



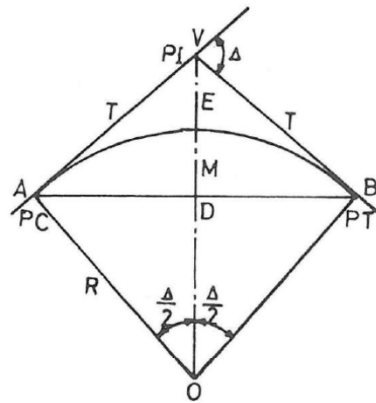
راهسازی

نیمسال اول 95-96

دانشگاه الزهراء (س)

محمد احمدی

فصل 5: قوس های افقی



شکل ۶-۱ اجزاء قوس دایره

PI - اگر دو مماس قوس مانند BV و AV را رسم کنیم یکدیگر را در نقطه‌ای قطع می‌کنند که به PI نمایش می‌دهند و به نام نقطه تقاطع^۱ می‌گویند.
 PT - نقطه شروع مماس به دایره در نقطه B می‌باشد.
 PC - شروع قوس را که از نقطه A درست چپ می‌باشد به نام PC یا نقطه شروع منحنی^۲ نامیده می‌شود.
 Δ - زاویه خارجی بین دو مماس به نام زاویه تقاطع^۳ نامیده می‌شود و این زاویه را به Δ نمایش می‌دهند و برابر با زاویه مرکزی روبروی قوس ACB می‌باشد.
 T - مسافت‌های VA و VB با هم برابرند و به T نمایش می‌دهند. بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه OBV داریم:

$$\tan \frac{1}{2} \Delta = \frac{T}{R}$$

$$T = R \tan \frac{1}{2} \Delta \quad (۶-۱)$$

قوس های دایره ای

قوسهای دایره‌ای^۱

مقدمه - بطور کلی خط پروژه یک راه از یک سری خطوط مستقیم و قوس تشکیل شده است. در اصطلاح فنی خطوط مستقیم را به نام تانژانت^۲ و قوس متصل کننده دو تانژانت را با نام شعاع آن و یا به وسیله درجه قوس^۳ مشخص می‌کنیم. درجه قوس عبارت است از زاویه مرکزی روبروی قوسی برابر با ۱ متر، بطور کلی قوس های دایره‌ای به سه گروه تقسیم بندی می‌شوند که عبارتند از (۴):

- ۱- قوس های ساده^۴
- ۲- قوس های مرکب^۵
- ۳- قوس های معکوس^۶

می‌تیم شعاع قوس های دایره بر مبنای سرعت طراحی و دور و اصطکاک جانبی تعیین می‌گردد. اجزاء قوس^۷

اجزاء یک قوس دایره مطابق شکل ۶-۱ مشخص می‌شوند که در زیر به شرح آنها پرداخته خواهد شد.

- | | |
|---------------------|-------------------|
| 1. Circular Curves | 2. Tangents |
| 3. Degree of Curves | 4. Simple Curves |
| 5. Compound Curves | 6. Reverse Curves |
| 7. Parts of Curve | |



پل Nanpu در شانگهای چین

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. Point of Intersection | 2. Point of Curvature | 3. Intersection Angle |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|

LC - طول خط AB از نقطه شروع قوس تا نقطه خاتمه قوس را به نام وتر قوس و به LC نمایش می دهند .

$$\sin \frac{1}{2} \Delta = \frac{AD}{OA} = \frac{\frac{1}{2}(LC)}{R}$$

$$LC = 2R \sin \frac{1}{2} \Delta \quad (2-1)$$

E-E رای به نام طول خارجی می نامند . در مثلث قائم الزاویه OAV خواهیم داشت:

$$\cos \frac{1}{2} \Delta = \frac{OA}{OV} = \frac{R}{R+E}$$

$$R \cos \frac{1}{2} \Delta + E \cos \frac{1}{2} \Delta = R$$

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{1}{2} \Delta} - \frac{\cos \frac{1}{2} \Delta}{\cos \frac{1}{2} \Delta} \right) = R \left(\frac{1}{\cos \frac{1}{2} \Delta} - 1 \right)$$

$$E = R \left(\sec \frac{1}{2} \Delta - 1 \right) \quad (3-1)$$

M-M را به نام طول میانی می نامند و مقدارش از مثلث قائم الزاویه ODA به دست خواهد آمد:

$$\cos \frac{1}{2} \Delta = \frac{OD}{OA} = \frac{R-M}{R}$$

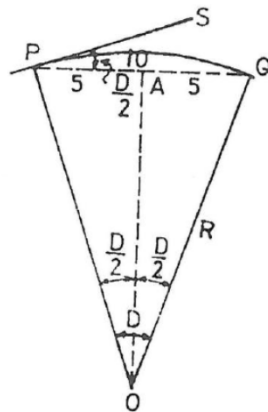
$$M = R \left(1 - \cos \frac{1}{2} \Delta \right) \quad (4-1)$$

1. External Distance

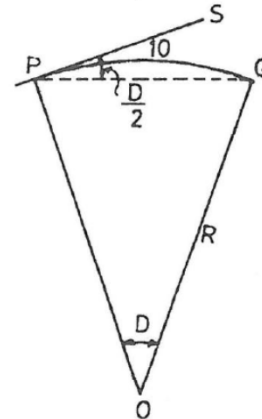
D- درجه قوس 'که آنرا به حرف D نشان می دهند ممکن است به صورت یکی از تعاریف زیر بیان شود:

(a) زاویه مرکزی روی قوس . ۱ متر شکل ۳-۶

(b) زاویه مرکزی روی وتر . ۱ متر شکل ۳-۶



شکل ۳-۶ موقعی که درجه قوس بر حسب وتر بیان شود.



شکل ۳-۶ موقعی که درجه قوس بر حسب قوس وتر روی و بیان شود.

توضیح: برای مشخص نمودن زاویه مرکزی می توان قوس یا وتر را برابر ۱۰ یا ۲۰ یا ۳۰ متر انتخاب نمود. محاسباتی که در این کتاب به عمل آمده است بر مبنای طول قوس یا وتری معادل ۱ متر در نظر گرفته شده است.

(a) درجه قوس بر حسب قوس روی و از شکل ۳-۶ برابر است با:

$$R = \frac{10}{D}$$

الفند D بر حسب رادیان و R بر حسب متر

$$D : 360 = 10 : 2 \pi R$$

$$D = \frac{360 \times 10}{2 \pi R} = \frac{572.96}{R}$$

بند D بر حسب درجه و R بر حسب متر

1. Degree of Curve

$$\frac{\theta}{D} = \frac{S}{10}$$

$$\theta = \frac{S}{10} \cdot D$$

$$C = 2R \sin \left(\frac{1}{2} \frac{S}{10} \cdot D \right) \quad (۶-۷)$$

طول قوس S برحسب **طول وتر C**: در صورتی که **D** برحسب طول قوس روبرو منظور گردد می‌توان با استفاده از معادله ۷-۶ مقدار **S** رابطه‌تربیب زیر به دست آورد:

$$C = 2R \sin \left[\frac{1}{2} (S/10) D \right]$$

$$\frac{C}{2R} = \sin \left[\frac{1}{2} (S/10) D \right]$$

$$\arcsin \left(\frac{C}{2R} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{10} \right) D$$

$$R = \frac{572 \cdot 96}{D}$$

$$S = \frac{20}{D} \arcsin \frac{C}{2R}$$

$$S = \frac{20}{D} \arcsin \left(\frac{CD}{2 \times 572.96} \right) \quad (۸-۶)$$

D برحسب درجه و **C** برحسب متر است.

