126 \quad -58$$

$$\text{الف) } 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120. \quad \text{ب) } 2! \times 3! \times 2! = 2 \times 6 \times 2 = 24 \quad -59$$

$$P_n = \frac{n!}{r_1! \times \dots \times r_k!}, P_6 = \frac{6!}{2!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2 \times 1} = 18. \quad -60$$

$$m \times n \quad (4 \times 3) + (4 \times 2) + (3 \times 2) = 12 + 8 + 6 = 26 \quad -61$$

-62

$$C_x^7 = 21 \Rightarrow \frac{x!}{(x-2)!2!} = 21 \Rightarrow \frac{x(x-1)(x-2)!}{(x-2)!} = 42 \Rightarrow x(x-1) = 7 \times 6 \Rightarrow x = 7$$

-۶۳

$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

(الف)

۲	۳	۲
---	---	---

(ب)

۳	۲	۱	۱
---	---	---	---

 +

۲	۲	۱	۱
---	---	---	---

$$3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$$

$$2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4$$

$$6 + 4 = 10$$

راه حل دوم) قسمت ب حالت خاص می باشد که برای این حالت فرمولی ارائه

می گردد: $(n-2)!(2n-3) = (4-2)!(2 \times 4 - 3) = 2! \times 5 = 2 \times 1 \times 5 = 10$

-۶۴ $(4 \times 2) + (4 \times 3) + (2 \times 3) = 8 + 12 + 6 = 26$

-۶۵ $n = 10 - 3 = 7$ ، $r = 7 - 3 = 4$ $C_r^n = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 5 = 35$

-۶۶ $(4 \times 3) + (4 \times 3) + (3 \times 3) = 12 + 12 + 9 = 33$

-۶۷ تبدیل حلقوی $P_n = (n-1)! = (6-1)! = 5! = 120$

-۶۸

ساعت $810 \div 60 = 13/5$ دقیقه $405 \times 2 = 810$ $9 \times 9 \times 5 = 405$

۹	۹	۵
---	---	---

-۶۹ (الف) $C_4^1 \times C_5^1 \times C_6^1 = 4 \times 5 \times 6 = 120$

(ب) $C_4^2 + C_5^2 + C_6^2 = 6 + 10 + 15 = 31$

-۷۰ نکته $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ $C_4^0 + C_4^1 + \dots + C_4^4 = 2^4 = 16$

-۷۱ $3 \times 4 \times 2 = 24$

$$C_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!5!} = 21 \quad \text{الف) } -72$$

$$C_4^2 \times C_2^2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} \times 1 = 6$$

$$P_n^2 = 12 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 12 \Rightarrow n(n-1) = 4 \times 3 \Rightarrow n = 4 \quad \text{۷۳- راه حل اول}$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 12 \Rightarrow n(n-1) = 12 \Rightarrow n(n-1) = 4 \times 3 \Rightarrow n = 4 \quad \text{راه حل دوم}$$

$$P_n = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \quad \text{الف) } -74$$

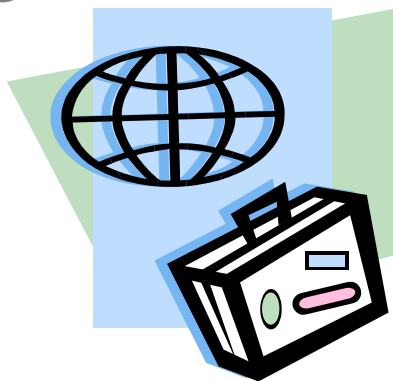
از ۴ رقم موجود یک رقم آن زوج است یعنی ۲ اعداد زوجند: $24 \times \frac{1}{4} = 6$ ب)

۷۵- حالات ۳ بوته خاص کنار هم باشند ۳! ، $(n-1)! = (5-1)! = 4!$ ، $n = 7 - 3 + 1 = 5$

فصل دوم

استان همدان
شرکت مفضودی

احتمال



خلاصه درس

«هدفهای رفتاری»

۱- مفهوم مجموعه، اجتماع، اشتراک، متمم، تفاضل متقارن

۲- تعریف آزمایش و فضای نمونه ای

۳- تبیین پیشامد و انواع آن

۴- برداشتهای مختلف از احتمال

۵- اصول قراردادی (موضوعه) احتمال

۶- محاسبه احتمال پیشامدها بر مبنای فراوانی نسبی

۷- محاسبه احتمال متمم یک پیشامد

۸- محاسبه احتمال و اشتراک دو پیشامد

۹- محاسبه احتمال شرطی برای پیشامدها

مجموعه: هر فهرست یا گردآورده ای از اشیاء را مجموعه گویند.

عناصر (اعضای) مجموعه: اشیایی را که مجموعه شامل آنها می شود، عناصر یا

اعضای مجموعه نامند.

مجموعه جهانی: همه مجموعه های تحت بررسی، زیر مجموعه ای از مجموعه

ثابتی به نام مجموعه جهانی (مرجع) فرض می شوند. نماد: M, U

مجموعه تهی: مجموعه بدون عضو را تهی گویند. نماد: $\emptyset$

اجتماع دو مجموعه: مجموعه ای که عناصر آن یا به مجموعه A تعلق دارد یا به

مجموعه B و یا به هر دو. $A \cup B$

اشتراک دو مجموعه: مجموعه ای که عناصر آن هم به مجموعه A و هم به

مجموعه B تعلق دارد. $A \cap B$

دو مجموعه مجزا از هم: اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد مجزا از هم گویند.

$$A \cap B = \emptyset$$

متمم دو مجموعه: متمم مجموعه ای مانند A از یک مجموعه جهانی A' یا A^c می

باشد که عناصر آن به A تعلق ندارد. $A' = M - A$

تفاضل متقارن: اجتماع تفاضل A و B را گویند. $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

آزمایش: در مبحث احتمال، آزمایش به معنای هر تحقیق علمی است که بر اثر

انجام آن داده های آماری به دست می آیند.

انواع آزمایش: تجربی، تجربی - تصادفی

- آزمایش تجربی: فرآیند شناخته شده ای که به نتیجه معینی منجر شود و در

شرایط کنترل قابلیت تکرار را داشته باشد.

- آزمایش تجربی - تصادفی: آزمایش هایی که عامل تصادف در نتیجه آنها دخالت

داشته باشد نتیجه آزمایش قابل پیش بینی نیست.

فضای نمونه ای: مجموعه نتایج ممکن و متمایز یک آزمایش تجربی - تصادفی را

فضای نمونه ای گویند. نماد: S

فضای نمونه ای گسسته: اگر عضوهای فضای نمونه ای متناهی یا نامتناهی شمارش پذیر باشند، گسسته است.

فضای نمونه ای پیوسته: اگر عضوهای فضای نمونه ای متعلق به یک فاصله یا اجتماع چند فاصله باشد پیوسته است.

برآمد: به هر نتیجه از نتایج ممکن یک آزمایش تجربی تصادفی یک برآمد گویند. (اعضای فضای نمونه ای)

پیشامد: هر زیر مجموعه از مجموعه ی فضای نمونه ای را یک پیشامد گویند. پیشامد ساده) اگر تنها یک برآمد، در کل برآمدها دارای خصوصیتی مشخص و قابل تعریف باشد پیشامد ساده گویند.

پیشامد مرکب) اگر یک پیشامد مجموعه ای از چند برآمد باشد که دارای خصوصیت مشترکی باشند مرکب می باشد.

پیشامد سازگار) دو پیشامد A و B را سازگار گویند هرگاه بتوانند همزمان رخ دهند.

پیشامد ناسازگار) دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند هرگاه نتوانند همزمان رخ

$$A \cap B = \emptyset, \quad P(A \cap B) = 0 \quad \text{دهند.}$$

پیشامد مستقل) هرگاه وقوع A تاثیری در مقدار احتمال وقوع B نداشته باشد، A و B را دو پیشامد مستقل گویند.

پیشامد غیرمستقل) هرگاه وقوع A تاثیری در مقدار احتمال وقوع B داشته باشد و مقدار احتمال را تغییر دهد، مستقل هستند.

انواع پیشامد از نظر شدت و ضعف مقدار ریاضی احتمال:

پیشامد حتمی (یقینی): پیشامدی که تحت هر شرایطی رخ خواهد داد و مقدار احتمال آن یک است: $P(A)=1$

پیشامد غیر ممکن (محال): پیشامدی که تحت هیچ شرایطی امکان وقوع نداشته باشد و مقدار آن صفر است: $P(A)=0$

پیشامد تصادفی (احتمالی): پیشامدهایی که امکان وقوع یا عدم وقوع آنها وجود دارد. $0 < P(A) < 1$

اصول روس، کولموگروف:

اصل اول) $0 \leq P \leq 1$

اصل دوم) $P_{(A)} + P_{(A')} = 1$, $P_{(S)} = P_{(e_1)} + P_{(e_2)} + \dots + P_{(e_n)} = 1$

اصل سوم) $P_{(A)} = P_{(e_1)} + P_{(e_2)} + \dots + P_{(e_k)}$

برداشت از احتمال:

احتمال کلاسیک: برآمدهای هم شناس (مدل احتمال یکنواخت)

احتمال تجربی - کلاسیک: برآمدهای غیر هم شناس (مدل احتمال غیر یکنواخت)

احتمال ذهنی - شخصی: براساس تصورات ذهنی و شخصی در مورد برآمدهای

یک آزمایش به محاسبه ی احتمال می پردازیم.

اولین بار «لاپلاس» در قرن هفدهم، تئوری احتمال را پایه گذاری نمود.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \quad \text{تعداد حالات مساعد آن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالات ممکن آزمایش}}{\text{مقدار احتمال هر پیشامد}}$$

$$P_{(A)} + P_{(A)} = 1 \quad \text{احتمال متمم یک پیشامد:}$$

احتمال اجتماع دو پیشامد:

اگر A و B سازگار باشند در نتیجه اشتراک دارند پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اگر A و B ناسازگار باشند، در نتیجه اشتراک دو پیشامد تهی بوده و احتمال

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{اشتراک آنها صفر خواهد بود، پس:}$$

اگر A و B مستقل باشند، احتمال اشتراک دو پیشامد برابر است با حاصلضرب احتمال

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) \quad \text{آنها یعنی:}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{محاسبه احتمال شرطی:}$$

احتمال شرطی دو پیشامد مستقل به صورت زیر می باشد:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) \Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A).P(B)}{P(B)} \Rightarrow P(A/B) = P(A)$$

۱- در یک قفسه، ۱۰ کتاب تاریخ، ۲۰ کتاب جغرافیا و ۴۰ کتاب فارسی وجود دارد. اگر بخواهیم ۳ کتاب را به طور تصادفی و بدون جایگذاری از قفسه برداریم، چقدر احتمال دارد که هر ۳ کتاب فارسی باشند؟ ($۱۳۷۶/۳/۱۰$)

۲- تاسی را پرتاب می‌کنیم اگر بدانیم اعداد فرد رخ داده، احتمال آن را حساب کنید که اعداد بزرگتر از ۳ رخ دهد. ($۱۳۷۶/۳/۱۰$)

۳- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ باشد، اجتماع A و B چقدر است؟ ($۱۳۷۶/۳/۱۰$)

۴- فضای نمونه ای و برآمد را تعریف نمایید. ($۱۳۷۶/۱۰/۲۵$)

۵- در جعبه ی A دو مهره سبز و سه مهره قرمز وجود دارد و در جعبه B سه مهره قرمز و دو مهره زرد وجود دارد از هر جعبه یک مهره به تصادف اختیار می‌کنیم. احتمال همرنگ نبودن مهره ها چقدر است؟ ($۱۳۷۶/۱۰/۲۵$)

۶- احتمال اینکه احمد در مرحله اول کنکور قبول شود $\frac{6}{11}$ و احتمال این که اگر در مرحله اول قبول شده باشد، در مرحله دوم نیز قبول شود $\frac{5}{11}$ است احتمال این که

احمد در هر دو مرحله قبول شود چقدر است؟ ($۱۳۷۶/۱۰/۲۵$)

۷- یک سکه سالم را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال این که حداقل دو بار روی سکه یا فقط یک بار روی سکه ظاهر شود چیست؟ ($۱۳۷۶/۱۰/۲۵$)

۸- ۱۶ لامپ موجود است که ۱۱ عدد آن سالم است. سه عدد لامپ به تصادف

برمی داریم. چقدر احتمال دارد که هر سه لامپ ناسالم باشد؟ (مولف)

۹- تاسی را ۳ مرتبه پرتاب می کنیم، تعداد عضوهای فضای نمونه ای را تعیین

کنید. (۱۳۷۷/۲/۳)

۱۰- در کیسه ای سه مهره سفید، ۲ مهره سیاه و ۴ مهره قرمز وجود دارد از این

کیسه دو مهره با هم خارج می کنیم احتمال اینکه هر دو سفید یا هر دو سیاه

باشند چقدر است؟ (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۱- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = 0.4$ و $P(B) = 0.5$ باشد.

$P(A \cup B)$ چقدر است؟ (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۲- اگر $P(A/B) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ باشد، $P(A \cap B)$ چقدر است؟ (۱۳۷۷/۳/۳)

۱۳- اگر C و D دو پیشامد مستقل باشند $P(C/D)$ کدام یک از موارد زیر است؟

(۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

الف) $P(C)$ ب) $P(D)$ ج) صفر د) ۱

۱۴- اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{100}$ باشد، کدامیک از موارد زیر دو پیشامد حتما سازگار

است (مولف)

الف) A, B ب) A, C ج) D, C د) B, C

۱۵- جعبه ای محتوای چهار لامپ قرمز و سه لامپ آبی و دو لامپ سفید می باشد. از این جعبه سه لامپ به تصادف استخراج کرده احتمال این که لامپ ها هم رنگ نباشند چقدر است؟ (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۶- آقایان x و y به سوی هدف تیراندازی می کنند احتمال زدن هدف توسط آنها به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{7}$ است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه اگر آقای x و آقای y با هم تیراندازی کنند هدف مورد اصابت قرار گیرد. (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۷- فضای نمونه ای را تعریف کنید. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

۱۸- احتمال اینکه احمد یک مسئله را درست حل کند $\frac{2}{5}$ و احتمال اینکه محمود همان مسئله را درست حل کند $\frac{1}{4}$ است. احتمال این که هر دو نفر مسئله را درست حل کنند چقدر می باشد؟ (۱۳۷۸/۳/۱۲)

الف) $\frac{1}{20}$ ب) $\frac{2}{5}$ ج) $\frac{1}{10}$ د) $\frac{1}{5}$

۱۹- یک تاس به گونه ای است که احتمال آمدن هر عدد آن متناسب با عدد روی تاس است. احتمال این که عدد رو شده ۳ یا ۶ باشد چقدر است؟ (مولف)

۲۰- در قفسه ای پنج جلد کتاب تاریخ و شش جلد کتاب آمار وجود دارد اگر بخواهیم سه جلد کتاب به طور تصادفی انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد که هر سه جلد کتاب تاریخ باشد؟ (۱۳۷۸/۳/۱۲)

۲۱- جعبه A حاوی سه مهره قرمز و چهار مهره آبی و جعبه B حاوی دو مهره قرمز و شش مهره سبز است از هر جعبه یک مهره را به تصادف بیرون می آوریم. احتمال این که مهره ها همرنگ نباشند چقدر است؟ ($۱۳۷۸/۳/۱۲$)

۲۲- پیشامد حتمی را تعریف کنید و احتمال آن چقدر است؟ ($۱۳۷۸/۱۰/۲۳$)

۲۳- دانشجویان یک کلاس را از نظر اهلیت و جنسیت مورد بررسی قرار داده ایم جدول زیر حاصل شده است. اگر یک دانشجو به طور تصادفی انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد که دختر یا تبریزی باشد؟ ($۱۳۷۸/۱۰/۲۳$)

اهلیت \ جنسیت	تهران	تبریز	شیراز	جمع
پسر	۱۰	۸	۴	۲۲
دختر	۸	۷	۳	۱۸
جمع	۱۸	۱۵	۷	۴۰

۲۴- در یک جعبه ۴ سیب، ۲ پرتقال و ۳ انار وجود دارد. دو میوه را به تصادف استخراج می کنیم. احتمال این که میوه ها متنوع باشند چقدر است؟ ($۱۳۷۸/۱۰/۲۳$)

۲۵- اگر A, B دو پیشامد مستقل باشند. $P(A) = \frac{2}{7}, P(B) = \frac{1}{4}$ باشد آن گاه

$P(A^c \cup B^c)$ را به دست آورید. (مولف)

۲۶- $P(B^c) = \frac{3}{5}, P(A \cap B)^c = \frac{4}{5}$ است. $P(A/B)$ را به دست آورید. (مولف)

۲۷- دو مکعب شش وجهی منتظم (تاس) را که اعداد ۱ تا ۶ روی وجوه مختلف آنها نوشته شده با هم پرتاب می کنیم احتمال اینکه حداقل شماره یکی از مکعبها عدد زوج کوچکتر از ۴ باشد چقدر است؟ (اگر بدانیم که مجموع شماره های دو مکعب مساوی عدد ۶ باشد) (۱۳۷۸/۱۰/۲۲)

۲۸- دو سیب و سه پرتقال را به طور تصادفی در یک ردیف چیده ایم. احتمال این که یک در میان آنها را چیده باشیم چقدر است؟ (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۲۹- فرق بین برآمد و پیشامد را بیان کنید. (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۰- ۸۰٪ از دانش آموزان یک دبیرستان درس ریاضی و ۵۰٪ آنها درس آمار و ۴۵٪ دانش آموزان هر دو درس را انتخاب کرده اند. اگر یک دانش آموز را به طور تصادفی انتخاب کنیم احتمال این که آمار یا ریاضی را انتخاب کرده باشند چقدر است؟ (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۱- احتمال اینکه عزیز در مرحله اول کنکور قبول شود $\frac{2}{5}$ است. احتمال این که اگر در مرحله اول قبول شده در مرحله دوم نیز قبول شود $\frac{5}{9}$ است. احتمال این که عزیز در هر دو مرحله قبول شود چقدر است؟ (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۲- احتمال اینکه ناصر یک مسئله را درست حل کند $\frac{2}{7}$ است و احتمال اینکه محمد همان مسئله را درست حل کند $\frac{3}{5}$ است. این مسئله را به هر دو شخص می دهیم تا حل کند احتمال این که فقط یکی از آنها مسئله را درست حل کند چقدر است؟ (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۳۳- کامل نمایید: مقدار احتمال پیشامدهای (الف) مساوی با یک، پیشامدهای

تصادفی (ب) و پیشامدهای (پ) مساوی با صفر است. (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

۳۴- با انداختن یک جفت تاس احتمال آمدن مجموع ۷ یا ۱۱ چقدر است؟ (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

۳۵- فرض کنید A و B دو پیشامدند به طوری که $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ و

$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ باشد مطلوب است محاسبه: (۱۳۸۰/۳/۵)

الف) $P(A/B)$ ب) $P(A \cup B)$

۳۶- از بین ۶ پزشک و ۳ حسابدار و ۲ پرستار کمیته ای دو نفره تشکیل می گردد،

چقدر احتمال دارد که اعضای این کمیته دارای یک نوع تخصص باشد؟ (مولف)

۳۷- از بین ۱۲ واحد محصول که ۴ واحد آن معیوب بوده و ۳ واحد محصول به

طور تصادفی و پشت سرهم برداشته شده، چقدر احتمال دارد که هر

سه سالم باشند؟ (۱۳۸۰/۳/۵)

۳۸- اگر $A = \{1, 2, 3, 5\}$ و $B = \{2, 3, 7, 10\}$ باشند و $S = \{11\}$ اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۱

باشد مجموعه های زیر را با عضوهایش نشان دهید. (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

الف- $A \cup B$

ب- $A \cap B'$

۳۹- احتمال اینکه کارمندی در یک اداره در مرخصی باشد، $\frac{1}{2}$ و احتمال اینکه به

کارمندی حکم جدیدی داده شود $\frac{1}{10}$ است. احتمال این که کارمندی در مرخصی

باشد و حکم جدیدی نیز برایش صادر شود چقدر است؟ (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۴۰- ۵ کتاب ریاضی و ۴ کتاب حسابداری و ۳ کتاب آمار (کتابهای هم موضوع، گوناگون می باشند) وجود دارد. مقدار احتمال آنکه از بین کتب «۲ کتاب که هم موضوع نباشند» چقدر است؟ (مولف)

۴۱- احتمال این که کارمند یک اداره در مرخصی باشد $\frac{2}{5}$ و احتمال اینکه به کارمندی حکم جدیدی داده شود $\frac{1}{4}$ باشد، احتمال اینکه کارمندی در مرخصی باشد و حکم جدیدی نیز برایش صادر شود چقدر است؟ (مولف)

۴۲- در یک جعبه ۸ مهره قرمز و ۶ مهره سفید و ۴ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از جعبه بیرون می آوریم. احتمال آنکه هر کدام از یک رنگ باشند کدام است؟ در همین مسئله احتمال این که هر کدام از یک رنگ نباشند کدام است؟ (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۴۳- اگر $P_{(B)} = \frac{2}{5}$ ، $P_{(A)} = \frac{3}{8}$ باشد؛ مطلوبست محاسبه $P_{(A \cup B)}$ در صورتی که A و B :
الف) ناسازگار ب) مستقل باشند. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۴۴- با توجه به جدول چگونگی توزیع دانش آموزان یک هنرستان احتمال آن را که تصادفاً یک دانش آموز یک هنرستان «رشته کامپیوتر یا سال سوم» باشد به

رشته \ سال	حسابداری	کامپیوتر
دوم	۹۰	۸۰
سوم	۷۰	۶۰

دست آورید: (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۴۵- از جعبه ای دارای ۳ مهره سفید و ۲ مهره قرمز، ۲ مهره به تصادف و با هم برداشته شده احتمال این را که: آن دو هم رنگ نباشند محاسبه نمایید. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۴۶- از بین ۹ جلد شناسنامه که ۴ جلد آن بدون عکس و بقیه عکس دار بوده ۳ جلد شناسنامه به تصادف و با هم برداشته شده، میزان احتمال عکس دار بودن هر سه را بدست آورید. (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۴۷- احتمال قبول شدن «امید» در امتحانات پایان سال $\frac{3}{5}$ و احتمال قبول شدن «آرزو» در همان امتحانات $\frac{2}{3}$ است. محاسبه نمایید چقدر احتمال دارد:

I. امید قبول نشود؟ II. امید و آرزو هر دو قبول شوند؟ III. فقط امید قبول شود؟ IV. فقط یکی از آن دو قبول شوند؟ V. حداقل یکی از آن دو قبول شوند؟ (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۴۸- اگر $p(A) = \frac{5}{8}$ ، $p(B) = \frac{2}{5}$ ، $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ باشد، در صورت سازگار بودن دو پیشامد، احتمال $P(A \cap B)$ چقدر است؟ (مolf)

۴۹- مسئله ای را جهت حل کردن به دو نفر دادند، احتمال درست حل کردن مسئله توسط اولی $\frac{3}{10}$ و توسط دومی $\frac{6}{10}$ می باشد. چقدر احتمال دارد فقط یکی از آنها مسئله را درست حل کند؟ (مolf)

۵۰- در یک کیسه: ۵ مهره ی قرمز، ۴ مهره ی سیاه و ۳ مهره ی سفید وجود داشته، ۲ مهره به تصادف و با هم از آن برداشته شده، محاسبه نمایید چقدر احتمال دارد که: الف) هر دو سفید باشند؟ ب) هیچ یک سیاه نباشند؟ (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۵۱- احتمال زدن هدفی توسط اشکبوس $\frac{2}{6}$ و احتمال زدن همان هدف توسط

آرش $\frac{3}{6}$ است، در صورت تیراندازی هر دو، چقدر احتمال دارد که: به هدف

بخورد؟ (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۵۲- تاسی را انداخته و گفته اند که عدد رو شده بزرگتر از ۲ بوده؛ چقدر احتمال

دارد که عدد روی تاس «زوج» باشد؟ (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۵۳- در جعبه ای ۲۰ مهره ی هم اندازه که ۶ تای آنها آبی و بقیه سفید و قرمز

بوده وجود دارد؟

I. اگر از جعبه به طور تصادفی ۲ مهره ی پی در پی و بدون جایگذاری برداشته

شود: احتمال آبی بودن هر دو، چقدر است؟

II. اگر به طور تصادفی (مهره از جعبه برداشته شود و احتمال قرمز بودن آن

۲۵٪ باشد مهره های قرمز «چه تعداد» بوده است؟ (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۵۴- سال گذشته از هنرجویان یک کلاس در درس آمار ۸۰٪ در ریاضیات ۷۰٪ و

در هر دو درس ۶۰٪ قبول شده اند با انتخاب تصادفی هنرجویی از بین آنان:

الف) چقدر احتمال دارد که او در آمار یا ریاضیات قبول شده باشد؟

ب) اگر او در درس آمار قبول باشد؛ احتمال آنکه در ریاضیات هم قبول شده

باشد، چقدر است؟

پ) آیا قبولی در ریاضیات و آمار این هنرجویان، دو پیشامد مستقل بوده یا نه؟

چرا؟ (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۵۵- ارقام ۲ و ۵ و ۷ را به طور تصادفی در کنار هم می گذاریم. احتمال این که

