



آنچه ملاحظه می‌فرمائید؛ تست‌ها و پاسخ تشریحی تست‌های مربوط به "ریاضی" کنکور سراسری سال ۱۳۹۹ رشته علوم تجربی داخل کشور است. تست‌ها از ابتدا (از شماره ۱۲۶ تا ۱۵۵) است که ابتدا تست‌ها آورده شده و سپس تست‌ها به همراه پاسخ تشریحی آنها.

این پاسخی که در فایل مشاهده می‌فرمائید، همان متنی است که از آن در فیلم "ریاضی کنکور تجربی ۹۹" فیلمبرداری شده و فیلم آن در صفحه **اصل مطلب** سایت فیلم آموزش ریاضی و فیزیک ([riazi.blog.ir](http://riazi.blog.ir)) در دسترس است. توصیه می‌شود که برای دانلود فیلم با کیفیت اصلی از لینک‌های تلگرام و یا گوگل درایو فیلم که در همان صفحه در دسترس است استفاده کنید.

### لازم است بدانید:

- با وجودی که در حل تست‌ها، توضیحات لازم ارائه شده است، اما آنچه نیاز است در مورد هر مبحث در فیلم آموزشی مربوطه به آن در صفحه پایه مربوطه داده شده است. مثلاً چنانچه در مورد مشتق و یا مشتق پذیری نیاز به توضیح می‌بینید، لازم است که با مراجعه به صفحه دوازدهم سایت، فیلم مربوطه را که آموزش مبحث مشتق (یا مشتق پذیری) است بر مبنای کتاب درسی و تمرینات آن ارائه شده است، دانلود کرده و مشاهده فرمائید.
- توجه داشته باشید که در کنکور سراسری، صرفاً توانایی افراد در حل تست‌ها مورد محک قرار نمی‌گیرد، بلکه سوالاتی با راه‌حل‌های طولانی و سوالاتی مشکل ارائه می‌شود تا توانایی داوطلب در کنترل وضعیت استرس و جمع و جور کردن اوضاع را بسنجند. مثلاً در این آزمون شما سوال اول را در نظر بگیرید که راه‌حل نسبتاً طولانی دارد و کافی است یک منفی اشتباه شود تا به جواب نرسیم. شاید اگر هر داوطلبی که در آزمون‌های مشابه، تجربه بدست نیاورده با این سوال آغاز کند و حتماً بیش از دو دقیقه وقت صرف آن خواهد کرد و احتمالاً دچار اشتباه محاسباتی هم می‌شود و یا ادامه می‌دهد و بیشتر وقت را از دست می‌دهد و با اعصاب خرد به ادامه آزمون می‌پردازد و یا آن را رها می‌کند و اثر آن در طول آزمون حس می‌کند.
- با وجودی که سوالات امسال – به دلیل کرونا – از بخش‌هایی از کتاب دوازدهم که همواره مورد سوال قرار می‌گیرد، "بیضی" و "دایره" نیامده است، بدیهی است که شما باید با سوالاتی که از این بخش‌ها می‌تواند داده شود نیز آشنا شوید، بنابراین توصیه می‌شود که فیلم "ریاضی کنکور سراسری ۹۸ رشته علوم تجربی" را که در صفحه اصل مطلب است ببینید.
- سوالات متوسط در آزمون امسال (۹۹) قابل توجه بودند اما سوالاتی سخت نیز در بین آنها وجود داشت. اینکه سوالات قابل حل (متوسط) را تشخیص دهیم، تنها زمانی صورت می‌گیرد که تسلط کافی بر تمرینات، کار در کلاس‌ها و مثال‌های کتاب درسی داشته باشیم. بنابراین حتماً باید در طول سال تحصیلی بر روی کتاب درسی کار کنید.
- اینکه اصطلاح "تستی کار کردن" را برخی بکار می‌گیرند، حتی از سوی مولفان کتاب‌های کنکوری قابل درک نیست. بسیاری از این مولفان اعتقاد دارند که تستی حل کردن برای کسی مطرح است که با توانایی و تسلط در حل تشریحی به سرعت لازم برای حل رسیده است. مثلاً "رد گزینه" در برخی از تست‌ها می‌تواند به عنوان یک تکنیک بکار گرفته شود، اما اولاً تشخیص امکان آن و ثانیاً بکارگیری درست آن، تنها از سوی داوطلبی انجام می‌گیرد که بارها و بارها سوال را از راه تشریحی حل کرده است و به این "تشخیص" می‌رسد که چگونه انجام دهد. (تنها استثناء، استفاده از قاعده هویپیتال در حل تست مربوط به حد است که این قاعده را در فیلم توضیح دادیم.)
- از آنجائی که تمامی مطالب ریاضی رشته علوم تجربی در رشته ریاضی و فیزیک وجود دارد، بنابراین همانند تمامی مطالب ریاضی تجربی، این تست‌ها و فیلم مربوطه به آن برای دانش‌آموزان رشته ریاضی توصیه می‌شود.

■ سوالات متوسط در آزمون امسال (۹۹) قابل توجه بودند اما سوالاتی سخت نیز در بین آنها وجود داشت. اینکه سوالات قابل حل (متوسط) را تشخیص دهیم، تنها زمانی صورت می‌گیرد که تسلط کافی بر تمرینات، کار در کلاس‌ها و مثال‌های کتاب درسی داشته باشیم. بنابراین حتما باید در طول سال تحصیلی بر روی کتاب درسی کار کنید.