طول قوس S برحسب **طول وتر C**: در صورتی که **D** برحسب طول وتر روبرو منظور گردد ممکن است با استفاده از شکل ۳-۶ و ۴-۶ به طریق زیر محاسبه نمود:

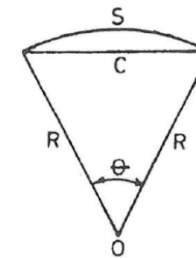
$$R = \frac{572.96}{D} \quad (۹-۶)$$

روابط بالا نشان می‌دهد که شعاع قوس (**R**) با ازدیاد درجه قوس **D** تقلیل پیدا خواهد کرد. به عنوان مثال اگر $D = 1^\circ$ فرض شود شعاع قوس برابر با ۵۷۲/۹۶ متر خواهد شد. (b) از روی شکل ۳-۶ در مثلث قائم الزویه APO درجه قوس برحسب وتر روبرو برابر است با:

$$\sin \frac{D}{2} = 5/R \quad \text{و یا} \quad D = 2 \arcsin \frac{5}{R}$$

$$R = \frac{5}{\sin \frac{D}{2}} \quad (۱۰-۶)$$

طول وتر- طول و **C** که همیشه کمتر از طول قوس روبروی آن است از روی معادلات زیر می‌توان به دست آورد (شکل ۴-۶):



شکل ۴-۶

$$C = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$

$$S = R \cdot \theta$$

$$10 = R \cdot D$$

با استفاده از دو شکل ۳-۶ و ۴-۶ خواهیم داشت:

از روی شکل ۶-۴: (a) $C = 2R \sin \frac{1}{2} \theta$

از روی شکل ۶-۳: (b) $10 = 2R \sin \frac{D}{2}$

از تقسیم معادله (a) بر (b) خواهیم داشت:

$$\frac{C}{10} = \frac{2R \sin \frac{1}{2} \theta}{2R \sin \frac{1}{2} D}$$

$$C = 10 \frac{\sin \frac{1}{2} \theta}{\sin \frac{1}{2} D} \quad (c)$$

$$\sin \frac{1}{2} \theta = \frac{C \sin \frac{1}{2} D}{10}$$

$$\theta = 2 \left[\arcsin \left(\frac{C}{10} \sin \frac{1}{2} D \right) \right] \quad (d)$$

از طرفی طبق تشابه شکل ۶-۳ و ۶-۴:

$$\theta = \frac{S}{10} D$$

$$D = \frac{572.96}{R}$$

$$\theta = \frac{S}{10} \times \frac{572.96}{R}$$

$$S = \frac{10R\theta}{572.96}$$

$$S = R\theta \times .0174532925 \quad (e)$$

باجایگزین θ که برحسب درجه است از معادله (d) در معادله (e) داریم:

$$S = R \times 2 \left[\arcsin \left(\frac{C}{10} \sin \frac{1}{2} D \right) \right] \times .0174532925$$

$$S = (0.0174532925) \times 2R \arcsin \left(\frac{C}{10} \sin \frac{1}{2} D \right) \quad (f)$$

مقدار R را از فرمول ۶-۶ در معادله (f) قرار می‌دهیم:

$$R = \frac{5}{\sin \frac{1}{2} D}$$

$$S = \frac{0.174532925}{\sin \frac{1}{2} D} \arcsin \left(\frac{C}{10} \sin \frac{1}{2} D \right) \quad (۶-۹)$$

در فرمول ۶-۹، D برحسب درجه و C برحسب متر منظور می‌گردد. برای مثال اگر $D = 3.0^\circ$ و متر $C = 2$ باشد مقدار متر $S = 2.9/89$ خواهد بود.

طول قوس I_s - طول قوس L در صورتی که D برحسب قوس روبرو منظور گردد، عبارت است از طول قوسی از نقطه A (PC) به PT که در شکل ۶-۱ نمایش داده شده است. از روی تشابه دو قوس از یک دایره خواهیم داشت:

$$\frac{L}{10} = \frac{\Delta}{D}$$

$$L = 10 \frac{\Delta}{D} \quad (۶-۱۰)$$

Δ و D هر دو باید دارای یک واحد رادیان یا درجه باشند.

مثال: متادیر $\Delta = 27^\circ 24'$ و $D = 3^\circ 42'$ باشد، مطابق است تعیین طول قوس Δ و D برحسب درجه

$$I_s = 10 \frac{27.40}{3.70} = 74.0540 \text{ متر}$$

$$\Delta \text{ و } D \text{ برحسب رادیان} \quad L = 10 \frac{0.15\pi}{0.02\pi} = 74.0540 \text{ متر}$$

اختلاف طول قوس و وتر- اختلاف طول قوس نسبت به وتر مربوطه را در صورتی که D برحسب قوس روبرو بیان شود می توان از فرمول تجربی زیر بطور تقریب به دست آورد :

$$\delta = \frac{1}{3} \left(\frac{3S}{100} \right)^3 \left[0.127 \left(\frac{D}{10} \right)^2 \right] \quad (11-6)$$

تعیین محل ایستگاهها بر روی قوس- اصولا هرچه فاصله بین ایستگاهها بر روی قوس نزدیکتر باشد قوس حاصله از آن بر روی زمین دقیقتر است . بدین منظور فاصله هر ایستگاه را بر روی قوس ۱ متر انتخاب می کنند (۴) .

مثال : زاویه $\Delta = 8^\circ$ و درجه قوس برابر با $D = 2^\circ 12'$ در صورتی که ایستگاه $42 + 980$ در نقطه شروع قوس (PC) قرار گرفته باشد مطلوب است تعیین طول قوس L و مختصات قوس بر مبنای شکل ۵-۶ .

$$2^\circ 12' = 2.2$$

$$\text{حل :} \quad L = 10 \frac{\Delta}{D} = 10 \left(\frac{8}{2.2} \right) = 36.3636 \text{ متر}$$

$$T = R \tan \frac{1}{2} \Delta$$

$$R = \frac{572.9578}{D}$$

$$T = \frac{572.9578}{2.22} \times \tan \frac{8}{2} = 18.21 \text{ متر}$$

بنابراین ایستگاه نقطه (PI) V ممکن است به صورت زیر تعیین گردد :

$$PC = 42 + 980$$

$$T = 00 + 018.2$$

$$PI = 42 + 998.2$$

طول قوس $L = 36/36$ متر را می توان به سه قوس ۱ متری که وتر مقابل به هریک از این قوس- ها برابر ۹/۹ متر که از فرمول زیر محاسبه شده تقسیم نمود :

$$C = 2R \sin \left(\frac{1}{2} \frac{S}{10} \cdot D \right)$$

$$C = 2 \times \frac{572.96}{2.22} \sin \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{10} \times 2.22 \right)$$

$$C = 9.99 \text{ متر}$$

و همچنین یک قوس $36/36$ متری باقی مانده که مقدار وتر مربوط به این قوس برابر $36/36$ متر می باشد که از فرمول زیر محاسبه می گردد :

$$C = 2R \sin \left(\frac{1}{2} \frac{S}{10} \cdot D \right)$$

$$C = 2 \times \frac{572.9578}{2.22} \sin \left(\frac{1}{2} \times \frac{6.36}{10} \times 2.22 \right)$$

$$C = 6.36 \text{ متر}$$

$$3\hat{A}B = \frac{6.36}{10} (1^\circ.06') = 0.63636 (1.1^\circ) = 0.7000^\circ = 0^\circ 42'$$

$$1^\circ 06' = 1.1^\circ$$

$$3\hat{A}B = 0.63630 (1.1^\circ) = 0.7000^\circ$$

$$3\hat{A}B = 0^\circ 42'$$

$$3 \times 1^\circ 06' + 0^\circ 42' = 3^\circ 18' + 0^\circ 42' = 4^\circ = \frac{1}{2} \Delta \text{ جهت کنترل کردن}$$

$$PC \text{ station } 42 + 980 \quad = 00^\circ$$

$$42 + 990 \quad 00 + 1^\circ 06' = 1^\circ 06'$$

$$43 + 000 \quad 1^\circ 06' + 1^\circ 06' = 2^\circ 12'$$

$$43 + 010 \quad 2^\circ 12' + 1^\circ 06' = 3^\circ 18'$$

$$PT. \quad 43 + 016.36 \quad 3^\circ 18' + 0.42' = 4^\circ 00'$$

در شکل ۶-۶ اگر جزئیات قوس صافتر AB را به D (درجه قوس) و R (شعاع قوس به متر) و T (تافت به متر) و جزئیات را برای قوس تیر ab به ترتیب t, r, d نشان دهیم در صورتی که زاویه انحراف داخلی را Δ بنامیم روابط زیر برقرار است:

$$T = VA = VB = R \tan \frac{1}{2} \Delta$$

$$t = Va = Vb = r \tan \frac{1}{2} \Delta$$

$$Aa = bB = T - t$$

و همچنین

در صورتی که قوس صافتر مورد استفاده قرار گیرد مقداری را که می توان طول صرفه جوئی نامید از طول مسیر کاسته می شود. طول صرفه جوئی عبارت خواهد بود از:

$$(Aa + \widehat{ab} + bB) - \widehat{AB}$$

$$= \left[2(T - t) + 10 \left(\frac{\Delta}{d} \right) \right] - 10 \left(\frac{\Delta}{D} \right) \quad (a)$$

$$R = \frac{572.958}{D}, \quad T = R \tan \frac{1}{2} \Delta$$

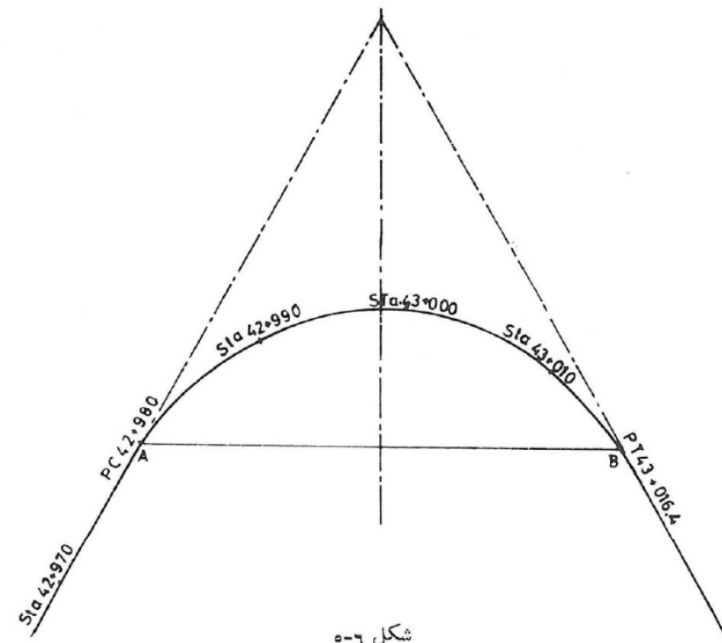
$$r = \frac{572.958}{d}, \quad t = r \tan \frac{1}{2} \Delta$$

اگر مقادیر R و r را در معادله a جانشین کنیم، خواهیم داشت:

$$= 2(T - t) + 10 \left(\frac{\Delta}{d} \right) - 10 \left(\frac{\Delta}{D} \right)$$

$$= 2(T - t) - \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) 10 \Delta$$

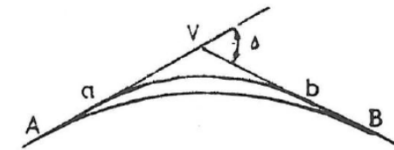
$$= 2 \left(\frac{572.958}{D} \tan \frac{1}{2} \Delta - \frac{572.958}{d} \tan \frac{1}{2} \Delta \right) -$$



شکل ۵-۶

انتخاب قوس و روش اجراء

حداقل شعاع قوس برحسب سرعت طرح وسائل نقلیه باید محاسبه و در نظر گرفته شود و نتیجتاً در عمل هنگامی که زاویه Δ ثابت باشد قوس صافتر یعنی قوسی که دارای شعاع بزرگتر و درجه کمتر باشد انتخاب می کنند زیرا نسبت به قوس تیزتر با شعاع کوچکتر و درجه بزرگتر از نظر ایمنی وسایط نقلیه با سرعت زیاد و صرفه جوئی در طول رجحان دارد.



شکل ۶-۶

1. Curve Selection & Field Procedure

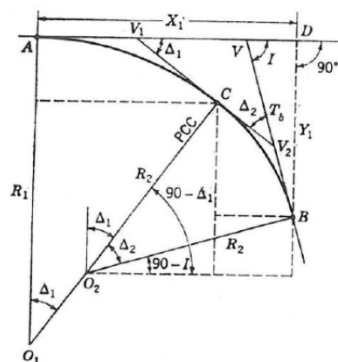
$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) 10\Delta \\
& \text{مسافت صرفه جوئی شده} = \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) \left(2 \times 572.958 \tan \frac{1}{2} \Delta \right) - \\
& - \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) 10\Delta \\
& = \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) \left(2 \times 572.958 \tan \frac{1}{2} \Delta - 10\Delta \right) \\
& \quad (۱۲-۶) \\
& = \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right) \times \left[1145.916 \left(\tan \frac{1}{2} \Delta \right) - 10\Delta \right]
\end{aligned}$$

مقدار D و d و Δ بر حسب درجه و مسافت صرفه جوئی شده بر حسب متر می باشد.
 برای مثال اگر $\Delta = 40^\circ 24'$ ، $D = 0^\circ 24' = (0.4^\circ)$ و $d = 1^\circ$ باشد، مسافت صرفه جوئی
 شده عبارت خواهد بود از:

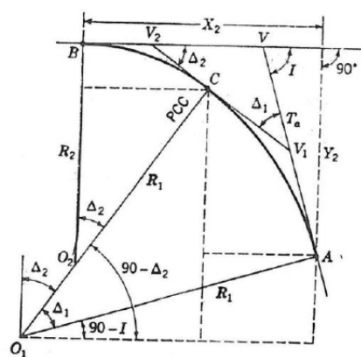
$$\left(\frac{1}{0.4} - \frac{1}{1} \right) \times \left[1145.916(0.3672680) - 4033.333 \right] = 26.281 \text{ متر}$$

قوس های دایره ای چند مرکزی

برای قوس صافتر AC علامت R_1 و T_1 و Δ_1 را بترتیب شعاع و طول مماس (AV_1) و زاویه تقاطع بی نامند. و R_2 و T_2 و Δ_2 به همان اساسی و برای قوس کوچکتر BC انتخاب می شوند. همچنین $I = \Delta_1 + \Delta_2$ و X_1 و Y_1 مختصات نقطه B (شکل ۱-۷) نسبت به مبدا A و AV_1 به عنوان X انتخاب شده است. Y_2 و X_2 مختصات نقطه A (شکل ۲-۷) نسبت به مبدا B و به عنوان محور X انتخاب شده است.



شکل ۱-۷ قوس مرکب دوسر مرکزی



شکل ۲-۷ قوس مرکب دوسر مرکزی و عکس شکل ۱-۷

قوسهای مرکب و معکوس^۱

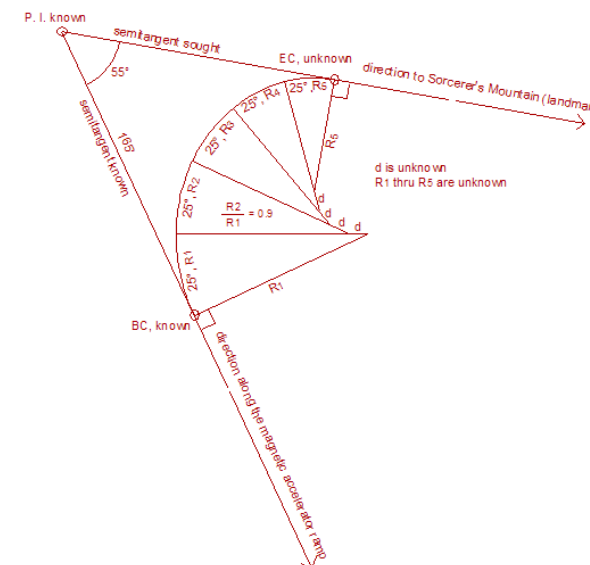
تعاریف - دو قوس دایره ای متوالی تشکیل یک قوس مرکب را می دهند، در صورتی که آنها در نقطه تماس طوری به یکدیگر متصل شوند که هر دو در یک طرف مماس مشترک واقع شوند. شعاع های هر دو دایره متفاوت ولی هم جهت در نقطه تقاطع می باشند. نقطه مماس را به نام PCC یعنی نقطه قوس های مرکب^۲ می نامند.

