

۶/۷ درصد فیزیک رشته‌ی ریاضی این جاست. هر چه قدر به مبحث‌های فشار، گرما و کار و انرژی مسلط‌تر باشید، این فصل برایتان آسان‌تر است. توصیه‌ی ما به شما این است که تغییرات کتاب فیزیک ۳ را جدی بگیرید. کتاب درسی جدید به ترمودینامیک نگرشی نسبتاً جدید دارد. ما در تست‌های طرحی، درسنامه‌ها و پاسخ‌ها این موضوع را به خوبی پوشش داده‌ایم.

معادله‌ی حالت گازهای کامل

در تست‌های این بخش توجه ویژه‌ای به تبدیل واحدها داشته باشید. ابتدا سوالات مربوط به تنها یک نوع گاز کامل را بررسی می‌کنیم.

۱۲۶۲- فشار مقدار معینی از یک گاز کامل را دو برابر می‌کنیم. کدام مورد الزاماً درست است؟ (سنجش ۸۶)

- (۱) حجم گاز نصف می‌شود.
 (۲) دمای گاز دو برابر می‌شود.
 (۳) نسبت حجم به دمای مطلق نصف می‌شود.
 (۴) نسبت حجم به دمای مطلق دو برابر می‌شود.

۱۲۶۳- ۴۰۰ مول گاز کامل در فشار 10^4 Pa و دمای 27°C ، چند متر مکعب حجم دارد؟ $(R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

- (۱) ۹/۹۶ (۲) ۱۹/۹۲ (۳) ۱۹۹/۲ (۴) ۹۹/۶

۱۲۶۴- چند مول گاز کامل در فشار ۱ atm و دمای 300 K و حجمش ۴۹/۸ lit است؟ $(R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

- (۱) ۰/۲ (۲) ۲ (۳) ۰/۵ (۴) ۵

۱۲۶۵- در محفظه‌ای به حجم ۰/۸۳ lit، ۲ مول گاز کامل در دمای 27°C وجود دارد. فشار این گاز چند پاسکال است؟ (ثابت گازها $8/3$ واحد SI فرض شود.)

- (۱) $1/5 \times 10^4$ (۲) 6×10^4 (۳) 6×10^3 (۴) $1/5 \times 10^3$

۱۲۶۶- در شرایط متعارفی در اتاقی به ابعاد $4 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ تقریباً چند مول هوا وجود دارد؟ (هوا را گاز کامل فرض کنید و ثابت گازها $8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$.)

- (۱) ۷۵۸۰۰ (۲) ۱۶۷۰۰ (۳) ۵۱۲۳ (۴) ۱۵۸۹ (سنجش ۸۵)

۱۲۶۷- حجم ۴ g هیدروژن در فشار ۲ جو و دمای 273°C تقریباً چند لیتر است؟ $(M_{H_2} = 2 \text{ g/mol})$ (سنجش ۹۰)

- (۱) ۱۱/۲ (۲) ۲۲/۴ (۳) ۴۴/۸ (۴) ۶۷/۲

۱۲۶۸- مخزنی به حجم ۵ lit گاز اکسیژن در فشار 10^5 Pa و دمای 27°C است. جرم گاز موجود در مخزن چند گرم است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

$$(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}, M_{O_2} = 32 \text{ g/mol})$$

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{24}$ (۴) $\frac{20}{3}$

۱۲۶۹- حجم گاز کاملی در فشار 10^5 Pa و دمای 27°C برابر 1 cm^3 است. تعداد مولکول‌های گاز کدام است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}, \text{ عدد آووگادرو} = 6 \times 10^{23})$

- (۱) $2/5 \times 10^{21}$ (۲) $2/5 \times 10^{19}$ (۳) $10^{23}/24$ (۴) $10^{23}/24$ (سراسری ریاضی ۹۱)

۱۲۷۰- در یک محفظه مقداری گاز وجود دارد. اگر حجم گاز را ۲ برابر و دمای آن را (برحسب دمای مطلق) نصف کرده و مقدار گاز را (از نظر جرمی) به نصف تقلیل دهیم، فشار گاز چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲ (سنجش ۸۸)

۱۲۷۱- در یک مخزن، ۴ g گاز هیدروژن در دمای 27°C و در مخزن دیگر ۸ g گاز اکسیژن در دمای 47°C قرار دارد. اگر فشار این دو گاز با هم برابر باشد، نسبت حجم گاز هیدروژن به حجم گاز اکسیژن چه قدر است؟ (هر دو گاز، ایده‌آل فرض شود $M_{H_2} = 2 \text{ g/mol}$.) (سنجش ۹۱)

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{15}{2}$ (۴) ۱۵

۱۲۷۲- دو ظرف با حجم مساوی، یکی محتوی گاز هیدروژن و دیگری محتوی گاز اکسیژن، در دمای یکسان می‌باشند. اگر جرم هیدروژن و اکسیژن برابر باشد، فشار هیدروژن چند برابر فشار اکسیژن است؟ ($M_{H_2} = 2 \text{ g/mol}$, $M_{O_2} = 32 \text{ g/mol}$)

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۱ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۲۷۳- در ظرفی به حجم ۲ lit، گاز هیدروژن با فشار ۱ atm و در ظرف دیگری به حجم ۳ lit، گاز اکسیژن با فشار ۲ atm در دمای مساوی موجود است. نسبت تعداد مولکول‌های اکسیژن به تعداد مولکول‌های هیدروژن تقریباً چه قدر است؟ (گازها را ایده آل فرض کنید.)

- (۱) $\frac{3}{16}$ (۲) ۳ (۳) ۵۶ (۴) $\frac{16}{3}$

۱۲۷۴- جرم ۵/۶ lit گاز اکسیژن در فشار ۲ جو و دمای ۹۱°C چند گرم است؟ (می‌دانیم حجم یک مول اکسیژن در شرایط متعارفی (فشار یک جو و دمای ۰°C برابر ۲۲/۴ lit است.) (سراسری تهرپی ۷۸)

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۲۷۵- اگر حجم یک مول گاز در فشار یک جو و دمای ۰°C برابر ۲۲/۴ lit باشد، حجم ۶ g هیدروژن در فشار ۲ جو و دمای ۱۸۲°C چند لیتر است؟ (با فرض کامل بودن گاز $M_{H_2} = 2 \text{ g/mol}$) (سراسری تهرپی ۸۶)

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۵۶ (۴) ۸۴

۱۲۷۶- اگر حجم یک مول اکسیژن (گاز کامل) در شرایط متعارفی (فشار یک جو و دمای ۰°C) ۲۲/۴ lit باشد، جرم چند گرم اکسیژن در دمای ۱۸۲°C و فشار ۵ جو برابر ۵/۶ lit است؟ ($M_{O_2} = 32 \text{ g/mol}$) (سنجش ۸۸)

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۱۲۷۷- درون ظرفی به حجم ۴۴/۸ lit به اندازه ۸ g هیدروژن و ۲۸ g نیتروژن در دمای ۰°C وجود دارد. فشار مخلوط این دو گاز چند اتمسفر است؟ ($M_{H_2} = 2 \text{ g/mol}$, $M_{N_2} = 28 \text{ g/mol}$, $R = 8/3 \text{ J/mol.K}$)

