

دستگاه شاهدشیوه فهمیده سبزوار؛ سید جواد تزرقی (سخت کوشان)



$$\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

تاکنون به کمک بخش پذیری و تقسیم کردن، کسرها را ساده می کردیم. مانند:
می توانیم با روش نسبتاً جدیدی نیز این کار را انجام دهیم. یعنی:

برای ساده کردن کسر $\frac{24}{32}$ باید ابتدا به جای عدد ۲۴ عبارت 3×8 را می نویسیم زیرا $(24 = 3 \times 8)$ و به جای عدد ۳۲ عبارت

8×8 را می نویسیم زیرا $(32 = 8 \times 4)$ و سپس عوامل مشترک را از صورت و مخرج حذف می کنیم یعنی ۸ صورت را با ۸ مخرج ساده کرد.

$$\frac{24}{32} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{3}{4}$$

نکته ۱: اگر یک کسر را تا جایی ساده کنیم که دیگر ساده نشود. کسر به دست آمده را کسر «تحویل ناپذیر» یا «ساده نشدنی» می گویند. مانند:

$$\frac{48}{84} = \frac{\cancel{16}^4 \times \cancel{3}^1}{\cancel{21}^7 \times \cancel{3}^1} = \frac{4}{7}$$

نکته ۲: اگر دو کسر با یکدیگر مساوی باشند حاصل ضرب های صورت هر کسر در مخرج کسر دیگر نیز با هم برابرند. (طرفین وسطین)

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \Leftrightarrow 3 \times 8 = 6 \times 4$$

نکته ۳: هرگاه بین عدهای صورت و مخرج کسری علامت «ضرب» بود برای این که کسر را راحت تر ساده کنیم بجای این که اعداد را در هم دیگر ضرب کنیم ابتدا تا جایی که می توانیم آن ها را ساده می کنیم و نهایتاً اعداد باقی مانده در صورت و مخرج را با هم ضرب می کنیم.

$$\frac{\cancel{4}^1 \times \cancel{16}^2}{\cancel{3}^1 \times \cancel{16}^1} = \frac{16}{27}$$

برای پیدا کردن کسری بین دو کسر می توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\frac{\text{مجموع صورت های دو کسر}}{\text{مجموع مخرج های دو کسر}} = \text{کسر بین دو کسر}$$

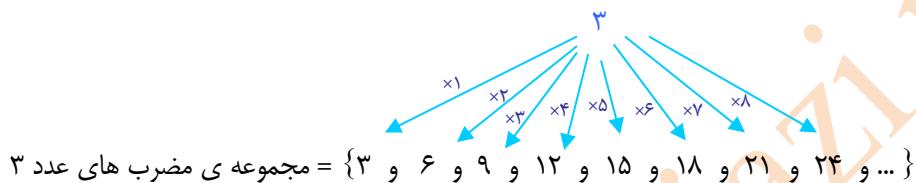
مثال: بین دو کسر $\frac{5}{7}$ و $\frac{3}{5}$ کسری بنویسید.

$$\frac{3+5}{5+7} = \frac{8}{12} \iff \frac{5}{7} > \frac{8}{12} > \frac{3}{5}$$

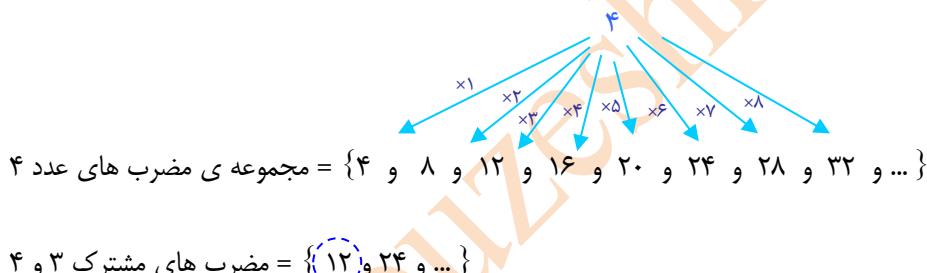
مضرب های طبیعی یک عدد

مضرب های طبیعی هر عدد از ضرب کردن آن عدد در اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳ و ... به دست می آیند که به طور اختصار مضرب های آن عدد نامیده می شوند.