موقعی که این قبیل قوس ها دارای مرکز واقع در دو طرف مماس مشترک باشد این ترکیب را به نام قوس معکوس^۳ می نامند. کاربرد قوس های مرکب در راه سازی دارای امتیازات زیادی می باشد بخصوص در نقاط کوهستانی که قوسهای مرکب دوسره و یا چهار مرکزی با شعاع های مختلف مورد نیاز است. این نوع سیستم قوس های مرکب را به نام دوسر مرکزی یا سه مرکزی و چهار مرکزی و غیره می نامند.

قوسهای مرکب دو مرکزی^۴

علامات اختصاری - شکل های ۱-۷ و ۲-۷ نشان دهنده دو قوس مرکب یکسان می باشند در صورتی که شکل ۲-۷ درست عکس شکل ۱-۷ می باشد. دو قوس ساده CB و AC در طول مسیر راه به صورت دو قوس دایره جداگانه پیاده خواهند شد بطوری که PC از قوس دوم بروی PT از قوس اول منطبق خواهد بود.

1. Compound and Reverse Curves
2. Point of Compound Curvature
3. Reverse Curve
4. Two-Centered Compound Curves



$$T_a = AV = \text{سماس بزرگ}$$

$$T_b = VB = \text{سماس کوچک}$$

اجزاء قوس‌های مرکب عبارت است از I ، R_1 ، T_a ، Δ_1 ، R_2 ، T_1 و Δ_2 در تمام حالات $I = \Delta_1 + \Delta_2$ در مواقعی که زاویه وسع‌جزء معلوم یا فرض شود سه جزء دیگر قابل محاسبه می‌باشد. با استفاده از شکل ۱-۷ می‌توان محاسبات مربوطه را انجام داد. در دو مثلث O_2CF و O_2BE خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} X_1 &= R_1 \sin \Delta_1 + R_2 \sin I - R_2 \sin \Delta_1 \\ X_1 &= R_2 \sin I + (R_1 - R_2) \sin \Delta_1 \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= R_1 \text{vers} \Delta_1 + R_2 \cos \Delta_1 - R_2 \cos I \\ Y_1 &= R_1 - R_2 \cos I - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 \end{aligned} \quad (b)$$

چون مقدار T_b برابر است با:

$$T_b = \frac{Y_1}{\sin I}$$

$$T_b = \frac{R_1 - R_2 \cos I - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin I} \quad (1 - 7)$$

به وسیله شکل ۲-۷ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} X_2 &= R_2 \sin \Delta_2 + R_1 \sin I - R_1 \sin \Delta_2 \\ X_2 &= R_1 \sin I - (R_1 - R_2) \sin \Delta_2 \end{aligned} \quad (c)$$

$$\begin{aligned} Y_2 &= R_2 \text{vers} \Delta_2 + R_1 \cos \Delta_2 - R_1 \cos I \\ Y_2 &= R_2 - R_1 \cos I + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2 \end{aligned} \quad (d)$$

چون مقدار T_a برابر است با:

$$T_a = \frac{Y_2}{\sin I}$$

$$T_a = \frac{R_2 - R_1 \cos I + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin I} \quad (2 - 7)$$

از معادله ۱-۷ چنین به دست خواهد آمد:

$$\text{vers} \Delta_1 = \frac{T_b \sin I - R_2 \text{vers} I}{R_1 - R_2} \quad (e)$$

از معادله ۲-۷ چنین به دست خواهد آمد:

$$\text{vers} \Delta_2 = \frac{R_1 \text{vers} I - T_a \sin I}{R_1 - R_2} \quad (f)$$

با استفاده از معادله (a) خواهیم داشت:

$$\sin \Delta_1 = \frac{X_1 - R_2 \sin I}{R_1 - R_2} = \frac{T_a + T_b \cos I - R_2 \sin I}{R_1 - R_2} \quad (g)$$

با استفاده از معادله (c) خواهیم داشت:

$$\sin \Delta_2 = \frac{R_1 \sin I - X_2}{R_1 - R_2} = \frac{R_1 \sin I - T_a \cos I - T_b}{R_1 - R_2} \quad (h)$$

از تقسیم کردن معادله e بر g خواهیم داشت:

$$\frac{\text{vers} \Delta_1}{\sin \Delta_1} = \tan \frac{1}{2} \Delta$$

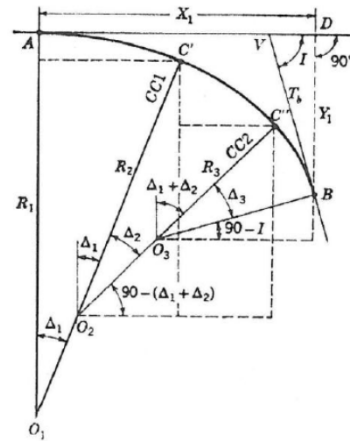
$$\tan \frac{1}{2} \Delta_1 = \frac{T_b \sin I - R_2 \text{vers} I}{T_a + T_b \cos I - R_2 \sin I} \quad (3 - 7)$$

و به همین طریق از تقسیم کردن معادله f بر h خواهیم داشت:

$$\tan \frac{1}{2} \Delta_2 = \frac{R_1 \text{vers} I - T_a \sin I}{R_1 \sin I - T_a \cos I - T_b} \quad (4 - 7)$$

با استفاده از معادله (b) خواهیم داشت:

$$R_1 = R_2 + \frac{Y_1 - R_2 \text{vers} I}{\text{vers} \Delta_1} = R_2 + \frac{T_b \sin I - R_2 \text{vers} I}{\text{vers} \Delta_1} I \quad (5 - 7)$$



شکل ۳-۷ قوس مرکب سه مرکزی

در شکل ۳-۷ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} X_1 &= R_1 \sin \Delta_1 + R_2 \sin (\Delta_1 + \Delta_2) - R_2 \sin \Delta_1 + R_3 \sin I - R_3 \sin (\Delta_1 + \Delta_2) \\ X_1 &= (R_1 - R_2) \sin \Delta_1 + (R_2 - R_3) \sin (\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \sin I \\ Y_1 &= R_1 \text{vers} \Delta_1 + R_2 \cos \Delta_1 - R_2 \cos (\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \cos (\Delta_1 + \Delta_2) - R_3 \cos I \\ Y_1 &= R_1 - R_3 \cos I - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos (\Delta_1 + \Delta_2) \\ T_b &= \frac{Y_1}{\sin I} \end{aligned}$$

(۷-۷)

$$T_b = \frac{R_1 - R_3 \cos I - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos (\Delta_1 + \Delta_2)}{\sin I}$$

T_a ممکن است به وسیله جایگزین کردن T_b و X_1 در معادله (b) و یا از فرمول زیر به دست آید:

$$T_a = \frac{Y_2}{\sin I} \quad (۸-۷)$$

با استفاده از معادله (d) خواهیم داشت:

$$R_2 = R_1 - \frac{R_1 \text{vers} I - T_a \sin I}{\text{vers} \Delta_2} \quad (۶-۷)$$

قوسهای مرکب سه مرکزی'

فرمولهای لازم برای محاسبه بزرگ و کوچک آشکال ۳-۷ نشان دهنده یک قوس سه مرکزی با مرکزهای O_1 و O_2 و O_3 و زوایای مرکزی Δ_1 و Δ_2 و Δ_3 می باشد.

$$I = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = \text{مجموع زوایای مرکزی}$$

قوسهای دایره به ترتیب از بزرگ به کوچک دارای شعاعهای R_1 و R_2 و R_3 می باشند. اولی در نقطه C' و دومی در نقطه C'' واقع شده است. اگر فرض کنیم که:

$$T_a = AV = \text{محاسبه بزرگ}$$

$$T_b = VB = \text{محاسبه کوچک}$$

همچنین X_1 و Y_1 مختصات نقطه B نسبت به مبدا A و AV را به عنوان محور X در نظر می گیریم:

$$X_1 = AD$$

$$Y_1 = DB$$

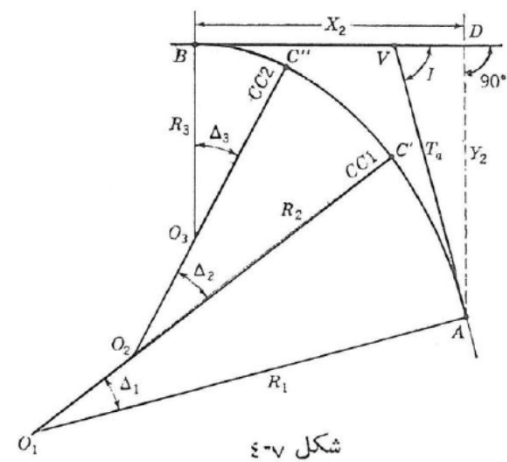
$$Y_1 = T_b \times \sin I \quad X_1 = T_a + T_b \cos I \quad (a)$$

$$T_b = \frac{Y_1}{\sin I} \quad T_a = X_1 - T_b \cos I \quad (b)$$

1 . Three-Centered Compound Curves

2 . Formulas for Long and Short Tangent

Y_2 را می‌توان به وسیله روش پیمایش تعیین نمود .
 به همین نحو می‌توان با استفاده از شکل $\epsilon-v$ ، Y_2 و T_a رابطه دست آورد .