- (۱) ۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۹

۱۲۷۸- مقداری گاز کامل از مخزنی با دمای ثابت T و فشار P خارج می‌گردد. به گونه‌ای که فشار آن $\frac{P}{4}$ می‌شود. جرم گاز خارج شده چه کسری از مقدار اولیه می‌باشد؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

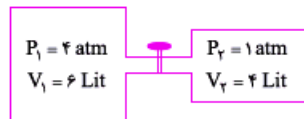
۱۲۷۹- ۲۰ g گاز کامل در فشار ۴ atm در محفظه‌ای به حجم ۳۰ lit قرار دارد. در دمای ثابت ۱۰ g از گاز را خارج کرده و حجم محفظه را نیز نصف می‌کنیم. فشار آن چند اتمسفر می‌شود؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲۸۰- در یک مخزن ۶ lit هوا با فشار ۴ atm موجود است. مقداری از هوای مخزن را خارج می‌کنیم و فشار آن به ۲ atm می‌رسد. حجم هوای خارج شده از مخزن در فشار ۱ atm چند لیتر است؟ (دما ثابت و گاز کامل فرض شود.) (سراسری تهرپی فارغ ۸۸)

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۱۲۸۱- در شکل مقابل، اگر شیر رابط را باز کنیم و گازها در دمای ثابت اولیه به تعادل برسند، فشار در هر مخزن چند اتمسفر می‌شود؟ (سنجش ۸۹)



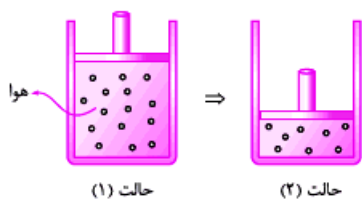
- (۱) ۲/۵ (۲) ۲/۸ (۳) ۳/۲ (۴) ۳/۴

و والا هم یک تست نه پندان بی‌ربط!

۱۲۸۲- چگالی یک گاز کامل در دمای ۷°C و فشار ۱۰^۵ Pa و چند گرم بر لیتر است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$, $\text{جرم مولی} = 32 \text{ g/mol}$) (سراسری ریاضی فارغ ۸۷)

- (۱) $\frac{7}{10}$ (۲) $\frac{7}{40}$ (۳) $\frac{10}{7}$ (۴) $\frac{40}{7}$

الفبای ترمودینامیک



۱۲۸۳- در شکل روبه‌رو، مقداری هوا در زیر پیستون محبوس شده است و طی فرآیندی از حالت (۱) به (۲) می‌رود. کدام یک از کمیت‌های زیر، متغیر ترمودینامیکی دستگاه محسوب نمی‌شود؟

- (۱) حجم (۲) مقدار مول (۳) دما (۴) فشار

۱۲۸۴- کدام یک از کمیت‌های زیر صرفاً میکروسکوپی است؟ (۱) جرم مولکولی (۲) چگالی

- (۳) گرمای ویژه (۴) دما

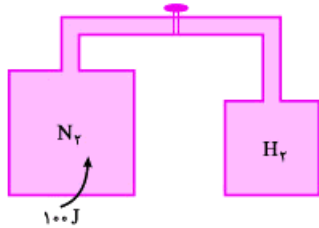
۱۲۸۵- کدام دسته از کمیت‌های زیر صرفاً ماکروسکوپی است؟ (۱) مکان، حجم و جرم (۲) دما، چگالی و فشار

- (۳) جرم مولکولی، مساحت و سرعت (۴) گرمای ویژه، گرما و انرژی جنبشی

نبادل انرژی بین دستگاه و محیط

۱۲۸۶- کدام یک از موارد زیر برای یک استکان چای 21°C ، منبع گرما به حساب نمی آید؟

- (۱) یک پارچ پر از مخلوط آب و یخ (نیمی آب و نیمی یخ)
- (۲) یک کتری ۱ لیتری پر از آب 100°C (که تازه از روی اجاق گاز برداشته شده است).
- (۳) هوای اتاق با دمای 21°C
- (۴) یک گرمکن الکتریکی با دمای 95°C

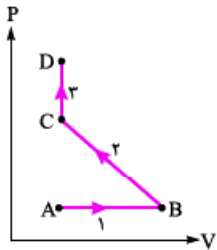


۱۲۸۷- در شکل روبه‌رو، 100 J گرما از بیرون به گاز نیتروژن داده شده است. با بازکردن شیر بین دو مخزن، 50 J گرما از گاز نیتروژن به گاز هیدروژن انتقال می‌یابد. اگر گاز هیدروژن را دستگاه فرض کنیم، کدام گزینه درست است؟ (Q' گرمایی است که محیط می‌گیرد و Q گرمایی است که دستگاه دریافت می‌کند).

- (۱) $Q' = -50\text{ J}$ ، $Q = 50\text{ J}$
- (۲) $Q' = 50\text{ J}$ ، $Q = -50\text{ J}$
- (۳) $Q' = -150\text{ J}$ ، $Q = 150\text{ J}$
- (۴) $Q' = 150\text{ J}$ ، $Q = -150\text{ J}$

۱۲۸۸- مطابق نمودار روبه‌رو، گاز کاملی در طی ۳ فرایند آرمانی متوالی از حالت A به حالت D می‌رود. علامت کار انجام‌شده روی گاز در این فرایندها به ترتیب کدام است؟

- (۱) منفی، مثبت، صفر
- (۲) منفی، منفی، صفر
- (۳) مثبت، منفی، صفر
- (۴) مثبت، مثبت، صفر



۱۲۸۹- در کدام یک از پدیده‌های زیر، کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، مثبت است؟

- (۱) انفجار کپسول گاز در اثر گرم شدن (گاز، دستگاه است).
- (۲) ذوب شدن یخ (یخ، دستگاه است).
- (۳) تبخیر آب (آب، دستگاه است).
- (۴) بالارفتن جیوه در لوله‌ی دماسنج در اثر افزایش دما (جیوه، دستگاه است).

۱۲۹۰- در شکل روبه‌رو، مقداری گاز کامل به فشار 2 atm در داخل پیستون استوانه‌ای شکل با سطح مقطع 50 cm^2 قرار دارد. اگر پیستون را به آرامی به اندازه‌ی 4 mm به سمت چپ حرکت دهیم، کار انجام‌شده بر روی گاز چند ژول است؟ (در طول فرایند، فشار بدون تغییر می‌ماند).