عدد حاصل ۷۲۵ باشد را حساب کنید. (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۶- در یک پیشامد مستقل، اگر $P(A) = \frac{۳}{۵}$ و $P(B) = \frac{۲}{۳}$ باشد، $P(B/A)$ چقدر

است؟ (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۷- احتمال اینکه هرمن مسئله ای را درست حل کند $\frac{۳}{۵}$ و احتمال اینکه محمود

همان مسئله را درست حل کند $\frac{۷}{۱۰}$ می باشد. این مسئله را به هر دو نفر می دهیم،

چقدر احتمال دارد فقط یکی از آنها مسئله را درست حل کند. (۱۳۸۴/۳/۳)

۵۸- در بیمارستانی ۳ نوزاد متولد می شوند، احتمال آنرا در حالات زیر بدست آورید:

الف) حداکثر ۲ نوزاد پسر باشند؟ ب) نوزادان هم جنس باشند؟ (۸۵/۳/۳)

۵۹- اگر A, B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = \frac{۱}{۴}$ ، $P(B) = \frac{۳}{۵}$ ، مطلوب است:

الف) مقدار $P(A \cup B)$ ب) مقدار $P(B \cap A')$ (۸۵/۳/۳)

۶۰- در جعبه ای ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد، ۲ مهره بدون جایگزاری

بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو مهره قرمز باشد؟ ب) مهره ها هم رنگ نباشند؟ (۸۵/۳/۳)

۶۱- اگر $u = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۹\}$ ، $A = \{۱, ۵\}$ ، $B = \{۱, ۳, ۷\}$ باشد، مطلوب است:

الف) $(A \cup B)'$ ب) $A' \cap B$ (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۲- در یک کیسه ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد، ۳ مهره با روش جایگزین

بیرون می آوریم، چقدر احتمال دارد هر سه مهره سفید باشد. (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۳- احتمال اینکه احمد نتیجه بازی را درست پیش بینی کند $\frac{1}{6}$ و احتمال این که

رضا نتیجه بازی را درست پیش بینی کند $\frac{1}{4}$ می باشد. چقدر احتمال دارد بازی

درست پیش بینی شود. (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ و $P(A) = \frac{1}{5}$ مقدار

$P(B)$ را محاسبه کنید. (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۵- کامل کنید: مقدار احتمال پیشامد برابر یک و مساوی صفر است. (۱۳۸۶/۳/۵)

۶۶- اگر $u = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ مجموعه جهانی و $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ و $B = \{2, 3, 5, 7, 10\}$ زیر

مجموعه های آن باشند مطلوب است محاسبه:

الف) $A \Delta B$ ب) $B - A$ (۱۳۸۷/۳/۹)

۶۷- احمد و محمود جدا از هم برای حل مسئله ای می کوشند احتمال حل مسئله

توسط احمد $\frac{1}{3}$ و توسط محمود $\frac{1}{4}$ است. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را

بدست آورید:

الف) حل مسئله توسط فقط یکی از دونفر ب) احتمال حل نشدن مسئله (۱۳۸۷/۳/۹)

۶۸- تعداد دانشجویان دانشکده کامپیوتر در گرایش نرم افزار و سخت افزار به صورت زیر است: اگر دانشجویی به تصادف انتخاب شود مطلوب است محاسبه احتمال آن که:

(الف) پسر و سخت افزار باشد

(ب) دختر باشد به شرط آن که نرم افزار باشد. $(۱۳۸۷/۳/۹)$

نرم افزار	سخت افزار	
۲۰	۳۰	پسر
۲۵	۱۵	دختر

۶۹- پیشامدهای: (الف) ناسازگار (ب) مستقل (نابسته) را تعریف کنید. $(۱۳۸۷/۳/۹)$

۷۰- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = \frac{2}{7}, P(B) = \frac{7}{10}$. احتمال اجتماع

A و B چقدر است؟ (مولف)

۷۱- از یک جعبه مداد رنگی ۱۲ تایی که از هر رنگ فقط یک مداد دارد، ۳ مداد رنگی را بدون جای گذاری بیرون می آوریم. احتمال آنکه اولی سبز، دومی قرمز و

سومی آبی باشد را حساب کنید. $(۸۷/۶/۴)$

۷۲- احتمال اینکه خانواده ای اتومبیل یا موتورسیکلت و یا هر دوی آنها را داشته باشد به ترتیب $۰/۶۱$ و $۰/۲۵$ و $۰/۰۸$ است. اگر خانواده ای به صورت تصادفی

انتخاب شود می خواهیم احتمال موارد را پیدا کنیم:

(الف) اتومبیل نداشته باشد.

(ب) اتومبیل یا موتورسیکلت داشته باشد. $(۸۷/۶/۴)$

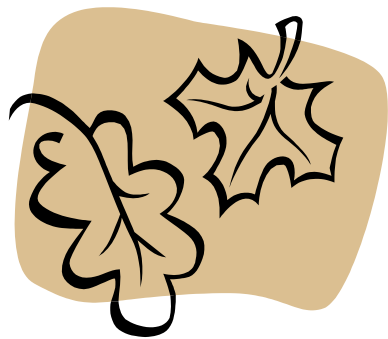
۷۳- اعداد تا ۱۰ را بر روی ۱۰ کارت نوشته و کارتها را به خوبی مخلوط می کنیم. سپس یک کارت به طور تصادفی از بین آنها انتخاب می کنیم. هرگاه بدانیم که عدد نوشته شده بر این کارت یک عدد زوج است این احتمال را حساب کنید که عدد مزبور مضرب ۴ باشد. (۸۷/۶/۴)

۷۴- از جعبه ای محتوی ۴ عدد مهره سفید و ۶ مهره سیاه، دو مهره بدون جایگذاری بیرون می آوریم مطلوبست محاسبه: احتمال اینکه یکی سفید و یکی سیاه باشد. (۸۷/۶/۴)

استان همدان
مقصودی

پاسخ سئوالات

دانشپرس
استان همدان
مقصودی
فصل دوم



$$n(s) = 10 + 20 + 40 = 70$$

۱- راه حل اول:

$$P = \frac{40}{70} \times \frac{39}{69} \times \frac{38}{68} = 0.18$$

$$\frac{C_{40}^3}{C_{70}^3} = \frac{\frac{40 \times 39 \times 38}{6}}{\frac{70 \times 69 \times 68}{6}} = \frac{40 \times 39 \times 38}{70 \times 69 \times 68} = 0.18$$

راه حل دوم:

$$C_{40}^3 = \frac{40!}{(40-3)! \times 3!} = \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37!}{37! \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{40 \times 39 \times 38}{6}$$

$$C_{70}^3 = \frac{70!}{(70-3)! \times 3!} = \frac{70 \times 69 \times 68 \times 67!}{67! \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{70 \times 69 \times 68}{6}$$

$$\text{اعداد فرد } B = \{1, 3, 5\} \quad P(B) = \frac{3}{6}$$

$$\text{اعداد بزرگتر از ۳ } A = \{4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \{5\} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

۳-

$$\text{مستقل } B, A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{6}{20} = \frac{8 + 15 - 6}{20} = \frac{17}{20}$$

۴- فضای نمونه ای (S): مجموعه ی نتایج ممکن و متمایز یک آزمایش تجربی تصادفی را فضای نمونه ای گویند.

برآمد: به هر نتیجه ی ممکن یک آزمایش تجربی - تصادفی گفته می شود.

۵- راه حل اول: $P = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$: احتمال هم رنگ بودن مهره ها

به کمک تعریف متمم: $P^c = 1 - P = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$: احتمال هم رنگ نبودن مهره ها
راه حل دوم:

$$\begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{l} \frac{2}{5} \text{ سبز} \\ \frac{3}{5} \text{ قرمز} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \frac{3}{5} \text{ قرمز} \\ \frac{2}{5} \text{ زرد} \\ \frac{3}{5} \text{ قرمز} \\ \frac{2}{5} \text{ زرد} \end{array} \right] \begin{array}{l} e_1 = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25} \\ e_2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} \\ e_3 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25} \\ e_4 = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \end{array}
 \end{array}$$

$$P = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = \frac{6+4+9+6}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

-۶

$$P(A) = \frac{6}{10}, P(B/A) = \frac{5}{10}, P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow P(B \cap A) = \frac{5}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{30}{100}$$

-۷

$$S = \{HH, HT, TH, TT\} \Rightarrow n(s) = 4$$

$$A = \{HH\} \Rightarrow n(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{4}$$

$$B = \{HT, TH\} \Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0 = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{ \} \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

لامپ ناسالم $11-16=5$

-۸

$$\frac{C_{\delta}^r}{C_{16}^r} = \frac{\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}}{\frac{16 \times 15 \times 14}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{5 \times 4 \times 3}{16 \times 15 \times 14} = \frac{1}{4 \times 16} = \frac{1}{56}$$

$$n(s) = 6^r = 216$$

-۹

$$n = 9 \quad P = \frac{C_r^r + C_r^r}{C_9^r} = \frac{3 + 1}{36} = \frac{4}{36}$$

-۱۰

$$C_n^1 = n, C_n^{n-r} = C_n^r \quad \text{زیرا:} \quad C_r^r = C_r^1 = 3$$

$$C_n^n = 1 \quad \text{زیرا:} \quad C_r^r = 1$$

$$C_9^r = \frac{9!}{(9-r)!r!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{7! \times 2 \times 1} = \frac{9 \times 8}{2} = 9 \times 4 = 36$$

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = (0/4)(0/5) = 0/2 \quad \text{۱۱- } A \text{ و } B \text{ مستقل اند:}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/4 + 0/5 - 0/2 = 0/7$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A/B).P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \quad -12$$

۱۳- «الف» صحیح است زیرا:

$$\text{مستقل } D, C \Rightarrow P(C \cap D) = P(C).P(D)$$

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(C).P(D)}{P(D)} = P(C)$$

۱۴- «د» صحیح است. اگر جمع احتمالات بیشتر از یک باشد آن دو پیشامد حتماً سازگارند زیرا اشتراک دارند.

$$\left. \begin{array}{l} P(B) = \frac{1}{2} \\ P(C) = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4} > 1 \Rightarrow B, C \text{ حتماً سازگارند}$$

۱۵- راه حل اول) $A = \text{هر سه لامپ هم رنگ نباشند} \Rightarrow P(A) = \frac{C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1}{C_9^3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{84} = \frac{2}{7}$

$$C_n^1 = n \Rightarrow C_4^1 = 4, C_3^1 = 3, C_2^1 = 2$$

$$C_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 3 \times 4 \times 7 = 84$$

راه حل دوم) $P(A) = \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \right) \times 6 = \frac{144}{504} = \frac{2}{7}$

۱۶- راه حل اول) $P(x \cap y) = P(x) \cdot P(y) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$

$$P(x \cup y) = P(x) + P(y) - P(x \cap y) = \frac{3}{5} + \frac{2}{7} - \frac{6}{35} = \frac{21+10-6}{35} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

راه حل دوم)

$$A = \text{هدف مورد اصابت قرار گیرد} \Rightarrow P(A) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{2}{7} \right) + \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} \right) = \frac{15+4+6}{35} = \frac{5}{7}$$

۱۷- مجموعه نتایج ممکن و متمایز از یک آزمایش تجربی - تصادفی را فضای نمونه ای گویند و آن را با نماد (S) نمایش می دهند.

۱۸- گزینه ج صحیح است. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

$$n(s) = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{6(6+1)}{2} = 21 \quad -19$$

$$P(\text{عدد رو شده ۳ باشد}) = \frac{3}{21} \quad \text{و} \quad P(\text{عدد رو شده ۶ باشد}) = \frac{6}{21}$$

$$P(\text{عدد رو شده ۳ یا ۶}) = \frac{3}{21} + \frac{6}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{5}{11} \times \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{33}$$

۲۰- راه حل اول)

$$\frac{C_5^3}{C_{11}^3} = \frac{10}{165} = \frac{2}{33} \quad C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \quad \text{راه حل دوم)$$

$$C_{11}^3 = \frac{11!}{(11-3)!3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

$$P = \frac{3}{7} \times \frac{2}{8} = \frac{3}{28} \quad \text{۲۱- راه حل اول)}$$

$$P^c = 1 - P = 1 - \frac{3}{28} = \frac{28-3}{28} = \frac{25}{28} \quad \text{۲۱- راه حل دوم)}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{7} \text{ قرمز} \\ \frac{4}{7} \text{ آبی} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{8} \text{ قرمز} } e_1 = \frac{3}{7} \times \frac{2}{8} \\ \frac{6}{8} \text{ سبز} } e_r = \frac{3}{7} \times \frac{6}{8} \\ \frac{2}{8} \text{ قرمز} } e_r = \frac{4}{7} \times \frac{2}{8} \\ \frac{6}{8} \text{ سبز} } e_r = \frac{4}{7} \times \frac{6}{8} \end{bmatrix}$$

$$P = e_r + e_r + e_r = \left(\frac{3}{7} \times \frac{6}{8} \right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{2}{8} \right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{6}{8} \right)$$

$$P = \frac{18+8+24}{56} = \frac{50}{56} = \frac{25}{28}$$

۲۲- پیشامد حتمی: تحت هر شرایطی به طور اجتناب ناپذیری رخ خواهد داد.

احتمال آن عدد ۱ می باشد.

-۲۳

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{18}{40} + \frac{15}{40} - \frac{7}{40} = \frac{18+15-7}{40} = \frac{26}{40} = \frac{13}{20}$$

۲۴- راه حل اول) $P(\text{میوه ها متنوع باشند}) = \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{8}\right) \times 2 + \left(\frac{4}{9} \times \frac{2}{8}\right) \times 2 + \left(\frac{3}{9} \times \frac{2}{8}\right) \times 2$

$$= \left(\frac{12+8+6}{72}\right) \times 2 = \frac{26}{72} \times 2 = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

راه حل دوم) $P(\text{میوه ها متنوع باشند}) = \frac{C_4^1 C_3^1}{C_9^2} + \frac{C_4^1 C_2^1}{C_9^2} + \frac{C_3^1 C_2^1}{C_9^2} = \frac{12+8+6}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$

۲۵- طبق قانون دمرگان $P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B)^c$

طبق تعریف متمم $P(A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B)$

A, B مستقل اند $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{14}$

$$P(A^c \cup B^c) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

-۲۶

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1 - P(A \cap B)^c}{1 - P(B^c)} = \frac{1 - \frac{4}{5}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$$

$$A = \{(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)\} \quad -27$$

$$B = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$A \cap B = \{(2,4), (4,2)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{2}{5}$$

$$n(s) = P_5 = 5! = 120 \quad n(A) = P_r \times P_r = 3! \times 2! = 12 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{120} = 0.1 \quad -28$$

۲۹- به هر نتیجه از نتایج ممکن یک آزمایش تجربی - تصادفی یک «برآمد» گفته می شود ولی به هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای یک «پیشامد» گویند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \%80 + \%50 - \%45 = \%85 \quad -30$$

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A/B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{2}{9} \quad -31$$

-32

(محمد درست حل کند و ناصر درست حل نکند) یا (محمد درست حل نکند و ناصر درست حل کند)

$$\left(\frac{2}{7} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{5}{7} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{4}{35} + \frac{15}{35} = \frac{4+15}{35} = \frac{19}{35}$$

۳۳- الف) حتمی ب) بین صفر و یک ج) غیر ممکن (محال)

$$n(s) = 6^2 = 36 \quad A = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (5,6), (6,5)\} \Rightarrow n(A) = 8 \quad -34$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

$$\text{الف) } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4} \quad -35$$

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$$C_{11}^2 = \frac{11!}{2!9!} = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55 \quad -36$$

$$C_6^2 + C_7^2 + C_7^3 = \frac{6!}{4!2!} + 1 + 3 = 15 + 1 + 3 = 19$$

$$(C_n^1 = n) \quad C_7^1 = 7 \quad \text{و} \quad (C_n^r = C_n^{n-r}) \quad C_7^2 = C_7^5 \quad \text{نکته}$$

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مساعد}}{\text{تعداد حالات کل}} = \frac{19}{55}$$

$$P = \frac{C_{12}^3}{C_{12}^2} = \frac{56}{220} = \frac{14}{55} \quad C_{12}^2 = \frac{12!}{2!10!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{2 \times 10!} = 220$$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3 \times 2 \times 1 \times 9!} = 220$$

$$P = \frac{12}{12} \times \frac{11}{11} \times \frac{10}{10} = \frac{336}{1320} = \frac{14}{55} \quad \text{راه حل دوم}$$

$$\text{الف) } A \cup B = \{1, 2, 3, 5\} \cup \{2, 3, 7, 10\} = \{1, 2, 3, 5, 7, 10\} \quad -38$$

$$\text{ب) } A \cap B' = \{1, 2, 3, 5\} \cap \{1, 4, 5, 6, 8, 9\} = \{1, 5\}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2 \times 0.1 = 0.02 \quad -39$$

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{12 \times 11}{2 \times 1} = 66 \quad -۴۰$$

$$C_{\delta}^1 C_{\epsilon}^1 + C_{\delta}^1 C_{\gamma}^1 + C_{\epsilon}^1 C_{\gamma}^1 = (\delta \times \epsilon) + (\delta \times \gamma) + (\epsilon \times \gamma) = 20 + 15 + 12 = 47$$

$$\text{مقدار احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مساعد}}{\text{تعداد حالات کل}} = \frac{47}{66}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10} = 0.1 \quad -۴۱$$

$$\text{الف)} \frac{C_8^1 C_6^1 C_{\epsilon}^1}{C_{18}^3} = \frac{8 \times 6 \times 4}{3 \times 17 \times 16} = \frac{4}{17} \quad -۴۲$$

$$C_{18}^3 = \frac{18!}{3!(18-3)!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{3 \times 2 \times 1 \times 15!} = \frac{18 \times 17 \times 16}{3 \times 2 \times 1} = 3 \times 17 \times 16$$

$$\text{ب)} 1 - \frac{4}{17} = \frac{17-4}{17} = \frac{13}{17}$$

$$\text{الف)} A, B \text{ گار} \Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0 \quad -۴۳$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0 \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{8} + \frac{2}{5} = \frac{15+16}{40} = \frac{31}{40}$$

$$\text{ب)} A, B \text{ مستقل} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{8} + \frac{2}{5} - \frac{3}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{31}{40} - \frac{6}{40} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$n(s) = 90 + 80 + 70 + 60 = 300, n(A) = 80 + 60 = 140, \text{ کامپیوتر} \quad -۴۴$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{140}{300} + \frac{130}{300} - \frac{60}{300} = \frac{210}{300} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$\left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0.6 \quad \text{۴۵- راه حل اول}$$

$$\frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2} = \frac{2 \times 3}{10} = \frac{6}{10} = 0.6 \quad \text{راه حل دوم}$$

$$\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{42} \quad \text{۴۶- راه حل اول}$$

عکس دار ۹-۴=۵

راه حل دوم)

$$\frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}, \quad C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 2!} = 10, \quad C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{2 \times 1} = 36$$

$$I. P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \quad \text{امید قبول نشود} \quad \text{۴۷-}$$

$$II. P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \quad \text{امید و آرزو هر دو قبول شوند}$$

$$III. P(A \cap B') = P(A).P(B') = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \quad \text{فقط امید قبول شود}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$IV. P(A \cap B') + P(A' \cap B) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$$

(امید قبول شود و آرزو قبول نشود) یا (امید قبول نشود و آرزو قبول شود)

$$V. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{9 + 10 - 6}{15} = \frac{13}{15}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{2}{5} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{8} + \frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{25+16-10}{40} = \frac{31}{40} \quad -۴۸$$

$$P(\text{اولی درست حل نکند}) = 1 - 0/3 = 0/7 \quad -۴۹$$

$$P(\text{دومی دست حل نکند}) = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$(0/3 \times 0/4) + (0/7 \times 0/6) = 0/12 + 0/42 = 0/54$$

$$\frac{3}{12} \times \frac{2}{11} = \frac{1}{22} \quad \text{جمع کل مهره ها } 12 = 5+4+3 \quad -۵۰ \text{ (راه حل اول)}$$

$$\frac{C_{12}^3}{C_{12}^2} = \frac{3}{66} = \frac{1}{22}, C_{12}^2 = \frac{12!}{(12-2)!2!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{10! \times 2 \times 1} = 66, C_r^r = C_r^1 = 3 \quad \text{راه حل دوم} \quad -۵۱$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad -۵۲$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6, A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A) = 3, B = \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$A \cap B = \{4, 6\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{4}{6}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0/5$$

-۵۳

$$I) P = \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} = \frac{30}{380} = \frac{3}{38}, \quad II) P = \frac{x}{20} = 0/25 \Rightarrow x = 20 \times 0/25 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{الف)} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \%80 + \%70 - \%60 = \%90 \quad -54$$

$$\text{ب)} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\%60}{\%70} = \frac{3}{4}$$

$$\text{پ)} \quad P(A \cap B) = P(A).P(B) : B, A \text{ شرط مستقل بودن} \quad \%80 \times \%70 = \%56 \neq \%60$$

$$n(s) = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6, \quad n(A) = 1, \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{1}{6} \quad -55$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B).P(A)}{P(A)} \Rightarrow P(B/A) = P(B) = \frac{2}{3} \quad -56$$

-57 (هرمز درست حل کند و محمود درست حل نکند) = فقط یکی درست حل کند.

یا (هرمز درست حل نکند و محمود درست حل کند)

$$\left(\frac{7}{10} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{5} \right) = \frac{14}{50} + \frac{9}{50} = \frac{23}{50}$$

-58

$S = \{BBB, BBG, BGB, GBB, BGG, GBG, GGB, GGG\}$ دختر G، پسر B

$A = \text{حداکثر 2 پسر} = \{BBB, BBG, BGB, GBB, BGG, GBG, GGB\} \Rightarrow n(A) = 7$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

$B = \text{هم جنس} = \{BBB, GGG\} \Rightarrow n(B) = 2$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

-۵۹

$$B, A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{3}{20} = \frac{5+12-3}{20} = \frac{14}{20}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{تعریف متمم:}$$

$$P(B \cap A') = P(B).P(A') = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

$$\text{الف)} P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{10}{36}$$

$$\text{ب)} P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{C_5^1 \times C_4^1}{C_9^2} = \frac{5 \times 4}{36} = \frac{20}{36}$$

-۶۱

$$\text{الف)} A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow (A \cup B)' = u - (A \cup B) = \{2, 4, 6, 8, 9\}$$

$$\text{ب)} A' = u - A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}, A' \cap B = \{3, 7\}$$

-۶۲

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = 0.216$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

-۶۳

$$B, A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.6 \times 0.4 = 0.24$$

$$P(A \cup B) = 0.6 + 0.4 - 0.24 = 0.76$$

-۶۴

$$B, A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.4}{0.5} = 0.8$$

۶۵- حتمی، غیرممکن

$$۶۶- \text{تفاضل متقارن } A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{1, 9\} \cup \{2, 10\} = \{1, 2, 9, 10\}$$

$$\text{ب) } B - A = \{2, 10\}$$

$$\text{الف) } \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\left. \begin{aligned} P(A') &= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ P(B') &= 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \text{متمم}$$

$$\text{راه حل اول: } \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{ب) (محمود حل نکند) و (احمد حل نکند)}$$

$$\text{راه حل دوم: } P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B)' = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$۶۸- n(S) = 20 + 30 + 25 + 15 = 90$$

$$\text{الف) } P(A \cap B) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} \quad \text{ب) } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{30}{90}}{\frac{25}{90}} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

۶۹- الف) پیشامدهایی که نتوانند همزمان رخ دهند- یا: پیشامدهایی که احتمال اشتراکشان صفر باشد.

ب) پیشامدهایی که وقوع یک پیشامد در مقدار احتمال وقوع پیشامد دیگر تاثیر نداشته باشد.

-٧٠

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{7} + \frac{7}{10} - \frac{1}{5} = \frac{20 + 49 - 14}{70} = \frac{55}{70} = \frac{11}{14}$$

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1320}$$

٧١- راه حل اول

$$\frac{C_1^1 C_1^1 C_1^1}{C_{12}^3} = \frac{1}{1320}$$

راه حل دوم

$$\text{الف) } P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0/61 = 0/39$$

=٧٢

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/61 + 0/25 - 0/08 = 0/78$$

-٧٣

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\} \Rightarrow n(B) = 5$$

$$A = \{4, 8\} \quad A \cap B = \{4, 8\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{یا} \quad \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \right) + \left(\frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \right) = \frac{24 + 24}{90} = \frac{8}{15}$$

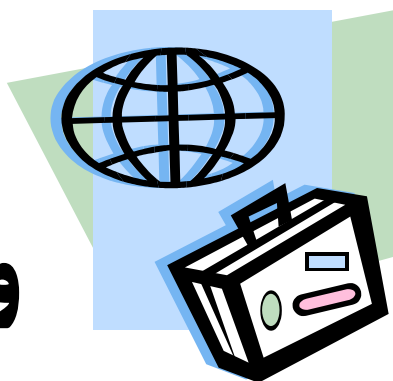
-٧٤

فصل سوم

انتظارتان
استان همدان
مقصودی

همبستگی متغیرها

و ضریب همبستگی



خلاصه درس

«هدفهای رفتاری»

- ۱- تعریف و مفهوم کلی همبستگی
- ۲- علل وجود همبستگی بین پدیده ها
- ۳- انواع همبستگی
- ۴- درجات و حالات همبستگی
- ۵- رسم و تغییر نمودارهای پراکنش
- ۶- محاسبه و معنای ضریب همبستگی
- ۷- محاسبه و کاربرد ضریب تعیین
- ۸- تبیین درجه معنی دار بودن ضریب همبستگی
- ۹- نوشتن معادله خط رگرسیون و رسم خط
- ۱۰- محاسبه و تفسیر کوواریانس «همپراش»

تعریف همبستگی: همبستگی را می توان نوعی رابطه کمی (مقداری) تعریف کرد که ممکن است بین متغیرهای مختلف وجود داشته باشد.