روشی دیگر برای محاسبه پارامترهای قوس های دایره ای چند مرکزی

قوس های مرکب^۱

۴-۲-۱ تعاریف

دو یا چند قوس دایره ای متوالی که در نقاط تماس دارای مماس مشترک باشند قوس مرکب نامیده می شود.

شایان ذکر است هر یک از قوس های تشکیل دهنده یک قوس مرکب دارای شعاع متفاوتی هستند اما همه در یک جهت مماس های مشترک قرار دارند.

هر یک از نقاط تماس دو قوس متوالی از این مجموعه، به ترتیب با علامت های PCC یا PCC' یا PCC'' نشان داده می شود.

اگر قوس مرکب ترکیبی از دو، سه و یا بیشتر از قوسهای ساده باشد به ترتیب دو، سه، و یا چهار مرکزی گفته می شود. از موارد کاربرد قوسهای مرکب افزایش هماهنگی بیشتر جاده با شرایط و عوارض زمین و تأمین امکان تغییر تدریجی سرعت وسایط نقلیه است. کاربرد قوسهای مرکب در تقاطع هایی که راه های با درجه های اهمیت مختلف را بهم متصل می نمایند مانند تقاطع راه های اصلی به فرعی، اصلی به بزرگراه و مانند آن از اهمیت ویژه ای برخوردار است. همچنین کاربرد این قوسها بصورت متقارن (مانند سه مرکزی متقارن) در جاده های بین شهری از لحاظ افزایش ایمنی بر قوسهای دایره ای ساده ارجحیت دارند.

۴-۲-۲ قوس مرکب دو مرکزی^۲

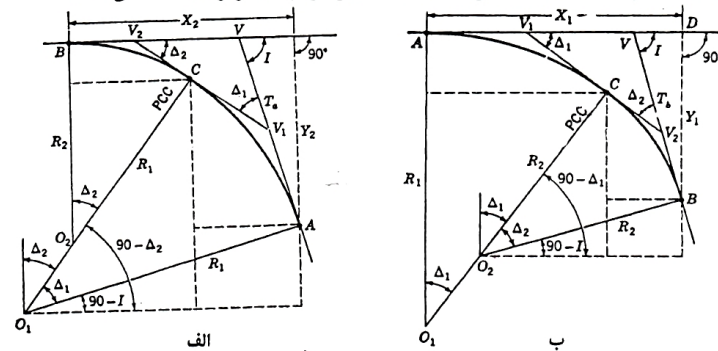
دو قوس متوالی که در نقطه ای تماس دارای مماس مشترک هستند قوس دو مرکزی نامیده

1 - Compound Curves

2 - PCC (Point Of Compound Curvature)

3 - Two Centered Compound Curve

می شود. شکل ۴-۸ اجزاء تشکیل دهنده ی یک قوس مرکب دو مرکزی را نشان می دهند.



شکل ۴-۸ اجزای قوس مرکب دو مرکزی

با توجه به قسمتهای الف و ب شکل ۴-۸ که معکوس یکدیگرند مشاهده می شود قوسهای AC و CB به تنهایی یک قوس دایره ای مستقل هستند اما نقطه ی PCC یا ابتدای قوس دوم بر نقطه ی PT یا انتهای قوس اول منطبق است؛ این مجموعه تشکیل یک قوس دو مرکزی را داده است.

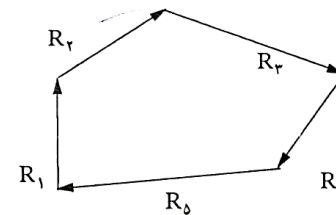
R_1 ، T_1 و Δ_1 به ترتیب شعاع، اندازه ی مماس و زاویه ی مرکزی قوس اول و R_2 ، T_2 و Δ_2 مقادیر متناظر مربوط به قوس دوم می باشند. همچنین زاویه ی تقاطع $I = \Delta_1 + \Delta_2$ است. با در نظر گرفتن قسمت الف شکل ۴-۸، x_1 و y_1 مختصات نقطه ی B و نقطه ی A به عنوان مبدأ و AV به عنوان محور X می باشند. در حالی که x_2 و y_2 مختصات نقطه ی A با در نظر گرفتن قسمت ب و نقطه ی B مبدأ و BV نشان دهنده محور X ها در این شکل هستند.

اجزای BV و AV به ترتیب مماس کوچک و مماس بزرگ نامیده می شوند و با علائم T_b و T_a نمایش داده می شوند.

هفت جزء Δ_1 ، T_b ، R_2 ، Δ_2 ، T_a ، R_1 ، I از عناصر مهم قوسهای مرکب دو مرکزی می باشند. هنگامی که چهار جزء از این هفت جزء داده شده باشد سایر اجزاء با توجه به وجود معادله مستقل زیر قابل محاسبه است. معمولاً در طراحی T_a و T_b بعنوان اجزاء مجهول قوس محسوب می شوند و مقادیر آنها باید با استفاده از اجزای معلوم که شعاع ها و زاویه های مرکزی می باشند، تعیین گردد. راه حل کلی نوشتن معادلات T_a و T_b برحسب چهار پارامتر دیگر،

استفاده از قانون صفر بودن جمع برداری اضلاع یک چند ضلعی جهت دار بر روی یک بردار جهت دار است.

می دانیم جمع برداری چند بردار متوالی در صورتی که انتهای آخرین بردار به ابتدای اولین بردار منتهی شود برابر صفر است.



$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \vec{R}_4 + \vec{R}_5 = 0$$

اما در یک صفحه هر بردار را می توان به صورت ترکیبی از دو بردار یکه ای i و j نوشت.

$$\vec{R} = A\vec{i} + B\vec{j}$$

A طول یا اندازه تصویر بردار در جهت $i(x)$ ، B عرض یا اندازه تصویر بردار در جهت $j(y)$ است.

طبق قوانین جمع بردارها در صورتی که جمع برداری چند بردار برابر صفر باشد؛ جمع جبری تصاویر آنها در جهت $i(x)$ و همچنین در جهت $j(y)$ برابر صفر است.

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \dots + \vec{R}_n = 0 \Rightarrow (A_1\vec{i} + B_1\vec{j}) + (A_2\vec{i} + B_2\vec{j}) + \dots + (A_n\vec{i} + B_n\vec{j}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n A_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n B_i = 0$$

$$(A_1 + A_2 + \dots + A_n)\vec{i} + (B_1 + B_2 + \dots + B_n)\vec{j} = 0$$

بنابراین در یک چندضلعی بسته در صورتی که هر ضلع را به عنوان یک بردار محسوب کنیم قوانین برداری صادق است حال در یک قوس دو مرکزی همانند شکل ۴-۸ می توانیم AV یا T_b را به عنوان جهت $i(X)$ و VB را جهت $j(y)$ در نظر بگیریم. اگر در چندضلعی بسته O_1AVBO_1 از شکل ۱ هر ضلع به عنوان بردار در نظر گرفته شود، با استفاده از قوانین جمع بردارها، نتایج زیر حاصل می شود.

باید توجه نمود که زوایای انحراف بصورت راستگرد و از امتداد O_1A اندازه گیری می شود. طول بردار برابر اندازه ی بردار در سینوس زاویه ی انحراف و عرض بردار برابر اندازه

بردار در کسینوس زاویه ی انحراف است.