- (۱) 4
- (۲) 400
- (۳) -4
- (۴) -400

انرژی درونی

۱۲۹۱- افزایش دمای یک جسم، نشان‌دهنده‌ی افزایش کدام انرژی وابسته به آن جسم است؟

- (۱) انرژی جنبشی
- (۲) انرژی هسته‌ای
- (۳) انرژی پتانسیل گرانشی
- (۴) انرژی درونی

۱۲۹۲- تغییر انرژی درونی مقدار معینی از گاز، به دلیل تغییر کدام انرژی مربوط به مولکول‌های آن گاز است؟

- (۱) انرژی پتانسیل الکتریکی
- (۲) انرژی پتانسیل گرانشی
- (۳) انرژی شیمیایی
- (۴) انرژی جنبشی

۱۲۹۳- اگر دمای مطلق مقدار معینی گاز کامل ۲ برابر شود، کدام کمیت وابسته به گاز الزاماً ۲ برابر می‌شود؟

- (۱) انرژی درونی
- (۲) حجم
- (۳) فشار
- (۴) انرژی درونی و فشار

۱۲۹۴- در کدام یک از حالت‌های ماده، انرژی جنبشی متوسط ذرات با دمای مطلق ماده متناسب است؟

- (۱) گاز
- (۲) مایع
- (۳) جامد
- (۴) در همه‌ی حالت‌های ماده

۱۲۹۵- در کدام یک از حالت‌ها انرژی درونی با دمای مطلق ماده متناسب است؟

- (۱) گاز کامل
- (۲) مایع
- (۳) جامد
- (۴) در همه‌ی حالت‌های ماده

۱۲۹۶- با تغییر در کدام یک از کمیت‌های زیر، ممکن است فشار و دمای مقدار معینی از یک ماده ثابت بماند؟

- (۱) انرژی درونی
- (۲) ابعاد ماده
- (۳) چگالی
- (۴) انرژی جنبشی متوسط ذره‌ها

۱۲۹۷- اگر دمای یک مول گاز تک‌اتمی 100 K افزایش یابد، انرژی درونی آن گاز چند ژول افزایش می‌یابد؟ ($R \approx 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$)

- (۱) 800
- (۲) 1200
- (۳) 1600
- (۴) 2000

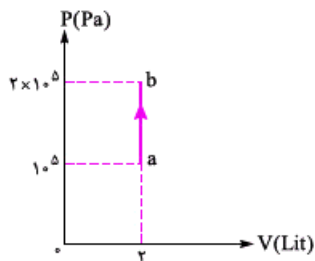
۱۲۹۸- اگر دمای مقدار معینی گاز کامل از 91°C به 182°C برسد، انرژی درونی آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{25}{16}$
- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۱۲۹۹- 6 lit گاز کامل در دمای 300 K و فشار 80 mmHg موجود است. حجم گاز را به 8 lit و فشار آن را به 60 mmHg می‌رسانیم. انرژی درونی گاز نسبت به حالت اول چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود.
- (۲) $\frac{3}{4}$ برابر می‌شود.
- (۳) $\frac{16}{9}$ برابر می‌شود.
- (۴) تغییر نمی‌کند.

خبرنگار: فرزین پیکر پایه‌ی جامع کنکور



۱۳۰۰- نمودار P-V یک گاز کامل تک‌اتمی مطابق شکل است. در این فرایند، انرژی درونی گاز یافته است. $(C_V = \frac{5}{2}R)$

(سراسری ریاضی قارج ۸۶)

- (۱) کاهش ۳۰۰ J
- (۲) افزایش ۳۰۰ J
- (۳) افزایش 3×10^5 J
- (۴) کاهش 3×10^5 J

قانون اول ترمودینامیک

۱۳۰۱- در یک فرایند ترمودینامیکی، مجموع کاری که روی یک سیستم انجام می‌شود با گرمایی که به آن سیستم داده می‌شود، برابر با کدام کمیت وابسته به آن سیستم است؟

- (۱) انرژی درونی
 - (۲) انرژی مکانیکی
 - (۳) تغییر انرژی درونی
 - (۴) تغییر انرژی مکانیکی
- ۱۳۰۲- یک دستگاه ترمودینامیکی ۴۵۰ J گرما از محیط می‌گیرد و ۴۰۰ J کار روی محیط انجام می‌دهد. در این فرایند انرژی درونی دستگاه زول می‌یابد.
- (۱) افزایش ۵۰
 - (۲) کاهش ۵۰
 - (۳) افزایش ۸۵۰
 - (۴) کاهش ۸۵۰

۱۳۰۳- در فرایندی، ۲ مول گاز اکسیژن، ۲۰۰ J گرما از محیط می‌گیرد و ۸۰ J کار روی محیط انجام می‌دهد. دمای گاز چند درجه‌ی سلسیوس و چگونه تغییر می‌کند؟ $(R = 8 \frac{J}{mol \cdot ^\circ C})$

- (۱) کاهش می‌یابد.
- (۲) افزایش می‌یابد.
- (۳) ۳، کاهش می‌یابد.
- (۴) ۵، افزایش می‌یابد.

۱۳۰۴- مطابق شکل، بر روی دستگاهی کار W انجام می‌شود و در اثر آن، گرمای Q به محیط داده می‌شود. کدام یک از گزینه‌های زیر، رابطه‌ی درستی را نشان می‌دهد؟

- (۱) $\Delta U = |Q| + |W|$
- (۲) $\Delta U = |Q| - |W|$
- (۳) $\Delta U = |W| - |Q|$
- (۴) $\Delta U = -|W| - |Q|$

۱۳۰۵- مایعی درون ظرفی که عایق گرما است، با یک همزن به هم زده می‌شود و در اثر این کار، دمای آن بالا می‌رود. این مایع:

- (۱) از خارج کار دریافت می‌کند.
- (۲) از خارج گرما دریافت می‌کند.
- (۳) کار و گرما به خارج می‌دهد.
- (۴) کار و گرما از خارج می‌گیرد.

۱۳۰۶- شکل مقابل، فرایند یک گاز کامل را از A تا B نشان می‌دهد. در این فرایند کار دریافت شده به وسیله‌ی گاز مثبت یا منفی است و انرژی درونی آن زیاد یا کم شده است؟

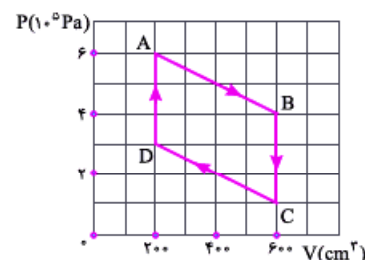
- (۱) منفی، کم
- (۲) منفی، زیاد
- (۳) مثبت، زیاد
- (۴) مثبت، کم

۱۳۰۷- فرایند آرمانی گاز کاملی به شکل زیر است. اگر کار و گرمای دریافت شده به وسیله‌ی گاز W و Q باشد، کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $W + Q > 0$
- (۲) $W + Q < 0$
- (۳) $Q > 0, W < 0$
- (۴) $W + Q = 0$

در ادامه به بررسی نکات نمودارهای ترمودینامیکی می‌پردازیم. هر یک از این نمودارها اطلاعات خاصی در مورد فرایند صورت گرفته، به ما می‌دهد.