مفهوم کلی همبستگی: خصیصه ای است بین دو یا چند متغیر به نحوی که تغییر در یکی از متغیرها، تغییری قابل پیش بینی در متغیر یا متغیرهای دیگر را به دنبال داشته باشد.

علل وجود همبستگی بین متغیرها:

- ۱- تصادفی بودن همبستگی
- ۲- تاثیر یک عامل شناخته شده
- ۳- مساله علیت

انواع همبستگی:

۱- مستقیم (مثبت): مقدار ضریب همبستگی مثبت می باشد.

۲- معکوس (غیرمستقیم یا منفی): مقدار ضریب همبستگی منفی می باشد.

درجات و حالات (شدت و ضعف) همبستگی:

۱- کامل: مقدار قدر مطلق ضریب همبستگی برابر با یک است.

۲- ناقص: مقدار قدر مطلق ضریب همبستگی عدد اعشاری بین صفر و یک است.

نمودار پراکندگی (دیاگرام پراکنش):

ساده ترین روش برای بررسی وجود یا عدم وجود همبستگی بین دو متغیر، رسم دیاگرام پراکنش است.

برای هر مشاهده، یک نقطه روی محورهای مختصات به دست آورده، به طوری که طول آن نقطه اندازه ی صفت X و عرض آن نقطه اندازه ی صفت Y باشد.

دیاگرام پراکنش: مجموعه نقاط حاصل را روی محورهای مختصات، دیاگرام پراکنش گویند.

تفسیر دیاگرام پراکنش در همبستگی های خطی:

جهت مشخص نمودن وجود همبستگی یا عدم همبستگی بین متغیرهای X و Y ،

میانگین مقادیر Y و X را محاسبه نموده نقطه ای با طول $\bar{X}$ و عرض $\bar{Y}$ بدست می

آوریم. دو خط به موازات محور طولها و عرضها طوری رسم می کنیم که از این

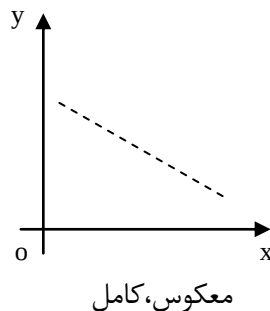
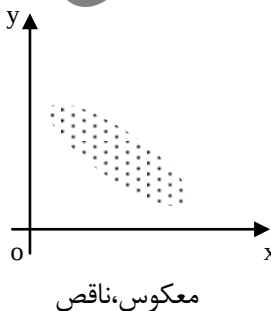
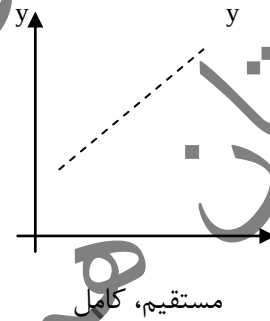
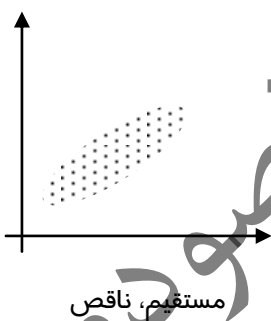
نقطه بگذرد. به این ترتیب چهار ناحیه بدست می آید:

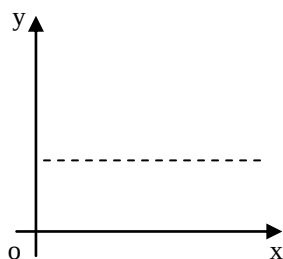
اگر بیشترین نقاط در نواحی ۱ و ۳ باشد: همبستگی مستقیم است.

اگر بیشترین نقاط در نواحی ۲ و ۴ باشد: همبستگی معکوس است.

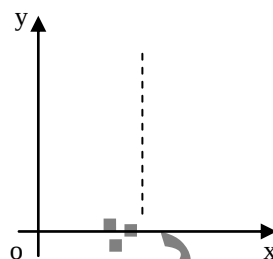
اگر نقاط در مناطق چهارگانه پخش شده باشند: عدم همبستگی می باشد.

انواع دیاگرام های پراکنش:

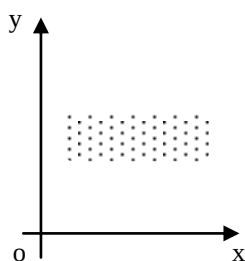




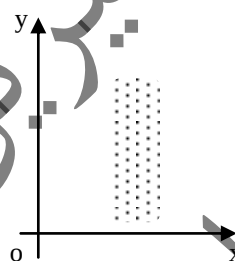
عدم همبستگی



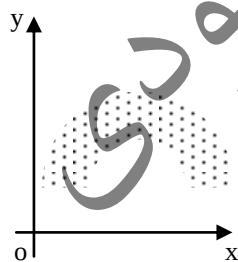
عدم همبستگی



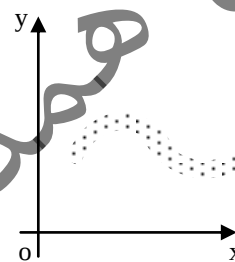
عدم همبستگی



عدم همبستگی



عدم همبستگی



عدم همبستگی

مقدار ضریب همبستگی:

ضریب همبستگی شاخصی است که می تواند در فاصله -1 تا $+1$ تغییرات را بپذیرد.

اگر $r=+1$ باشد، همبستگی مستقیم (زیرا مثبت است) و کامل (زیرا یک است) می باشد.

اگر $r=-1$ باشد، همبستگی معکوس (زیرا منفی است) و کامل (زیرا یک است) می باشد.

اگر $r=0$ باشد: عدم همبستگی است.

اگر $0 < |r| < 1$ باشد، در صورت معنی دار بودن همبستگی ناقص می باشد.

محاسبه ی ضریب همبستگی گشتاوری پیرسن:

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} \quad r = \frac{SP_{xy}}{n \cdot \delta_x \cdot \delta_y}$$

اگر میانگین متغیرهای x و y اعداد زیر باشند آنگاه:

مجموع حاصل ضرب انحرافات x ها از میانگینشان در انحرافات y ها از میانگینشان:

$$SP_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$SS_x = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

مجموع مجزورات انحرافات x از میانگینشان:

$$SS_y = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

مجموع مجزورات انحرافات y از میانگینشان:

اگر میانگین متغیرهای x و y هر دو یا یکی از متغیرها عدد اعشاری باشد، آنگاه:

$$SP_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$SS_y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

(انحراف معیار نیز با توجه به آنچه که در آمار (۱) خوانده اید به صورت:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}} \text{ می باشد.}$$

محاسبه ی ضریب همبستگی بدون استفاده از فرمول: $\frac{\text{تغییرات } x}{\text{تغییرات } y} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$

اگر تغییرات دو متغیر به یک نسبت و در یک جهت باشد همبستگی کامل و مستقیم و اگر خلاف جهت باشند معکوس است.

معنی دار بودن ضریب همبستگی:

سطح میزان اطمینان (احتمال درستی قضاوت): $1 - \alpha$ ، درجه آزادی: $d.f = n - 2$

α : سطح معنی داری آزمون ، Π : تعداد زوجهای مرتب (X, Y)

با مراجعه به جدول معنی دار بودن r ، اگر ضریب همبستگی مساوی یا بزرگتر از عدد جدول باشد ضریب همبستگی معنی دار بوده و در غیر این صورت معنی دار نیست.

اگر $r = 0$ باشد بین X و Y ارتباط خطی وجود ندارد. ولی ممکن است بین این دو

متغیر ارتباط غیر خطی وجود داشته باشد. مقادیر جدول از چپ به راست بزرگ

و از بالا به پایین کوچک می شوند.

محاسبه و کاربرد ضریب تعیین:

$$r^2 = \text{ضریب تعیین}$$

جهت مقایسه دو متغیر از ضریب تعیین (توان دوم ضریب همبستگی) استفاده می گردد.

نکته: اگر مقادیر متغیر X را به صورت $ax \pm b$ و مقادیر Y را به صورت $cy \pm d$ تغییر دهیم، r تغییری نخواهد کرد، مگر آن که a و c هم علامت نباشند که در آن صورت قرینه خواهد شد.

معادله خط رگرسیون:

اگر بین دو متغیر X و Y همبستگی خطی وجود داشته باشد برای پیش بینی یکی از متغیرها از روی متغیر دیگر می توان از یک خط که معادله آن به صورت $y = ax + b$ بوده و با توجه به همبستگی نوشته می شود، استفاده نمود. که به این خط، خط رگرسیون یا پیش بینی گویند.

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

کوواریانس (همپراش):

کوواریانس معیار دیگری است که جهت نشان دادن مقدار و شدت و ضعف وابستگی بین دو متغیر.

اگر همبستگی خطی بین X و Y مثبت باشد علامت کوواریانس مثبت و اگر وابستگی خطی منفی باشد کوواریانس نیز منفی خواهد بود. زیرا اگر تغییرات X و Y در یک جهت باشند مقدار انحرافات X ها و Y ها نیز هم علامت هستند.

$$COV_{(x,y)} = \frac{SP_{xy}}{n}$$

نکته: اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از یکدیگر باشند کوواریانس آنها مساوی صفر خواهد بود. ولی اگر کوواریانس مساوی صفر باشد لزوماً X و Y مستقل از هم نمی باشند.

نکات:

$$SS_x = SS_y \Rightarrow r = a = \frac{SP_{xy}}{SS_x}$$

$$SS_x = SS_y = SP_{xy} \Rightarrow r = a = 1$$

$$a = r \times \frac{\delta_y}{\delta_x} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{r} = \frac{\delta_y}{\delta_x}$$

$$a = \frac{COV_{xy}}{(\delta_x)^2}$$

۱- علل وجود همبستگی بین متغیرها را نام ببرید. (۱۳۷۶/۳/۱۰)

۲- در جدول مقابل تغییرات X و Y نشان داده شده است. (۱۳۷۶/۳/۱۰) مطلوب است:

X	Y
۳	۶
۴	۵
۵	۴

الف) محاسبه ضریب همبستگی

ب) محاسبه کوواریانس

۳- اگر $\sum x^2 = ۸۰$ و $N = ۱۵$ و $\sum x = ۳۰$ باشد مقدار SS_x چقدر است؟ (۱۳۷۶/۳/۱۰)

۴- همبستگی را تعریف کنید و انواع همبستگی را نام ببرید. (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)

۵- ضریب همبستگی و نوع همبستگی جدول مقابل را محاسبه نمایید. (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)

X	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	$\sum x_i = ۴۰$
Y	۱۰	۸	۶	۴	۲	$\sum y_i = ۳۰$

۶- اگر $\bar{x} = ۵$ ، $\bar{y} = ۲$ ، $SS_x = ۲۰$ ، $SP_{xy} = -۴۰$ باشد. مطلوب است رسم خط

همبستگی و تعیین معادله همبستگی (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)

۷- در جدول زیر تغییرات X و Y داده شده است مقدار کوواریانس را محاسبه

نمایید. (۱۳۷۷/۳/۳)

X_i	۱	۳	۵	۷
Y_i	۱	۱	۱	۱

۸- اگر $\sum x = ۵$ و $\sum y = ۲۰$ و $n = ۵$ و معادله خط رگرسیون Y نسبت به X به

صورت $y = ax + ۲$ باشد مقدار a چقدر است؟ (۱۳۷۷/۳/۳)

۹- در کدامیک از انواع همبستگی با ازدیاد حجم نمونه نتیجه بررسی به طور کلی تغییری کند؟ (مولف)

۱۰- مقادیر تعدیل شده (y'_i) در روش میانگین های متحرک نسبت به مقادیر

اولیه ی سری زمانی (y_i) : (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

الف) از نوسانات بیشتری برخوردار است. ب) از نوسانات کمتری برخوردار است

ج) تفاوتی ندارد د) گاهی نوسانات کمتر و گاهی بیشتر است

۱۱- در جدول زیر تغییرات X و Y نشان داده شده است ضریب همبستگی X و

Y چقدر است؟ (بدون استفاده از فرمول ضریب همبستگی) (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

X	۱	۱	۱	۱
Y	۲	۳	۴	۷

۱۲- اگر مقادیر دو صفت X و Y (تعداد کارگر و مقدار تولید) به صورت زیر در

پنج مشاهده در اختیار باشد مطلوبست: (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

X	۴	۶	۸	۱۰
Y	۵	۱۰	۱۵	۲۰

الف) محاسبه ضریب همبستگی

ب) محاسبه ضریب تعیین

۱۳- اگر X و Y دارای همبستگی کامل و معکوس باشند و $SS_x = SS_y$ ، $b = ۲$ باشد

معادله خط رگرسیون (خط روند) Y نسبت به X را بدست آورید. (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۴- از انواع معیارهای مهم تشخیص همبستگی دومورد رانام ببرید. (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۱۵- در جدول آزمون معنی دار بودن ضریب همبستگی پیرسن اعداد از چپ به راست.... و از بالا به پایین می شوند. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

الف) کم - کم (ب) کم - زیاد (ج) زیاد - کم (د) زیاد - زیاد

۱۶- برای اینکه در تعیین ضرایب A و B در معادله خطرگرسینون $\sum x_i = 0$ بشود مقدار X را برای کدام سال صفر در نظر می گیرند. در صورتی که تعداد سالها فرد باشد. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

الف) سال اول (ب) سال وسطی (ج) سال آخر (د) میانگین دو سال وسط

۱۷) اگر $SP_{xy} = \frac{1}{9} SS_x = \frac{1}{4} SS_y$ باشد، در صورت معنی دار بودن r ، چه رابطه‌ای بین شیب خط رگرسیون و ضریب همبستگی وجود دارد؟

۱۸- درمورد هر یک از دیاگرامهای زیر نوع و شدت همبستگی را بنویسید و معین کنید در هر مورد ضریب همبستگی (r) به چه میزانی خواهد بود؟ (۱۳۷۸/۳/۱۲)



۱۹- در جدول زیر مقدار کوواریانس X و Y را محاسبه کنید. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

X_i	۲	۳	۵	۸	۱۲
Y_i	۴	۶	۸	۱۰	۱۲

۲۰- بین X و Y رابطه $Y = 2X - 15$ برقرار است. اگر میانگین Y برابر ۱۳ باشد

میانگین X را محاسبه کنید. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

۲۱- دامنه ضریب همبستگی در چه محدودیتی می باشد؟ (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۲۲- حسابرسی برای کنترل حسابرسی یک شرکت ۱۰٪ کل هزینه را دریافت می کند. اگر

کل هزینه و سهم حسابرس باشد ضریب همبستگی بین X و Y کدام است؟ (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

الف) صفر (ب) ۱۰٪ (ج) ۹۰٪ (د) ۱

۲۳- در محاسبه ضریب همبستگی بین ۶ زوج مرتب از X و Y $f = 0$ بدست آمده، مطلوب است:

الف) تعیین نوع و شدت همبستگی

ب) با توجه به جدول معنی دار بودن پیرسن در مورد درصد اطمینان همبستگی

بین X و Y اظهار نظر کنید. (نوشتن مراحل حل الزامی است) (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

α d.f	۱۰٪	۰/۰۵	۰/۰۲	۰/۰۱
۴	۰/۷۲۹۳	۰/۸۱۱۴	۰/۸۸۲۲	۰/۹۱۷۲
۶	۰/۶۲۱۵	۰/۷۰۶۷	۰/۷۸۸۷	۰/۸۳۴۳

۲۴- اگر X و Y دارای همبستگی کامل و مستقیم باشند و $SS_x = SS_y$ و $\bar{y} = 2, \bar{x} = 2$

باشد، معادله خط رگرسیون Y نسبت به X را بدست آورید. (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۲۵- عامل وجود همبستگی بین متغیرها را نام ببرید. (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۲۶- دیاگرام پراکنش مربوط به هر یک از حالات زیر را رسم کرده نوع و شدت

همبستگی هر کدام را معین کنید. (ضریب همبستگی) $(r=1379/3/21)$

الف) $r=+1$ ب) $-1 < r < 0$

۲۷- اندازه‌های دو صفت طبق جدول زیر است. ضریب همبستگی آن را محاسبه

X_i	-۵	-۴	-۳	-۲	-۱
Y_i	۵	۴	۳	۲	۱

کنید. $(1379/3/21)$

۲۸- سریهای زمانی را تعریف کنید. $(1379/10/24)$

۲۹- ضریب همبستگی بین هزینه تبلیغات (x ، واحد: هزار ریال) و میزان فروش

(y ، واحد: میلیون ریال) را با توجه به مشاهدات مندرج در جدول زیر محاسبه

نموده نوع همبستگی را تفسیر نمایید. $(1379/10/24)$

X_i	۲	۲	۳	۶	۷
Y_i	۲	۳	۶	۷	۷

۳۰- در ۶ مشاهده از تغییرات دو صفت X و Y معلوم شده که:

$$\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 60, \sum y_i = 30, \sum (x_i - \bar{x})^2 = 20, \sum x_i = 12$$

الف) معادله خط رگرسیون ب) مقدار کوواریانس $(1379/10/24)$

۳۱- علل وجود همبستگی بین متغیرها را نام ببرید. $(1380/3/5)$

۳۲- در جدول زیر تغییرات X و Y داده شده، ضریب همبستگی X و Y را معلوم کنید. $(1380/3/5)$

X	۲	۴	۶	۸
Y	۳	۳	۳	۳

۳۳- اگر x و y دارای همبستگی کامل و مستقیم باشند و $SS_x = SS_y$ باشد و

$SP_{xy} = 16$ معادله خط رگرسیون y نسبت به x را بنویسید. (با فرض این که $\bar{x} = 2$

و $\bar{y} = 3$ است). (۱۳۸۰/۳/۵)

۳۴- همبستگی را تعریف کنید. (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۳۵- اگر $\bar{x} = 3$ و $\bar{y} = 7$ باشد و معادله خط رگرسیونی y نسبت به x ، $y = 2x + b$

باشد مقدار b چقدر است؟ (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۳۶- اگر اندازه دو صفت x و y مطابق جدول زیر باشد، با کمک دیاگرام پراکنش

نوع و درجه همبستگی را معلوم کنید. (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

x	۴۰۰	۵۰۰	۳۰۰	۸۰۰	۱۰۰۰	۷۰۰
y	۴۰	۶۰	۳۵	۷۵	۱۰۰	۸۰

۳۷- در جدول زیر تغییرات اندازه‌های دو متغیر x و y نشان داده شده مطلوبت محاسبه:

I . ضریب همبستگی بین x و y II . ضریب تعیین. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

x	۱	۳	۵	۷	۹
y_i	۱	۲	۵	۳	۴

۳۸- اطلاعات مربوط به ۳۰ مشاهده از تغییرات بین دو صفت x و y به صورت:

« $SS_x = 45$ ، $SP_{xy} = 90$ و $\bar{x} = 120$ و $\bar{y} = 390$ » در دست بوده، مطلوب است محاسبه:

۱- مقدار کواریانس

۲- معادله خط رگرسیون را به دست آورید. (۱۳۸۱/۳/۱۶).

۳۹- در بررسی همبستگی بین ۶ زوج مرتب از X و Y ، مقدار ضریب همبستگی 0.9 و بخشی از جدول آزمون معنی دار بودن ضریب همبستگی پیرسن به شکل زیر بوده؛ آزمون معنی دار بودن ضریب همبستگی جهت تعیین سطح اطمینان را انجام داده نوع همبستگی را تفسیر نمایید: (۱۳۸۱/۳/۱۶)

$\alpha \backslash d.f$	۰/۰۲	۰/۰۱
۴	۰/۸۸۲۲	۰/۹۱۷۲
۵	۰/۸۳۲۹	۰/۸۷۴۵
۶	۰/۷۸۸۷	۰/۸۳۴۳

۴۰- جهت مطالعه در مورد یک نمونه آماری مربوط به دو متغیر X و Y اندازه های

تغییرات آنها به شرح جدول زیر یادداشت گردیده؛ مطلوبست محاسبه:

X_i	۱	۲	۳	۴	۵	۹
Y_i	۱	۵	۶	۷	۸	۹

الف) ضریب همبستگی بین آن دو

(۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

ج) ضریب تعیین

ب) معادله خط رگرسیون

۴۱- در بررسی اندازه های تغییرات ۸ زوج مرتب از X و Y مشخص شده که: $SP_{xy} = ۳۶$

$\delta_x = ۲$ (انحراف معیار X) و $\delta_y = ۳$ (انحراف معیار Y) بوده مطلوبست محاسبه:

۱- مقدار کوواریانس

۲- ضریب همبستگی و تفسیر آن (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۴۲- در جدول زیر تغییرات X و Y نشان داده شده مطلوب است:

X_i	۱	۲	۳	۴	۵
Y_i	۵	۴	۳	۲	۱

الف) تعیین ضریب همبستگی Y و X (بدون استفاده از فرمول) و بیان علت آن.

ب) تفسیر این نوع ضریب همبستگی

ج) رسم نقاط دیاگرام پراکنشی آن

د) محاسبه r ضریب تعیین $(1382/3/22)$

۴۳- با توجه به تغییرات بین دو صفت X و Y طبق جدول زیر:

X_i	۱	۴	۶	۷	۸	۱۰
Y_i	۲	۲	۵	۶	۷	۸

۱- ضریب همبستگی

۲- معادله $\hat{Y}$ خط رگرسیون Y نسبت به X را به دست آورید. $(1382/3/22)$

۴۴- در ۱۰ مشاهده از اندازه های دو صفت X و Y معلوم شده که: $SS_x = 150$,

$SS_y = 96$ و $SP_{xy} = 84$ است؛ در ضمن، بخشی از جدول آزمون معنی دار بودن

ضریب همبستگی پیرسون به صورت زیر در دست بوده مطلوبست:

۱- محاسبه ضریب همبستگی ۲- اجرای آزمون معنی دار بودن همبستگی بین

دو متغیر جهت تعیین سطح اطمینان و تفسیر ضریب همبستگی. $(1383/3/12)$

α	۱۰٪	۵٪	۲٪	۱٪
d.f				
۸	۰/۵۴۹۴	۰/۶۳۱۹	۰/۷۱۵۵	۰/۷۶۴۶
۹	۰/۵۲۱۴	۰/۶۰۲۱	۰/۶۸۵۱	۰/۷۳۴۸
۱۰	۰/۴۹۷۳	۰/۵۷۶۰	۰/۶۵۸۱	۰/۷۰۷۹

۴۵- تغییرات X و Y در جدول مقابل نشان داده شده:

X_i	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳	۳/۵
Y_i	۳	۴	۲	۵	۸	۷	۶

۱- معادله خط رگرسیون Y نسبت به X را به دست آورید.

۲- مقدار کوواریانس را تعیین نمایید. $(1383/3/12)$

۴۶- اگر $Cov_{(x,y)} = -1$ ، $\delta_x = \delta_y = 2$ ، $\bar{x} = \bar{y} = 10$ باشد، معادله خط

رگرسیون را به دست آورید. (مؤلف)

X_i	۱	۳	۵	۷	۹
Y_i	۱	۲	۵	۳	۴

۴۷- با توجه به جدول زیر مطلوبست:

الف) ضریب همبستگی بین X و Y را محاسبه کنید.

ب) نوع همبستگی و شدت آنرا مشخص کنید.

ج) معادله خط رگرسیونی آن را بدست آورید. $(84/3/3)$

۴۸- اگر $\sum y^2 = 100$ ، $\sum y = 400$ ، $n = 5$ باشد مطلوب است محاسبه مقدار

SS_y . $(85/3/3)$

۴۹- تغییرات دو صفت X و Y طبق جدول زیر داده شده است:

X_i	۱	۲	۳	۵
Y_i	۱۰	۸	۶	۲

مطلوبست: الف) تعیین ضریب همبستگی X و Y (بدون استفاده فرمول) و بیان علت آن.

