

فصل‌های ۲ و ۱
 صفحه‌های ۵۳ و ۵۴

ریاضی و آمار (۳)

- ۱- از یک قطعه مقوا، ارقام ۵، ۳، ۲، ۲، ۲ و ۱ بریده شده است. با جایگشت هر سه رقم دلخواه از آنان، چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟
- (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۳۴
- ۲- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)
- (۱) ۶۰ (۲) ۷۵ (۳) ۳۶ (۴) ۱۰۸
- ۳- تعداد راه‌های ممکن برای پاسخ‌گویی به ۵ تست ۳ گزینه‌ای کدام است؟ (پاسخ‌گویی به همه تست‌ها الزامی است.)
- (۱) ۵^۲ (۲) ۳^۵ (۳) ۱۵ (۴) ۴^۵
- ۴- با حروف کلمه «ملکان» چند کلمه چهار حرفی (بدون تکرار حروف) می‌توان نوشت، به طوری که حرف «م» در اول و حرف «ل» در آخر بیاید؟
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۶
- ۵- با استفاده از ارقام فرد یک رقمی، چند عدد ۲ رقمی کوچک‌تر از ۴۰ می‌توان نوشت؟
- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶
- ۶- با ارقام فرد یک رقمی چند شماره تلفن ۴ رقمی می‌توان نوشت؟
- (۱) ۶۲۵ (۲) ۳۱۲۵ (۳) ۲۵۰۰ (۴) ۱۶۲۵
- ۷- به چند طریق می‌توان از بین ۳ مهره آبی و ۵ مهره قرمز، دو مهره به تصادف (هم‌زمان) از داخل کیسه‌ای برداریم به طوری که دو مهره هم‌رنگ باشند؟
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵
- ۸- از بین ۵ کتاب ریاضی و ۴ کتاب علوم مختلف، ۲ کتاب به تصادف انتخاب می‌کنیم. تعداد حالت‌هایی که حداقل یکی از کتاب‌های انتخابی ریاضی باشد، کدام است؟
- (۱) ۴۵ (۲) ۴۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵
- ۹- اگر $\frac{C(6,2)}{P(m,2)} = 1$ باشد، مقدار m کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۱۰- از بین ۵ دانش‌آموز و ۴ معلم به چند طریق می‌توان گروه ۳ نفره تشکیل داد به طوری که یک دانش‌آموز خاص حتماً در گروه باشد؟
- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲
- ۱۱- در کیسه‌ای ۴ مهره سیاه و ۶ مهره سفید قرار دارد. ۲ مهره به تصادف و هم‌زمان از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره هم‌رنگ باشند کدام است؟ (مهره‌ها از لحاظ شکل متشابه می‌باشند.)
- (۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{8}{15}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$
- ۱۲- شخصی در یک آزمون استخدامی شرکت می‌کند. اگر نسبت احتمال استخدام شدن او به احتمال استخدام نشدن او $\frac{5}{17}$ باشد، احتمال استخدام شدن او چه قدر است؟
- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{12}{17}$ (۴) $\frac{5}{17}$
- ۱۳- از بین اعداد طبیعی دو رقمی، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده هم مضرب ۲ و هم مضرب ۵ باشد، کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{9}{100}$ (۴) $\frac{9}{25}$

محل انجام محاسبات

۱۴- سؤال‌های یک امتحان برحسب دشواری و یا تستی و تشریحی مطابق جدول زیر است. اگر سؤالی به تصادف انتخاب کنیم، احتمال آن که آسان یا تستی باشد، کدام است؟

سؤال	تستی	تشریحی
آسان	۱۳	۳
دشوار	۷	۲

$$\frac{22}{25} \quad (1)$$

$$\frac{19}{25} \quad (2)$$

$$\frac{14}{25} \quad (3)$$

$$\frac{16}{25} \quad (4)$$

۱۵- صفحه‌های دایره‌ای A و B را به ترتیب به ۴ قسمت و ۶ قسمت مساوی با شماره‌های {۱, ۲, ۳, ۴} و {۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶} تقسیم کرده‌ایم و عقربه‌های هر دو صفحه را می‌چرخانیم تا به صورت تصادفی بر روی عددی بایستند. احتمال آن که عقربه صفحه A عدد ۴ و عقربه صفحه B حداقل ۳ را نشان بدهد، کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4)$$

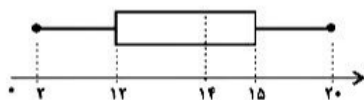
۱۶- سه تاس سالم را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر سه عدد رو شده متفاوت‌اند؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{4}{9} \quad (2) \quad \frac{5}{9} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4)$$

۱۷- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۴, ۲۳, ۲۰, ۱۹, ۲۱, ۱۰, ۹, ۱۸, ۱۱, ۷, ۱۱, ۸, ۱۲, ۱۷, ۱۶ دامنه تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ (چارک‌های اول و سوم را جزء داده‌های داخل جعبه حساب نکنید.)

$$7 \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 11 \quad (3) \quad 10 \quad (4)$$

۱۸- با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر، کدام گزینه ممکن است نادرست باشد؟ (اعداد، مربوط به نمرات ریاضی یک کلاس است.)