نمودار P-V

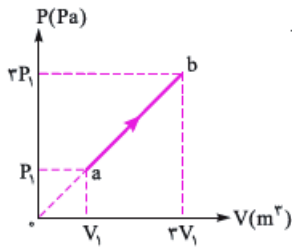


(سنجش ۹۰)

۱۳۰۸- در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی کاری که گاز در مسیر AB انجام می‌دهد، چند ژول است؟

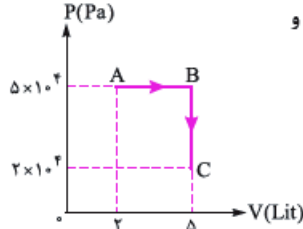
- (۱) ۲۵۰
- (۲) ۲۰۰
- (۳) ۱۷۰
- (۴) ۱۲۰

۱۳۰۹- نمودار P-V مربوط به n مول گاز کامل تک‌اتمی مطابق شکل است. گاز از حالت a به حالت b می‌رود. اگر کار انجام شده توسط گاز W' باشد و دمای گاز در حالت a برابر T₁ کلویین باشد، مقدار $\frac{W'}{nRT_1}$ در SI کدام است؟ (سنجش ۹۱)



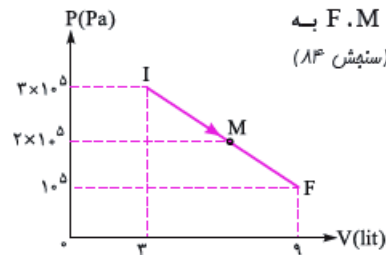
- (۱) ۸
- (۲) -۸
- (۳) ۴
- (۴) -۴

۱۳۱۰- یک مول گاز کامل تک‌اتمی، فرایند آرمانی از A تا C را به شکل مقابل طی می‌کند. در این فرایند، مجموع کار و گرمایی که گاز دریافت می‌کند، چند ژول است؟



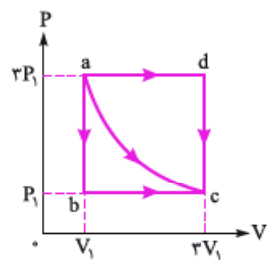
- (۱) صفر
- (۲) -۱۵۰
- (۳) ۱۵۰
- (۴) ۲۲۵

۱۳۱۱- در فرایندی مطابق شکل که روی مقدار معینی گاز کامل انجام شده است، اگر دمای گاز در نقاط F، M، I به ترتیب T_F، T_M، T_I باشد، کدام رابطه درست است؟



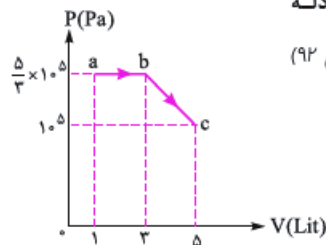
- (۱) T_I > T_M > T_F
- (۲) T_I < T_M < T_F
- (۳) T_M > T_I = T_F
- (۴) T_I = T_F > T_M

۱۳۱۲- مطابق شکل، مقداری گاز کامل تک‌اتمی طی سه فرایند abc، ac و adc از حالت a به حالت c می‌رود. در این خصوص کدام بیان نادرست است؟



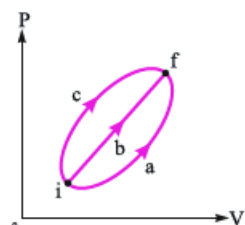
- (۱) تغییر انرژی درونی گاز در هر سه فرایند یکسان است.
- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در هر سه فرایند برابر صفر است.
- (۳) در هر سه فرایند گاز، گرمای یکسانی دریافت کرده است.
- (۴) کار در فرایند adc، ۳ برابر کار در فرایند abc است.

۱۳۱۳- نمودار P-V مربوط به گاز کامل تک‌اتمی مطابق شکل زیر است. گرمایی که گاز در فرایند abc با محیط مبادله می‌کند، چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{J}{mol.K})$



- (۱) ۱۱۰۰
- (۲) ۳۳۰۰
- (۳) $\frac{۱۷۰۰}{۳}$
- (۴) $\frac{۲۳۰۰}{۳}$

۱۳۱۴- نمودار (P-V) مربوط به گاز کاملی که از سه مسیر a، b و c از حالت i به حالت f می‌رود، مطابق شکل زیر است. اگر تغییر انرژی درونی گاز ΔU و گرمایی که گاز می‌گیرد Q باشد، کدام رابطه درست است؟



- (۱) Q_c > Q_b > Q_a > ۰
- (۲) Q_a > Q_b > Q_c > ۰
- (۳) ΔU_a = ΔU_b = ΔU_c < ۰
- (۴) ΔU_a = ΔU_b = ΔU_c = ۰

معادله‌ی حالت و قانون عمومی گازهای کامل

با آخرین تعریف و آخرین فرمول فصل گرما و قانون گازها (از کتاب فیزیک ۲) شروع می‌کنیم: «اگر مقدار مول‌های گاز کامل درون ظرفی ثابت باشد، نسبت «حاصل ضرب فشار در حجم» به «دمای مطلق» گاز مقدار ثابتی است، یعنی $\frac{PV}{T}$ آن تغییر نمی‌کند.» به عبارت دیگر داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \text{رابطه‌ی (۱)}$$

می‌دانید که در این رابطه V حجم، P فشار مطلق گاز (نه فشار پیمانه‌ای) و T دمای مطلق گاز (یعنی دما برحسب کلوین) است. در تعریف بالا، توجه شما را به جمله‌ی شرطی «اگر مقدار مول‌های گاز کامل درون ظرف ثابت باشد...» جلب می‌کنم. حالا سؤال این است که اگر مقدار مول‌های گاز کامل درون ظرف ثابت نباشد، باید چه کار کنیم؟ در چنین موقعیتی قانون و رابطه‌ی کامل‌تری لازم داریم؛ رابطه‌ای که در آن مقدار مول‌های گاز

درون ظرف هم باشد، یعنی این رابطه:

$$\frac{PV}{T} \propto n \Rightarrow \frac{PV}{T} = nR \quad \text{یا} \quad PV = nRT \quad \text{رابطه‌ی (۲)}$$

در رابطه‌ی (۲)، n تعداد مول‌های گاز و R مقدار ثابتی است که نسبت $\frac{PV}{T} \propto n$ را به یک رابطه‌ی تساوی تبدیل می‌کند. به R ، ثابت جهانی گازهای کامل می‌گویند و یکای آن در SI، $\frac{\text{ژول}}{\text{مول} \times \text{کلوین}}$ است. (در تست‌های کنکور معمولاً R را برابر $8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ می‌دهند.)

مثال در شکل زیر، یک نفر در حال بادکردن یک بادکنک است. اگر دما را ثابت فرض کنیم، با بادشدن بادکنک فشار و حجم هوای درون آن نسبت به حالت اولیه چه تغییری می‌کند؟

- (۱) هر دو افزایش می‌یابد.
 (۲) حجم، افزایش و فشار، ثابت می‌ماند.
 (۳) حجم، افزایش و فشار، کاهش می‌یابد.
 (۴) هر دو ثابت می‌ماند.



گزینه ۱ این‌که در هنگام بادکردن، حجم بادکنک در حال افزایش است که نیاز به توضیح ندارد! (اهلن بارکنگ رو بار می‌کنید که همیشه زیار بشه!) فهمیدن این‌که فشار زیاد می‌شود هم سخت نیست. کافی است ته بادکنک را ببندید و آن را ول کنید؛ خروج سریع هوا (با آون صدای بی‌نزاکتش!) از درون بادکنک نشانه‌ی بیشتربودن فشار هوای درون بادکنک از هوای بیرون آن است اما این‌جا یک سؤال مطرح می‌شود: «طبق رابطه‌ی $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ ، قاعدتاً افزایش فشار یک گاز در دمای ثابت باید با کاهش حجم آن همراه باشد؛ پس این‌جا چرا هر دو زیاد شده‌اند؟»

پاسخ این است که هم‌زمان با دمیدن به درون بادکنک، تعداد مول‌های هوای داخل آن (یعنی n) زیاد می‌شود در حالی که رابطه‌ی $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ فقط وقتی درست است که n ثابت بماند. در این‌جا طبق رابطه‌ی $PV = nRT$ با زیادشدن n و با فرض ثابت‌ماندن دما، « $P \times V$ » افزایش می‌یابد. (که برای بادکنک هم P و هم V زیاد می‌شود.)