مثال: مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۳ را بنویسید.



مجموعه‌ی مضرب های طبیعی عدد ۴ را بنویسید.



کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد

به عددی که بین مضرب های مشترک دو عدد از بقیه کوچک تر باشد کوچک ترین مضرب مشترک آن دو عدد می گویند که به اختصار با «ک. م. م» نمایش می دهند و علامت ریاضی یا نماد آن « lcm »

می باشد که بین آن دو عدد قرار می گیرد.

$$3 \quad 4 = 12$$

مثالاً «ک. م. م» دو عدد ۳ و ۴ را این طور می نویسند.

نکته‌ی ۴: کوچک ترین مضرب هر عدد، خود آن عدد است ولی بزرگ ترین مضرب هر عدد، نامشخص است.

نکته‌ی ۵: به هر عدد طبیعی که فقط دو مقسوم علیه داشته باشد (عدد یک و خودش) **عدد اول** نامیده می شود.

مانند: ۲، ۳، ۵ و ...

نکته‌ی ۶: به اعداد طبیعی که بیش تر از دو مقسوم علیه داشته باشند **عدد مرکب**

می گوییم. مانند: ۴، ۶، ۸ و ...

کوچک ترین عدد اول ۲ است و نیز تنها عدد اولی که زوج می باشد ۲ است.

نکته ۷: عدد ۱ فقط یک مقسوم علیه دارد که آن هم خودش می باشد پس عدد ۱ نه عدد اول است و نه عدد مرکب.

روش پیشنهادی برای پیدا کردن مخرج مشترک بین دو کسر

مثلاً می خواهیم مخرج مشترک دو کسر $\frac{3}{7}$ و $\frac{1}{4}$ را پیدا کنیم:

(الف) برای پیدا کردن کوچک ترین مخرج مشترک باید ابتدا مخرج مشترک کسرهای مساوی با هر کسر را بنویسید.

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \frac{7}{28}$$

و یا می توان این گونه عمل کرد: مخرج کسر بزرگ تر یعنی $\frac{3}{7}$ را در اعداد (۴، ۳، ۲ و ...) ضرب کرده تا مخرج های مساوی با مخرج کسر $\frac{1}{4}$ پیدا شود.

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35}$$

و سپس هر یک از مخرج های به دست آمده را بر مخرج کسر کوچک تر تقسیم می کنیم هر مخرجی که باقیمانده‌ی تقسیم آن بر مخرج دیگری صفر شد (بخش پذیر بود) به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می شود.

$$\begin{array}{r} 14 \Big| \begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline 1 \end{array} \\ \hline -12 \\ \hline 02 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \Big| \begin{array}{r} 4 \\ -5 \\ \hline 1 \end{array} \\ \hline -20 \\ \hline 01 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \Big| \begin{array}{r} 4 \\ -7 \\ \hline 1 \end{array} \\ \hline -28 \\ \hline 00 \end{array}$$

مخرج مشترک برای دو

بعد از انتخاب و پیدا کردن کوچک ترین مخرج مشترک می آوریم.

$$\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$$

✓ این کار را می توان با کسر کوچک تر نیز شروع کرد ولی مراحل کار طولانی تر شده و انجام آن سخت تر خواهد بود.

نکته ۸: در کسرهای مساوی یا تناسب ها برای پیدا کردن عدد داخل \square می توان از این دو روش استفاده کرد.

$$\frac{\square}{6} = \frac{4}{8} \rightarrow \square = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$

طرفین وسطین

$$\div 2 \left(\frac{\square}{6} \right) = \frac{4}{8} \div 2$$

الگویابی



کار در خانه

۱- روی محور زیر عملیات خواسته شده را انجام داده و به سؤالات پاسخ دهید.