"ریاضی را باید با صبر و حوصله پیش بُرد"

اصلا "زمان" را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه‌ای" است که در هنگام خود به بهره می‌رسد.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک: [riazi.blog.ir](http://riazi.blog.ir)

۱۲۶- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ ، کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt{3}$  (۲)  $-1 + \sqrt{2}$  (۳)  $1 - \sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی  $\dots, \{4, 3, 2\}, \{1\}$ . در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

- (۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

۱۲۸- فرض کنید چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$  بخش‌پذیر باشد. اگر  $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم  $Q(x)$  بر  $x - 2$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۹- معادله درجه دوم  $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{2}$  (۲) ۳ (۳) -۱ (۴)  $-\frac{5}{2}$

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله  $3 < \frac{x+1}{2x-1} < 1$ ، کدام است؟

- (۱)  $(\frac{1}{5}, \frac{1}{6})$  (۲)  $(\frac{1}{2}, \frac{5}{8})$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(2, \frac{5}{8})$

۱۳۱- فرض کنید نقاط  $(-2, 5)$ ،  $(0, 5)$  و  $(1, 11)$  بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱)  $(-1, 3)$  (۲)  $(-1, 4)$  (۳)  $(2, 9)$  (۴)  $(2, 15)$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور  $y$  ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{15}$  (۲)  $6\sqrt{7}$  (۳)  $4\sqrt{17}$  (۴)  $6\sqrt{10}$

۱۳۳- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع با ضابطه  $y = |2x^2 - 4|$  در زیر خط  $y = 2x$  واقع است. بیشترین مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۴- اگر  $f(x) = 2x - |2x|$  و  $g(x) = -x^2 + 4x$  باشند، برد تابع  $g \circ f$ ، کدام است؟

- (۱)  $[0, 2)$  (۲)  $[0, 3)$  (۳)  $[0, 4)$  (۴)  $[1, 4)$

۱۳۵- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $f(6) + g(12)$ ، کدام است؟

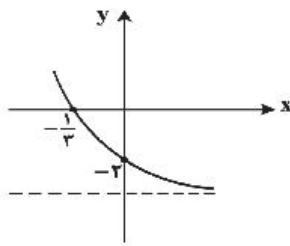
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۱۳۶- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{2}{x}$  در دامنه  $D_f = (-\infty, 0)$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمی‌ساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۱۳۷- اگر  $\log_4 3 = \frac{5}{8}$  باشد، مقدار  $\log_{13} 6$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{18}$  (۲)  $\frac{8}{11}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{7}{9}$



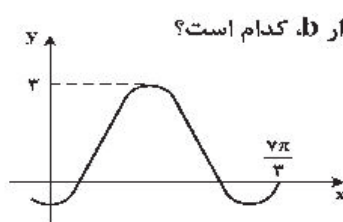
۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$  است.  $f(-\frac{1}{3})$ ، کدام است؟

- (۱) ۵۴  
(۲) ۶۰  
(۳) ۴۸  
(۴) ۲۸

۱۳۹- فرض کنید در دامنه  $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ ، مفروض باشد.  $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

(۱)  $\log_2(2 - \sqrt{3})$  (۲)  $\log_2(\sqrt{3} - 1)$  (۳)  $\log_2(1 + \sqrt{3})$  (۴)  $\log_2(2 + \sqrt{3})$   
۱۴۰- حاصل عبارت  $\sin(84^\circ) \cos(30^\circ) + \tan(48^\circ) \sin(21^\circ) + \tan(30^\circ)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

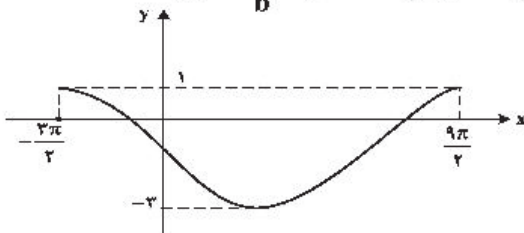
- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲



۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = a + b \sin(\frac{\pi}{3} + x)$  است. مقدار  $b$ ، کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) -۲

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت  $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲  
(۲) -۳  
(۳) -۴  
(۴) -۶

۱۴۳- جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ ، با شرط  $x \neq k\pi$ ، که در آن  $k$  یک عدد صحیح است، کدام

است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{3}$  (۳)  $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$  (۴)  $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۱۴۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 2}{x + 2}$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\infty$  (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۱۴۵- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^a - 12}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{24}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{5}{36}$

۱۴۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x^2-x} \right)^3$  در نقطه  $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{5}{2}$  (۴)  $-\frac{15}{4}$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$  از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

- (۱)  $\frac{2}{1}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{1}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۸۷ (۳) ۹۱ (۴) ۹۵

۱۵۱- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱)  $\frac{1}{14}$  (۲)  $\frac{1}{21}$  (۳)  $\frac{1}{28}$  (۴)  $\frac{1}{56}$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

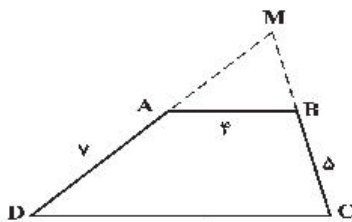
داده	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴
------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۱۷ (۴) ۰/۱۸