رابطه‌ی (۲)، معادله‌ی حالت گازهای کامل است که بدین صورت هم نوشته می‌شود: $\frac{P_1 V_1}{T_1 n_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 n_2}$ (۳) رابطه‌ی (۳)

در رابطه‌های (۱) و (۳) لزومی ندارد که P و V برحسب یکاهای SI باشند، ولی باید در هر دو طرف تساوی یکای یکسانی داشته باشند همچنین T حتماً باید برحسب کلوین باشد. برای همین در تست‌ها به رابطه‌ی تبدیل دمای سلسیوس به کلوین خیلی نیاز دارید:

$$T = \theta + 273^\circ \quad \text{(T دما برحسب کلوین و } \theta \text{ دما برحسب سلسیوس است.)}$$

مثال ۲ مول گاز کامل با دمای ۳۰۰ K درون ظرفی قرار دارد. اگر هم‌زمان با ۶۰ K افزایش دما، ۱/۵ مول گاز از ظرف نشت کند و خارج شود، فشار گاز درون ظرف چند برابر می‌شود؟ (حجم ظرف در تمام مراحل ثابت است.)

$$\frac{1}{5} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ ۱/۵ مول گاز از ظرف خارج شده است، یعنی مقدار مول گاز باقی‌مانده برابر ۱/۵ است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 n_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 n_2} \Rightarrow \frac{P_1 \times V}{300 \times 2} = \frac{P_2 \times V}{360 \times 1/5} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{10}$$

ممکن است به جای تعداد مول‌های گاز، جرم و یا تعداد ذرات گاز را بدهند. در این صورت از رابطه‌های زیر می‌توانیم تعداد مول را حساب کنیم:

تعداد مول گاز ← جرم گاز ← تعداد ذرات گاز

$$n = \frac{m}{M} \quad , \quad n = \frac{N}{N_A}$$

جرم مولی گاز ← عدد آووگادرو

به مثال زیر توجه کنید:

مثال در ظرف A، $1/204 \times 10^{24}$ مولکول CO_2 و در ظرف B، ۱۲۸ g گاز اکسیژن قرار دارد. اگر حجم و دمای گازها در هر دو ظرف برابر باشد، فشار گاز CO_2 چند برابر فشار گاز اکسیژن است؟

($M_{O_2} = 32 \text{ g/mol}$, $M_{CO_2} = 44 \text{ g/mol}$, $6/02 \times 10^{23}$ عدد آووگادرو)

$$\begin{array}{cccc} & & & \frac{1}{2} \text{ (۱)} \\ & & & \frac{1}{4} \text{ (۲)} \\ & & 2 \text{ (۳)} & \\ & 4 \text{ (۴)} & & \end{array}$$

گزینه ۱ گام اول: تعداد مولکول‌های CO_2 را داریم، پس تعداد مول‌هایش به این ترتیب حساب می‌شود:

$$n_A = \frac{N}{N_A} = \frac{1/204 \times 10^{24}}{6/02 \times 10^{23}} = \frac{12/04 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} = 2 \text{ mol}$$

$$n_B = \frac{m}{M_{O_2}} = \frac{128}{32} = 4 \text{ mol}$$

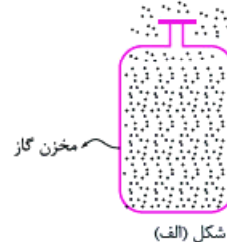
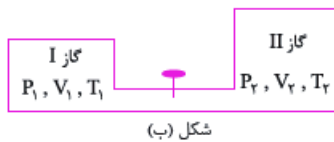
جرم گاز اکسیژن هم معلوم است، پس تعداد مول‌های اکسیژن هم به دست می‌آید:

گام دوم، حالا به کمک رابطه‌ی (۳)، به پاسخ تست می‌رسیم. (فراموش نکنید که حجم و دمای دو ظرف برابر است.)

$$\frac{P_A V}{T n_A} = \frac{P_B V}{T n_B} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{n_B}{n_A} = \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 2$$

قانون پایستگی مول و بررسی یک مدل تست خاص

گاهی مقداری از گاز داخل مخزنی را خارج می‌کنند و راجع به گاز خارج شده می‌پرسند (شکل الف) و یا گاهی دو مخزن گاز با حالت‌های متفاوت را به هم مرتبط می‌کنند و راجع به حالت جدید گاز سؤال می‌پرسند مثل شکل ب. برای این دو شکل داریم:



$$n_f \text{ (مجموع مدل‌ها در حالت جدید)} = n_1 + n_2 \Rightarrow \frac{P_f V_f}{T_f} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \text{ (R ها را با هم ساده کرده‌ایم)}$$

در این رابطه فقط یکسان بودن یکاها مهم است و نیاز به تبدیل واحد نداریم (البته به‌جز دما که باید حتماً برحسب کلوین باشد). این را هم بگوییم که در این نوع تست‌ها اغلب، دما را ثابت فرض می‌کنند که در این صورت به شکل ساده‌شده‌ی زیر می‌رسیم:

$$PV = P_1 V_1 + P_2 V_2$$

$$PV = nRT \Rightarrow P = nR \frac{T}{V} \Rightarrow P \propto \frac{T}{V}$$

گزینه ۲ -۱۲۶۲ بهترین راه برای قضاوت درست در مورد گزینه‌ها، نوشتن معادله‌ی حالت گازهاست:

با توجه به ثابت بودن n ، فشار با $\frac{T}{V}$ متناسب است، در نتیجه با نگاهی به گزینه‌ها، درمی‌یابیم که انتخاب درست، گزینه‌ی (۳) است.

$$P \Rightarrow \frac{T}{V} \Rightarrow \frac{V}{T}$$

دو برابر دو برابر نصف

گزینه ۳ -۱۲۶۳ برای دست‌گرمی سؤال فوبیه! در این گونه سؤالات، بنا بر احتیاط واجب داده‌هایمان را بررسی می‌کنیم که برحسب SI باشند و سپس با خیالی آسوده به سراغ حل مسئله می‌رویم:

$$\begin{cases} T = \theta + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ P = 10^5 \text{ Pa} \\ n = 400 \\ R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \end{cases} \quad PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{400 \times 8/3 \times 300}{10^5} \Rightarrow V = 99/6 \text{ m}^3$$

۱۲۶۴ - گزینه ۲) حرف خاصی برای گفتن نداریم، جز محاسبه‌ی تعداد مول:

$$\begin{cases} P = 1 \text{ atm} = 1.0^5 \text{ Pa} \\ V = 49/8 \text{ Lit} = 49/8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \\ T = 300 \text{ K} \end{cases} \quad PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{1.0^5 \times 49/8 \times 10^{-3}}{8/3 \times 300} \Rightarrow n = 2 \text{ mol}$$

۱ atm = 1.0⁵ Pa

۱۲۶۵ - گزینه ۲) روند حل مشابه تست قبل است، با این تفاوت که این بار فشار را می‌خواهیم:

$$\begin{cases} V = 83 \text{ Lit} = 83 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ n = 2 \text{ mol} \\ R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \\ T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases} \quad PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} = \frac{2 \times 8/3 \times 300}{83 \times 10^{-3}} \Rightarrow P = 6 \times 10^4 \text{ Pa}$$

۱ Lit = 10⁻³ m³

البته می‌دانیم که پاسخ شما به مراتب از پاسخ تشریحی ما کوتاه‌تر است اما ما مجبوریم که پاسخ‌مان کامل باشد، مثلاً در همین تست، حدس می‌زنیم که روش حل شما این‌گونه باشد:

$$[P \times 83 \times 10^{-3} = 2 \times 8/3 \times 300 \Rightarrow P = 6 \times 10^4 \text{ Pa}]$$

۱۲۶۶ - گزینه ۴) شرایط متعارفی: محیطی که دمای آن °C و فشار آن 1 atm باشد.