ب) تفسیر این نوع ضریب همبستگی

ج) رسم نقاط دیاگرام پراکنشی آن. $(85/3/)$

۵۰- اگر $SP_{xy}=400$ و $SS_x=200$ و $\bar{y}=4$ و $\bar{x}=3$ باشد معادله خط رگرسیون

را به دست آورید. (۸۵/۳/)

۵۱- با توجه به جدول زیر ضریب همبستگی را محاسبه و نوع و شدت آنرا

x_i	۲	۴	۶	۸	۱۰
y_i	۹	۷	۵	۳	۱

مشخص کنید. (۱۳۸۶/۳/۵)

۵۲- اگر ضریب خط رگرسیون $a=4$ ، $\sum x_i=10$ ، $\sum y_i=20$ ، و $n=5$ باشد مطلوب است:

مقدار ثابت b را محاسبه و معادله خط را نوشته و آنرا رسم کنید؟ (۱۳۸۶/۳/۵)

۵۳- اگر $N=1$ ، $SP_{xy}=-200$ و $SS_x=800$ و $\sum x_i=40$ و $\sum y_i=50$ باشد

معادله خط رگرسیون را بدست آورده و آن را رسم نمائید. (۱۳۸۷/۳/۹)

۵۴- تغییرات دو صفت x و y طبق جدول زیر داده شده است. مطلوب است:

x	۳	۴	۵	۶	۷
y	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵	۱۰

الف) محاسبه ضریب همبستگی (بدون استفاده از فرمول) و تفسیر آن.

ب) رسم دیاگرام پراکنش

ج) محاسبه ضریب تعیین. (۱۳۸۷/۳/۹)

۵۵- اگر ضریب همبستگی بین دو متغیر x و y برابر $0/65$ باشد، ضریب همبستگی

بین $2+3x-5y$ چقدر است؟ (مولف)

۵۶- در بررسی اندازه های تغییرات ۶ زوج مرتب از x و y مشخص شده که $SP_{xy} = ۳۶$ و $\delta_x = ۲$ (انحراف معیار x) و $\delta_y = ۳$ (انحراف معیار y) بوده است. مطلوبست محاسبه:

الف) مقدار کواریانس $\square$ ب) ضریب همبستگی و تغییر آن $(۸۷/۶/۴)$

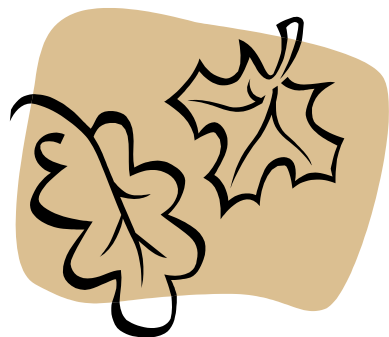
۵۷- در جدول زیر مقادیر x و y داده شده است. معادله رگرسیون را نوشته و خط رگرسیون را رسم کنید. $(۸۷/۶/۴)$

x	۳	۲	۵	۴	۶
y	۲	۱	۳	۴	۵

پاسخ سئوالات

دستگیرین
استان همدان
مقصودی

فصل سوم



۱- علل وجود همبستگی بین متغیرها:

الف) تصادفی بودن همبستگی، ب) تاثیر یک عامل شناخته شده، ج) مساله علیت

۲-

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
۳	۶	-۱	۱	-۱	۱	۱
۴	۵	۰	۰	۰	۰	۰
۵	۴	۱	-۱	-۱	۱	۱
$\sum x_i = ۱۲$	$\sum y_i = ۱۵$			$SP_{xy} = -۲$	$SS_x = ۲$	$SS_y = ۲$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۱۵}{۳} = ۵$$

$$\text{الف) ضریب همبستگی: } r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{-۲}{\sqrt{۲ \times ۲}} = \frac{-۲}{\sqrt{۴}} = \frac{-۲}{۲} = -۱$$

$$\text{ب) کوواریانس: } cov = \frac{SP_{xy}}{N} = \frac{-۲}{۳}$$

$$\text{۳- } SS_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{N} = ۸۰ - \frac{(۳۰)^2}{۱۵} = ۸۰ - \frac{۹۰۰}{۱۵} = ۸۰ - ۶۰ = ۲۰$$

۴- همبستگی عبارت است از رابطه ی کمی (مقداری) که ممکن است بین متغیرهای

مختلف وجود داشته باشد.

انواع همبستگی: همبستگی مستقیم، همبستگی معکوس.

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۴	۱۰	-۴	۴	۱۶	۱۶	-۱۶
۶	۸	-۲	۲	۴	۴	-۴
۸	۶	۰	۰	۰	۰	۰
۱۰	۴	۲	-۲	۴	۴	-۴
۱۲	۲	۴	-۴	۱۶	۱۶	-۱۶
$\sum x_i = ۴۰$	$\sum y_i = ۳۰$	۰	۰	$SS_x = ۴۰$	$SS_y = ۴۰$	$\sum y_i = -۴۰$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۴۰}{۵} = ۸$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۳۰}{۵} = ۶$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{-۴۰}{\sqrt{۴۰ \times ۴۰}} = \frac{-۴۰}{۴۰} = -۱ \Rightarrow r = -۱$$

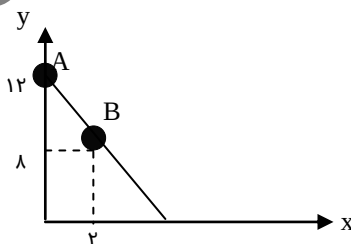
نوع همبستگی معکوس و کامل است

-۶

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{-۴۰}{۲۰} = -۲$$

$$\Rightarrow y = ax + b \Rightarrow y = -۲x + ۱۲$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = ۶ - (-۲)(۸) = ۶ + ۱۶ = ۲۲$$

 $A|_{12}$ $B|_8$ 

-۷

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	
۱	۱	-۳	۰	۰	$n = ۴$
۲	۱	-۱	۰	۰	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۱۶}{۴} = ۴$
۵	۱	۱	۰	۰	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{۴}{۴} = ۱$
۷	۱	۳	۰	۰	$cov_{xy} = \frac{SP_{xy}}{N} = \frac{۰}{۴} = ۰$
$\sum x_i = ۱۶$	$\sum y_i = ۴$	۰	۰	$SP_{xy} = ۰$	

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۵}{۵} = ۱$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = ax + ۲ \end{cases} \Rightarrow b = ۲$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow ۲ = ۴ - a(۱) \Rightarrow ۲ - ۴ = -a \Rightarrow -۲ = -a \Rightarrow a = ۲$$

۹- همبستگی تصادفی

۱۰- ب) از نوسانات کمتری برخوردار است.

۱۱- اگر نقاط دیاگرام (یا نقاط پراکنده) را رسم نمایید، این نقاط موازی بامحور yها

درمی آید در نتیجه همبستگی بین آنها وجود ندارد یعنی صفر است: $r=۰$

-۱۲

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
۴	۵	-۳	-۷/۵	۲۲/۵	۹	۵۶/۲۵
۶	۱۰	-۱	-۲/۵	۲/۵	۱	۴/۲۵
۸	۱۵	۱	۲/۵	۲/۵	۱	۴/۲۵
۱۰	۲۰	۳	۷/۵	۲۲/۵	۹	۵۶/۲۵
$\sum x_i = ۲۸$	$\sum y_i = ۵۰$	۰	۰	$SP_{xy} = ۵۰$	$SS_x = ۲۰$	$SS_y = ۱۲۵$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۲۸}{۴} = ۷$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۵۰}{۴} = ۱۲/۵$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{۵۰}{\sqrt{۲۰ \times ۱۲۵}} = \frac{۵۰}{\sqrt{۲۵۰۰}} = \frac{۵۰}{۵۰} = ۱$$

الف) $r = ۱$ ب) $r^2 = ۱^2 = ۱$ ضریب تعیین

-۱۳

$$r = -۱ \text{ همبستگی کامل و معکوس} \Rightarrow r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = -۱ \Rightarrow \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = -۱ \Rightarrow \frac{SP_{xy}}{SS_x} = -۱ \Rightarrow a = -۱$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = -x + ۲$$

معادله خط روند:

۱۴- نمودار پراکندگی (دیاگرام پراکنش) - ضریب همبستگی - کوواریانس - معادله

خط رگرسیون (دو مورد کافیست)

۱۵- ج (به جدول آزمون معنی دار بودن ضریب همبستگی پیرسن در آخر کتاب

درسی مراجعه شود)

۱۶- گزینه ب صحیح است.

سال وسطی را برابر صفر در نظر می گیرند.

$$\frac{1}{9} SS_x = \frac{1}{4} SS_y \Rightarrow SS_y = \frac{4}{9} SS_x \quad \Bigg/ \quad \Rightarrow a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{1}{9}$$

$$SP_{xy} = \frac{1}{9} SS_x$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{\frac{1}{9} SS_x}{\sqrt{SS_x \cdot \frac{4}{9} SS_x}} = \frac{\frac{1}{9} SS_x}{\frac{2}{3} SS_x} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} a \Rightarrow r = \frac{3}{2} a \Rightarrow 2r = 3a$$

۱۸- الف) $r=0$ عدم همبستگی ب) $r=-1$ معکوس و کامل

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۲	۴	-۴	-۴	۱۶
۳	۶	-۳	-۲	۶
۵	۸	-۱	۰	۰
۸	۱۰	۲	۲	۴
۱۲	۱۲	۶	۴	۲۴
$\sum x_i = 30$	$\sum y_i = 40$	۰	۰	$SP_{xy} = 50$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{40}{5} = 8$$

$$cov_{xy} = \frac{SP_{xy}}{N} = \frac{50}{5} = 10$$

با راه حل دوم نیز می توان این مسئله را حل نمود. یعنی با فرمول:

$$cov_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \cdot \sum y_i}{N}}{N}$$

$$y = 2x - 15 \Rightarrow a = 2, b = -15$$

$$\bar{y} = a\bar{x} + b \Rightarrow 13 = 2\bar{x} - 15 \Rightarrow 13 + 15 = 2\bar{x} \Rightarrow 28 = 2\bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 14$$

۲۱- در محدودیت [۱ و -۱] می باشد.

۲۲- گزینه د صحیح است $r=1$

۲۳- الف) $r=0/8$ در نتیجه مستقیم و ناقص است.

$$d.f = n - 2 = 6 - 2 = 4 \quad \text{ب)}$$

با توجه به این که $0/8 > 0/7293$ است در نتیجه با اطمینان ۹۰٪

(۹۰٪ = $1 - \alpha = 1 - 10\%$) بین x و y همبستگی وجود دارد.

۲۴-

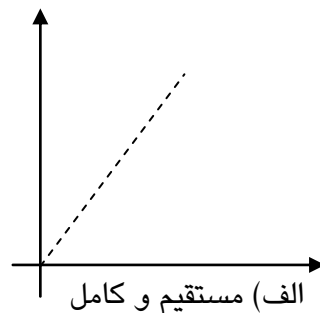
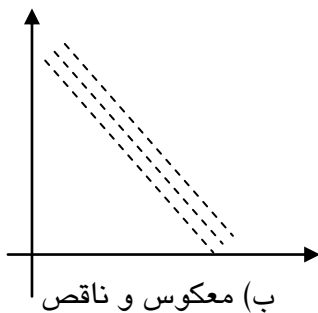
$$\text{همبستگی کامل و مستقیم است} \Rightarrow r=1 \Rightarrow r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = 1 \Rightarrow \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_x}} = 1 \Rightarrow \frac{SP_{xy}}{SS_x} = 1 \Rightarrow SP_{xy} = SS_x$$

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{SS_x}{SS_x} = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow b = 2 - 1(2) = 0 \Rightarrow b = 0, y = ax + b \Rightarrow y = x \quad \text{معادله خط رگرسیون } x$$

۲۵- الف) تصادفی بودن همبستگی ب) تأثیر یک عامل شناخته شده ج) مسأله علیت

۲۶-



۲۷-

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
-۵	۵	-۲	۲	-۴	۴	۴
-۴	۴	-۱	۱	-۱	۱	۱
-۳	۳	۰	۰	۰	۰	۰
-۲	۲	۱	-۱	-۱	۱	۱
-۱	۱	۲	-۲	-۴	۴	۴
$\sum x_i = -۱۵$	$\sum y_i = ۱۵$	۰	۰	$SP_{xy} = -۱۰$	$SS_x = ۱۰$	$SS_y = ۱۰$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{-۱۵}{۵} = -۳$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{-۱۰}{\sqrt{۱۰ \times ۱۰}} = \frac{-۱۰}{\sqrt{۱۰۰}} = \frac{-۱۰}{۱۰} = -۱ \Rightarrow r = -۱$$

۲۸- رخدادهای متوالی و منظم یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان سری زمانی گویند.

۲۹-

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۲	۳	-۲	-۳	۴	۹	۶
۲	۳	-۲	-۲	۴	۴	۴
۳	۶	-۱	۱	۱	۱	-۱
۶	۷	۲	۲	۴	۴	۴
۷	۷	۳	۲	۹	۴	۶
$\sum x_i = ۲۰$	$\sum y_i = ۲۵$	۰	۰	$SS_x = ۲۲$	$SS_y = ۲۲$	$SP_{xy} = ۱۹$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{۱۹}{\sqrt{۲۲ \times ۲۲}} = \frac{۱۹}{۲۲}$$

مستقیم و ناقص است

۳۰-

$$\text{الف) } a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{12}{6} = 2 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{30}{6} = 5$$

$$b = 5 - 3(2) = 5 - 6 = -1 \Rightarrow b = -1$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = 3x - 1$$

$$\text{ب) } \frac{SP_{xy}}{N} = \frac{60}{6} = 10 = \text{کوواریانس}$$

۳۱- تصادفی بودن همبستگی، تاثیر یک عامل شناخته شده، مساله علیت

۳۲- ضریب همبستگی $r=0$ است. چون تغییر در یکی از متغیرها موجب تغییر در

متغیر دیگری نمی شود.

۳۳-

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{16}{\sqrt{SS_x \cdot SS_x}} = 1 \Rightarrow \sqrt{SS_x^2} = 16 \Rightarrow SS_x = 16$$

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{16}{16} = 1, \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 3 - 1(2) = 1, \quad y = ax + b \Rightarrow y = x + 1$$

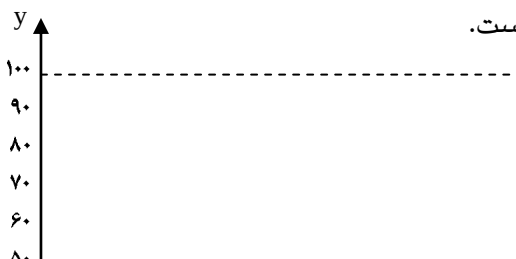
۳۴- همبستگی نوعی رابطه کمی است که ممکن است بین متغیرهای مختلف وجود

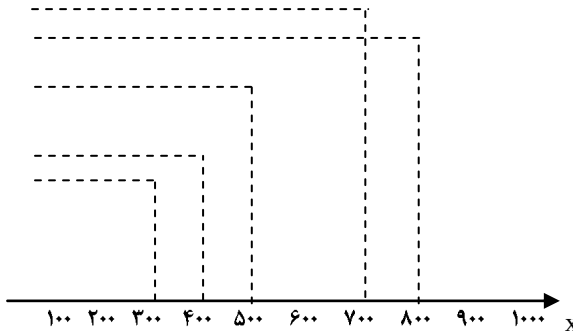
داشته باشد.

$$\bar{y} = a\bar{x} + b \Rightarrow 7 = 2(3) + b \Rightarrow b = 7 - 6 = 1 \Rightarrow b = 1$$

۳۵-

۳۶- همبستگی مستقیم و ناقص است.





x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
۱	۱	۱	۱	۱
۳	۲	۶	۹	۴
۵	۵	۲۵	۲۵	۲۵
۷	۳	۲۱	۴۹	۹
۹	۴	۳۶	۸۱	۱۶
۲۵	۱۵	۳۷۵	۶۲۵	۲۲۵

$$SP_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} = ۸۹ - \frac{۲۵ \times ۱۵}{۵} = ۱۴$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = ۱۶۵ - \frac{۲۵ \times ۲۵}{۵} = ۴۰$$

$$SS_y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = ۵۵ - \frac{۱۵ \times ۱۵}{۵} = ۱۰$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{۱۴}{\sqrt{۴۰ \times ۱۰}} = \frac{۱۴}{۲۰} = ۰.۷$$

$r^2 = (۰.۷)^2 = ۰.۴۹$ ضریب تعیین

$$۱) COV_{(x,y)} = \frac{SP_{xy}}{n} = \frac{۱۴}{۵} = ۲.۸ \quad \text{کواریانس} \quad -۳۸$$

$$۲) y = ax + b, \quad a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{۱۴}{۴۰} = ۰.۳۵, \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = ۳ - ۰.۳۵(۱۰) = ۰.۵$$

$$y = ۰.۳۵x + ۰.۵$$

$$درجه آزادی = n - ۲ = ۵ - ۲ = ۳ \Rightarrow ۰.۰۱ < ۰.۰۵ < ۰.۰۱$$

ضریب همبستگی در سطح ۰/۰۲ معنی دار بوده پس سطح اطمینان برابر است با: $98\% = 1 - \alpha = 1 - 2\% = 98\%$ ، $p = 1 - \alpha$ و x و y با یکدیگر همبستگی دارند. در ضمن به دلیل اینکه ضریب همبستگی بین صفر و یک می باشد پس مستقیم و ناقص است.

-۴۰

x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	(الف)
۱	۱	۱	۱	۱	$SP_{xy} = 178 - \frac{24 \times 36}{6} = 34$
۲	۵	۱۰	۴	۲۵	$SS_x = 136 - \frac{24 \times 24}{6} = 40$
۳	۶	۱۸	۹	۳۶	$SS_y = 256 - \frac{36 \times 36}{6} = 40$
۴	۷	۲۸	۱۶	۴۹	$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{34}{\sqrt{40 \times 40}} = \frac{34}{40} = \frac{17}{20}$
۵	۸	۴۰	۲۵	۶۴	
۹	۹	۸۱	۸۱	۸۱	
۲۴	۳۶	۱۷۸	۱۳۶	۲۵۶	

ب) $\bar{x} = \frac{24}{6} = 4$ ، $\bar{y} = \frac{36}{6} = 6$ ، $a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{34}{40} = \frac{17}{20} = 0/85$

معادله رگرسیون $b = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow b = 6 - 0/85(4) = 6 - 3/4 = 2/6$ ، $y = 0/85x + 2/6$

ج) $r^2 = (0/85)^2 = 0/72$ ضریب تعیین

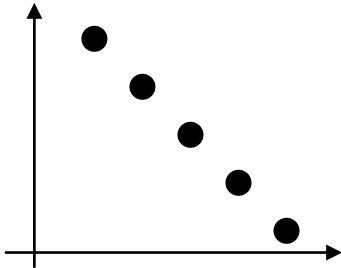
۱) $COV_{xy} = \frac{SP_{xy}}{n} = \frac{34}{8} = 4/5$ کوواریانس -۴۱

۲) $r = \frac{SP_{xy}}{n \cdot \delta_x \cdot \delta_y} = \frac{34}{8 \times 2 \times 3} = 0/75$ ضریب همبستگی

تفسیر ضرب همبستگی: مستقیم است (چون مثبت است) و نیز ناقص است (زیرا بین صفر و یک می باشد).

-۴۲

الف) ضریب همبستگی برابر منفی یک می باشد زیرا تغییرات X و Y به یک نسبت



بوده ولی خلاف جهت هم.

ب) همبستگی «معکوس و کامل» است.

ج) نمودار:

د) ضریب تعیین $r^2 = (-1)^2 = +1$

-۴۳

x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
۱	۲	۲	۱	۴
۴	۲	۸	۱۶	۴
۶	۵	۳۰	۳۶	۲۵
۷	۶	۴۲	۴۹	۳۶
۸	۷	۵۶	۶۴	۴۹
۱۰	۸	۸۰	۱۰۰	۶۴
۳۶	۳۰	۲۱۸	۲۶۶	۱۸۲

$$SP_{xy} = 218 - \frac{36 \times 30}{6} = 38$$

$$SS_x = 266 - \frac{36 \times 36}{6} = 50$$

$$SS_y = 182 - \frac{30 \times 30}{6} = 32$$

$$r = \frac{38}{\sqrt{50 \times 32}} = \frac{38}{40} = 0.95$$

$$۲) a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{38}{50} = 0.76, \quad \bar{x} = \frac{36}{6} = 6, \quad \bar{y} = \frac{30}{6} = 5$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 5 - 0.76(6) = 0.44, \quad \text{معادله رگرسیون } y = 0.76x + 0.44$$

$$۱) r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} \Rightarrow r = \frac{۸۴}{\sqrt{۱۵۰ \times ۹۶}} = ۰/۷ \quad -۴۴$$

$$۲) D.f = n - ۲ = ۱۰ - ۲ = ۸ \Rightarrow ۰/۶۳۱۹ < ۰/۷ < ۰/۷۱۵۵$$

ضریب همبستگی در سطح ۰/۵٪ معنی دار است. یعنی با سطح اطمینان ۹۵٪ = ۰/۵٪ -

x و y با یکدیگر همبستگی دارند و نیز چون ضریب همبستگی مثبت است لذا

مستقیم بوده و چون بین صفر و یک می باشد ناقص است.

x_i	y_i	$x_i y_i$	y_i^2
۰/۵	۳	۱/۵	۹/۲۵
۱	۴	۴	۱۶
۱/۵	۲	۳	۴/۲۵
۲	۵	۱۰	۲۵
۲/۵	۸	۲۰	۶۴/۲۵
۳	۷	۲۱	۴۹
۳/۵	۶	۲۱	۳۶/۲۵
$\Sigma = ۱۴$	$\Sigma = ۳۵$	$\Sigma = ۸۰/۵$	$\Sigma = ۳۵$

$$SP_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}$$

$$SP_{xy} = ۸۰/۵ - \frac{۱۴ \times ۳۵}{۷} = ۱۰/۵$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - \frac{\sum x_i \sum x_i}{n}$$

$$SS_x = ۳۵ - \frac{۱۴ \times ۱۴}{۷} = ۷$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۱۴}{۷} = ۲, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{۳۵}{۷} = ۵$$

$$۱) a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{۱۰/۵}{۷} = ۱/۵, \quad b = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow b = ۵ - ۱/۵(۲) = ۲, \quad y = ۱/۵x + ۲$$

$$۲) COV_{xy} = \frac{SP_{xy}}{n} = \frac{۱۰/۵}{۷} = ۱/۵ \quad \text{کوواریانس}$$

$$a = \frac{Cov_{x,y}}{(\delta_x)^2} = \frac{-۱}{۲^2} = -\frac{۱}{۴}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = ۱۰ - (-\frac{۱}{۴})(۱۰) = ۱۲/۵$$

$$\Rightarrow y = -\frac{۱}{۴}x + ۱۲/۵ \quad \text{معادله خط رگرسیون} \quad -۴۶$$

-۴۷

x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
۱	۱	-۴	-۲	۸	۱۶	۴
۳	۲	-۲	-۱	۲	۴	۱
۵	۵	۰	۲	۰	۰	۴
۷	۳	۲	۰	۰	۴	۰
۹	۴	۴	۱	۴	۱۶	۱
$\Sigma = ۲۵$	$\Sigma = ۱۵$	۰	۰	$SP_{xy} = ۱۴$	$SS_x = ۴۰$	$SS_y = ۱۰$

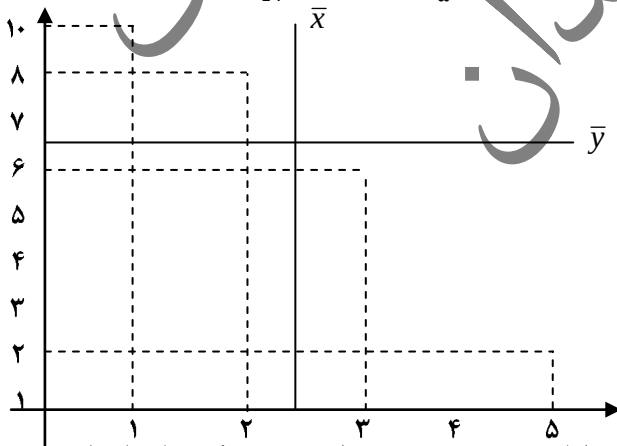
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۲۵}{۵} = ۵ \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

الف) $r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{۱۴}{\sqrt{۴۰ \times ۱۰}} = \frac{۱۴}{۲۰} = ۰/۷$ ضریب همبستگی

میزان r مثبت است پس مستقیم و چون بین صفر و یک (اعشاری) است ناقص می باشد. (ب)

ج) $a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{۱۴}{۴۰} = ۰/۳۵ \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = ۳ - ۰/۳۵(۵) = ۱/۲۵ \quad y = ۰/۳۵x + ۱/۲۵$

$$SS_y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y)^2}{N} = ۱۰۰ - \frac{۴۰۰}{۵} = ۱۰۰ - ۸۰ = ۲۰ \quad -۴۸$$



-۴۹

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۱۱}{۴} = ۲/۷۵$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۲۶}{۴} = ۶/۵$$

همبستگی کامل و معکوس چون ربع دوم و چهارم روی یک خط قرار دارند.