۱۵۳- مثلثی با رأس‌های  $A(1, 5)$ ،  $B(7, 3)$  و  $C(2, -2)$  مفروض است. اندازه ارتفاع  $AH$  در مثلث  $ABC$ ، کدام است؟

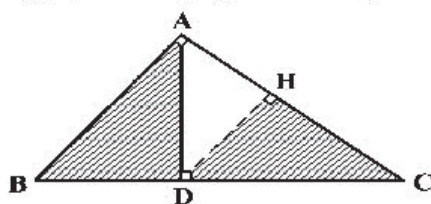
- (۱) ۴ (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳) ۵ (۴)  $4\sqrt{2}$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث  $MAB$ ، کدام است؟



- (۱)  $13/2$  (۲)  $13/6$  (۳)  $14/4$  (۴)  $14/8$

۱۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول اضلاع قائم  $AB = \sqrt{3}$  و  $AC = 2$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه  $HCD$  و  $ABD$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{7}$  (۲)  $\frac{4}{7}$  (۳)  $\frac{16}{21}$  (۴)  $\frac{8}{9}$



۱۲۶ - حاصل عبارت  $2(\sqrt{9}-1)^{-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}$  کدام است؟

$\sqrt{2}-2\sqrt{3}$  (۴)

$1-\sqrt{2}$  (۳)

$-1+\sqrt{2}$  (۲)

$1+\sqrt{3}$  (۱)

$$\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}}$$

$$\sqrt{9} - 1 = \sqrt{3^2} - 1 = \sqrt{3} - 1$$

$$(\sqrt{3} - 1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} - 2\left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} - (\sqrt{3} + 1)$$

$$\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 5 + \sqrt{18} + \sqrt{6}}{5 - \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 5 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{5 - \sqrt{6}}$$

$$\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{6} - 5}{5 - \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - (5 - \sqrt{6})}{5 - \sqrt{6}} = \sqrt{2} - 1 \quad \text{گزینه (۲)}$$

$$\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} = \frac{25\sqrt{2} + 5\sqrt{12} - 10\sqrt{3} - 2\sqrt{18}}{19} = \frac{25\sqrt{2} + 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3}}{19} = \frac{19\sqrt{2}}{19} = \sqrt{2}$$

۱۲۷ - اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد. یعنی ...، {۲، ۳، ۴}، {۱} در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

۷۴ (۴)

۷۲ (۳)

۷۲ (۲)

۷۱ (۱)

$$\{1\} \quad \{2, 3, 4\} \quad \{5, 6, 7, 8, 9\} \quad \{10, 11, \dots, 16\}$$

دسته نهم

$$\text{واسطه حسابی} = \frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{2} \rightarrow \frac{10 + 16}{2} = \frac{26}{2} = 13 \quad \text{گزینه (۳)}$$



۱۲۸- فرض کنید چند جمله‌ای  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر باشد. اگر  $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$  آنگاه حاصل تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-2$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

$$P(x) \div \frac{x^2-1}{\square}$$

$$P(x) = (x^2-1) \times \square + 0$$

$$Q(x) \div \frac{x-2}{\square}$$

$$Q(x) = (x-2) \times \square + 0$$

$$P(x-1) + P(1-x) = (x-2) \times \square + 0$$

$$x=2 \quad P(2-1) + P(1-2) = (2-2) \times \square + 0$$

$$P(1) + P(-1) = 0 \times \square + 0$$

$$0 + 0 = 0 + 2$$

$$\Rightarrow r=0 \quad \text{گزینه (۱)}$$

۱۲۹- معادله درجه دوم  $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$-\frac{5}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

$\frac{7}{2}$  (۱)

$$x^2 - Sx + P = 0 \quad S = x_1 + x_2$$

$$P = x_1 \cdot x_2$$

$$3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$$

$$x^2 + \left(\frac{2m-1}{3}\right)x + \frac{2-m}{3} = 0$$

$$-\left(\frac{2m-1}{3}\right) = \frac{3}{2-m} \rightarrow \frac{1-2m}{3} = \frac{3}{2-m}$$

$$\Rightarrow 2-m-6m+2m^2=9 \rightarrow 2m^2-5m-7=0$$

$$m=-1 \rightarrow 3x^2-3x+2=0$$

$$x^2-x+1=0$$

$$\Delta < 0$$

$$\Delta = 25 - 4 \times 2 \times (-7) = 25 + 56 = 81$$

$$m = \frac{5 \pm 9}{4} \rightarrow \frac{5+9}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \quad \text{گزینه (۱)}$$

$$\rightarrow \frac{5-9}{4} = -1 \quad \text{غلقق}$$



۱۳۰ - مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$  کدام است؟

(۲, ۵/۸) (۴)

(۲, ۱) (۳)

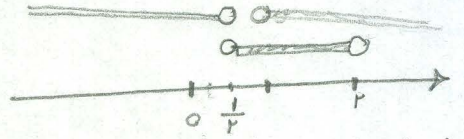
(۲, ۱/۲) (۳)

(۱, ۵/۶) (۱)

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} \rightarrow \frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{x+1-2x+1}{2x-1} > 0$$

$$\frac{-x+2}{2x-1} > 0$$

	$\frac{1}{2}$	۲	
$2x-1$	-	0	+
$-x+2$	+	+	0
	-	+	-



گزینه (۱)  $(\frac{1}{2}, 2) = (0.5, 2)$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0$$

$$\frac{x+1-6x+3}{2x-1} < 0 \rightarrow \frac{-5x+4}{2x-1} < 0$$

	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	
$2x-1$	-	0	+
$-5x+4$	+	+	0
	-	+	-