تصویر طول	تصویر عرض	زاویه ی انحراف	اندازه	ضلع (برداری)
0°	R_1	0°	R_1	O_1A
X_1	0°	90°	X_1	AD
0°	$-Y_1$	180°	Y_1	DB
$-R_1 \sin I$	$-R_1 \cos I$	$180^\circ + I$	R_1	BO_1
$-(R_1 - R_2) \sin \Delta_1$	$-(R_1 - R_2) \cos \Delta_1$	$180^\circ + \Delta_1$	$R_1 - R_2$	O_1O_2
جمع = 0°	جمع = 0°			

$$X_1 = R_1 \sin I + (R_1 - R_2) \sin \Delta_1 \quad (1)$$

$$Y_1 = R_1 \cos I - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow T_b = \frac{y_1}{\sin I} \Rightarrow T_b = \frac{R_1 - R_2 \cos I - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin I} \quad (3)$$

با در نظر گرفتن شکل ۲ و چند ضلعی بسته ی O_1BDAO_1 و O_2BDAO_2 به عنوان جهت شمال خواهیم داشت:

تصویر طول	تصویر عرض	زاویه	اندازه	ضلع (برداری)
0°	R_2	0°	R_2	O_2B
X_2	0°	90°	X_2	BD
0°	$-Y_2$	180°	Y_2	DA
$-R_2 \sin I$	$-R_2 \cos I$	$180^\circ + I$	R_2	AO_1
$(R_1 - R_2) \sin \Delta_2$	$(R_1 - R_2) \cos \Delta_2$	Δ_2	$R_1 - R_2$	O_1O_2
جمع = 0°	جمع = 0°			

$$\begin{cases} X_2 = R_2 \sin I + (R_1 - R_2) \sin \Delta_2 \\ Y_2 = R_2 \cos I + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} X_2 = R_2 \sin I + (R_1 - R_2) \sin \Delta_2 \\ Y_2 = R_2 \cos I + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2 \end{cases} \quad (5)$$

از این روابط مقدار Δ_1 برحسب R_1 و T_b و T_a و Δ_1 برحسب R_1 و T_a و T_b و I قابل محاسبه است. با استفاده از معادله (۲) و اضافه نمودن R_2 به این معادله داریم:

$$\begin{aligned} Y_1 &= R_1 - R_r \cos I - (R_1 - R_r) \cos \Delta_1 \\ Y_1 &= R_1 \text{Vers} \Delta_1 + R_r \cos \Delta_1 - R_r \cos I - R_r + R_r \\ &= R_1 \text{Vers} \Delta_1 - R_r(1 - \cos \Delta_1) + R_r(1 - \cos I) \\ &= R_1 \text{Vers} \Delta_1 - R_r \text{Vers} \Delta_1 + R_r \text{Vers} I \\ \Rightarrow R_1 \text{Vers} \Delta_1 &= Y_1 + R_r \text{Vers} \Delta_1 - R_r \text{Vers} I \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_1 = R_r + \frac{Y_1 - R_r \text{Vers} I}{\text{Vers} \Delta_1} \Rightarrow R_1 = R_r + \frac{T_b \sin I - R_1 \text{Vers} I}{\text{Vers} \Delta_1} \quad (13)$$

بطریق مشابه با استفاده از معادله (۵) و اضافه کردن و کم کردن R_1 به آن خواهیم داشت:

$$R_r = R_1 - \frac{R_1 \text{Vers} I - T_a \sin I}{\text{Vers} \Delta_r} \quad (14)$$

$$T_a = \frac{Y_r}{\sin I} \Rightarrow T_a = \frac{R_r - R_1 \cos I + (R_1 - R_r) \cos \Delta_r}{\sin I} \quad (6)$$

۴-۲-۱- چند فرمول کاربردی

با توجه به فرمول (۳) اگر به این تساوی مقدار R_2 را اضافه و کم نماییم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} R_1 - R_r \cos I - R_1 \cos \Delta_1 + R_r \cos \Delta_1 - T_b \sin I &= 0 \Rightarrow \\ R_1(1 - \cos \Delta_1) - R_r \cos I - T_b \sin I + R_r \cos \Delta_1 + R_r - R_r &= \\ R_1(1 - \cos \Delta_1) - R_r(1 - \cos \Delta_1) + R_r(1 - \cos I) - T_b \sin I &= 0 \\ (1 - \cos \Delta_1)(R_1 - R_r) + R_r \text{Vers} I - T_b \sin I &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Vers} \Delta_1 = \frac{T_b \sin I - R_r \text{Vers} I}{R_1 - R_r} \quad (7)$$

به طریق مشابه از معادله (۶) معادله (۸) نتیجه می شود.

$$\text{Vers} \Delta_r = \frac{R_1 \text{Vers} I - T_a \sin I}{R_1 - R_r} \quad (8)$$

همچنین با استفاده از فرمول (۸) و قسمت الف شکل (۴-۸) داریم:

$$\sin \Delta_1 = \frac{X_1 - R_r \sin I}{(R_1 - R_r)} = \frac{T_a + T_b \cos I - R_r \sin I}{R_1 - R_r} \quad (9)$$

با استفاده از فرمول ۲ و قسمت ب شکل (۴-۸) خواهیم داشت:

$$\sin \Delta_r = \frac{R_1 \sin I - X_r}{R_1 - R_r} = \frac{R_1 \sin I - T_a \cos I - T_b}{R_1 - R_r} \quad (10)$$

با تقسیم معادله (۹) بر معادله (۷) و معادله (۱۰) بر (۸) و با توجه به اینکه $\Delta/2 = \text{tg}$ $\frac{\text{Vers} \Delta}{\sin \Delta}$ است. معادلات (۱۱) و (۱۲) نتیجه می شود.

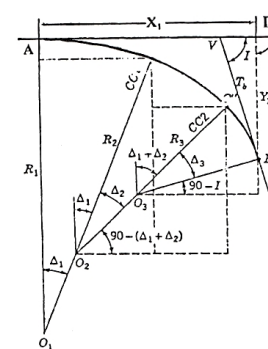
$$\text{tg} \frac{\Delta_1}{2} = \frac{T_b \sin I - R_r \text{Vers} I}{T_a + T_b \cos I - R_r \sin I} \quad (11)$$

$$\text{tg} \frac{\Delta_r}{2} = \frac{R_1 \text{Vers} I - T_a \sin I}{R_1 \sin I - T_a \cos I - T_b} \quad (12)$$

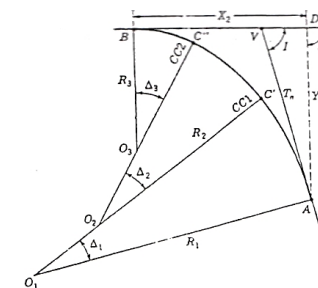
۴-۲-۳- قوس مرکب سه مرکزی

در شکل ۹-۴ یک قوس مرکب سه مرکزی و معکوس آن نشان داده شده است که دارای مراکز O_1 و O_2 و O_3 و زوایای مرکزی Δ_1 و Δ_2 و Δ_3 می باشد.

$$I = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$



الف



ب

شکل ۹-۴- اجزای قوس مرکب سه مرکزی

همچنین کمان‌ها از صافتر به تیزتر دارای شعاعهای R_1 و R_2 و R_3 می باشند. نقطه تماس اول و دوم C'' است. $Ta = AV$ مماس بزرگ و $Tb = VB$ مماس کوچک است. X_1 و Y_1 مختصات نقطه‌ی B با مبدأ A و محور x ها می باشد. (قسمت الف شکل ۹-۴) مانند قوس های مرکب دو مرکزی و قوانین مربوط به تصویر چندضلعی بسته بر روی یک بردار، چندضلعی $O_1ADBO_3O_2$ را در نظر بگیرید.