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{400}{200} = 2 \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 4 - 2(2) = 4 - 4 = 0 \quad y = 2x - 2 \quad -50$$

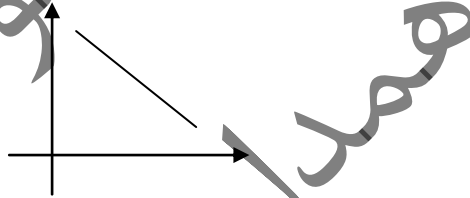
-51

x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
۲	۹	-۴	۴	-۱۶	۱۶	۱۶
۴	۷	-۲	۲	-۴	۴	۴
۶	۵	۰	۰	۰	۰	۰
۸	۳	۲	-۲	-۴	۴	۴
۱۰	۱	۴	-۴	-۱۶	۱۶	۱۶
۳۰	۲۵	۰	۰	-۴۰	۴۰	۴۰

$$\bar{x} = \frac{30}{5} = 6 \quad \bar{y} = \frac{25}{5} = 5 \quad r = \frac{-40}{\sqrt{40 \times 40}} = \frac{-40}{40} = -1 \quad \text{معکوس و کامل}$$

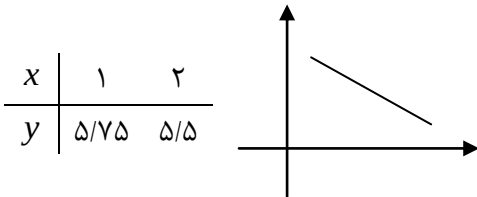
$$\bar{y} = \frac{20}{5} = 4 \quad \bar{x} = \frac{10}{5} = 2 \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 4 - (-3)(2) = 4 + 6 = 10 \quad y = -3x + 10 \quad -52$$

x	۲	۳
y	۴	۱



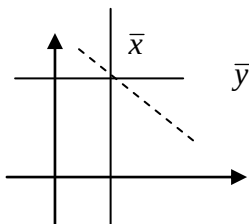
$$\bar{x} = \frac{40}{10} = 4 \quad \bar{y} = \frac{50}{10} = 5 \quad a = \frac{-200}{800} = -0.25 \quad -53$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 5 - (-0.25)(4) = 5 + 1 = 6 \quad y = -0.25x + 6$$



۵۴- الف) چون تغییرات x و y متناسب و غیر هم جهت می باشند، پس همبستگی

معکوس و کامل است ($r=1$)



ب) $\bar{x} = \frac{25}{5} = 5$ و $\bar{y} = \frac{100}{50} = 20$

ج) $r^2 = 1^2 = 1$ ضریب تعیین

۵۵- چون ضریب لامعکوس شده پس: $r=0/65$

الف) $Cov_{(x,y)} = \frac{SP_{xy}}{n} = \frac{36}{6} = 6$

ب) $r = \frac{SP_{xy}}{n \cdot \delta_x \cdot \delta_y} = \frac{36}{6 \times 2 \times 3} = 1$

ضریب همبستگی مستقیم (مثبت) و کامل است.

۵۷-

X	y	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
۳	۲	-۱	-۱	۱	۱
۲	۱	-۲	-۲	۴	۴
۵	۳	۱	۰	۰	۱
۴	۴	۰	۱	۰	۰
۶	۵	۲	۲	۴	۴
۲۰	۱۵			$SP_{(x,y)}=9$	$SS_x=10$

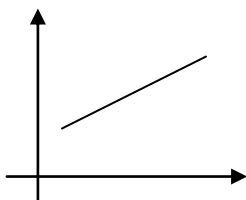
$\bar{x} = \frac{20}{5} = 4$ $\bar{y} = \frac{15}{5} = 3$ $a = \frac{SP_{(x,y)}}{SS_x} = \frac{9}{10} = 0/9$

$b = \bar{y} - a\bar{x} = 3 - 0/9(4) = -0/6$

$y = 0/9x - 0/6$

$x=1 \Rightarrow y = 0/3$

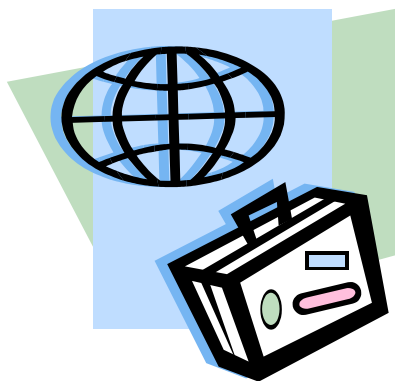
$x=2 \Rightarrow y = 1/2$



فصل چهارم

دانشپرس
استان همدان
مقصودی

سریهای زمانی



خلاصه درس

«هدف‌های رفتاری»

- ۱- مفهوم سریهای زمانی و هدف از مطالعه آنها
- ۲- تعریف سریهای زمانی و کاربرد آنها در مسائل مالی
- ۳- عوامل مهم در سریهای زمانی
- ۴- رسم نمودار حرکات سریهای زمانی
- ۵- رسم خط گرایش با روشهای: دست آزاد، میانگینهای مضاعف، میانگینهای متحرک، حداقل مربعات
- ۶- پیش بینی وضعیت آینده با کمک خط روند
- ۷- محاسبه و رسم منحنی سهمی گرایش

مفهوم کلی سریهای زمانی:

واژه «سری» به معنای ردیف و کلمه «زمانی» به معنای نسبت داده شده به زمان. سریهای زمانی، داده هایی است که با نظمی مشخص در طی زمان تغییر می کنند. تعریف سریهای زمانی: رخداد‌های متوالی و منظم یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان «سری زمانی» گویند.

عوامل مهم در سریهای زمانی:

- ۱- گرایشهای دراز مدت (روند) (T)
- ۲- تغییرات فصلی (S)
- ۳- تغییرات ادواری (دوره ای) (C)
- ۴- تغییرات ناگهانی (بی قاعده، تصادفی، نامنظم) (I)

روشهای رسم خط روند (خط گرایش دراز مدت (T):

۱- روش دست آزاد: ابتدا نمودار حرکت سریهای زمانی را رسم نموده و سپس به طور تقریبی خطی را رسم می کنیم به طوری که شیب کلی حرکات نمودار را از جهت صعودی و نزولی بودن، افقی و عمودی بودن نشان دهد. این روش ساده ترین و کم دقت ترین روش می باشد.

۲- روش میانگین مضاعف: ابتدا نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم نموده سپس مقادیر سری زمانی (y_i) را به دو بخش تقسیم نموده میانگین هر بخش به عنوان یک نقطه معلوم شده دو نقطه را به هم وصل می کنیم.

نکته: اگر تعداد y_i فرد باشد عدد وسطی را حذف نموده و مابقی مقادیر را به ۲ بخش مساوی تقسیم می کنیم.

۳- روش میانگین های متحرک: ابتدا نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم نموده، سپس میانگین متحرک K دوره ای را به شرح زیر محاسبه می کنیم:
از اولین K داده سری زمانی میانگین می گیرند. اولین داده حذف، داده ی بعدی اضافه، مجدد از K داده بعدی میانگین می گیرند به همین شکل، عمل انجام می گیرد.
نکته: تعداد نقاط در این روش برابر است با $(n - k + 1)$ نقطه.

۴- روش کمترین مربعات: ابتدا نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم نموده سپس معادله خط روند را به دست آورده آنرا رسم می کنند.

معادله خط روند $y = ax + b$

$$a = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \quad b = \bar{y} \quad \sum x_i = 0$$

نکته: برای اینکه مجموع اندازه‌های x_i صفر باشد ($\sum x_i = 0$) به شرح زیر عمل می‌شود:

الف) اگر تعداد داده‌ها صفر باشد: عدد وسطی را صفر در نظر گرفته، سالهای قبل از آن را ۱- و ۲- و... و سالهای بعد از آن را ۱ و ۲ و... در نظر می‌گیریم. در ضمن با

کمک فرمول زیر نیز می‌توان مقدار x_i را به دست آورد: $n \Rightarrow x_i = i - \frac{(n+1)}{2}$

ب) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد: دو سال وسطی را در نظر گرفته مقابل سال بالاتر ۱- و مقابل سال پایین تر ۱+ قرار داده سپس اعداد ۳- و ۵- و ۷- و... را قبل از ۱- و اعداد ۳ و ۵ و ۷ و... را بعد از ۱+ در نظر می‌گیریم. در ضمن با فرمول زیر نیز مقدار x_i محاسبه می‌گردد: $n \Rightarrow x_i = 2i - (n+1)$

روش کمترین مربعات دقیق ترین روش رسم خط روند می باشد.

پیش بینی مقادیر سریهای زمانی:

دقیق ترین روش برای پیش بینی مقادیر یک سری زمانی، استفاده از معادله خط رگرسیون می باشد. مقادیر x را از سال اول به پایین به ترتیب ۰ و ۱ و ۲ و... قرار می دهیم. سپس با کمک فرمول زیر معادله خط را به دست آورده و پیش بینی می‌کنیم:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

روش محاسبه و رسم منحنی سهمی گرایش:

نمودار تغییرات سری زمانی غیر خطی را که از توابع درجه دوم تبعیت می کند را به کمک نقطه یابی می توان رسم نمود.

۱- عوامل مهم در سریهای زمانی را نام ببرید. (۱۳۷۶/۳/۱۰)

۲- با استفاده از جدول زیر نمودار حرکات سری زمانی را رسم کرده، خط روند

را به روش کمترین مجزورات روی نمودار برازنده کنید. (۱۳۷۶/۳/۱۰)

سال	۱۳۶۲	۱۳۶۳	۱۳۶۴	۱۳۶۵	۱۳۶۶
فروش	۲۰	۳۱	۲۲	۲۸	۳۴

۳- با استفاده از جدول زیر، اولاً نمودار حرکات سری زمانی را رسم کرده و ثانیاً خط روند را از روش میانگین‌های متحرک سه ساله روی نمودار برازنده کنید. (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)

سال	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
y_i	۱۰	۸	۱۲	۱۶	۱۴	۱۸

۴- تعداد دانشجویان یک دانشگاه در طول پنج سال متوالی، طبق جدول زیر بوده است. خط روند دراز مدت را از طریق رگرسیونی روی نمودار حرکات سریهای زمانی برازنده کنید و همچنین تعداد دانشجویان را برای دو سال متوالی بعد از سال ۱۳۷۲ پیش بینی نمایید. (۱۳۷۷/۳/۳)

سالها	۱۳۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲
تعداد دانشجویان	۱۶۰۰	۱۹۰۰	۱۷۰۰	۲۱۰۰	۲۳۰۰

۵- تعداد دانش آموزان یک دبیرستان در طول ۷ سال متوالی، طبق جدول زیر بوده است. (۱۳۷۷/۱۰/۲۴) مطلوبست :

الف) نمودار حرکات سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) رسم خط روند دراز مدت از طریق کمترین مجزورات.

ج) تعداد دانش آموزان را برای سال ۷۸ در همین دبیرستان پیش بینی کنید.

سالها	۱۳۶۹	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	۱۳۷۵
تعداد دانش آموزان	۱۳۰	۱۸۰	۱۵۰	۱۶۰	۲۰۰	۲۲۰	۲۱۰

۶- با استفاده از جدول زیر نمودار حرکات سری زمانی را رسم کرده و خط روند را به روش میانگین های متحرک سه ساله روی نمودار برازنده کنید (۱۳۷۸/۳/۱۲)

سالها	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷
میزان تولید	۲۰	۱۶	۲۴	۳۲	۲۸	۳۶	۴۴	۴۰

۷- اگر تعداد داده ها (y_i) فرد باشد، در روش میانگین های مضاعف عدد وسطی: (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

الف) جزء بخش اول به حساب می آوریم. (ب) حذف می کنیم

ج) جزء بخش دوم به حساب می آوریم. (د) گزینه ۱ و ۲

۸- مقدار تولید یک کارخانه در ۶ سال متوالی به صورت جدول زیر داده شده است. مطلوب است:

سالها	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷
مقدار تولید y_i	۱۲	۱۴	۱۰	۱۱	۱۴	۱۸

الف) رسم نمودار حرکات سری زمانی

ب) خط روند دراز مدت نمودار حرکت سری زمانی از طریق کمترین مربعات برازنده کنید. (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

۹- برای رسم خط روند دقیق ترین و کم دقت ترین روش را به ترتیب نام

ببرید. (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۱۰- مقدار تولید یک کارخانه در ۷ سال متوالی به شرح جدول زیر است، مطلوبست:

سالها	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶
مقدار تولید (تن)	۲۰	۱۶	۲۴	۳۲	۲۸	۳۶	۴۴

الف) رسم نمودار حرکات سری زمانی

ب) خط روند دراز مدت از روی نمودار حرکت سری زمانی از طریق میانگین های

متحرک سه ساله برازنده کنید. (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۱۱- با توجه به میانگین ضایعات یک کارخانه طی ۶ سال متوالی به شرح جدول زیر:

سالها	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸
ضایعات	۴	۶	۱۲	۴	۱۲	۱۶

مطلوبست: الف) رسم نمودار حرکات سری زمانی ضایعات

ب) برازنده نمودن خط روند آن به روش کمترین مربعات (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

۱۲- تغییرات در هر یک از موارد:

«الف) زلزله بجنورد، ب) دوره رکود، ج) فصل خرمین گندم، د) پیشرفتهای تکنولوژیکی

یک جامعه»، به کدام ۴ عامل مهم در سریهای زمانی مربوط می شود؟ (۱۳۸۰/۳/۵)

۱۳- برای جدول زیر نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم کنید و سپس خط روند را با

استفاده از روش میانگین های متحرک ۳ ساله روی نمودار برازنده کنید. (۱۳۸۰/۳/۵)

X سالها	۷۰	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷
لا تولید	۱۰	۸	۱۲	۱۶	۱۴	۱۸	۲۲	۲۰

۱۴- سریهای زمانی را تعریف کنید. (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

۱۵- اگر تولیدات یک کارخانه در هفت سال متوالی به صورت زیر باشد نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم کنید و سپس خط روند را از طریق میانگین های مضاعف روی نمودار برازنده کنید. (۱۳۸۰/۱۰/۲۶)

سالها	۱۳۶۰	۱۳۶۱	۱۳۶۲	۱۳۶۳	۱۳۶۴	۱۳۶۵	۱۳۶۶
تولیدات	۱۰	۱۵	۵	۲۲	۱۸	۱۴	۱۹

۱۶- آمار قبولی کنکور دانش آموزان رشته حسابداری یک هنرستان طی ۶ سال متوالی مطابق جدول زیر بوده؛ نمودار حرکات آن را رسم و خط گرایش را به «روش کمترین مربعات» روی آن برازنده نمایید. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

سالها	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰
تعداد پذیرفته شدگان	۵	۸	۱۴	۱۸	۲۰	۲۵

۱۷- «چه عواملی» می توانند منشأ تغییرات ناگهانی باشند؟ برای هر یک از انواع آن مثالی بزنید. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۱۸- کامل نمایید: ساده ترین روش رسم خط روند روی نمودار حرکات سریهای زمانی؛ روش «الف-...» و دقیق ترین روشها روش «ب-...» است که شکل کلی معادله خط گرایش آن به صورت «پ-...» می باشد. (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۱۹- فروش یک فروشگاه در ۷ سال متوالی به شرح جدول:

سالها	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰
فروش (میلیون ریال)	۹۰	۱۱۰	۱۰۰	۱۸۰	۲۰۰	۱۹۰	۲۷۰

بوده؛ نمودار حرکات فروش را رسم و خط گرایش آنرا به روش میانگین های متحرک ۳ ساله روی نمودار حرکات بگنجانید. (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۲۰- تغییرات مربوط به هر یک از موارد: الف) بحران اقتصادی ب) رشد جمعیت ج) تظاهرات مردمی د) زمان نام نویسی دانش آموزان؛ با کدام چهار عامل مهم در سری های زمانی ارتباط دارد؟ (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۲۱- هزینه تبلیغات یک شرکت در ۷ سال متوالی به شرح جدول زیر بوده؛ نمودار حرکات سری زمانی آن را رسم و خط روند دراز مدت را به روش کمترین مجزورات روی نمودار برانزده نمایید. (۱۳۸۲/۳/۲۲)

سالها	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰	۱۳۸۱
هزینه ی تبلیغات	۱۴	۱۹	۲۳	۲۶	۲۱	۲۹	۳۶

۲۲- با توجه به میزان فروش کالا در شرکتی طی ۷ سال متوالی مطابق جدول زیر؛ مطلوب است:

سالها	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲
میزان فروش	۱۰۰	۱۱۰	۱۳۵	۱۳۰	۱۴۰	۱۶۵	۱۶۰

اولاً: رسم نمودار حرکات سری زمانی آن

ثانیاً: برانزده نمودن خط گرایش روی آن از طریق دست آزاد (رسم آزاد)

ثالثاً: گنجاندن خط روند به روش میانگین های متحرک سه ساله روی (همان) نمودار. (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۲۳- مقدار فروش یک شرکت در طول ۵ سال متوالی طبق جدول زیر بوده است. مطلوبست:

سالها	۱۳۷۹	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲	۱۳۸۳
فروش (ارقام به ۱۰۰۰)	۸	۱۱	۷	۱۰	۹

الف) نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم کنید.

ب) خط روند را با استفاده از روش کمترین مربعات (کمترین مجزورات) روی آن برانزده کنید.

ج) مقدار فروش را برای سال ۸۵ پیش بینی کنید. (۱۳۸۴/۳/۳)

۲۴- رخدادهای یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان می‌گویند. (۸۵/۳/۳)

۲۵- با توجه به جدول زیر:

سالها	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹
تولید	۱۰	۸	۱۲	۱۶	۱۱	۱۵	۱۹

مطلوبست: حرکات سری‌های زمانی را رسم نموده و خط روند دراز مدت را به

روش میانگین متحرک سه ساله روی آن برازنده کنید. (۸۵/۳/۳)

۲۶- در بین تغییرات مهم سری‌های زمانی، تغییرات را بی‌فایده، نامنظم،

تصادفی می‌گویند و کم‌دقت‌ترین روش رسم خط روند نام دارد. (۱۳۸۶/۳/۵)

۲۷- تولیدات یک کارخانه در طی ۶ سال متوالی به شرح جدول زیر مفروض است.

سالها	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲	۱۳۸۳	۱۳۸۴	۱۳۸۵
تولید (واحد به تن)	۱۰	۸	۶	۱۳	۱۴	۹

مطلوبست: حرکات سری‌های زمانی را رسم کرده و خط روند دراز مدت را به

روش میانگین متحرک سه ساله روی آن برازنده کنید؟ (۱۳۸۶/۳/۵)

۲۸- میزان فروش پنج سال گذشته یک فروشگاه به شرح جدول زیر است

سالها	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	مطلوب است:
فروش	۲۰	۳۱	۲۲	۲۸	۳۴	

الف) رسم نمودار حرکات سری زمانی

ب) رسم خط روند بر روی نمودار حرکات سری‌های زمانی به روش کمترین

مربعات. (۱۳۸۷/۳/۹)

۲۹- عبارات زیر را کامل نمایید.

الف) ساده ترین و دقیق ترین روش رسم خط روند بر روی نمودار حرکات سریهای زمانی به ترتیب روش های و است.

ب) تغییرات ناگهانی ناشی از عوامل و می باشد. (۱۳۸۷/۲/۹)

۳۰- در یک سری زمانی «چند ساله» تعداد میانگین های متحرک ۳ ساله، ۸ تا بیشتر از تعداد میانگین های مضاعف همان سری است؟ (مolf)

۳۱- اگر تعداد سالها در سریهای زمانی ۲۶ باشد، $x_7 + 2x_4$ چه عددی است تا $\sum x_i = 0$ باشد؟ (مolf)

۳۲- فروش یک فروشگاه در ۷ سال متوالی با شرح جدول زیر داده شده است نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم کرده و خط روند آنرا به روش میانگین های متحرک سه ساله روی نمودار حرکات برازنده نمائید. (۸۷/۶/۴)

سالها	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
y_i فروش	۹۰	۱۱۰	۱۰۰	۱۸۰	۲۰۰	۱۹۰	۲۷۰

۳۳- به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) سری زمانی را تعریف کنید.

ب) تغییرات ایجاد شده در سری های زمانی ناشی از چه عواملی است (فقط نام

ببرید). (۸۷/۶/۴)

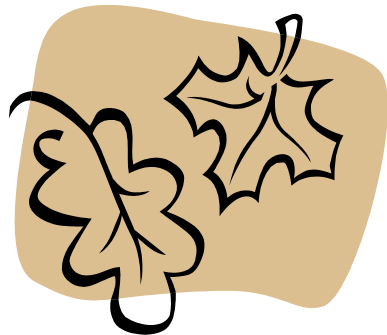
۳۴- اگر در معادله خط رگرسیون $\sum x_i = 0$ باشد و تعداد سالها ۳۱ باشد مقدار

$(x_8 - 3x_5)$ را به دست آورید. (مolf)

پاسخ سئوالات

دانشپرس
استان همدان
مقصودی

فصل چهارم



۱- عوامل مهم در سریهای زمانی عبارتند از:

الف) گرایشهای دراز مدت (روند) ب) تغییرات فصلی

ج) تغییرات ادواری د) تغییرات ناگهانی

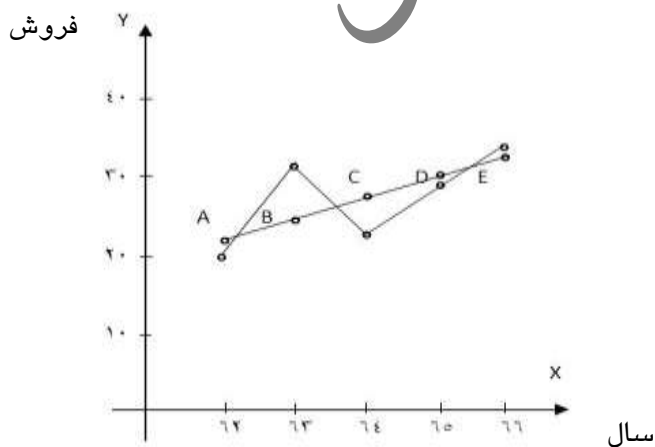
۲-

نقاط	Y'	xy	x^2	x_i	فروش y_i	سال
A	$2/5(-2)+27=22$	-40	4	-2	20	62
B	$-1)+27=24/5$	-21	1	-1	31	63
C	$2/5(0)+27=27$	0	0	0	22	64
D	$2/5(1)+27=29/5$	28	1	1	28	65
E	$2/5(2)+27=32$	68	4	2	34	66

$$\sum y_i = 135 \quad \sum x^2 = 10 \quad \sum xy = 25$$

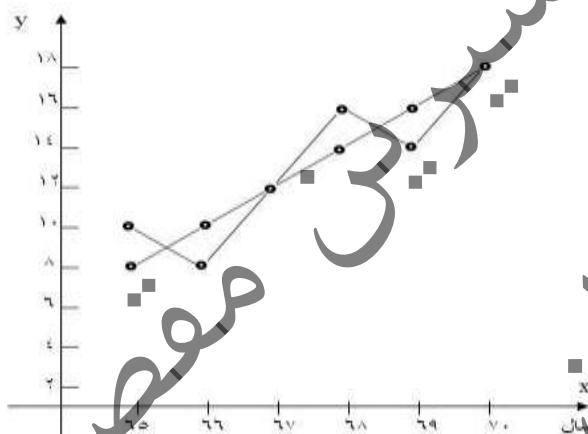
$$a = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{25}{10} = 2/5 \quad b = \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{135}{5} = 27$$

$$y' = ax + b \Rightarrow y' = 2/5x + 27$$



-۳

سال	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
y_i	۱۰	۸	۱۲	۱۶	۱۴	۱۸
مجموع ۳ سال	-	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	-
میانگین	-	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	-



-۴

سال	y_i	x_i	$X_i y_i$	Y'
۱۳۶۸	۱۶۰۰	۰	۰	۱۶۰۰.A
۱۳۶۹	۱۹۰۰	۱	۱۹۰۰	
۱۳۷۰	۱۷۰۰	۲	۳۴۰۰	
۱۳۷۱	۲۱۰۰	۳	۶۳۰۰	
۱۳۷۲	۲۳۰۰	۴	۹۲۰۰	۲۲۴۰.B
	$\sum y_i = ۹۶۰۰$	$\sum x_i = ۱۰$	$\sum x_i^2 = ۳۰$	$\sum x_i y_i = ۲۰۸۰۰$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۱۰}{۵} = ۲ \Rightarrow \bar{x} = ۲ \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{۹۶۰۰}{۵} = ۱۹۲۰ \Rightarrow \bar{y} = ۱۹۲۰$$

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{۵(۲۰۸۰۰) - (۱۰)(۹۶۰۰)}{۵(۳۰) - (۱۰)^2} = ۱۶.$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1920 - 160(2) = 1600$$