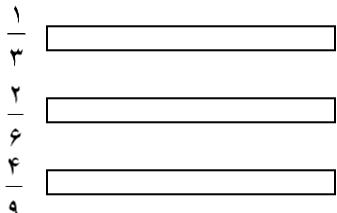
الف) عددهای $\frac{3}{2}$ و $\frac{7}{4}$ را روی محور نمایش دهید.

ج) عددهای $\frac{11}{3}$ و $\frac{7}{2}$ را روی محور نمایش دهید.

ه) آیا پاسخ دادن به سؤال «ب» راحت تر بود یا پاسخ دادن به سؤال «د»؟ چرا؟

و) برای رفع این مشکل چه راهکاری پیشنهاد می کنید؟

۲- در شکل های مقابل سه نوار کاغذی باریک هم اندازه داریم:



الف) به اندازه کسر خواسته شده از نوارها را رنگ بزنید.

ب) به جای کلمه مناسب بنویس.

$\frac{1}{3}$ با $\frac{2}{6}$ است و $\frac{2}{6}$ از $\frac{4}{9}$ است . پس $\frac{1}{3}$ با $\frac{4}{9}$ مساوی

۳- بجای کلمه مناسب بنویسید.

$\frac{1}{3}$ با $\frac{2}{6}$ است و $\frac{2}{6}$ از $\frac{4}{9}$ است لذا $\frac{1}{3}$ با $\frac{4}{9}$ مساوی

$\frac{4}{8}$ از $\frac{3}{7}$ است و $\frac{3}{7}$ از $\frac{4}{5}$ است پس $\frac{4}{8}$ از $\frac{3}{7}$ است.

۴- بدون نوشتن عملیات، تساوی های زیر را به طور ذهنی محاسبه و کامل کنید. (لفماد کوچک ترین مضرب مشترک است)

$$40 \square 20 =$$

$$15 \square 20 =$$

$$5 \square 2 =$$

-۵- تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\{ \dots و و و و و = مجموعه ای مضرب های عدد ۱۸$$

$$\{ \dots و و و و و = مجموعه ای مضرب های عدد ۱۲$$

$$\{ \dots و و = مضرب های مشترک ۱۸ و ۱۲$$

$$= کوچک ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۱۲ \Rightarrow ۱۲ ل ۱۸ =$$

-۶- کسرهای زیر را ابتدا ساده کنید و سپس حاصل را بنویسید.

$$\frac{۳۰ \times ۲۱ \times ۱۸}{۴۹ \times ۴۵ \times ۱۲} =$$

$$\frac{۱۲ \times ۳۰ \times ۳}{۱۸ \times ۴۲ \times ۴} =$$

$$\frac{۳۶ \times ۱۸}{۲۷ \times ۹} =$$

$$\frac{۲۱ \times ۲۷ \times ۹۰}{۸۱ \times ۳۰ \times ۷} =$$

$$\frac{۱۸ \times ۸۸}{۳۳ \times ۲۷} =$$

$$\frac{۴۸ \times ۳۶ \times ۴۹}{۱۸ \times ۴۲ \times ۳۲} =$$

$$\frac{۹۶ \times ۱۲۵ \times ۸}{۶۴ \times ۵۰} =$$

$$\frac{۲۴ \times ۳۲}{۸ \times ۷۲} =$$

$$\frac{۱۶ \times ۴۹ \times ۱۵}{۲۴ \times ۲۸ \times ۲۰} =$$

-۷- به جای \square عدد مناسب بنویسید. (از روش طرفین وسطین استفاده کنید).