گزینه (۴)

روش دوم: (از گزینه)  $x=1$   $\frac{1+1}{1} = 2$  ✓

$x=1.5$   $\frac{1.5+1}{2} = 1.25$  ✓

۱۳۱ - فرض کنید نقاط  $(-2, 5)$ ،  $(0, 5)$  و  $(1, 11)$  بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۲, ۱۵) (۴)

(۲, ۹) (۳)

(۴, -۱) (۲)

(۳, -۱) (۱)

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$(0, 5) \rightarrow f(0) = 0 + 0 + c = 5 \rightarrow c = 5$$

$$(-2, 5) \rightarrow f(-2) = 4a - 4b + 5 = 5 \rightarrow \begin{cases} 4a - 4b = 0 \\ 4a - b = 0 \rightarrow b = 4a \end{cases}$$

$$(1, 11) \rightarrow f(1) = a + b + 5 = 11$$

$$a + b = 6$$

$$4a = 6 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$b = 3$$

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 3x + 5$$

$$f(-1) = \frac{3}{2} - 3 + 5 = \frac{5}{2}$$

گزینه (۱)  $(-1, \frac{5}{2})$  ✓



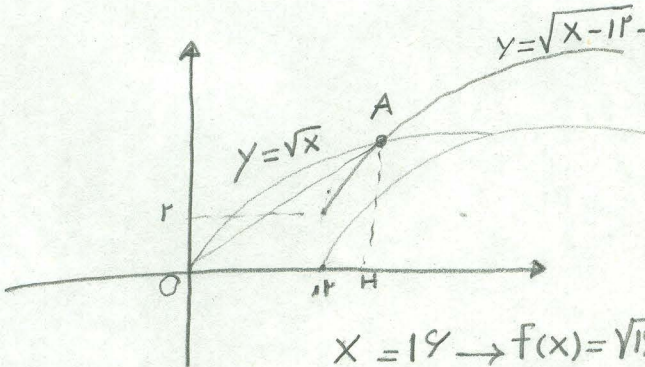
۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها،  $12$  واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور  $y$  ها،  $2$  واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$  از مبدأ مختصات، کدام است؟

۴)  $6\sqrt{10}$

۳)  $4\sqrt{17}$

۲)  $6\sqrt{7}$

۱)  $4\sqrt{15}$



$$\sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2$$

$$x-12 = x - 4\sqrt{x} + 4$$

$$4\sqrt{x} = 16$$

$$\sqrt{x} = 4 \rightarrow x = 16$$

$$x = 16 \rightarrow f(x) = \sqrt{16} = 4$$

$$OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$OA^2 = 12^2 + 4^2$$

$$OA = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{4^2(9+1)} = 4\sqrt{10}$$

گزینه (۴)

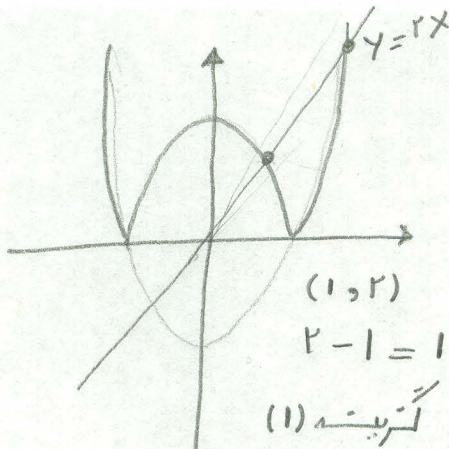
۱۳۳- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع با ضابطه  $y = |2x^2 - 4|$  در زیر خط  $y = 2x$  واقع است. بیشترین مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



$(1, 2)$

$2 - 1 = 1$

گزینه (۱)

$$2x = |2x^2 - 4|$$

$$2x^2 - 4 = 2x \quad (1)$$

$$2x^2 - 4 = -2x \quad (2)$$

$$x^2 - 2 = x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

مقادیر  $x = 2$  و  $x = -1$

$$x^2 - 2 = -x$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad (x+2)(x-1) = 0$$

مقادیر  $x = -2$  و  $x = 1$



۱۳۴- اگر  $f(x) = 2x - [2x]$  و  $g(x) = -x^2 + 4x$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

(۴)  $(1, 4)$

(۳)  $(0, 4)$

(۲)  $(0, 2)$

(۱)  $(0, 2)$

$$f(x) = 2x - [2x]$$

$$0 \leq 2x < 1 \rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \rightarrow [2x] = 0$$

$$f(x) = 2x$$

$$1 \leq 2x < 2 \rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1 \rightarrow [2x] = 1$$

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g \circ f = g(f(x))$$

بجایابی مقادیر  $x$

$$0 \leq f(x) < 1$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

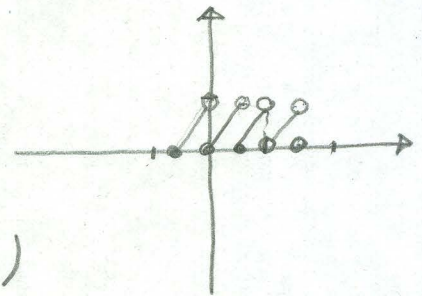
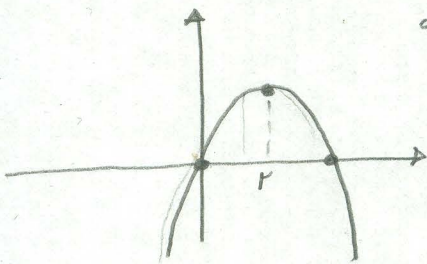
$$x(-x + 4)$$

$$g(0) = 0$$

$$g(1) = -1 + 4 = 3$$

$(0, 3)$

گزینه (۲)