با استناد به این تعریف، معادله‌ی حالت را برای هوا می‌نویسیم:

$$\begin{cases} P = 1 \text{ atm} = 1.0^5 \text{ Pa} \\ V = 4 \times 3 \times 3 = 36 \text{ m}^3 \\ R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \\ T = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \end{cases} \quad PV = nRT \Rightarrow 1.0^5 \times 36 = n \times 8/3 \times 273 \Rightarrow n = 1588/77 = 1589 \text{ mol}$$

نکته ۱) با نگاهی به گزینه‌ها به اختلاف فاحش بین آن‌ها پی می‌بریم. برای همین می‌توانیم پاسخ‌مان را با روش تخمین محاسبه کنیم:

$$n = \frac{1.0^5 \times 12}{8/3 \times 91} = \frac{1.0^5 \times 12}{8 \times 100} = \frac{3000}{2} = 1500 \text{ mol}$$

و نزدیک‌ترین گزینه، ۴ است.

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{4}{2} = 2 \text{ mol} \quad \text{گام اول، باید بدانیم 4 g گاز هیدروژن چند مول هیدروژن است:}$$

حواستان باشد! در محاسبه‌ی جرم مولی گازها، حواستان به تعداد اتم‌ها باشد، توصیه‌ی ما به شما نوشتن نماد آن گاز به عنوان اندیس است؛ مثلاً M_{H_2} .

گام دوم، روال سؤال‌های قبل را تکرار می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow 2 \times 1.0^5 \times V = 2 \times 8/3 \times (273 + 273) \Rightarrow V = 45/3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times \frac{10^3}{1 \text{ m}^3} \text{ Lit} \Rightarrow V = 45/3 \text{ Lit}$$

این مقدار به گزینه‌ی (۳) نزدیک‌تر است.

نکته ۲) در این تست هم با توجه به اختلاف زیاد گزینه‌ها می‌توانید پاسخ تخمینی بدهید:

$$V = \frac{2 \times 8/3 \times 546}{2 \times 1.0^5} = \frac{8 \times 546}{1.0^5} = 44 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 44 \text{ Lit}$$

همان‌طور که در این تست و تست قبل مشاهده کردید، در بعضی از سؤالات این بخش با محاسبات وقتگیری روبه‌رو هستید. اگر گزینه‌ها به هم نزدیک باشند، متأسفانه چاره‌ای نیست به‌جز عادت کردن به انجام محاسبات کُشنده!

۱۲۶۸ - گزینه ۴) گام اول، برای دانستن جرم گاز اکسیژن، ابتدا باید ببینیم چند مول اکسیژن داریم:

$$\begin{cases} V = 5 \text{ Lit} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ P = 1.0^5 \text{ Pa} \\ R = 8 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \\ T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases} \quad PV = nRT \Rightarrow 1.0^5 \times 5 \times 10^{-3} = n \times 8 \times 300 \Rightarrow n = \frac{5}{24} \text{ mol}$$

گام دوم، با مشخص شدن تعداد مول، جرم اکسیژن موردنظر به راحتی محاسبه می‌شود:

$$n = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \Rightarrow \frac{5}{24} = \frac{m_{O_2}}{32} \Rightarrow m_{O_2} = \frac{5 \times 32}{24} = \frac{50}{3} \text{ g}$$

۱۲۶۹- گزینه ۲ در این سؤال هم، به دست آوردن تعداد مول‌های گاز کامل در اولویت است:

$$\begin{cases} P = 10^5 \text{ Pa} \\ V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \\ R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \\ T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases} \quad PV = nRT \Rightarrow 10^5 \times 10^{-6} = n \times 8 \times 300 \Rightarrow n = \frac{10^{-1}}{2400} = \frac{1}{24} \times 10^{-2} \text{ mol}$$

چون تعداد مولکول‌های گاز را می‌خواهیم، از رابطه $n = \frac{N}{N_A}$ استفاده می‌کنیم: $n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow \frac{1}{24} \times 10^{-2} = \frac{N}{6 \times 10^{23}} \Rightarrow N = \frac{1}{4} \times 10^{20} = 2.5 \times 10^{19}$ با یک تست تناسبی طرفیم! در گام اول، تغییرات هر پارامتر را می‌نویسیم: **گزینه ۱** - ۱۲۷۰

$$\begin{cases} V_2 = 2V_1 \\ n_2 = \frac{n_1}{2} \\ T_2 = \frac{T_1}{2} \end{cases}$$

حالا کارمان راحت‌تر شد؛ چرا که فقط کافی است این اطلاعات را در معادله‌ی حالت گاز جایگزین کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 n_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 n_2} \Rightarrow \frac{P_1 \cancel{V_1}}{\cancel{T_1} n_1} = \frac{P_2 \times 2 \cancel{V_1}}{\frac{T_1}{2} \times \frac{n_1}{2}} \Rightarrow P_1 = \frac{2P_2}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{8}$$

گزینه ۳ - ۱۲۷۱ گام اول، ببینیم چند مول اکسیژن و هیدروژن داریم:

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{4}{2 \times 1} = 2 \text{ mol} \quad , \quad n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{8}{2 \times 16} = \frac{1}{4} \text{ mol}$$

$$T_{H_2} = 27 + 273 = 300 \text{ K} \quad , \quad T_{O_2} = 47 + 273 = 320 \text{ K}$$

گام دوم، دماها را به کلون تبدیل می‌کنیم:

گام سوم، کافی است داده‌هایمان را در رابطه‌ی گازهای کامل جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{P_{H_2} V_{H_2}}{T_{H_2} n_{H_2}} = \frac{P_{O_2} V_{O_2}}{T_{O_2} n_{O_2}} \xrightarrow{P_{H_2} = P_{O_2}} \frac{V_{H_2}}{300 \times 2} = \frac{V_{O_2}}{32 \times \frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{300 \times 2}{80} = \frac{15}{2}$$

گزینه ۲ - ۱۲۷۲ ابتدا اطلاعات سؤال را به زبان ریاضی در می‌آوریم:

$$\begin{cases} V_{H_2} = V_{O_2} \\ T_{H_2} = T_{O_2} \\ m_{H_2} = m_{O_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} \\ n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \end{cases} \xrightarrow{m_{H_2} = m_{O_2} = m} \begin{cases} n_{H_2} = \frac{m}{2} \\ n_{O_2} = \frac{m}{32} \end{cases}$$