(۱) اختلاف چارک اول و سوم نمرات برابر ۳ است.

(۲) میانه نمرات برابر ۱۴ است.

(۳) دامنه تغییرات نمرات این کلاس برابر ۱۸ است.

(۴) ۳ نفر از دانش‌آموزان کلاس، نمره ۲۰ گرفته‌اند.

۱۹- برای گروه خونی ۲۰۰ نفر جدول زیر را تهیه کرده‌ایم. سپس متوجه شدیم که گروه خونی یک نفر که B اعلام شده باید تصحیح شود و جزء گروه خونی O قرار گیرد. در نمودار دایره‌ای متناظر با جدول تصحیح شده، زاویه مرکزی گروه خونی B در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

گروه خونی	AB	A	B	O
فراوانی نسبی	a	۰/۳	a+۰/۱	۰/۱۴

$$120 \quad (1) \quad 118/8 \quad (2) \quad 117 \quad (3) \quad 116/8 \quad (4)$$

۲۰- دامنه چند مورد از تابع‌های زیر، زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی است؟

(الف) تعداد گل‌های زده تیم قهرمان لیگ از لیگ اول تا شانزدهم

(ب) مصرف آب ماهیانه یک خانه در ۱۲ ماه از یک سال

(پ) سرعت لحظه‌ای یک دوندۀ دو ۱۰۰ متر

(ت) تعداد مسافران یک اتوبوس در هر لحظه از مبدأ تا مقصد

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$



ریاضی و آمار (۳)

۱- گزینه ۴

(فراج از کشور ۹۰)

چهار حالت را بررسی می‌کنیم:

الف) هر سه رقم ۲ باشد که یک جایگشت دارد.

ب) دو رقم ۲ و یک رقم غیر ۲ باشد.

$$\left. \begin{aligned} \text{انتخاب یک رقم از بین ارقام ۰، ۱، ۲ و ۵} \\ \text{جایگشت رقم انتخابی و دو رقم ۲} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \binom{3}{1} = 3 \Rightarrow 3 \times 3 = 9$$

$$\left. \begin{aligned} \text{جایگشت دو رقم انتخابی و رقم ۲} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

ب) یکی از ارقام ۲ و دو رقم دیگر غیر ۲ باشد.

$$\left. \begin{aligned} \text{انتخاب دو رقم از بین ارقام ۰، ۱، ۲ و ۵} \\ \text{جایگشت دو رقم انتخابی و رقم ۲} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \binom{3}{2} = 3 \Rightarrow 3 \times 6 = 18$$

$$\left. \begin{aligned} \text{جایگشت دو رقم انتخابی و رقم ۲} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3!}{1!} = 6$$

۳! = 6

ت) هر سه رقم غیر ۲ باشند.

$$1 + 9 + 18 + 6 = 34$$

جمع همه حالت‌ها برابر است با

۲- گزینه ۴

(سارا شریفی)

رقم صدگان باید یکی از سه رقم ۳، ۵ و ۶ باشد. رقم دهگان و یکان هریک

$$\frac{3}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{5}{1} = 75$$

از پنج رقم داده شده می‌توانند باشند.

۳- گزینه ۴

(سارا شریفی)

چون برای هر سؤال سه پاسخ ممکن وجود دارد و پاسخ گویبی به تمامی سؤال‌ها اجباری است، پس تعداد راه‌های ممکن برابر است با:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

۴- گزینه ۴

(مهرداد علوندی)

چهار خانه را در نظر می‌گیریم. کلمه ملکان پنج حرفی است. بنابراین خانه‌های سمت راست و چپ با حروف «م» و «ل» و هر کدام به یک طریق پُر می‌شود و چون تکرار مجاز نمی‌باشد، دو خانه دیگر به ۲ و ۳ طریق تکمیل می‌گردد.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \longrightarrow 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$$

۵- گزینه ۱

(معتمد بگیری)

می‌خواهیم اعداد حاصل کوچک‌تر از ۴۰ باشند، بنابراین در خانه دهگان تنها ارقام ۱ و ۳ می‌توانند قرار بگیرند و در خانه یکان نیز می‌توان تمامی ارقام فرد را گذاشت، بنابراین داریم:

$$\text{ارقام فرد: } \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

یکان دهگان

$$\square \square$$

$$2 \times 5 = 10$$

۶- گزینه ۱

(کوروش داوری)

ارقام فرد عبارتند از ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ پس تعداد شماره تلفن‌های ۴ رقمی برابر است با:

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 625$$

۷- گزینه ۳

(معتمد بگیری)

چون دو مهره هم‌رنگ هستند، پس مهره‌ها باید هر دو آبی یا هر دو قرمز باشند، پس داریم:

$$\binom{3}{2} + \binom{5}{2} = \frac{3!}{1! \times 2!} + \frac{5!}{3! \times 2!}$$

$$= \frac{3 \times 2!}{1 \times 2!} + \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 3 + 10 = 13$$

۸- گزینه ۳

(معتمد بگیری)

در واقع انتخاب یک کتاب ریاضی و یک کتاب علوم یا دو کتاب ریاضی مورد نظر می‌باشد.