۱۳۵- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $g(9) + g(12)$  کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

$$g(x) = f^{-1}(x)$$

$$x \rightarrow f \rightarrow f(x)$$

$$f^{-1}(9) + f^{-1}(12)$$

$$f(x) \rightarrow f^{-1} \rightarrow x$$

$$9 = x + \sqrt{x} \rightarrow x = 4$$

$$f^{-1}(f(x)) = x$$

$$12 = x + \sqrt{x} \rightarrow x = 9$$

$$f^{-1}(9) = 4$$

$$f^{-1}(12) = 9$$

$$\Rightarrow g(9) + g(12) = 4 + 9 = 13$$

گزینه (۳)



۱۳۶- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{2}{x}$  در دامنه  $D_f = (-\infty, 0)$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۲ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{2}{4}$  (۱)

$$f(x) = x - \frac{2}{x}$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$f(x) \rightarrow -\infty$$

$$f(-1) = -1 + \frac{2}{1} = +1$$

$$f(-2) = -2 - \frac{2}{-2} = -1$$

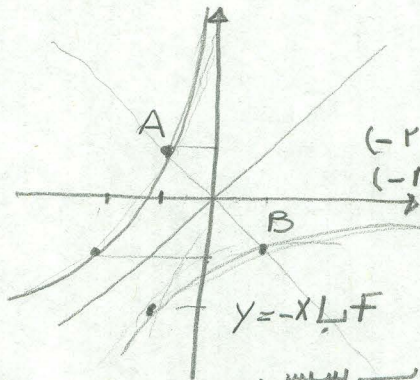
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{2}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} + 4 = 3,5$$

$$x - \frac{2}{x} = -x$$

$$2x = \frac{2}{x} \rightarrow x = \pm 1$$

$$x = -1$$

$$-1 - \frac{2}{-1} = 1$$



$f$

$f^{-1}$

$$(-2, -1) \rightarrow (-1, -2)$$

$$(-1, 1) \rightarrow (1, -1)$$

ابتدا مثل تلاقی  $f$  با  $y = -x$

را دست می‌آوریم سپس

نسبت به  $y = x$  قرینه

می‌کنیم. تا هم‌تصاوت نظیر

آن در  $f^{-1}$  بدست آید

$$A(1, 1) \rightarrow B(1, -1)$$

گزینه (۲)

۱۳۷- اگر  $\log_4 3 = 0,8$  باشد، مقدار  $\log_{12} 6$  کدام است؟

$\frac{7}{9}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{8}{11}$  (۲)

$\frac{13}{18}$  (۱)

$$\log_{12} 6 = \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 4 + \log 3}$$

$$= \frac{\log 2 + \log 3}{2 \log 2 + \log 3}$$

$$= \frac{\log 2 + 1,6 \log 2}{2 \log 2 + 1,6 \log 2} = \frac{2,6 \log 2}{3,6 \log 2}$$

$$= \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

گزینه (۱)

$$\log_4 3 = 0,8$$

$$\frac{\log 3}{\log 4} = 0,8$$

$$\log 3 = 0,8 \log 4$$

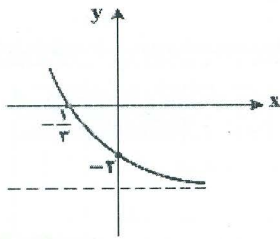
$$\log 3 = 1,6 \log 2$$

$$2 \log 2$$

$$\log 3 = 1,6 \log 2$$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -f + 2^{ax+b}$  است.  $f(-\frac{\Delta}{3})$  کدام است؟



۵۴ (۱)

۶۰ (۲)

۴۸ (۳)

۲۸ (۴)

$$\begin{aligned} (-\frac{1}{3}, 0) & \quad f(-\frac{1}{3}) = -f + 2^{-\frac{1}{3}a+b} = 0 \\ (0, -2) & \quad f(0) = -f + 2^{0+b} = -2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow 2^b = 2 \rightarrow \boxed{b=1}$$

$$-f + 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 0 \rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a+1} = f$$

$$f(x) = -f + 2^{-3x+1} \Rightarrow -\frac{1}{3}a+1 = 2$$

$$f(-\frac{\Delta}{3}) = -f + 2^{-3(-\frac{\Delta}{3})+1} \quad -\frac{1}{3}a = +1$$

$$f(-\frac{\Delta}{3}) = -f + 2^{\Delta+1} \quad \boxed{a=-3}$$

$$= -f + 2^4 = 60 \quad \text{گزینه (۲)}$$

۱۳۹- فرض کنید در دامنه  $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$  مفروض باشد.  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