در سال ۷۲

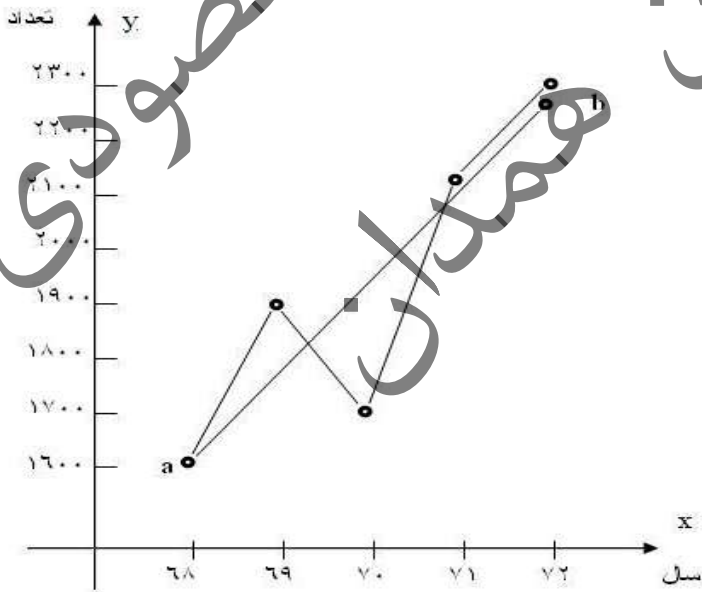
$$A: x = 0 \Rightarrow y' = 160(0) + 1600 = 1600, B: x = 4 \Rightarrow y' = 160(4) + 1600 = 2240$$

$$y' = ax + b \Rightarrow y' = 160x + 1600$$

پیش بینی تعداد دانشجویان در سالهای ۱۳۷۳ و ۱۳۷۴

$$x = 5 \Rightarrow y'_{73} = 160(5) + 1600 = 2400$$

$$x = 6 \Rightarrow y'_{74} = 160(6) + 1600 = 2560$$



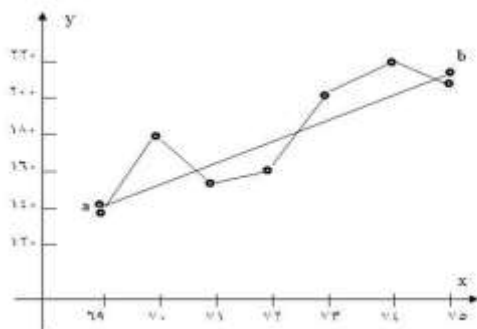
سالها	تعداد دانش آموزان y_i	زمان x_i	$x_i y_i$	x_i^2	$y = 13/2x + 139$
۱۳۶۹	۱۳۰	۰	۰	۰	A $y_{69} = 139$
۱۳۷۰	۱۸۰	۱	۱۸۰	۱	
۱۳۷۱	۱۵۰	۲	۳۰۰	۴	
۱۳۷۲	۱۶۰	۳	۴۸۰	۹	
۱۳۷۳	۲۰۰	۴	۸۰۰	۱۶	
۱۳۷۴	۲۲۰	۵	۱۱۰۰	۲۵	B $y_{70} = 218/2$
۱۳۷۵	۲۱۰	۶	۱۲۶۰	۳۶	
	$\sum y_i = 1250$	$\sum x_i = 21$	$\sum x_i y_i = 4120$	$\sum x_i^2 = 91$	

$$SP_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} = 4120 - \frac{21 \times 1250}{7} = 4120 - 3750 = 370$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 91 - \frac{21 \times 21}{7} = 91 - 63 = 28, a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{370}{28} = 13/2$$

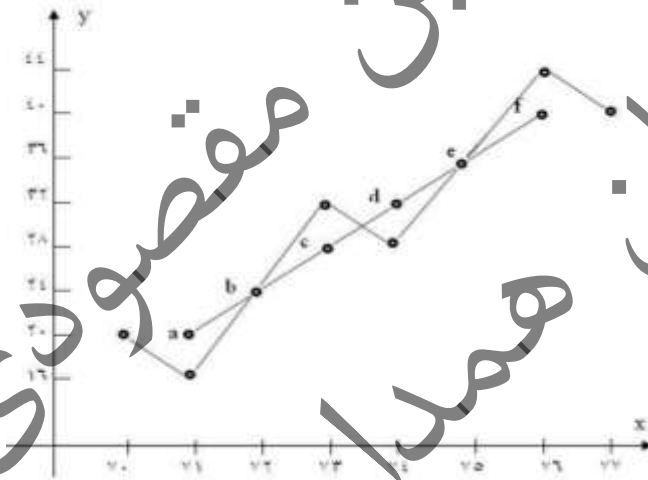
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{7} = 3, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1250}{7} = 178.57, b = \bar{y} - a\bar{x} = 178.57 - (13/2)(3) = 139$$

پیش بینی: $y_{78} = y'(9) = 13/2(9) + 139 = 257/2$



-۶

نقاط	میانگین	جمع	میزان تولید	سالها
-	-	-	۲۰	۷۰
A	۲۰	۶۰	۱۶	۷۱
B	۲۴	۷۲	۲۴	۷۲
C	۲۸	۸۴	۳۲	۷۳
D	۳۲	۹۶	۲۸	۷۴
E	۳۶	۱۰۸	۳۶	۷۵
F	۴۰	۱۲۰	۴۴	۷۶
-	-	-	۴۰	۷۷



۷- گزینه ب صحیح است.

«حذف می کنیم».

-۸

y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2
۱۲	-۵	-۶۰	۲۵
۱۴	-۳	-۴۲	۹
۱۰	-۱	-۱۰	۱
۱۶	۱	۱۶	۱
۱۴	۳	۴۲	۹
۱۸	۵	۹۰	۲۵
$\sum y_i = ۸۴$	$\sum x_i = ۰$	$\sum x_i y_i = ۳۶$	$\sum x_i^2 = ۷۰$

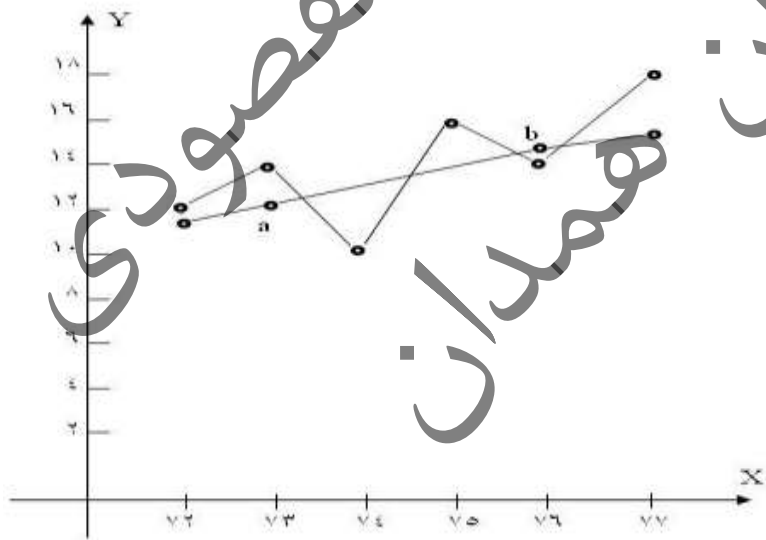
$$a = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{۳۶}{۷۰} = ۰/۵$$

$$b = \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۸۴}{۶} = ۱۴$$

$$y' = ax + b \Rightarrow y' = ۰/۵x + ۱۴$$

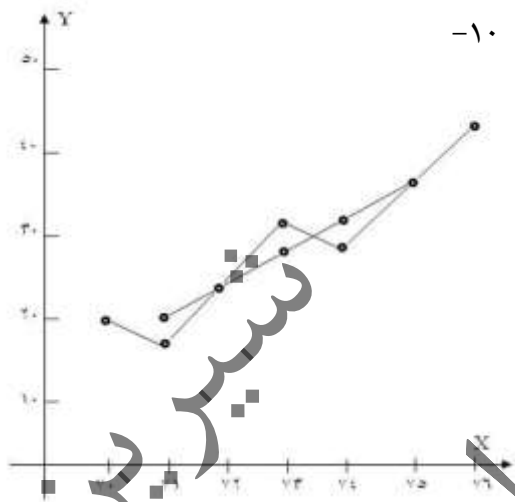
$$A: y_{x=-۳} = ۰/۵(-۳) + ۱۴ = ۱۲/۵$$

$$B: y_{x=۳} = ۰/۵(۳) + ۱۴ = ۱۵/۵$$



۹- دقیق ترین: کمترین مربعات، کم دقت ترین: دست آزاد

سال	y_i	مجموع سه سال	میانگین
۷۰	۲۰	-	-
۷۱	۱۶	۶۰	۲۰
۷۲	۲۴	۷۲	۲۴
۷۳	۳۲	۸۴	۲۸
۷۴	۲۸	۹۶	۳۲
۷۵	۳۶	۱۰۸	۳۶
۷۶	۴۴	-	-



سالها	y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2
۷۳	۴	-۵	-۲۰	۲۵
۷۴	۶	-۳	-۱۸	۹
۷۵	۱۲	-۱	-۱۲	۱
۷۶	۴	۱	۴	۱
۷۷	۱۲	۳	۳۶	۹
۷۸	۱۶	۵	۸۰	۲۵
	$\sum y_i = ۵۴$	$\sum x_i = ۰$	$\sum x_i y_i = ۷۰$	$\sum x_i^2 = ۷۰$

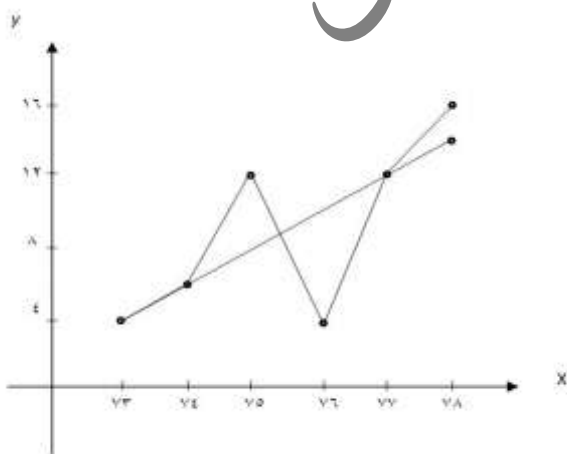
$$a = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{۷۰}{۷۰} = ۱$$

$$b = \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{۵۴}{۶} = ۹$$

$$y' = ax + b \Rightarrow y' = x + ۹$$

$$A: y_{۷۳} = -۵ + ۹ = ۴$$

$$B: y_{۷۸} = ۵ + ۹ = ۱۴$$



۱۲- الف) تغییرات ناگهانی

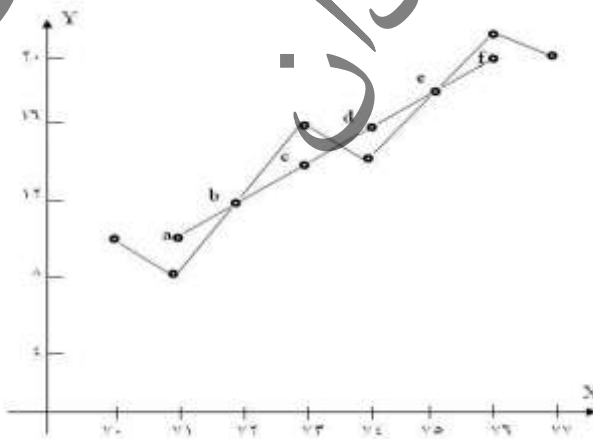
ب) تغییرات ادواری

ج) تغییرات فصلی

د) گرایشهای دراز مدت

۱۳-

نقاط	میانگین متحرک	جمع ۳ سال	میزان تولید	سالها
-	-	-	۱۰	۷۰
A	۱۰	۳۰	۸	۷۱
B	۱۲	۳۶	۱۲	۷۲
C	۱۴	۴۲	۱۶	۷۳
D	۱۶	۴۸	۱۴	۷۴
E	۱۸	۵۴	۱۸	۷۵
F	۲۰	۶۰	۲۲	۷۶
-	-	-	۲۰	۷۷

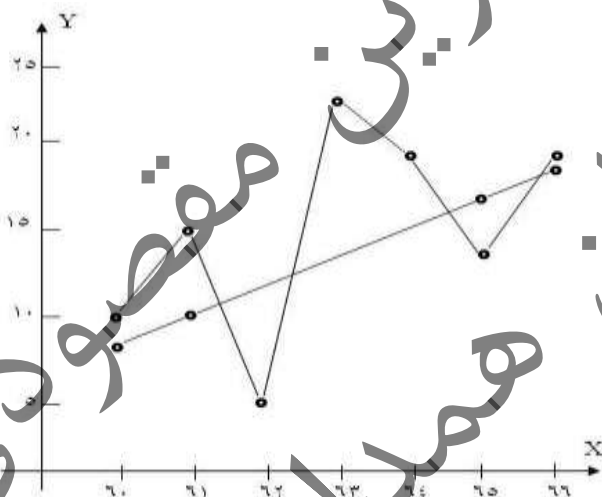


۱۴- رخدادهای متوالی و منظم یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان

«سری زمانی» گویند.

-۱۵

سالها	۱۳۶۰	۱۳۶۱	۱۳۶۲	۱۳۶۳	۱۳۶۴	۱۳۶۵	۱۳۶۶
تولیدات	۱۰	۱۵	۵	۲۲	۱۸	۱۴	۱۹
جمع		۳۰				۵۱	
میانگین		۱۰				۱۷	



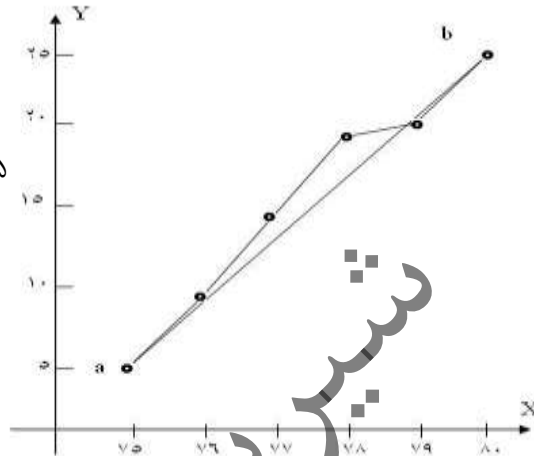
-۱۶

سالها	y_i	x_i	x_i^2	$x_i y_i$	$y' = 2x + 15$	نقاط
۷۵	۵	-۵	۲۵	-۲۵	$y'_{(۷۵)} = 2(-۵) + 15 = 5$	A
۷۶	۸	-۳	۹	-۲۴		
۷۷	۱۴	-۱	۱	-۱۴		
۷۸	۱۸	۱	۱	۱۸		
۷۹	۲۰	۳	۹	۶۰	$y'_{(۸۰)} = 2(۵) + 15 = ۲۵$	B
۸۰	۲۵	۵	۲۵	۱۲۵		
Σ	۹۰	۰	۷۰	۱۴۰		

$$a = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{140}{70} = 2$$

$$b = \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{90}{6} = 15$$

معادله خط $y' = 2x + 15$



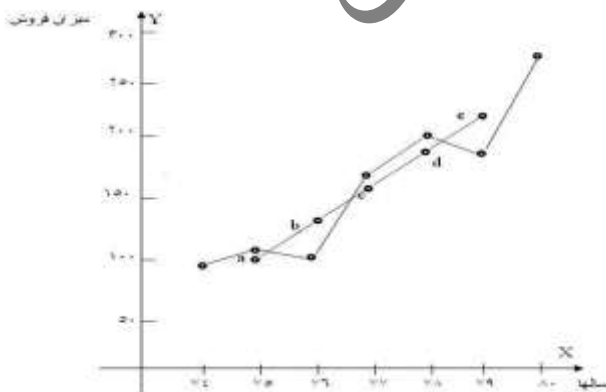
۱۷- عوامل ناشی از رفتار انسان (عامل انسانی) مثل جنگ، اعتصاب و...

عوامل ناشی از طبیعت (عامل غیر انسانی) مثل سیل، زلزله، توفان و...

۱۸- الف) روش رسم آزاد ب) روش کمترین مربعات پ) به صورت $y' = ax + b$

۱۹-

سالها	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰
y_i	۹۰	۱۱۰	۱۰۰	۱۸۰	۲۰۰	۱۹۰	۲۷۰
مجموع ۳ ساله متحرک	-	۳۰۰	۳۹۰	۴۸۰	۵۷۰	۶۶۰	-
میانگین های متحرک	-	۱۰۰	۱۳۰	۱۶۰	۱۹۰	۲۲۰	-
نقاط	-	A	B	C	D	E	-



۲۰- الف) تغییرات ادواری (دوره ای)، ب) گرایش دراز مدت (روند)، ج) تغییرات

ناگهانی (بی قاعده، تصادفی، نامنظم)، د) تغییرات فصلی

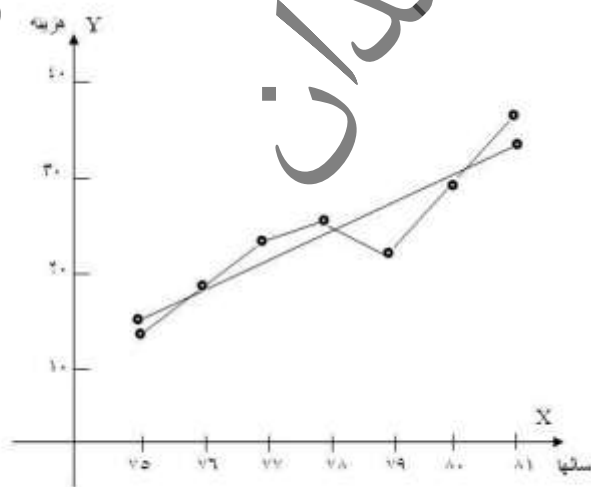
-۲۱

نقاط	$y' = 3x + 15$	$x_i y_i$	x_i^2	x_i	y_i	سالها
A	$y' = 3(-3) + 24 = 15$	۹	-۴۲	-۳	۱۴	۷۵
		۴	-۳۸	-۲	۱۹	۷۶
		۱	-۲۳	-۱	۲۳	۷۷
		۰	۰	۰	۲۶	۷۸
		۱	۲۱	۱	۲۱	۷۹
		۴	۵۸	۲	۲۹	۸۰
B	$y' = 3(3) + 24 = 33$	۹	۱۰۸	۳	۳۶	۸۱
		۲۸	۸۴	۰	۱۶۸	Σ

$$a = \frac{168}{28} = 3$$

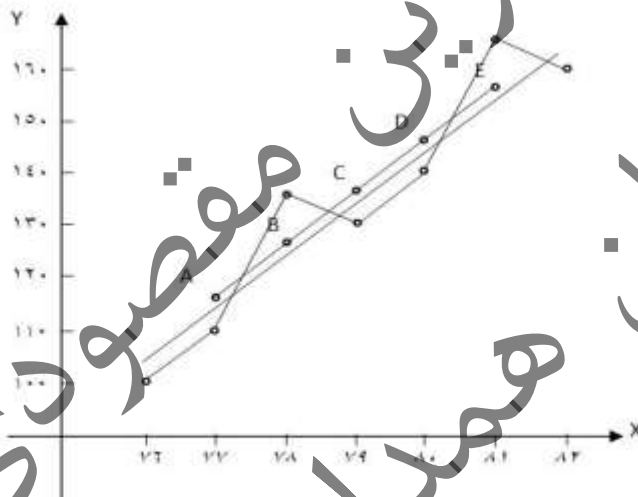
$$b = \frac{168}{7} = 24$$

$$y' = 3x + 24$$



-۲۲

سالها	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲
y_i	۱۰۰	۱۱۰	۱۳۵	۱۳۰	۱۴۰	۱۶۵	۱۶۰
مجموع ۳ سال	-	۳۴۵	۳۷۵	۴۰۵	۴۳۵	۴۶۵	-
میانگین متحرک	-	۱۱۵	۱۲۵	۱۳۵	۱۴۵	۱۵۵	-
نقاط	-	A	B	C	D	E	-



-۲۳

سالها	y_i	x_i	$x y_i$	x^2	$y' = 2x + 15$	نقاط
۷۹	۸	۰	۰	۰	$y' = (۰/۱ \times ۰) + ۸/۸ = ۸/۸$	A
۸۰	۱۱	۱	۱۱	۱		
۸۱	۷	۲	۱۴	۴		
۸۲	۱۰	۳	۳۰	۹		
۸۳	۹	۴	۳۶	۱۶	$y' = (۰/۱ \times ۴) + ۸/۸ = ۹/۲$	B
جمع	۴۵	۱۰	۹۱	۳۰		

$$SP_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$$

$$SP_{xy} = 91 - \frac{10 \times 45}{5} = 1$$

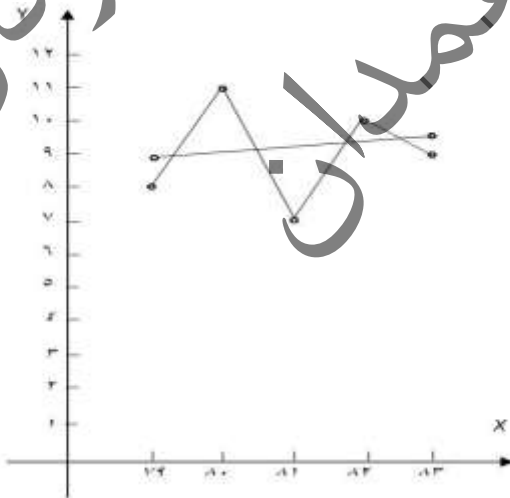
$$SS_x = \sum x_i^2 - \frac{\sum x_i \sum x_i}{n}$$

$$SS_x = 30 - \frac{10 \times 10}{5} = 10$$

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{1}{10} = 0.1$$

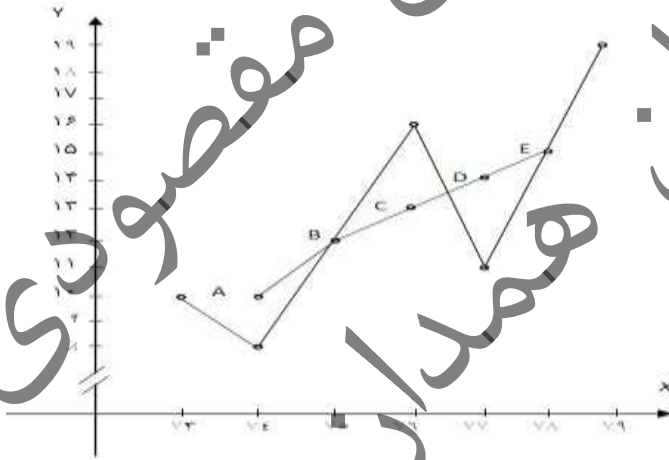
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{10}{5} = 2, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{45}{5} = 9, b = \bar{y} - a\bar{x} = 9 - 0.1(2) = 8.8$$

مقدار پیش بینی $y_{\Delta 6} = y'(6) = 0.1(6) + 8.8 = 0.6 + 8.8 = 9.4$



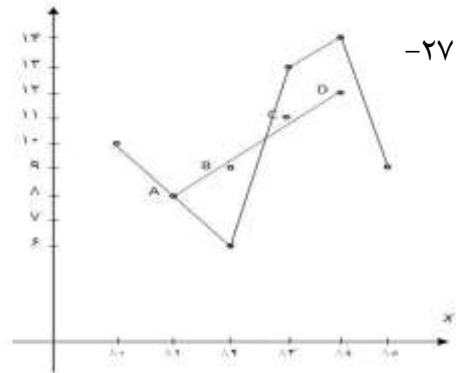
-۲۵

نقاط	میانگین ۳ سال	مجموع ۳ سال	تولید	سالها
-	-	-	۱۰	۷۳
A	۱۰	۳۰	۸	۷۴
B	۱۲	۳۶	۱۲	۷۵
C	۱۲	۳۹	۱۶	۷۶
D	۱۴	۴۲	۱۱	۷۷
E	۱۵	۴۵	۱۵	۷۸
-	-	-	۱۹	۷۹



۲۶- ناگهانی - رسم آزاد

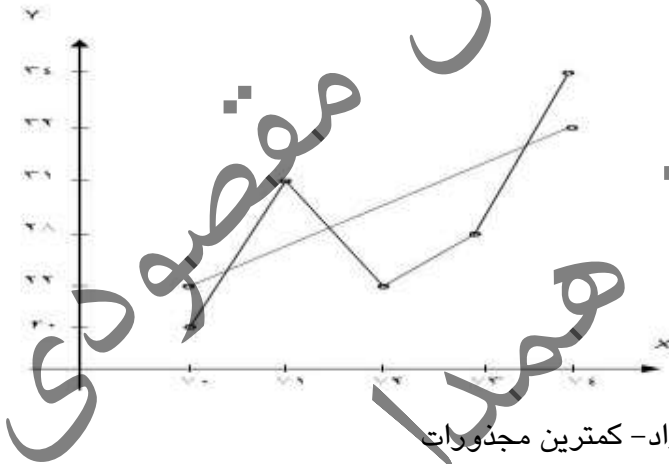
نقاط	میانگین	جمع	تولید	سالها
-	-	-	۱۰	۸۰
A	۸	۲۴	۸	۸۱
B	۹	۲۷	۶	۸۲
C	۱۱	۳۳	۱۳	۸۳
D	۱۲	۳۶	۱۴	۸۴
-	-	-	۹	۸۵



-۲۷

-۲۸

نقاط	$y' = 2/5x + 27$	x_i^2	$x_i y_i$	x_i	y_i	سالها
A	$2/5(-2) + 27 = 22$	۴	-۴۰	-۲	۲۰	۷۰
		۱	-۳۱	-۱	۳۱	۷۱
		۰	۰	۰	۲۲	۷۲
		۱	۲۸	۱	۲۸	۷۳
B	$2/5(2) + 27 = 32$	۴	۶۸	۲	۳۴	۷۴
		۱۰	۲۵		۱۲۵	جمع



۲۹- الف) رسم آزاد- کمترین مجذورات

ب) انسانی - طبیعی

$$n - k + 1 = 2 + 8 \Rightarrow n - 3 + 1 = 10 \Rightarrow n = 10 + 2 = 12$$

-۳۰

-۳۱

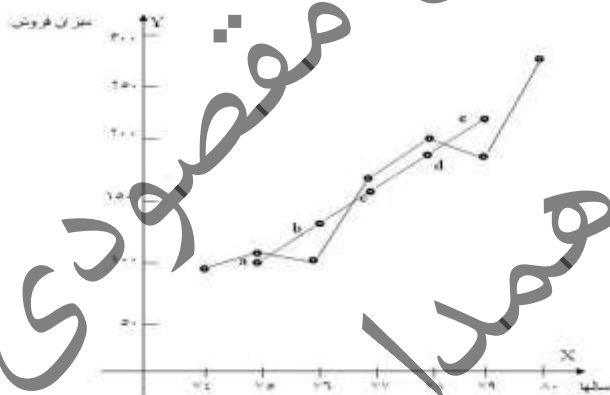
$$x_i = 2i(n+1) \Rightarrow x_v = 2 \times 7 - (26+1) = 14 - 27 = -13$$

$$x_{1f} = 2 \times 14 - (26+1) = 28 - 27 = 1$$

$$x_v + 2x_{1f} = -13 + 2 \times 1 = -11$$

-۳۲

سالها	y_i	مجموع متحرک ۳ ساله	میانگین متحرک ۳ ساله
۷۴	۹۰	-	-
۷۵	۱۱۰	۳۰۰	۱۰۰
۷۶	۱۰۰	۳۹۰	۱۳۰
۷۷	۱۸۰	۴۸۰	۱۶۰
۷۸	۲۰۰	۵۷۰	۱۹۰
۷۹	۱۹۰	۶۶۰	۲۲۰
۸۰	۲۷۰	-	-



۳۳- الف) رخدادهای متوالی و منظم یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان

سری زمانی گویند.