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{2} = (5 \times 4) + \frac{5!}{3! \times 2!}$$

$$= 20 + \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = 20 + 10 = 30$$

۹- گزینه ۲

(معتمد بگیری)

$$\frac{C(m, 2)}{P(m, 2)} = 1 \Rightarrow \frac{\frac{m!}{2! \times (m-2)!}}{\frac{m!}{(m-2)!}} = 1 \Rightarrow \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3 \times 2 \times 1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{20}{m^2 - m} = 1 \Rightarrow m^2 - m - 20 = 0 \Rightarrow (m-5)(m+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ق.ق. } m = 5 \\ \text{غ.ق. } m = -4 \end{cases}$$

۱۰- گزینه ۳

(کوروش داوری)

چون یک دانش‌آموز خاص حتماً انتخاب شده است، پس باید از ۴ دانش‌آموز باقی‌مانده و ۴ معلم ۲ نفر را انتخاب کنیم و تفاوتی هم ندارد که این دو نفر معلم باشند یا دانش‌آموز، پس:

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \times (8-2)!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} = 28$$

فارج از کشور (۹۷)

۱۶- گزینه «۳»

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$n(A) = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$$

(فاطمه قومیان)

۱۷- گزینه «۱»

مرتب سازی	→ ۷, ۸, ۹, ۱۰	↓	۱۱, ۱۲, ۱۳	↓	۱۴, ۱۵, ۱۶	↓	۱۷, ۱۸, ۱۹	↓	۲۰, ۲۱, ۲۲
داده ها									
			$Q_1 = 10$		$Q_2 = \frac{14+16}{2} = 15$		$Q_3 = 19$		

می‌دانیم داده‌های بین Q_1 و Q_3 داخل جعبه قرار دارند؛ لذا:

داده‌های داخل جعبه: ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۸

$$\Rightarrow 18 - 11 = 7 = \text{دامنه تغییرات داده‌های داخل جعبه}$$

(امیر زراذوز)

۱۸- گزینه «۴»

نمودار جمع‌های، اطلاعاتی در مورد فراوانی (تکرار) داده‌ها در اختیار ما قرار نمی‌دهد. مثلاً نمی‌دانیم چند نفر در این کلاس، در درس ریاضی نمره ۲۰ گرفته‌اند.

(معمد بهیرایی)

۱۹- گزینه «۳»

$$a + 0/3 + a + 0/1 + 0/14 = 1$$

$$\Rightarrow 2a + 0/54 = 1 \Rightarrow 2a = 0/46 \Rightarrow a = 0/23$$

$$B \text{ گروه خونی } a + 0/1 = 0/23$$

$$\frac{23}{100} = \frac{f_B}{200} \Rightarrow f_B = 66 \xrightarrow{\text{پس از تصحیح}} f_B = 65$$

$$\Rightarrow \alpha_B = \frac{65}{200} \times 360^\circ = 117^\circ$$

(معمد بهیرایی)

۲۰- گزینه «۲»

دامنه مورد (الف) به صورت $\{1, 2, 3, \dots, 16\}$ است که زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی است.

دامنه مورد (ب) به صورت $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ است که زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی است.

در سایر موارد دامنه زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است.

(معمد بهیرایی)

۱۱- گزینه «۱»

$$\text{تعداد کل مهره‌ها} = 6 + 4 = 10$$

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2 \times 1} = 45$$

$$n(A) = \binom{6}{2} + \binom{4}{2} = \frac{6 \times 5}{2} + \frac{4 \times 3}{2}$$

$$= 15 + 6 = 21$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

(ایمان پیشی فروشان)

۱۲- گزینه «۴»

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{P(A)}{1 - P(A)} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow 12P(A) = 5 - 5P(A) \Rightarrow 17P(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{17}$$

(معمد بهیرایی)

۱۳- گزینه «۲»

عددی که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۵ باشد، مضرب ۱۰ است بنابراین:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$n(S) = 90 \text{ (تعداد اعضای فضای نمونه)}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

(لیلا هابی‌علیا)

۱۴- گزینه «۱»

اگر A پیشامد «آسان» بودن و B پیشامد «تستی» بودن باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{25}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{20}{25}$$

$$P(A \cap B) = P(\text{آسان و تستی بودن}) = \frac{13}{25}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{16}{25} + \frac{20}{25} - \frac{13}{25} = \frac{23}{25}$$

(کوروش داودی)

۱۵- گزینه «۱»

$$n(S) = 4 \times 6 = 24$$

پیشامد آن که عقربه صفحه A عدد چهار و عقربه صفحه B حداقل ۳ را نشان بدهد را با C نشان می‌دهیم و داریم:

$$C = \{(4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\}$$

$$n(C) = 4$$

$$P(C) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$