تصویر طول	تصویر عرض	زاویه	اندازه ضلع (بردار)
•	R_1	•	O_1A R_1
X_1	•	90°	AD X_1
•	$-Y_1$	180°	DB Y_1
	$-R_3 \sin I$	$180^\circ + I$	BO_3 R_3
$-(R_2 \cdot R_3) \sin(\Delta_1 + \Delta_2)$	$-(R_2 \cdot R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)$	$180^\circ + (\Delta_1 + \Delta_2)$	$O_3 O_2$ $R_2 \cdot R_3$
$-(R_1 \cdot R_2) \sin \Delta_1$	$-(R_1 \cdot R_2) \cos \Delta_1$	$180^\circ + \Delta_1$	$O_2 O_1$ $R_1 \cdot R_2$
جمع = •	جمع = •		

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = R_1 \sin I + (R_2 - R_3) \sin(\Delta_1 + \Delta_2) + (R_1 - R_2) \sin \Delta_1 \\ Y_1 = R_1 - R_1 \cos I - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 \end{cases}$$

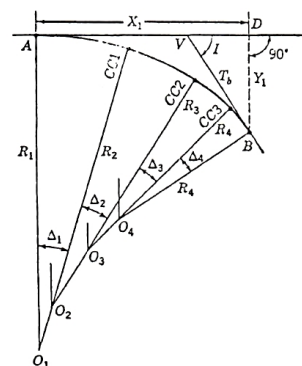
$$T_b = \frac{Y_1}{\sin I} \Rightarrow T_b = \frac{R_1 - R_1 \cos I - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin I} \quad (15)$$

همچنین با در نظر گرفتن قسمت ب شکل ۹-۴ و چند ضلعی بسته و جهت دار $O_1BDAO_3O_2$ ، نتایج زیر حاصل می گردد.

$$Y_2 = R_2 - R_1 \cos I + (R_1 - R_2) \cos(\Delta_1 + \Delta_2) + (R_2 - R_3) \cos \Delta_2$$

$$\Rightarrow T_a = \frac{Y_2}{\sin I}$$

$$\Rightarrow T_a = \frac{R_2 - R_1 \cos I + (R_1 - R_2) \cos(\Delta_1 + \Delta_2) + (R_2 - R_3) \cos \Delta_2}{\sin I} \quad (16)$$



شکل ۹-۴-۱۰- اجزای قوس مرکب چهار مرکزی

۴-۲-۴- قوس مرکب چهار مرکزی

همان روشی که در پیدا نمودن مماسهای بزرگ و کوچک قوسهای دو و سه مرکزی ذکر گردید جهت محاسبه طول مماسهای کوچک و بزرگ قوسهای مرکب چهار مرکزی و بالاتر نیز استفاده می شود. با توجه به شکل ۴-۱۰ و چندضلعی $O_1ADBO_4O_3O_2$ خواهیم داشت.

تصویر طولی	تصویر عرضی	زاویه	اندازه	ضلع (بردار)
-	R_1	0°	R_1	O_1A
X_1	0°	90°	X_1	AD
0°	$-Y_1$	180°	Y_1	DB
$-R_F \sin I$	$-R_F \cos I$	$180^\circ + I$	R_F	BO_F
$-(R_3 - R_F) \sin(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3)$	$-(R_3 - R_F) \cos(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3)$	$180^\circ + (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3)$	$R_3 - R_F$	$O_F O_3$
$-(R_2 - R_3) \sin(\Delta_1 + \Delta_2)$	$-(R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)$	$180^\circ + (\Delta_1 + \Delta_2)$	$R_2 - R_3$	$O_3 O_2$
$-(R_1 - R_2) \sin \Delta_1$	$-(R_1 - R_2) \cos \Delta_1$	$180^\circ + \Delta_1$	$R_1 - R_2$	$O_2 O_1$
$\text{جمع} = 0^\circ$	$\text{جمع} = 0^\circ$			

$$Y_1 = R_1 - R_F \cos I - (R_3 - R_F) \cos(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 \quad (17)$$

$$T_b = \frac{Y_1}{\sin I}$$

$$\Rightarrow T_b = \frac{R_1 - R_F \cos I - (R_3 - R_F) \cos(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin I}$$

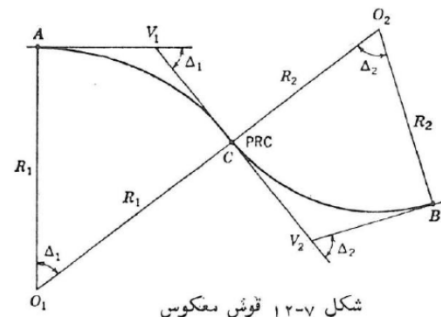
با در نظر گرفتن معکوس شکل (۱۱) و نوشتن معادلاتی شبیه معادلات بالا، T_a نیز بر حسب R_1 و R_2 و R_3 و Δ_1 و Δ_2 و Δ_3 و I تعیین می شود.

قوس های دایره ای معکوس

قوس های معکوس^۱

مقدمه - دو قوس دایره AC و CB در شکل ۱۲-۷ که در دو طرف مخالف نسبت به هم مشترک واقع شده اند قوس معکوس می نامند. نقطه تماس دو قوس معکوس را به نام نقطه مشترک قوس های معکوس^۲ می گویند و به PRC نمایش می دهند.

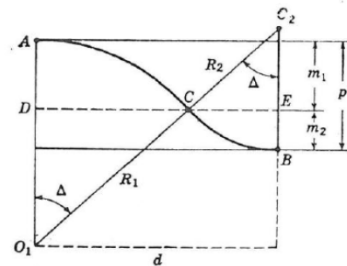
Reverse Curve 2 . Point of Reverse Curves



شکل ۱۲-۷ قوس معکوس

قوس های معکوس چندان مناسب نیستند و حتی المقدور از استفاده آنها در شاهراه های سرعت زیاد باید اجتناب کرد. به هر صورت غالباً این قوس ها در مناطق کوهستانی و حتی بعضی مواقع در شهرها هم استفاده می شوند. علت نامناسب بودن قوس های معکوس این است که ارتفاع دادن به لبه خارجی در نقطه PRC مقدور نیست و برای رفع این اشکال بعضی مواقع قطعه خط مستقیم بین دو قوس قرار می دهند تا تعدیلی بین خارج شدن از یک دور و داخل شدن به دور دیگر گردد.

قوس معکوس بین دو مماس موازی^۱ - شکل ۱۳-۷ نشان دهنده یک قوس معکوس ACB که بین دو مماس موازی واقع شده می باشد. از این قوس معکوس معمولاً جهت تغییر خط بین دو ریل موازی در راه آهن استفاده می شود.



شکل ۱۳-۷

1 . Reverse Curve Between Parallel Tangents

قوس معکوس بین دو مماس غیر موازی ۱- نقطه A بر روی مماس معلوم از قوس معکوس ACB

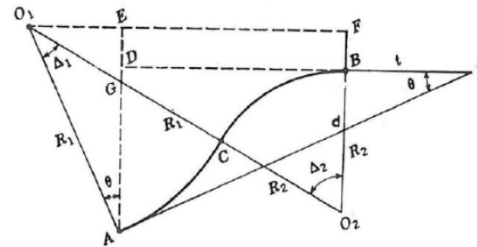
$$\Delta_1 = \Delta_2 - \theta$$

(شکل ۱-۴) و شعاع های R_1 و R_2 و همچنین نقطه V محل تلاقی مماس اولیه و مماس نهائی و زاویه θ در نقطه V بین دو مماس V_A و V_B معلوم است. مطلوب است تعیین

$$VD = t + BD = d \cos \theta$$

زاوای مرکزی Δ_1 و Δ_2 و وضعیت نقطه B خط VB را امتداد داده و از نقطه A

$$t = BV$$



شکل ۱-۴ قوس معکوس بین دو خط غیر موازی

امتداد AD را به این امتداد عمود می کنیم. از نقطه O_1 خطی بر امتداد AD و O_2B عمود کرده و نقاط E و F را به دست می آوریم. در نتیجه زاویه $O_1AE = \theta$ خواهد بود با $O_1AE = \theta$ و همچنین $d = AV$ نیز معلوم است. بنابراین خواهیم داشت:

$$AD = d \sin \theta$$

$$AE = R_1 \cos \theta$$

$$\cos \Delta_2 = \frac{O_2F}{O_1O_2} = \frac{R_2 + DE}{R_1 + R_2} = \frac{R_2 + R_1 \cos \theta - d \sin \theta}{R_1 + R_2}$$

که از معادله فوق ممکن است Δ_2 را محاسبه نمود:

$$AGC = \Delta_2$$

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \theta$$

(۱-۲۸)