ب) گرایشهای دراز مدت - تغییرات فصلی تغییرات ادواری تغییرات ناگهانی (پس ماند)

$$x_i = i - \frac{n+1}{2} \Rightarrow x_5 = 5 - \frac{31+1}{2} = 5 - 16 = -11 \quad -۳۴$$

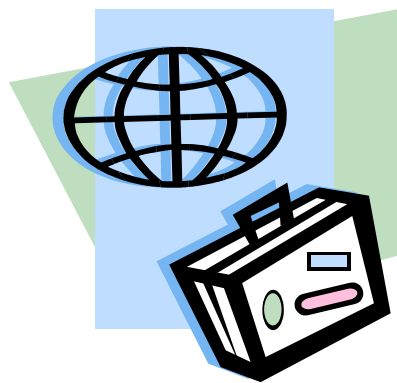
$$x_8 = 8 - \frac{31+1}{2} = 8 - 16 = -8$$

$$x_8 - 3x_5 = -8 - 3(-11) = -8 + 33 = 25$$

فصل پنجم

انتظارتین
استان همدان
مقصودی

اعداد شاخص



۱- در جدول زیر سه نوع محصول A و B و C مفروضند شاخص قیمتها را برای سالهای ۷۱ و ۷۲ نسبت به سال پایه که ۷۰ است با استفاده از روش موزون مجموع «لاسپیرز» محاسبه نمایید. (۱۳۷۶/۳/۱۰)

نوع محصولات	۱۳۷۰		۱۳۷۱ P_1	۱۳۷۲ P_2
	P_0	Q_0		
A	۲۰۰	۱۰	۱۰	۲۰
B	۴۰۰	۲۰	۵	۳۰
C	۳۰۰	۱۵	۲۰	۱۰

۲- در جدول زیر سه نوع محصول الف و ب و ج مفروضند. شاخص قیمتها را برای سالهای ۷۴ و ۷۵ نسبت به سال پایه (۷۳) با استفاده از روش موزون مجموع (روش پاشه) محاسبه نمایید. ضمناً شاخص سال پایه را نیز محاسبه نمایید. (۱۳۷۶/۱۰/۲۵)

نوع کالا	۷۳		۷۴		۷۵	
	P_0	Q_0	P_1	Q_1	P_2	Q_2
الف	۸۰	۲۰	۷۶	۲	۱۲۰	۱۰
ب	۹۰	۲۰	۹۰	۳۰	۱۲۰	۳۰
ج	۱۰۰	۱۰	۱۶۱	۱۰	۹۰	۲۰

۳- اگر قیمت چهار نوع کالای مختلف در چهار سال متوالی طبق جدول زیر باشد، شاخص قیمتها را برای سالهای ۷۲ و ۷۳ و ۷۴ نسبت به سال ۷۱ (که سال پایه است) و هم چنین سال پایه از طریق درصد ساده مجموع محاسبه نمایید. (۱۳۷۷/۳/۳)

سال \ کالا	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴
الف	۱۲۰	۱۴۰	۱۰۰	۱۲۰
ب	۸۰	۱۰۰	۶۰	۹۰
ج	۱۰۰	۱۲۰	۹۰	۱۰۰
د	۵۰	۷۰	۴۵	۶۰

۴- واژه شاخص و عدد شاخص را تعریف کنید. (۱۳۷۷/۳/۳)

۵- منظور از واژه زنجیره ای در محاسبه اعداد شاخص چیست؟ (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

۶- در جدول زیر شاخص قیمت را برای سالهای ۷۳ و ۷۴ نسبت به سال ۷۲ (سال

پایه) از طریق درصد ساده مجموع محاسبه کنید. و همین نمودار منحنی تغییرات

شاخص را رسم نمائید. (۱۳۷۷/۱۰/۲۴)

سال	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴
فلزات	P_0 (قیمت)	P_1	P_2
مس	۲۵۰	۳۰۰	۳۲۰
سرب	۲۰۰	۲۵۰	۲۶۰
روی	۱۴۰	۱۶۰	۱۸۰

۷- قدرت خرید پول برابر است با: (۱۳۷۸/۳/۱۲)

(ب) شاخص قیمتها $\times 100$

(الف) شاخص قیمتها $\times \frac{1}{100}$

(د) $\frac{100}{\text{شاخص قیمتها}}$

(ج) $\frac{1}{\text{شاخص قیمتها}}$

۸- در جدول زیر شاخص قیمتها را برای سال ۷۴ نسبت به سال ۷۳ (سال پایه) از

روش موزون مجموع (لاسپیرز) محاسبه کنید. (۱۳۷۸/۳/۱۲)

سال ها	۱۳۷۳		۱۳۷۴
محصول	P_0	Q_0	P_1
الف	۸	۲۰	۱۲
ب	۶	۵۰	۴
ج	۱۰	۴۰	۲۰

۹- قدرت خرید با سطح قیمتها: (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

الف) رابطه مستقیم دارد ب) رابطه معکوس دارد

ج) رابطه ای ندارد د) گزینه ۱ و ۳

۱۰- در جدول زیر شاخص قیمتها را برای سال ۷۷ نسبت به سال ۷۴ (سال پایه)

از طریق میانگین ساده نسبتها محاسبه کنید. (۱۳۷۸/۱۰/۲۳)

محصولات نمونه	۷۴	۷۷
	P_1	P_0
A	۲۰	۴۰
B	۱۰	۲۵
C	۳۰	۴۵

۱۱- شاخص قیمتها برای سالهای ۷۰ و ۷۱ و ۷۲ را به نسبت سال ۶۹ (که سال پایه

است) محاسبه کرده ایم و به ترتیب اعداد ۹۰٪ و ۱۱۰٪ و ۱۴۰٪ حاصل شده اند.

اگر بخواهیم سال ۷۱ را سال پایه در نظر بگیریم، شاخص های جدید قیمتها را

محاسبه کنید. (۱۳۷۹/۳/۲۱)

۱۲- در جدول زیر چهار نوع محصول A، B، C و D مفروضند. شاخص مقادیر را

برای سالهای ۷۰، ۷۱ و ۷۲ نسبت به سال ۷۰ (که سال پایه است) از روش موزون

مجموع «لاسپیرز» محاسبه نمایید. (۱۳۷۹/۳/۲۱)

سال فلزات	۱۳۷۰	۱۳۷۱		۱۳۷۲
	P_1	Q_1	Q_0	G_1
A	۲۰	۱۲۰	۱۰۰	۱۵۰
B	۱۰	۲۰	۱۰	۳۰
C	۴۰	۶۰	۵۰	۸۰
D	۱۰۰	۵۰	۴۰	۶۰

۱۳- با استفاده از اطلاعات جدول زیر شاخص قیمت‌ها را به روش درصد ساده مجموع برای سالهای ۷۶، ۷۷ و ۷۸ نسبت به سال ۷۵ محاسبه نمایید. (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

قیمتها	P_0	P_1	P_2	P_3
سالها	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸
الف	۲۵	۴۰	۴۵	۵۰
ب	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
پ	۸۵	۱۰۰	۱۰۵	۱۱۰
ت	۶۰	۸۰	۹۰	۱۰۰
ث	۲۰	۳۵	۳۰	۳۵

۱۴- با توجه به اعداد شاخص قیمت‌ها نسبت به سال پایه ۷۵ به شرح جدول زیر است.

سالها	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸
شاخص قیمت‌ها	۱۱۰٪	۱۲۵٪	۱۴۵٪	۱۷۰٪

چنانچه سال ۷۶ «سال پایه جدید» در نظر گرفته شود، شاخص جدید قیمت‌ها را در این سالها محاسبه نمایید. (۱۳۷۹/۱۰/۲۴)

۱۵- کامل نمایید: زمانی که سایر زمانها نسبت به آن سنجیده شود، زمان الف) و روشی که سال قبل را سال پایه در نظر گیرند، ب) نام دارد. (۱۳۸۰/۳/۵)

۱۶- در جدول زیر شاخص مقادیر را برای سالهای ۹۸ و ۹۹ نسبت به سال ۹۷ از روش پاشه به دست آورید. (۱۳۸۰/۳/۵)

سالها نمونه	۹۷	۹۸		۹۹	
	مقدار	قیمت	مقدار	قیمت	مقدار
الف	۱۰	۹	۱۲	۱۰	۲۰
ب	۳۰	۱۵	۳۵	۲۵	۴۰
ج	۵۰	۲۰	۷۰	۳۰	۸۰

۱۷- شاخص مقادیر سالهای ۷۷ و ۷۸ نسبت به سال ۷۶ را به روش میانگین

نسبتها با توجه به اطلاعات جدول زیر محاسبه نمائید. (۸۰/۱۰/۲۶)

سالها	۷۶	۷۷	۷۸
مقادیر	Q_0	Q_1	Q_2
کالاها			
الف	۲۰	۱۵	۱۸
ب	۵۰	۴۵	۶۰
پ	۸۰۰	۶۰۰	۷۲۰

۱۸- با استفاده از اطلاعات جدول مقابل:

سالها	۱۳۷۷		۱۳۷۸		۱۳۷۹	
قیمت و مقدار	P_0	Q_0	P_1	Q_1	P_2	Q_2
کالاها						
الف	۲۰۰	۵	۱۸۰	۶	۱۹۰	۸
ب	۱۵۰	۶	۱۶۰	۶	۱۷۰	۶
ج	۵۰	۱۸	۵۵	۱۹	۶۰	۲۰
د	۱۱۰	۲۰	۹۵	۲۳	۱۱۵	۲۵

(۱) شاخص قیمتها را برای سال ۱۳۷۸

(۲) شاخص مقادیر را برای سال ۱۳۷۹ نسبت به سال پایه ۱۳۷۷ از روش موزون

مجموع (لاسیپرز) محاسبه نمایید. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۱۹- عبارت را کامل نمایید: قدرت خرید پول با سطح قیمتها رابطه «۱-.....» دارد و فرمول محاسبه آن به صورت «۲-.....» می باشد. به همین دلیل؛ می توان ارزش واقعی حقوق دریافتی هر کارمند یا کارگر را از تقسیم شاخص «۳-.....» بر شاخص

«۴-.....» بدست آورد. (۱۳۸۱/۳/۱۶)

۲۰- «عدد شاخص» یعنی چه؟ (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۲۱- با استفاده از اطلاعات جدول زیر:

سالها	۱۳۷۸		۱۳۷۹		۱۳۸۰	
نوع محصولات	Q_0	P_0	Q_1	P_1	Q_2	P_2
الف	۲۰	۶	۲۵	۸	۱۵	۷
ب	۳۰	۷	۴۰	۵	۳۵	۶
ج	۴۰	۸	۴۵	۱۰	۶۱	۹
د	۵۰	۱۲	۸۰	۱۰	۶۰	۱۵

۱- شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال پایه ۷۸ را به روش موزون مجموع «لاسپیرز» محاسبه نمایید.

۲- شاخص مقادیر سال ۸۰ را به روش درصد مجموع زنجیره ای بدست آورید. (۱۳۸۱/۱۰/۱۷)

۲۲- کامل نمایید: عدد شاخص در همه روش ها برای سال پایه، مساوی با بوده؛ زیرا در محاسبه ی اعداد شاخص، سایر سالها با سنجیده می شود. البته در روش شاخص هر سال، نسبت به سال قبل از آن مقایسه می گردد. (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۲۳- قیمت های سه نوع کالای اساسی طی سه سال متوالی در جدول مقابل

مشاهده می شود:

سال ها	۱۳۷۹	۱۳۸۰	۱۳۸۱
قیمت ها کالاها	P_0	P_1	P_2
A	۲۵۰	۳۰۰	۳۲۰
B	۶۰۰	۷۵۰	۸۴۰
C	۳۵۰	۴۵۰	۵۹۵

مطلوب است محاسبه ی:

I. شاخص قیمت های سال ۸۰ نسبت به سال (پایه ی) ۷۹ به روش درصد ساده ی مجموع.

II. قدرت خرید پول در سال ۸۰ نسبت به سال ۷۹ (براساس روش درصد ساده ی مجموع)

III. شاخص قیمت ها در سال ۸۱ نسبت به سال ۷۹ به روش میانگین نسبت ها (۱۳۸۲/۳/۲۲)

۲۴- در جدول زیر؛ قیمت ها و مقادیر ۴ نوع کالای اساسی برای ۳ سال متوالی،

آمارگیری شده. مطلوبست محاسبه ی:

۱- شاخص قیمت ها به روش درصد ساده ی مجموع زنجیره ای برای سال ۸۲.

۲- شاخص قیمت ها برای سال ۸۱ نسبت به سال پایه ی ۸۰ به روش موزون

مجموع (فرمول لاسپیرز $Laspeyres$)

۳- شاخص مقادیر سال ۸۲ نسبت به سال پایه ی ۸۰ به روش موزون مجموع. (۱۳۸۳/۳/۱۲)

سالها	۱۳۸۰		۱۳۸۱		۱۳۸۲	
	P_1	Q_1	P_2	Q_2	P_3	Q_3
الف	۴۹۰	۱۰	۵۳۰	۱۱	۶۱۵	۸
ب	۳۰	۲۰	۳۵	۲۱	۴۵	۱۹
ج	۱۲۰	۳۰	۱۴۰	۳۱	۱۷۰	۳۵
د	۸۵	۴۰	۹۵	۴۱	۱۳۰	۳۶

۲۵- سئوالات: می دانیم برنامه ریزی و تصمیم گیری همراه با پیش بینی بوده و

آمار یکی از ابزارهای آن است. از جمله؛ به نظر شما:

۱- موضوع آنالیز ترکیبی، فن شمارش است یا ابزار پیش بینی؟ (فصل اول)

۲- تئوری احتمالات در مورد چه آزمایش هایی کاربرد دارد؟ و چرا؟ (فصل دوم)

۳- وقتی تغییر در یک متغیر، تغییری قابل پیش بینی در متغیر یا متغیرهای دیگر

به دنبال داشته باشد، شناخت و اندازه گیری چه موضوعی مطرح می گردد؟ (فصل سوم)

۴- بررسی سری های زمانی، چه استفاده ای دارد؟ شناخت گذشته یا وضعیت

حال یا پیش بینی آینده غالباً کدام عامل از عوامل آن قابل پیش بینی نیست و در

چه صورت تغییرات آن به شکل سهمی در می آید؟ (فصل چهارم)

۵- از روی چه عددی؛ تغییرات یک یا چند پدیده در دو زمان یا دو مکان مختلف

تشخیص داده می شود؟ و آیا از طریق آن اطلاعات کلی یا جزئیات امر، کدام بیان

می شود؟ (فصل پنجم) (۱۳۸۳/۳/۱۲)

۲۶- اگر قیمت چهار نوع کالای مختلف در چهار سال متوالی طبق جدول زیر باشد. مطلوب است.

سالها کالا	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳
A	۲۴۰	۲۸۰	۲۰۰	۲۴۰
B	۱۶۰	۲۰۰	۱۲۰	۱۸۰
C	۲۰۰	۲۴۰	۱۸۰	۲۰۰
D	۱۰۰	۱۴۰	۹۰	۱۲۰

شاخص قیمت ها را برای سالهای ۸۱ و ۸۳ نسبت به سال پایه ۸۰ از طبقه درصد ساده مجموع محاسبه کنید. (۱۳۸۴/۳/۳)

۲۷- شاخص قیمت کالایی در سه سال پیایی ۱۰۵٪، ۱۳۰٪، ۱۷۰٪ است. شاخص قیمت را به صورت زنجیره ای برای سال سوم محاسبه کنید. (۱۳۸۴/۳/۳)

۲۸- با توجه به جدول زیر شاخص قیمت به روش: موزون مجموع (لاسیپرز) و دصد ساده‌ی مجموع به دست آورید. (۸۵/۳/۳)

نوع محصولات	P_1	Q_1	P_0
الف	۱۱	۱۰۰	۱۰
ب	۱۸	۱۵۰	۱۲
ج	۲۰	۲۰۰	۱۶

۲۹- با توجه به جدول زیر:

شاخص قیمت را برای سال ۸۵ نسبت به سال پایه ۸۳ با استفاده از روش موزون مجموع (لاسپیرز) محاسبه کنید. (۱۳۸۶/۳/۵)

سال محصول	۸۳		۸۴	۸۵
	Q.	P.	P_1	P_2
A	۳۰۰	۲۰	۳۰	۱۶
B	۷۵۰	۴	۶	۴
C	۶۰۰	۴۰	۶۰	۴۰

۳۰- با استفاده از اطلاعات جدول زیر:

الف) شاخص مقادیر سال ۱۳۶۹ نسبت به سال ۱۳۶۸ را به روش موزون مجموع (پاشه) محاسبه کنید.

ب) شاخص قیمت سال ۱۳۷۰ نسبت به سال ۱۳۶۸ را به روش درصد ساده مجموع محاسبه کنید. (۱۳۸۷/۳/۹)

سالها	۱۳۹۸		۱۳۶۹		۱۳۷۰	
نوع محصولات	Q.	P.	Q_1	P_1	Q_2	P_2
A	۲۰	۶	۲۵	۸	۱۵	۷
B	۳۰	۷	۴۰	۵	۳۵	۶
C	۴۰	۸	۴۵	۱۰	۶۱	۹
D	۵۰	۱۲	۸۰	۱۰	۶۰	۱۵

۳۱- قیمت سه نوع کالای اساسی طی ۲ سال متوالی در جدول زیر مشاهده

می‌شود. مطلوب‌ست محاسبه:

الف) شاخص قیمت سال ۸۱ نسبت به سال ۸۰ به روش درصد ساده مجموع و تغییر آن

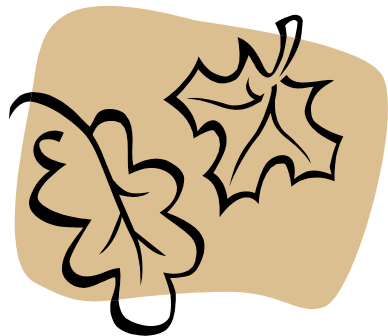
ب) قدرت خرید پول در سال ۸۱ نسبت به سال ۸۰. $(۸۷/۶/۴)$

استان همدان
سازمان مدیریت
مقصودی

پاسخ سئوالات

دانشپرس
استان همدان
مقصودی

فصل پنجم



-۱

نوع کالا	۱۳۷۰		۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۰	۱۳۷۱	۱۳۷۲
	Q.	P.	P _۱	P _۲	P.Q.	P _۱ Q.	P _۲ Q.
A	۲۰۰	۱۰	۱۰	۲۰	۲۰۰۰	۲۰۰۰	۴۰۰۰
B	۴۰۰	۲۰	۵	۳۰	۸۰۰۰	۲۰۰۰	۱۲۰۰۰
C	۳۰۰	۱۵	۲۰	۱۰	۴۵۰۰	۶۰۰۰	۳۰۰۰
$p.n = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P.Q.} \times 100$					$\sum P.Q. = 14500$	$\sum P_1 Q_1 = 10000$	$\sum P_2 Q_2 = 19000$

$$۷۱) P.۱ = \frac{10000}{14500} \times 100 = 68/96\% \quad ۷۲) P.۲ = \frac{19000}{14500} \times 100 = 131/03\%$$

-۲

سال کالا	۷۳ P.Q.	۷۳ و ۷۴ P.Q _۱	۷۳ و ۷۵ P.Q _۲	۷۴ P _۱ Q _۱	۷۵ P _۲ Q _۲
الف	۲۴۰۰	۱۶۰۰	۸۰۰	۱۵۲۰	۱۲۰۰
ب	۱۸۰۰	۲۷۰۰	۲۷۰۰	۲۷۰۰	۳۶۰۰
ج	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۱۶۱۰	۱۸۰۰
جمع	۵۲۰۰	۵۳۰۰	۵۵۰۰	۵۸۳۰	۶۶۰۰

$$P.n = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P.Q_n} \times 100$$

$$۷۳) P.. = \frac{\sum P.Q.}{\sum P.Q.} \times 100 = \frac{5200}{5200} \times 100 = 100\%$$

$$۷۴) P._1 = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P.Q_1} \times 100 = \frac{5830}{5300} \times 100 = 110\%$$

$$۷۵) P._2 = \frac{\sum P_2 Q_2}{\sum P.Q_2} \times 100 = \frac{6600}{5500} \times 100 = 120\%$$

-۳

$$\sum P = 350 (71 \text{ پایه در سال}) \quad P_{..} = \frac{\sum P_n}{\sum P} \times 100$$

$$\sum P_1 = 430 (72 \text{ سال در سال}) \quad (72) P_{.1} = \frac{\sum P_1}{\sum P} \times 100 = \frac{430}{350} \times 100 = 122/86$$

$$\sum P_r = 295 (73 \text{ سال در سال}) \quad (73) P_{.r} = \frac{\sum P_r}{\sum P} \times 100 = \frac{295}{350} \times 100 = 84/29$$

$$\sum P_r = 370 (74 \text{ سال در سال}) \quad (74) P_{.r} = \frac{\sum P_r}{\sum P} \times 100 = \frac{370}{350} \times 100 = 105/71$$

$$(71) P_{..} = \frac{\sum P}{\sum P} \times 100 = \frac{350}{350} \times 100 = 100$$

۴- واژه شاخص به معنای وسیله تشخیص است.

عدد شاخص عددی است که به وسیله آن تغییرات ایجاد شده در یک پدیده را در

فاصله دو زمان یا دو مکان مختلف تشخیص می دهیم.

۵- زنجیره ای: یعنی اینکه هر سال را نسبت به سال قبل از آن مقایسه کنیم.

یا: در روش زنجیره ای سال قبل همان سال پایه محسوب می شود.