$$\frac{\square}{۲۰} = \frac{۴۵}{۶۰} \rightarrow$$

$$\frac{۶}{\square} = \frac{۹}{۸} \rightarrow$$

$$\frac{۵}{\square} = \frac{۱۱۰}{۱۵} \rightarrow$$

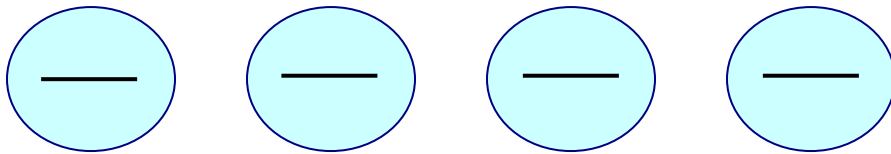
$$\frac{۴۹}{\square} = ۷ \rightarrow$$

-۸- سروناز به ساناز گفت من $\frac{۲}{۵}$ کتاب ریاضی ششم و تو $\frac{۳}{۶}$ همین کتاب را مطالعه کرده ای، کدامیک از ما دو نفر صفحات بیشتری را مطالعه کرده ایم؟ ساناز بدون محضی گفت: من !!
به نظر شما ساناز چگونه به صورت ذهنی جواب داده است؟ آیا جوابش درست بود؟



-۹- دو کسر بنویسید که از کسر $\frac{4}{7}$ بزرگتر و از کسر $\frac{2}{3}$ کوچک تر باشند (بین $\frac{4}{7}$ و $\frac{2}{3}$ باشند)

۱۰- چهار کسر بنویسید که بین دو کسر $\frac{3}{5}$ و $\frac{4}{7}$ بیشتر و از $\frac{4}{5}$ کمتر باشد

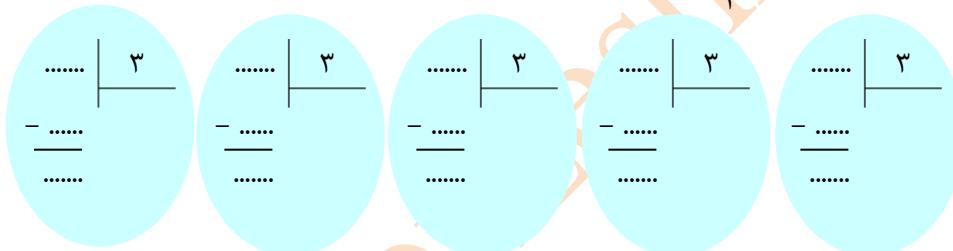


۱۱- می خواهیم با کمک همدیگر کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ را به دست آوریم:

الف) ابتدا چند مخرج، مساوی با مخرج کسر $\frac{3}{4}$ (کسر بزرگ تر) بنویسید.

$$\frac{3}{4} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

ب) مخرج های به دست آمده را بر مخرج کسر دیگر ($\frac{2}{3}$) تقسیم کنید.



ج) باقیمانده تقسیم کدام اعداد بر عدد ۳ مساوی صفر شد؟



د) کدام عدد را به عنوان کوچک ترین مخرج مشترک در نظر می گیرید؟

۱۲- کوچک ترین مخرج مشترک دو عدد ۸ و ۱۲ چه عددی است؟

- ۲۴ ۹۲ ۳۶ ۱۸

۱۳- بدون انجام دادن عملیات و به طور ذهنی بگویید که کسر $\frac{7}{13}$ بزرگتر است یا کسر $\frac{3}{6}$ ؟

- هر دو برابرند حتماً باید ابتدا هم مخرج کنیم. $\frac{3}{6}$ $\frac{7}{13}$

۱۴- کدامیک از کسرهای زیر با $\frac{6}{15}$ برابر است؟

تمام موارد

$$\boxed{} \frac{48}{120}$$

$$\boxed{} \frac{24}{60}$$

$$\boxed{} \frac{2}{5}$$



۱۵ - چه کسری از شکل مقابل رنگی است? 

$$\boxed{} \frac{1}{3}$$

$$\boxed{} \frac{2}{18}$$

$$\boxed{} \frac{2}{12}$$

$$\boxed{} \frac{2}{4}$$