1. Reverse Curve Between Nonparallel Tangents

$$d = DE = DC + CE$$

فاصله بین دو مماس موازی $p = m_1 + m_2 =$

شعاع های R_1 و R_2 ممکن است مساوی و یا غیر مساوی باشند. اگر دو شعاع مساوی نباشند:

$$R_1 \neq R_2$$

$$DC = R_1 \sin \Delta$$

$$CE = R_2 \sin \Delta$$

$$m_1 = R_1 (1 - \cos \Delta)$$

$$m_2 = p - m_1$$

$$d = R_1 \sin \Delta + R_2 \sin \Delta = (R_1 + R_2) \sin \Delta \quad (1-23)$$

$$p = R_1 \text{vers} \Delta + R_2 \text{vers} \Delta = (R_1 + R_2) \text{vers} \Delta \quad (1-24)$$

اگر سه تا از اجزاء داده شده باشد دوتای دیگر آن قابل محاسبه است:

موقمی که شعاع ها مساوی هستند: $R_1 = R_2 = R$

$$DC = CE = 1/2 d$$

$$m_1 = m_2 = 1/2 p$$

$$d = 2R \sin \Delta \quad (1-25)$$

$$p = 2R \text{vers} \Delta \quad (1-26)$$

$$\text{vers} \Delta = \frac{p}{2R}$$

$$\cos \Delta = \frac{2R - p}{2R}$$

اگر مقادیر R و p معلوم باشند:

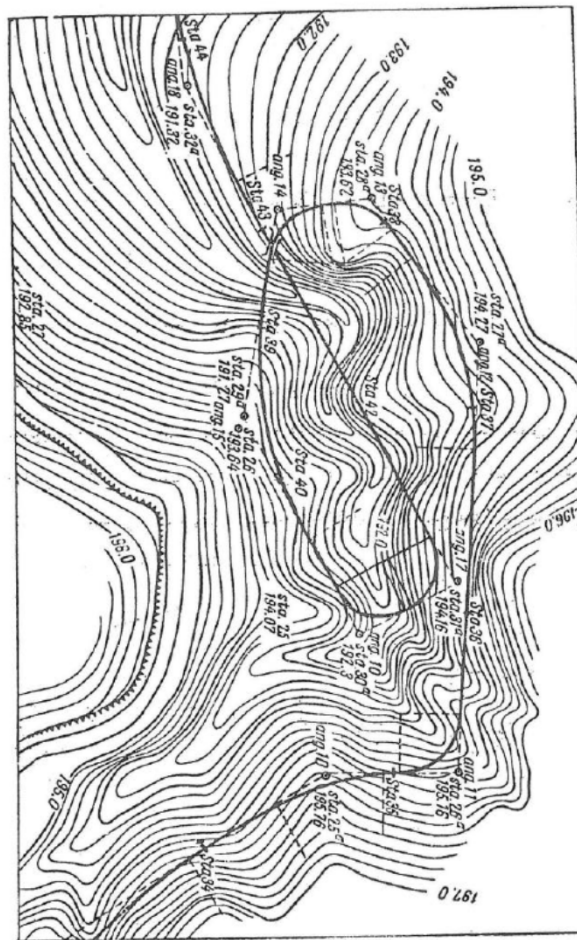
$$d = 2 \sqrt{p \left(R - \frac{p}{4} \right)} \quad (1-27)$$



قوس گردنه (سربانتین)
serpentine road



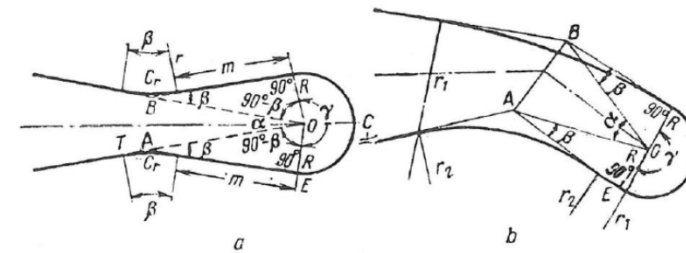
شکل ۱۴-۷ راههای کوهستانی



باتوجه به شکل ۱۴-۷ ملاحظه می شود که پیچ معکوس دارای یک قوس اصلی C_1 و یک قوس معکوس C_r و یک ارتباط مستقیم بین آنها می باشد. زاویه پیچ α و قوس اصلی دارای زاویه γ

طراحی گردنه ها با پیچ های معکوس (سرپانتین)

در مناطق کوهستانی به علت محدودیت های اقتصادی و اجرایی، مسیر به صورت مارپیچ و گردنه طراحی می گردد. امکان استفاده از قوس های باشعاع بزرگ به علت افزایش هزینه عملیات خاکی و کوه پری امکان پذیر نیست و نتیجتاً گردنه ها از پیچ های تند معکوس که در شکل ۱۴-۷ نمایش داده شده تشکیل می گردد (۶).



شکل ۱۴-۷

نمونه ای ازبصرف این نوع قوس ها در شکل ۱۴-۷ که یک مسیر کوهستانی است نشان داده شده است.

۱. Design of Reverse Loop Curves

و شعاع R و طول قوس C می باشد. برای طراحی پیچ های معکوس باید شعاع های قوس اصلی R و قوس معکوس r و طول رابط مستقیم بین آنها m را انتخاب کرد و سپس زاویه قوس معکوس در نقاط A و B به وسیله روش زیر تعیین می گردد:

$$T = r \tan \frac{\beta}{2}$$

T - طول تانژانت بر حسب متر

r - شعاع قوس معکوس بر حسب متر

β - زاویه انحراف بر حسب درجه

$$AE = BF = T + m$$

با استفاده از مثلث های AOE یا BOF خواهیم داشت:

$$\tan \beta = \frac{R}{T + m} = \frac{R}{r \tan \frac{\beta}{2} + m} \quad (a)$$

از روابط مثلثاتی داریم

$$\tan \beta = \frac{2 \tan \frac{\beta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\beta}{2}} \quad (b)$$

با مساوی قرار دادن معادله (a) و (b) و حل آن برای $\tan \frac{\beta}{2}$ خواهیم داشت:

$$\tan \frac{\beta}{2} = \frac{-m + \sqrt{m^2 - R(2r + R)}}{R + 2r} \quad (21 - v)$$

از معادله فوق β قابل محاسبه است. از طرفی خواهیم داشت:

$$AO = OB = \frac{T + m}{\cos \beta} = \frac{R}{\sin \beta} \quad (22 - v)$$

زاویه مرکزی پیچ اصلی را از رابطه زیر تعیین می نمایم:

$$\gamma = 360 - 2(90 - \beta) - \alpha = 180 + 2\beta - \alpha$$

$$\gamma = 180 + 2\beta - \alpha \quad (23 - v)$$

طول پیچ قوس اصلی برابر خواهد بود با:

$$C = \frac{\pi R \gamma}{180} \quad (24 - v)$$

طول کل پیچ معکوس از رابطه زیر تعیین می گردد:

$$S = 2(C_r + m) + C \quad (25 - v)$$

محاسبات فوق برای پیچ های قرینه معکوس که دارای قوس های معکوس با زوایا و شعاع های مساوی هستند به کار می رود. در صورتی که وضعیت محل طوری باشد که قوس های مختلف مورد استفاده قرار گیرد طراحی پیچ معکوس عینا شبیه فوق است، تنها محاسبات برای هر قوس معکوس جداگانه انجام می گیرد. طراحی هندسی اجزاء پیچ های معکوس بر مبنای سرعت طراحی انجام می گیرد. جدول ۱-۷ اجزاء مختلف پیچ معکوس را برای سرعت های مختلف نشان می دهد (۶).

مقادیر اجزاء پیچ معکوس در سرعت های مختلف km/h			اجزاء پیچ معکوس
۳۰	۲۵	۲۰	
۳۰	۲۰	۱۵	مینیمم شعاع پیچ اصلی بر حسب متر
۶۰	۶۰	۶۰	دور (بر حسب درصد)
۳۰	۲۵	۲۰	طول اتصال مستقیم بر حسب متر
۲۰	۲۵	۳۰	تعریف روستازی در پیچ اصلی بر حسب متر
۳۰	۳۵	۴	درصد شیب طولی در پیچ اصلی

جدول ۱-۷