-۶

مجموع قیمت‌ها در سال پایه $\sum P = 590$

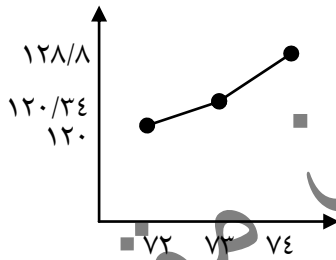
$$P_{.n} = \frac{\sum P_n}{\sum P} \times 100$$

مجموع قیمت‌ها در سال ۷۳ $\sum P_1 = 710$

$$P_{73} = \frac{710}{590} \times 100 = 120/34$$

مجموع قیمت‌ها در سال ۷۴ $\sum P_2 = 760$

$$P_{74} = \frac{760}{590} \times 100 = 128/8$$



۷- گزینه «د» صحیح است.

$$\text{قدرت خرید پول} = \frac{\text{شاخص قیمت}}{\text{صد}}$$

-۸

کالا \ سالها	۱۳۷۳		۱۳۷۴	۱۳۷۳	۱۳۷۴
	P.	Q.	P ₁	P.Q.	P ₁ Q.
الف	۸	۲۰	۱۲	۱۶۰	۲۴۰
ب	۶	۵۰	۴	۳۰۰	۲۰۰
ج	۱۰	۴۰	۲۰	۴۰۰	۸۰۰
$P_{.n} = \frac{\sum P_n Q.}{\sum P Q..} \times 100$				$\sum P.Q. = 860$	$\sum P_1 Q. = 1240$

$$P_{.1} = \frac{\sum P_1 Q.}{\sum P.Q.} \times 100 = \frac{1240}{860} \times 100 \sim 144\%$$

۹- گزینه «ب» صحیح است: رابطه معکوس دارد

-۱۰

محصولات	P_i	P_1	$\frac{P_1}{P_i} \times 100$	
A	۲۰	۴۰	$\frac{40}{20} \times 100 = 200$	$\sum \left(\frac{P_n}{P_i} \times 100 \right)$ $P_{.n} = \frac{\sum \left(\frac{P_n}{P_i} \times 100 \right)}{N}$
B	۱۰	۲۵	$\frac{25}{10} \times 100 = 250$	$\sum \left(\frac{P_i}{P_i} \times 100 \right)$ $P_{.1} = \frac{\sum \left(\frac{P_i}{P_i} \times 100 \right)}{N}$
C	۳۰	۴۵	$\frac{45}{30} \times 100 = 150$	$P_{.1} = \frac{600}{3} = 200$
$\sum \left(\frac{P_i}{P_i} \times 100 \right) = 600$				

-۱۱

$$۷۰) \frac{90}{110} \times 100 \approx \%81.8 \quad ۷۱) \frac{110}{110} \times 100 = \%100 \quad ۷۲) \frac{140}{110} \times 100 \approx \%127.27$$

-۱۲

سال \ کالا	۷۰ $P_i.Q_i$	۷۱ $P_i.Q_{i1}$	۷۲ $P_i.Q_{i2}$
A	۲۴۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰
B	۲۰۰	۱۰۰	۳۰۰
C	۲۴۰۰	۲۰۰۰	۳۲۰۰
D	۵۰۰۰	۴۰۰۰	۶۰۰۰
جمع	۱۰۰۰۰	۸۱۰۰	۱۲۵۰۰

$$Q_{.n} = \frac{\sum Q_n P_i}{\sum Q_i P_i} \times 100$$

$$۷۰) Q_{..} = \frac{10000}{10000} \times 100 = 100$$

$$۷۱) Q_{.1} = \frac{8100}{10000} \times 100 = 81$$

$$۷۲) Q_{.2} = \frac{12500}{10000} \times 100 = 125$$

-۱۳

$$\sum P_{..} = 25 + 10 + 85 + 60 + 20 = 200$$

$$\sum P_{.1} = 40 + 15 + 100 + 80 + 35 = 270$$

$$\sum P_{.r} = 45 + 20 + 105 + 90 + 30 = 290$$

$$\sum P_{.r} = 50 + 25 + 110 + 100 + 35 = 320$$

$$P_{.n} = \frac{\sum P_{.n}}{\sum P_{..}} \times 100$$

$$۷۶) P_{.1} = \frac{270}{200} \times 100 = 135\%$$

$$۷۷) P_{.r} = \frac{290}{200} \times 100 = 145\%$$

$$۷۸) P_{.r} = \frac{320}{200} \times 100 = 160\%$$

$$۷۵) \frac{110}{125} \times 100 = 88\%$$

$$۷۶) \frac{125}{125} \times 100 = 100\%$$

$$۷۷) \frac{145}{125} \times 100 = 116\%$$

$$۷۸) \frac{170}{125} \times 100 = 136\%$$

ب- زنجیره ای

۱۵- الف- پایه

-۱۶

نمونه	۹۷	۹۸		۹۹		۹۸		۹۹	
	$Q_{.}$	$P_{.1}$	$Q_{.1}$	$P_{.r}$	$Q_{.r}$	$Q_{.P_{.1}}$	$P_{.1}Q_{.1}$	$Q_{.P_{.r}}$	$P_{.r}Q_{.r}$
الف	۱۰	۹	۱۲	۱۰	۲۰	۹۰	۱۰۸	۱۰۰	۲۰۰
ب	۳۰	۱۵	۳۵	۲۵	۴۰	۴۵۰	۵۲۵	۷۵۰	۱۰۰۰
ج	۵۰	۲۰	۷۰	۳۰	۸۰	۱۰۰۰	۱۴۰۰	۱۵۰۰	۲۴۰۰
$Q_{.n} = \frac{\sum Q_{.n} P_{.n}}{\sum Q_{.} P_{.n}} \times 100$						$\sum Q_{.} P_{.1}$ ۱۵۴۰	$\sum P_{.1} Q_{.1}$ ۲۰۳۳	$\sum Q_{.} P_{.r}$ ۲۳۵۰	$\sum P_{.r} Q_{.r}$ ۳۶۰۰

$$۹۸) Q_{.1} = \frac{2033}{1540} \times 100 = 132/0.13$$

$$۹۹) Q_{.r} = \frac{3600}{2350} \times 100 = 153/19$$

-۱۷

سالها	۷۶	۷۷	۷۸	۷۶ و ۷۷	۷۶ و ۷۸
مقادیر کالاهای	Q	Q_1	Q_2	$\frac{Q_1}{Q} \times 100$	$\frac{Q_2}{Q} \times 100$
الف	۲۰	۱۵	۱۸	$\frac{15}{20} \times 100 = 75$	$\frac{18}{20} \times 100 = 90$
ب	۵۰	۴۵	۶۰	$\frac{45}{50} \times 100 = 90$	$\frac{60}{50} \times 100 = 120$
ج	۸۰۰	۶۰۰	۷۲۰	$\frac{600}{800} \times 100 = 75$	$\frac{720}{800} \times 100 = 90$
$Q_n = \frac{\sum \left(\frac{Q_n}{Q} \times 100 \right)}{N}$				$\sum \left(\frac{Q_1}{Q} \times 100 \right) = 240$	$\sum \left(\frac{Q_2}{Q} \times 100 \right) = 300$

$$Q_{.1} = \frac{\sum \left(\frac{Q_1}{Q} \times 100 \right)}{N} = \frac{240}{3} = 80$$

$$Q_{.2} = \frac{\sum \left(\frac{Q_2}{Q} \times 100 \right)}{N} = \frac{300}{3} = 100$$

-۱۸

۷۷	۷۸	۷۹
$P \cdot Q$	$P_1 \cdot Q$	$P \cdot Q_2$
۱۰۰۰	۹۰۰	۱۶۰۰
۹۰۰	۹۶۰	۹۰۰
۹۰۰	۹۹۰	۱۰۰۰
۲۲۰۰	۱۹۰۰	۲۷۵۰
۵۰۰۰	۴۷۵۰	۶۲۵۰

$$۱) P_{.1} = \frac{\sum P_1 Q}{\sum P \cdot Q} \times 100 = \frac{4750}{5000} \times 100 = 95$$

$$۲) Q_{.2} = \frac{\sum Q_2 P}{\sum Q \cdot P} \times 100 = \frac{6250}{5000} \times 100 = 125$$

۱۹- (۱) معکوس، (۲) $\times 100 = \frac{1}{\text{شاخص قیمت‌ها}}$ قدرت خرید پول ، (۳) پرداختهای حقوق موسسات (شاخص درآمد حقوق آن کارمند یا کارگر) ، (۴) هزینه های زندگی (شاخص قیمت‌ها)

۲۰- عدد شاخص عددی است که بوسیله آن تغییرات ایجاد شده در یک پدیده را در فاصله دو زمان مختلف (یا دو مکان مختلف) تشخیص می دهیم.

۷۹	۸۱	۷۸	۷۹
Q_1	Q_2	$Q.P.$	$Q_1 P.$
۲۵	۱۵	۱۲۰	۱۵۰
۴۰	۳۵	۲۱۰	۲۸۰
۴۵	۶۱	۳۲۰	۳۶۰
۸۰	۶۰	۶۰۰	۹۶۰
۱۹۰	۱۷۱	۱۲۵۰	۱۷۵۰

$$1) Q_1 = \frac{\sum Q_1 P.}{\sum Q.P.} \times 100 = \frac{1750}{1250} \times 100 = 140$$

$$2) Q_2 = \frac{\sum Q_2}{\sum Q_1} \times 100 = \frac{171}{190} \times 100 = 90$$

زنجیره ای: شاخص هر سال را نسبت به سال قبل آن محاسبه می نمائیم پس برای سال ۸۰ از سال ۷۹ به عنوان پایه کمک می گیریم.

۲۲- صد - سال پایه - زنجیره ای

۲۳-

$$I) P_1 = \frac{\sum P_1}{\sum P.} \times 100 = \frac{300 + 750 + 450}{250 + 600 + 350} \times 100 = \frac{1500}{1200} \times 100 = 125 \text{ شاخص قیمت}$$

$$II) \text{ قدرت خرید پول} = \frac{1}{\text{شاخص قیمت}} \times 100 = \frac{1}{125} \times 100 = 0.8$$

$$III) \text{ شاخص قیمت} = \frac{438}{3} = 146$$

کالاها	۷۹ به ۸۱
	$\frac{P_r}{P_i} \times 100$
A	$\frac{320}{250} \times 100 = 128$
B	$\frac{840}{600} \times 100 = 140$
C	$\frac{595}{350} \times 100 = 170$
جمع	۴۳۸

$$1) P_{ir} = \frac{\sum P_r}{\sum P_i} \times 100 = \frac{960}{800} \times 100 = 120$$

$$2) P_{i1} = \frac{\sum P_i Q_i}{\sum P_i Q_i} \times 100 = \frac{14000}{12500} \times 100 = 112$$

$$3) Q_{ir} = \frac{\sum Q_r P_i}{\sum Q_i P_i} \times 100 = \frac{11750}{12500} \times 100 = 94$$

	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲
	$P_i Q_i$	$P_i Q_i$	$Q_i P_i$
الف	۴۹۰۰	۵۳۰۰	۳۹۲۰
ب	۶۰۰	۷۰۰	۵۷۰
ج	۳۶۰۰	۴۲۰۰	۴۲۰۰
د	۲۴۰۰	۳۸۰۰	۳۰۶۰
جمع	۱۲۵۰۰	۱۴۰۰۰	۱۱۷۵۰

۲۵- ۱) فن شمارش

۲) تجربی - تصادفی، زیرا در شرایط عدم اطمینان انجام می شوند.

۳) همبستگی

۴) هر سه مورد، تغییرات ناگهانی، تبعیت از تابع درجه دو

۵) عدد شاخص، اطلاعات کلی

$$\sum P_{..} = 240 + 160 + 200 + 100 = 700 \quad -26$$

$$\sum P_{.1} = 280 + 200 + 240 + 140 = 860$$

$$\sum P_{.r} = 240 + 180 + 200 + 120 = 740$$

$$P_{.1} \left(\frac{\sum P_{.1}}{\sum P_{..}} \right) \times 100 = \frac{860}{700} \times 100 = 122.85\%$$

(شاخص قیمت سال ۸۱)

$$P_{.r} \left(\frac{\sum P_{.r}}{\sum P_{..}} \right) \times 100 = \frac{740}{700} \times 100 = 105.71\%$$

(شاخص قیمت سال ۸۳)

$$\text{شاخص قیمت زنجیره ای سال سوم} = \frac{170}{130} \times 100 = 130.77\% \quad -27$$

-28

$$\sum P_1 = 11 + 18 + 20 = 49$$

$$\sum P_r = 10 + 12 + 16 = 38$$

$$\sum P.Q. = 1000 + 1800 + 3200 = 6000$$

$$\sum P_1 Q_r = 1100 + 2700 + 4000 = 7800$$

$$P_{.1} = \frac{\sum P_1 Q_r}{\sum P.Q.} \times 100 = \frac{7800}{6000} \times 100 = 130\%$$

$$P_{.r} = \frac{\sum P_r}{\sum P_{..}} \times 100 = \frac{49}{38} \times 100 = 128.9\%$$

-29

$P.Q.$	$P_r Q_r$
600	4800
3000	3000
24000	24000
33000	31800

$$P_{.r} \text{ (لاسیپرز)} = \frac{\sum P_r Q_r}{\sum P.Q.} \times 100 = \frac{31800}{33000} \times 100 = 96.36\%$$

$$\sum P_i = 6 + 7 + 8 + 12 = 33$$

$$\sum P_r = 7 + 6 + 9 + 15 = 37 \quad -30$$

$Q_i P_i$	$Q_i P_r$	$P_{i1} = \frac{\sum Q_i P_i}{\sum Q_i P_r} \times 100 = \frac{1650}{1210} \times 100 = 136/36$ (الف) پاشه
۱۶۰	۲۰۰	
۱۵۰	۲۰۰	درصد ساده مجموع (ب)
۴۰۰	۴۵۰	$P_{r2} = \frac{\sum P_n}{\sum P_i} \times 100 = \frac{37}{33} \times 100 = 112/12$
۵۰۰	۸۰۰	
۱۲۱۰	۱۶۵۰	

$$\sum P_i = 1200 \quad \sum P_r = 1500 \quad \text{الف)}$$

$$P_{i1} = \frac{\sum P_n}{\sum P_i} \times 100 = \frac{1500}{1200} \times 100 = 125\%$$

افزایش سطح عمومی قیمت‌ها ۲۵ = ۱۲۵ - ۱۰۰

$$\text{قدرت خرید پول (ب)} = \frac{1}{x} \times 100 \Rightarrow x = \frac{1}{125} \times 100 = 0/8$$

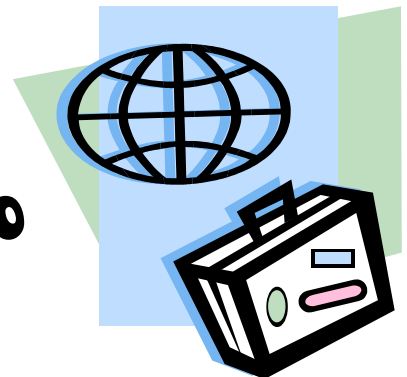
سؤالات نهایی

شهر یور

۱۳۸۵-۸۶-۸۷

استان همدان
مقصودی

مروری بر فصل‌ها



- ۱- با حروف به کار رفته در واژه اشکانیان چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت.
- ۲- سه جلد کتاب ریاضی مختلف و ۲ جلد کتاب آمار مختلف را به چند طریق می توان کنار هم در یک قفسه قرار داد به طوریکه:

(الف) ترتیبی برای کنار هم قرار گرفتن کتابها معین نشده باشد.

(ب) کتابهای هم موضوع کنار هم باشند.

۳- اگر $P_n^x = ۵۶$ باشد مقدار n را به دست آورید.

- ۴- به چند روش می توان از بین ۳ حسابدار و ۵ مهندس کامپیوتر، ۲ نفر به تصادف انتخاب کرد به طوریکه:

(الف) هر دو مهندس کامپیوتر باشند. (ب) هر دو از یک گروه باشند.

۵- اگر $P(B) = \frac{۳}{۵}$ و $P(A/B) = \frac{۲}{۳}$ باشد $P(A \cap B)$ را محاسبه نمایید.

- ۶- فرض کنید کارکنان یک سازمان از جهت دو صفت آماری جنسیت و اهلیت طبق جدول زیر توزیع شده باشند یک نفر را از این سازمان به تصادف انتخاب می کنیم احتمالات زیر را حساب کنید.

جنسیت \ اهلیت	اصفهان	کرمان	تبریز
مرد	۸	۴	۳
زن	۵	۳	۲

(الف) تبریزی یا کرمانی باشد. (ب) اصفهانی یا مرد باشد.

(ج) آیا تبریزی بودن و مرد بودن دو پیشامد مستقل هستند. چرا؟

۷- از بین اعداد سه رقمی که با ارقام ۱ تا ۶ می توان نوشت (بدون تکرار ارقام) یک عدد را به تصادف انتخاب می کنیم احتمال اینکه این عدد کوچکتر از ۴۰۰ باشد چقدر است.

۸- در ۸ مشاهده از تغییرات دو صفت X و Y معلوم شده که:

$\sum x_i = 16$ و $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 40$ و $\sum y_i = 24$ و $\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 80$ است
مطلوب است، محاسبه:

الف) مقدار کوواریانس

ب) معادله خط رگرسیون و رسم آن

۹- در جدول زیر تغییرات X و Y نشان داده شده مطلوب است:

الف) محاسبه ضریب همبستگی X و Y

x_i	۲	۴	۶	۸
y_i	۲۴	۲۰	۱۶	۱۲

ب) تفسیر این نوع همبستگی

ج) محاسبه ضریب تعیین

۱۰- هزینه تبلیغات یک واحد تولیدی در طول ۶ سال متوالی به شرح جدول زیر است:

سال	۷۹	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴
هزینه تبلیغات	۱۳	۱۶	۱۲	۱۵	۱۶	۱۸

الف) نمودار حرکات سری زمانی را رسم کنید.

ب) خط روند دراز مدت را به روش رگرسیونی روی نمودار حرکات برازنده کنید.

ج) هزینه تبلیغات را برای سال ۸۵ پیش بینی کنید.

۱۱- تفاوت بین محاسبه شاخص قیمت ها به روش لاسپیرز و پاشه را بیان نمائید.

۱۲- در جدول زیر شاخص قیمت ها را برای سال های ۸۱ و ۸۲ و ۸۳ نسبت به

سال ۸۰ (سال پایه) از روش درصد ساده مجموع محاسبه کنید.

سال \ کالا	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳
A	۱۲۰	۱۴۰	۹۵	۱۵۰
B	۱۰۰	۱۱۰	۸۰	۱۲۰
C	۱۸۰	۲۱۰	۷۵	۲۲۰
D	۱۰۰	۱۳۰	۱۰۰	۱۴۰

۱- به چند طریق مختلف می توان ۳ توپ زرد و ۲ توپ آبی و ۴ توپ قرمز را در کنار هم قرار داد؟

۲- به چند طریق می توان از بین ۶ نفر، چهار نفر را انتخاب نمود بطوریکه نفر اول رئیس و نفر دوم معاون و نفر سوم منشی و نفر چهارم حسابدار باشد.

۳- از بین سه سیب قرمز و ۴ سیب زرد به چند طریق می توان ۴ سیب انتخاب نمود به طوریکه از هر رنگ ۲ عدد انتخاب شده باشد.

۴- در یک جعبه ۱۵ لامپ وجود دارد که ۵ تای آنها معیوب است. ۳ لامپ به طور تصادفی انتخاب می کنیم. مطلوبست محاسبه احتمال آنکه:

الف) هیچکدام آنها معیوب نباشد.

ب) فقط یکی از آنها معیوب باشد.

۵- در یک جعبه دو مهره سفید و سه مهره سبز و در جعبه دیگر چهار مهره سبز و ۲ مهره آبی وجود دارد. از هر جعبه یک مهره به تصادف انتخاب می کنیم.

احتمال همرنگ نبودن مهره ها را حساب کنید؟

۶- اگر $spxy = 16$ و $ssy = 100$ و $N = 4$ و معادله همبستگی بین x و y برابر $y = 4x + 4$ باشد مطلوبست:

الف) مقدار ضریب همبستگی را محاسبه و نوع و شدت آنرا مشخص کنید؟

ب) مقدار کوواریانس و ضریب تعیین را محاسبه کنید؟

۷- با توجه به جدول روبرو مطلوبست:

سالها	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵
فروش	۷	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۱۵

نمودار حرکات سریهای زمانی را رسم کنید و خط روند را با استفاده از روش میانگین مضاعف روی آن برازنده کنید.

۸- با توجه به جدول روبرو:

الف) شاخص قیمت را برای سال ۸۴ نسبت به سال ۸۳ از روش میانگین ساده نسبتها محاسبه کنید.

ب) شاخص قیمت را برای سال ۸۵ نسبت به سال ۸۳ از روش درصد ساده مجموع محاسبه کنید؟

سال \ محصول	۸۳	۸۴	۸۵
	P_0	P_1	P_2
A	۱۰	۱۲	۹
B	۲۰	۲۴	۱۸
C	۸	۱۲	۶

۹- اگر معادله خط رگرسیون y نسبت به x به صورت $y = 2x + b$ و $\bar{x} = 4$ و

$\bar{y} = 5$ باشد مقدار b را محاسبه کنید؟

۱۰- اگر در دیاگرام پراکنش بیشتر نقاط در ناحیه ۲ و ۴ در اطراف یک خط راست

پراکنده باشند نوع همبستگی و شدت آن است.

۱۱- رخدادهای و یک پدیده را در طول یک دوره معین از

زمان را سری زمانی می گویند.

۱۲- هر یک از موارد زیر با کدامیک از عوامل چهارگانه تغییرات سریهای زمانی

ارتباط دارد؟

(ب) رشد جمعیت

(الف) بحران اقتصادی

(د) تنظیم ترازنامه شرکتها

(ج) سیل و زلزله

دانشپژ

استان همدان

مقصودی

- ۱- شخصی ۳ کت و ۴ شلوار و ۲ جفت کفش دارد به چند طریق می تواند آنها را بپوشد.
- ۲- به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره از میان ۴ پزشک و ۳ پرستار انتخاب نموده به طوری که:

(الف) وجود پزشک و پرستار در این کمیته تفاوتی نداشته باشد.

(ب) کمیته شامل ۲ پزشک باشد.

- ۳- به ۱۲ طریق می توان ۲ نفر کارمند را از بین کارمندان یک اداره را به سمت های رئیس و معاون منصوب نمود تعداد کارمندان این اداره را محاسبه کنید.
- ۴- با ارقام ۳، ۵، ۱، ۷ بدون تکرار ارقام:

(الف) چند عدد چهار رقمی می توان نوشت.

(ب) چند عدد چهار رقمی زوج می توان نوشت.

- ۵- از یک جعبه مداد رنگی ۱۲ تایی که از هر رنگ فقط یک مداد دارد، ۳ مداد رنگی را بدون جای گذاری بیرون می آوریم احتمال آنکه اولی سبز، دومی قرمز و سومی آبی باشد را حساب کنید.

- ۶- احتمال اینکه خانواده ای اتومبیل یا موتور سیکلت و یا هر دوی آنها را داشته باشد به ترتیب $\frac{۰}{۶۱}$ ، $\frac{۰}{۲۵}$ و $\frac{۰}{۰۸}$ است اگر خانواده ای به صورت تصادفی انتخاب شود می خواهیم احتمال این موارد را پیدا کنیم:

(الف) اتومبیل نداشته باشد.

(ب) اتومبیل یا موتور سیکلت داشته باشد.

۷- اعداد ۱ تا ۱۰ را بر روی کارت نوشته و کارتها را به خوبی مخلوط می کنیم سپس یک کارت به طور تصادفی از بین آنها انتخاب می کنیم هرگاه بدانیم که عدد نوشته شده بر این کارت یک عدد زوج است این احتمال را حساب کنید که عدد مزبور مضرب ۴ باشد.

۸- از جعبه ای محتوی ۴ عدد مهره سفید و ۶ مهره سیاه، دو مهره بدون جایگذاری بیرون می آوریم مطلوب است محاسبه احتمال اینکه یکی سفید و یکی سیاه باشد.

۹- در بررسی اندازه های تغییرات ۶ زوج مرتب از X و Y مشخص شده که $SP_{xy} = ۳۶$ و $\sigma_x = ۲$ (انحراف معیار X) و $\sigma_y = ۳$ (انحراف معیار Y) بوده است، مطلوب است محاسبه:

الف) مقدار کواریانس

ب) ضریب همبستگی و تفسیر آن

۱۰- در جدول زیر مقدار X و Y داده شده است معادله رگرسیون را نوشته و خط

رگرسیون را رسم کنید.

X	۳	۲	۵	۴	۶
Y	۲	۱	۳	۴	۵

۱۱- فروش یک فروشگاه در ۷ سال متوالی به شرح جدول زیر داده شده است
 نمودار حرکات سری زمانی را رسم کرده و خط روند آنرا به روش میانگین های
 متحرک سه ساله روی نمودار حرکات برازنده نمائید.

سالها	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۸۰
فروش Y_i	۹۰	۱۱۰	۱۰۰	۱۸۰	۲۰۰	۱۹۰	۲۷۰

۱۲- به سئوالات زیر پاسخ دهید:

- الف) سری زمانی را تعریف کنید.
 ب) تغییرات ایجاد شده در سری های زمانی ناشی از چه عواملی است. (فقط نام ببرید)
 ۱۳- قیمت سه نوع کالای اساسی طی ۲ سال متوالی در جدول زیر مشاهده می
 شود. مطلوب است محاسبه:

سالها	۱۳۸۰	۱۳۸۱
قیمت	P_0	P_1
کالا		
الف	۲۵۰	۳۰۰
ب	۶۰۰	۷۵۰
ج	۳۵۰	۴۵۰

الف) شاخص قیمت سال ۸۱ نسبت به سال ۸۰ به روش درصد ساده مجموع و
 تفسیر آن.

ب) قدرت خرید پول در سال ۸۱ نسبت به سال ۸۰