(۱)  $\log_2(2-\sqrt{3})$  (۲)  $\log_2(\sqrt{3}-1)$  (۳)  $\log_2(1+\sqrt{3})$  (۴)  $\log_2(2+\sqrt{3})$

$$f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$$

$$\frac{2^x + 2^{-x}}{2} = 2 \rightarrow 2^x + 2^{-x} = 4 \quad 2^x = a$$

$$a + \frac{1}{a} = 4$$

$$a^2 + 1 = 4a \rightarrow a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\rightarrow x = \log_2(2 + \sqrt{3}) \quad \text{گزینه (۴) } x > 0$$

$$2^x = 2 - \sqrt{3} \rightarrow x = \log_2(2 - \sqrt{3}) \quad x < 0 \quad \text{غرفق}$$

۱۴۰ - حاصل عبارت  $\tan(30^\circ)\cos(210^\circ) + \tan(48^\circ)\sin(84^\circ)$  کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

$$\tan(340^\circ - 40^\circ) = -\tan 40^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

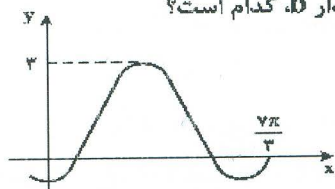
$$\tan 48^\circ = \tan(36^\circ + 12^\circ) = \tan(12^\circ) = \tan(180^\circ - 162^\circ) = -\sqrt{3}$$

$$\sin 84^\circ = \sin(72^\circ + 12^\circ) = \sin(12^\circ) = \sin(180^\circ - 168^\circ) = \sin 12^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} + (-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

گزینه (۲)

۱۴۱ - شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{r} + x\right)$  با ضابطه  $y = a + b \cos x$  است. مقدار  $b$  کدام است؟



۲ (۱)

۱ (۲)

-۱ (۳)

-۲ (۴)

گزینه (۲)

$$y = a - b = 3$$

$$y = a + b \cos x$$

$$\left(\frac{\sqrt{\pi}}{r}, 0\right) \quad f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{r}\right) = a + b \sin\left(\frac{\pi}{r} + \frac{\sqrt{\pi}}{r}\right)$$

$$= a + b \cos \frac{\sqrt{\pi}}{r}$$

$$= a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{r}\right)$$

$$= a + \frac{b}{r} = 0$$

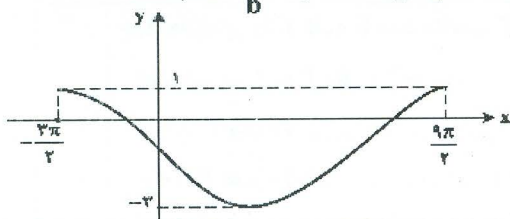
$$\begin{cases} a - b = 3 \\ a + \frac{b}{r} = 0 \end{cases}$$

$$-\frac{r}{r}b = 3 \rightarrow b = -3 \quad a = 1$$

گزینه (۴)



۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت  $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

دوره تناوب  $T = \frac{9\pi}{2} - (-\frac{3\pi}{2}) = \frac{12\pi}{2} = 6\pi$

$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow b = \frac{1}{3}$

حالتزیسم  $y = -a + c = 1 \rightarrow 2c = -2 \rightarrow c = -1$

حالتزیسم  $y = a + c = -3 \rightarrow a = -2$

$\frac{-2}{\frac{1}{3}} = -6$  (۴) گزینه

۱۴۳- جوابهای معادله مثلثاتی  $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ ، با شرط  $x \neq k\pi$ ، که در آن  $k$  یک عدد صحیح است، کدام

است؟

$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$  (۴)

$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$  (۳)

$\frac{2k\pi}{3}$  (۲)

$\frac{k\pi}{3}$  (۱)

$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$

$\sin \alpha = \cos \beta$

$\beta, \alpha$   
متناسقند

$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$

$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4})$

$\sin x = \sin \alpha \quad x = 2k\pi + \alpha$

$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x$

$3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

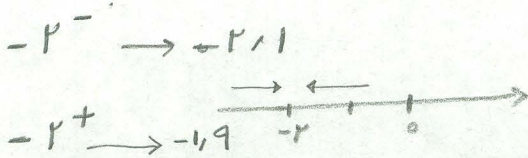
گزینه (۴)



۱۴۴ - حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2}$  کدام است؟  
 -۱ (۲)      -∞ (۱)

۱ (۴)

صفر (۳)



$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[-2, 1] + 3}{-2 + 2} = \frac{-2 + 3}{0} = 0$$

گزینه (۳)

۱۴۵ - تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  کدام است؟

$\frac{5}{36}$  (۴)

$\frac{1}{12}$  (۳)

$\frac{1}{18}$  (۲)

$\frac{1}{24}$  (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{ax}{4x^n} = \frac{1}{6} \quad n=1$$

$$\frac{a}{4} = \frac{1}{6} \rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = \frac{\frac{2}{3}x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x - 12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} \quad \text{رفع ابهام}$$

$$\lim \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{x}{\sqrt{(x^2 - 1)^2}}}{4}$$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{4} = \frac{\frac{4-3}{6}}{4}$$

$$= \frac{1}{24} \quad \text{گزینه (۱)}$$

۱۴۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$  مشتق پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$-\frac{2}{3}$  (۱)

شرط پیوستگی

$$f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

$$f(-2) = \sqrt{5-2(-2)} = 3 \rightarrow -2-2b+c=3$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2b + c$$

شرط مشتق پذیری

$$f'(-2^-) = f'(-2^+)$$

$$\frac{-2}{2\sqrt{5-2x}} \rightarrow f'(-2^-) = \frac{-2}{2 \times 3} = -\frac{1}{3}$$

$$f'(-2^+) \rightarrow -x + b \rightarrow +2 + b = -\frac{1}{3} \rightarrow b = -\frac{7}{3}$$

$$-2 - 2x(-\frac{7}{3}) + c = 3$$

$$-2 + \frac{14}{3} + c = 3 \rightarrow c = 5 - \frac{14}{3}$$

گزینه (۳)  $c = \frac{1}{3}$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x^2-x} \right)^2$  در نقطه  $x=2$  کدام است؟

$-\frac{15}{4}$  (۴)

$-\frac{5}{2}$  (۳)

$-\frac{5}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{4}$  (۱)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x^2 - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2-x)^2 - 2(2x-1)(x^2-x)^2(x^2+2x)}{(x^2-x)^4}$$

$$f'(2) = \frac{(2 \times 2 + 2)(2^2 - 2)^2 - 2(2 \times 2 - 1)(2^2 - 2)^2(2^2 + 2)}{(2^2 - 2)^4}$$

$$f'(2) = \frac{9 \times 8 - 2 \times 3 \times 2 \times 8}{9 \times 8} = \frac{8 - 12}{8}$$

$$\frac{8}{8} - \frac{3}{2} = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}$$

گزینه (۴)  $-\frac{15}{4}$



۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x + \sqrt{fx - x^2}$  از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

$2\sqrt{2}$  (۴)

$2$  (۳)

$\sqrt{2}$  (۲)

$1$  (۱)

$$f'(x) = 1 + \frac{f - 2x}{2\sqrt{fx - x^2}} = \frac{2\sqrt{fx - x^2} + f - 2x}{2\sqrt{fx - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 2\sqrt{fx - x^2} = 2x - f$$

$$\sqrt{fx - x^2} = x - \frac{f}{2}$$

$$fx - x^2 = x^2 - fx + \frac{f^2}{4} \rightarrow 2x^2 - 2fx + \frac{f^2}{4} = 0$$

$$x^2 - fx + \frac{f^2}{4} = 0$$

$$\Delta = 16 - 8 = 8$$

$$x = \frac{f \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$f(2 + \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{f(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})^2}$$

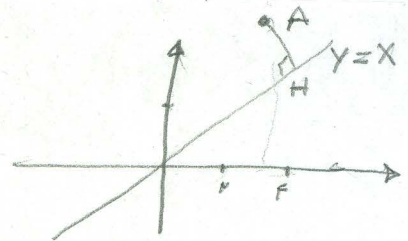
$$= 2 + \sqrt{2} + \sqrt{8 + 4\sqrt{2} - f - 4 - 4\sqrt{2} - 2}$$

$$= 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$f(2 - \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{f(2 - \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2})^2}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{8 - 4\sqrt{2} - f + 4\sqrt{2} - 2}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$$



$$2x^2 - 2fx + \frac{f^2}{4} = 0$$

$$x^2 - fx + \frac{f^2}{4} = 0$$

$$\Delta = 16 - 8 = 8$$

$$x = \frac{f \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

طول / نقطه ماکسیمم  $y - x = 0$

$$AH = | -1 \times (2 + \sqrt{2}) + 2 + 2\sqrt{2} |$$

$$AH = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \quad \text{گزینه (۱)}$$

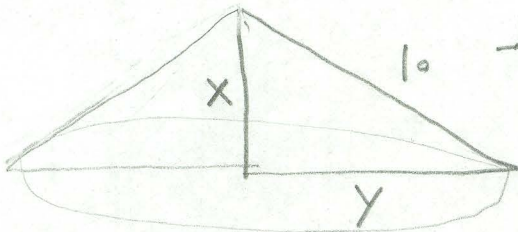
۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

$\frac{\sqrt{2}}{1}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{1}$  (۲)

$\frac{2}{1}$  (۱)



$$V = \frac{1}{3} \pi y^2 x$$

$$x^2 + y^2 = 10^2$$

$$y^2 = 10^2 - x^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi (10^2 - x^2) x$$

$$V = \frac{1}{3} \pi 10^2 x - \frac{1}{3} \pi x^3$$

$$V'(x) = \frac{100 \pi}{3} - \pi x^2$$

$$V'(x) = 0 \rightarrow \frac{100 \pi}{3} = \pi x^2 \rightarrow x = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$y^2 = 10^2 - x^2 \rightarrow y^2 = 100 - \frac{100}{3} = \frac{200}{3}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{10}{\sqrt{3}}}{\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{2} \quad \text{گزینه (۴)}$$



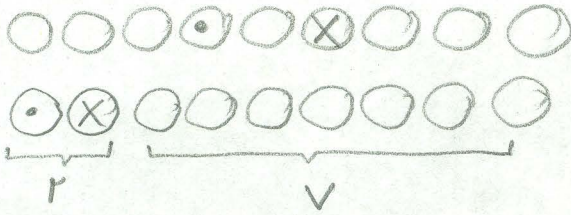
۱۵۰- به چند طریق می توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

۹۵ (۴)

۹۱ (۳)

۸۷ (۲)

۸۴ (۱)



① یکی از آن دو باشد  

$$\binom{7}{1} \binom{7}{4} = \frac{7!}{1! 6!} \times \frac{7!}{4! 3!} = 7 \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 70$$

② هیچکدام نباشد  

$$\binom{7}{5} = \frac{7!}{2! 5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$70 + 21 = 91$   
 گزینه (۳)

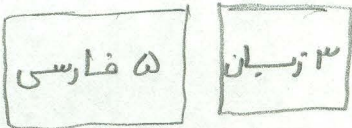
۱۵۱- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده اند. با کدام احتمال کتاب های هم زبان، کنار هم قرار می گیرند؟

۵۶ (۴)

۲۸ (۳)

۲۱ (۲)

۱۴ (۱)



$$\frac{5! \times 3! \times 2}{8!} = \frac{5! \times 3! \times 2}{8 \times 7 \times 6 \times 5!}$$

=  $\frac{1}{28}$  گزینه (۳)

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴
	۵/۱۸ (۴)                      ۵/۱۷ (۳)                      ۵/۱۵ (۲)

۵/۱۲ (۱)

میانه فرضی  
۱۱

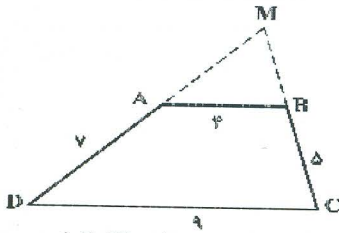
$$\frac{5 \times (-1) + 5 \times 0 + 7 \times 3}{17} = \frac{-5 + 21}{17} = 1$$

۱۱ + ۱ = ۱۲  
میانه

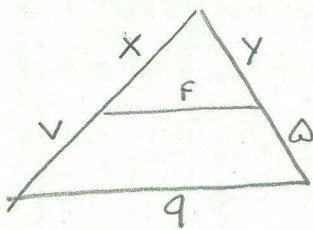
گزینه (۲)  $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,8}{12} = 0,15$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{5(10-12)^2 + 5(11-12)^2 + 7(14-12)^2}{17} = \frac{20 + 5 + 28}{17} = \frac{53}{17} \rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{53}{17}} = \sqrt{3,125} = 1,8$$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



- ۱۳,۲ (۱)
- ۱۳,۶ (۲)
- ۱۴,۴ (۳)
- ۱۴,۸ (۴)



$$\frac{x}{v+x} = \frac{f}{q} \rightarrow qx = 2v + fx \rightarrow vx = 2v \rightarrow x = \frac{2v}{v} = 2$$

$$\frac{y}{y+w} = \frac{f}{q} \rightarrow qy = 2y + 2w \rightarrow wy = 2w \rightarrow y = 2$$

پس  $MAB = \frac{2v}{v} + f + f = \frac{2v}{v} + 4 = 2 + 4 = 6$

گزینه (۲)  $= \frac{2v + 2w}{v} = \frac{4v}{v} = 4$

$$\begin{array}{r} 2v + 2w \\ - 2v \\ \hline 2w \\ - 2w \\ \hline 0 \end{array}$$



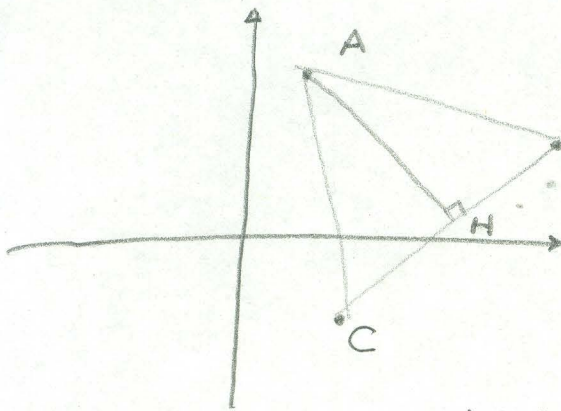
۱۵۳- مثلثی با رأس‌های  $A(1, 5)$ ،  $B(7, 3)$  و  $C(2, -2)$ ، مفروض است. اندازه ارتفاع  $AH$  در مثلث  $ABC$ ، کدام است؟

$4\sqrt{2}$  (۴)

۵ (۳)

$3\sqrt{2}$  (۲)

۴ (۱)



معادله  $BC$  را بدست آورده

فاصله نقطه  $A$  از  $BC$  برابر  $B$

$AH$  است.

$BC$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{3 - (-2)}{7 - 2} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 2 = 1(x - 2)$$

$$y + 2 = x - 2$$

$$y - x + 4 = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$AH = \frac{|-1 \times 1 + 1 \times 5 + 4|}{\sqrt{1 + 1}}$$

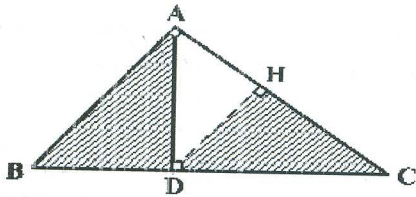
$$AH = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ گزینه (۴)}$$

۱۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول اضلاع قائم  $AB = \sqrt{3}$  و  $AC = 2$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه

$HCD$  و  $ABD$ ، کدام است؟

$\frac{4}{9}$  (۴)

$\frac{3}{21}$  (۳)



$$\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2$$

$$BC = \sqrt{7}$$

$$AB^2 = BD \cdot BC$$

$$AC^2 = DC \cdot BC$$

$$\rightarrow \frac{BD}{DC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$BD + DC = \sqrt{7}$$

$$\frac{3}{4} DC + DC = \sqrt{7} \rightarrow \frac{7}{4} DC = \sqrt{7}$$

$$DC = \frac{\sqrt{7} \times 4}{7} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{S_{\triangle HCD}}{S_{\triangle ABD}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{16}{21} \text{ گزینه (۳)}$$