برای رسیدن به هدفمان، تعداد مول هر گاز را لازم داریم:

حواستان باشد! یک اشتباه خطرناک در این تیپ سؤالات، نفهمیدن تفاوت تساوی جرم با تساوی تعداد مول است.

$$\frac{P_{H_2} V_{H_2}}{T_{H_2} n_{H_2}} = \frac{P_{O_2} V_{O_2}}{T_{O_2} n_{O_2}} \xrightarrow{\substack{T_{H_2} = T_{O_2} \\ V_{H_2} = V_{O_2}}} \frac{P_{H_2}}{\frac{m}{2}} = \frac{P_{O_2}}{\frac{m}{32}} \Rightarrow \frac{P_{H_2}}{P_{O_2}} = 16$$

دیگر زمان جای‌گذاری داده‌هاست:

گزینه ۲ - ۱۲۷۳ مشابه سؤال‌های قبلی، نوشتن اطلاعات مسئله نگاه‌مان را بازرتر می‌کند:

[طراح (عمداً یا سهواً) در مورد دما حرفی نزده است که این به معنای یکسان بودن دمای دو گاز است: $T_{H_2} = T_{O_2}$]

$$\begin{cases} P_{H_2} = 1 \text{ atm} \\ V_{H_2} = 2 \text{ Lit} \end{cases} \quad \begin{cases} P_{O_2} = 2 \text{ atm} \\ V_{O_2} = 3 \text{ Lit} \end{cases}$$

اکنون می‌توانیم این اطلاعات را وارد معادله‌ی حالت کنیم تا نسبت تعداد مول‌ها مشخص شود:

$$\frac{P_{H_2} V_{H_2}}{T_{H_2} n_{H_2}} = \frac{P_{O_2} V_{O_2}}{T_{O_2} n_{O_2}} \Rightarrow \frac{1 \times 2}{n_{H_2}} = \frac{2 \times 3}{n_{O_2}} \Rightarrow \frac{n_{O_2}}{n_{H_2}} = 3$$

در رابطه‌ی $n = \frac{N}{N_A}$ ، عدد آووگادرو و مقدار ثابتی است؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که تعداد مولکول‌های اکسیژن ۳ برابر هیدروژن است: $\frac{N_{O_2}}{N_{H_2}} = 3$

فیزیک پایه جامع کنکور

۱۲۷۴ - گزینه ۲

برای حل این سؤال، باید گاز اکسیژن مد نظرمان را با شرایط متعارفی‌اش مقایسه کنیم. برای همین، اطلاعات این دو وضعیت را می‌نویسیم:

$$\text{گاز اکسیژن مدنظر} \begin{cases} P_{O_2} = 2 \text{ atm} \\ V_{O_2} = 5/6 \text{ lit} \\ T_{O_2} = 91 + 273 = 364 \text{ K} \\ n_{O_2} = ? \end{cases} \quad \text{شرایط متعارفی:} \begin{cases} P_0 = 1 \text{ atm} \\ V_0 = 22/4 \text{ lit} \\ T_0 = 0 + 273 = 273 \text{ K} \\ n_0 = 1 \text{ mol} \end{cases}$$

با این داده‌ها می‌توانیم به سراغ معادله‌ی حالت گازهای کامل برویم:

$$\frac{P_{O_2} V_{O_2}}{T_{O_2} n_{O_2}} = \frac{P_0 V_0}{T_0 n_0} \Rightarrow \frac{2 \times 5/6}{364 \times n_{O_2}} = \frac{1 \times 22/4}{273 \times 1} \Rightarrow n_{O_2} = \frac{3}{8} \text{ mol}$$

نکته در تست‌های کنکور، استفاده از ضرب‌های ۹۱ در دماهای کلون رایج است؛ همین! (فقط می‌خواستیم بدانید.)

با مشخص شدن تعداد مول اکسیژن، جرم آن به سادگی قابل محاسبه است:

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{m_{O_2}}{2 \times 16} \Rightarrow m_{O_2} = 12 \text{ g}$$

۱۲۷۵ - گزینه ۳ این تست به نوعی معکوس تست قبل است! یعنی در ابتدا از روی جرم هیدروژن، تعداد مول آن را به دست می‌آوریم:

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{6}{2 \times 1} = 3 \text{ mol}$$

حالا داده‌هایمان را در هر دو حالت (مشابه تست قبل) می‌نویسیم:

$$\begin{cases} P_{H_2} = 6 \text{ atm} \\ V_{H_2} = ? \\ T_{H_2} = \frac{182}{2 \times 91} + \frac{273}{2 \times 91} = 5 \times 91 \text{ K} \\ n_{H_2} = 3 \text{ mol} \end{cases} \quad \begin{cases} P_0 = 1 \text{ atm} \\ V_0 = 22/4 \text{ Lit} \\ T_0 = 273 \text{ K} = 3 \times 91 \text{ K} \\ n_0 = 1 \text{ mol} \end{cases}$$

$$\frac{P_{H_2} V_{H_2}}{T_{H_2} n_{H_2}} = \frac{P_0 V_0}{T_0 n_0} \Rightarrow \frac{6 V_{H_2}}{5 \times 91 \times 3} = \frac{1 \times 22/4}{3 \times 91 \times 1} \Rightarrow V_{H_2} = 56 \text{ Lit}$$

باز هم رابطه‌ی تناسب گازهای کامل!

۱۲۷۶ - گزینه ۳ کافی است داده‌های دو حالت گاز را بنویسیم:

$$\begin{cases} P_{O_2} = 5 \text{ atm} \\ V_{O_2} = 5/6 \text{ Lit} \\ T_{O_2} = \frac{182}{2 \times 91} + \frac{273}{2 \times 91} = 5 \times 91 \text{ K} \\ n_{O_2} = ? \end{cases} \quad \begin{cases} P_0 = 1 \text{ atm} \\ V_0 = 22/4 \text{ Lit} \\ T_0 = 273 \text{ K} \\ n_0 = 1 \text{ mol} \end{cases}$$

$$\frac{P_{O_2} V_{O_2}}{T_{O_2} n_{O_2}} = \frac{P_0 V_0}{T_0 n_0} \Rightarrow \frac{5 \times 5/6}{5 \times 91 \times n_{O_2}} = \frac{1 \times 22/4}{3 \times 91 \times 1} \Rightarrow n_{O_2} = \frac{3}{4} \text{ mol}$$

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{m_{O_2}}{32} \Rightarrow m_{O_2} = \frac{3 \times 32}{4} \Rightarrow m_{O_2} = 24 \text{ g}$$

۱۲۷۷ - گزینه ۳ گام اول، باید بدانیم چند مول گاز (هیدروژن و نیتروژن) در ظرف وجود دارد:

$$\begin{cases} n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{8}{2 \times 1} = 4 \text{ mol} \\ n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{28}{2 \times 14} = 1 \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow n = \underbrace{n_{H_2}}_4 + \underbrace{n_{N_2}}_1 = 5 \text{ mol}$$

گام دوم، فشار مخلوط، فشار گاز موجود در ظرف است، با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه‌ی $PV = nRT$ ، فشار مخلوط به دست می‌آید:

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 44/8 \times 10^{-2} = 5 \times 8/3 \times (0 + 273) \Rightarrow P = \frac{5 \times 8/3 \times 273}{44/8 \times 10^{-2}} \cong 2/5 \times 10^5 = 2/5 \text{ atm}$$

۱۲۷۸- گزینه ۱ اول ببینیم چه پارامترهایی تغییر کرده و چه پارامترهایی تغییر نکرده اند! خود طراحی گفته دما ثابت است. حجم مخزن هم که نه کوچک شده نه بزرگ! پس تنها فشار و جرم گاز (به نوعی مقدار مول) دچار تحول شده اند:

$$\begin{cases} P' = \frac{P}{4} \\ V' = V \\ T' = T \\ n', m' = ? \end{cases}$$

با توجه به رابطه $n = \frac{m}{M}$ و ثابت بودن جرم مولی (M) برای یک گاز، معادله‌ی حالت گازها را می‌توان به شکل زیر هم نوشت:

$$\frac{PV}{Tm} = \frac{P'V'}{T'm'} \Rightarrow \frac{PV}{Tm} = \frac{\frac{P}{4} \times V}{T \times m'} \Rightarrow m' = \frac{m}{4}$$

با توجه به اطلاعات به دست آمده، m' به راحتی قابل محاسبه است:

اما کمی صبر پیشه کنید، m' جرم گاز باقی‌مانده است و ما جرم گاز خارج شده را می‌خواهیم، یعنی Δm :

$$\Delta m = m - m' = m - \frac{m}{4} \Rightarrow \Delta m = \frac{3}{4}m$$

۱۲۷۹- گزینه ۲ ابتدا داده‌های فیزیکی هر دو وضعیت را می‌نویسیم:

$$\begin{array}{l} \text{حالت اول گاز} \\ \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 4 \text{ atm} \\ V_1 = 30 \text{ lit} \\ T_1 = T \\ m_1 = 20 \text{ g} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{حالت دوم گاز} \\ \left\{ \begin{array}{l} P_2 = ? \\ V_2 = \frac{V_1}{2} = 15 \text{ lit} \\ T_2 = T \\ m_2 = 20 - 10 = 10 \text{ g} \end{array} \right. \end{array}$$

احتمالاً دیگر کار کردن با معادله‌ی حالت را به خوبی یاد گرفته‌اید!

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 m_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 m_2} \Rightarrow \frac{4 \times 30}{T \times 20} = \frac{P_2 \times 15}{T \times 10} \Rightarrow P_2 = 4 \text{ atm}$$

کنکپک اگر دقت کنید، در دمای ثابت، هم حجم ظرف نصف شده و هم جرمش! مثل این‌که جسمی را نصف کرده باشیم! بنابراین دلیلی ندارد که فشار تغییری کند؛ در واقع این سؤال یک راه‌حل شهودی هم داشت. البته توصیه به شما در کنکور این است که به دنبال راه‌های معمولی بروید!

۱۲۸۰- گزینه ۲ گام اول، طبق قانون پایستگی جرم، تعداد مول‌های گاز (هوا) قبل و بعد از تغییر یکسان می‌ماند. پس اگر n_1 ، تعداد مول‌های درون مخزن قبل از تغییر؛ n_2 ، تعداد مول‌های درون مخزن پس از تغییر و n_3 ، تعداد مول‌های خارج شده از مخزن باشد، داریم:

$$n_1 = n_2 + n_3 \xrightarrow{n = \frac{PV}{RT}} \frac{P_1 V_1}{T_1 R} = \frac{P_2 V_2}{T_2 R} + \frac{P_3 V_3}{T_3 R} \xrightarrow{T = \text{مقدار ثابت}} P_1 V_1 = P_2 V_2 + P_3 V_3$$

گام دوم، داده‌های تست را در فرمول به دست آمده قرار می‌دهیم:

حواستان باشد! حجم مخزن قبل و بعد از تغییر یکسان است (یعنی $V_1 = V_2$ است).

$$\text{قبل از تغییر} \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 4 \text{ atm} \\ V_1 = 6 \text{ Lit} \end{array} \right. \quad \text{پس از تغییر} \left\{ \begin{array}{l} P_2 = 2 \text{ atm}, P_3 = 1 \text{ atm} \\ V_2 = V_1 = 6 \text{ Lit}, V_3 = ? \end{array} \right.$$

$$4 \times 6 = 2 \times 6 + 1 \times V_3 \Rightarrow V_3 = 12 \text{ Lit}$$

۱۲۸۱- گزینه ۲ در این تست، مجموعه‌ی دو مخزن در حکم دستگاه به حساب می‌آیند. با باز کردن شیر، مول‌ها جابه‌جا می‌شوند و تعدادشان ثابت می‌ماند.

چون دما هم ثابت است پس مثل تست قبل عمل می‌کنیم:

$$PV = P_1 V_1 + P_2 V_2 \Rightarrow P(V_1 + V_2) = P_1 V_1 + P_2 V_2 \\ \Rightarrow P(6 + 6) = \frac{4 \times 6}{10} + \frac{1 \times 6}{4} \Rightarrow 10P = 28 \Rightarrow P = 2.8 \text{ atm}$$

۱۲۸۲- گزینه ۳ اگر یک وقت چگالی گاز کامل داده یا خواسته شود، از رابطه‌ی $PV = nRT$ ، معادل V را برمی‌داریم و در رابطه‌ی چگالی قرار می‌دهیم تا به رابطه‌ی زیر برسیم:

$$\begin{cases} PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} \\ P = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{nRT}{P}} = \frac{Pm}{nRT} = \frac{Pm}{\frac{m}{M} RT} = \frac{PM}{RT} \end{cases} \quad P = \frac{m}{V} \xrightarrow{V = \frac{nRT}{P}} P = \frac{m}{\frac{nRT}{P}} = \frac{Pm}{nRT} \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} \rho = \frac{Pm}{\frac{m}{M} RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT}$$

در این تست تنها کافی است داده‌ها را برحسب SI در رابطه قرار دهیم:

$$\rho = \frac{PM}{RT} = \frac{10^5 \times 22}{8 \times (7 + 273)} = \frac{10^5 \times 22}{8 \times 280} = \frac{10^5 \times 22}{2240} = \frac{10^5 \times 22 \times 10^{-3}}{2240} = \frac{10^2 \times 22}{224} = \frac{10^2 \times 22}{224} = \frac{10^2}{10} = 10 \text{ g/Lit}$$

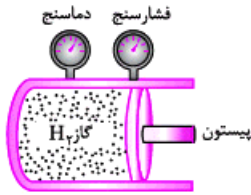
خبرنگار فیزیک پایه جامع کنکور

الفبای ترمودینامیک

برای فهمیدن ترمودینامیک اول باید با اصطلاحاتش آشنا شوید. برای همین می‌خواهم چند اصطلاح ترمودینامیکی را برای شما شفاف‌سازی کنم.

۱- دستگاه و محیط:

الف) دستگاه^۱: دستگاه، جسم خاصی است که ما حالت و تحولات آن را بررسی می‌کنیم. در این کتاب، اغلب دستگاه‌هایی که ما بررسی می‌کنیم در فاز گازی و به ندرت مایع است. منظور از حالت یک گاز مقدار فشار، دما و حجم آن و منظور از تحولات، تغییرات این سه کمیت وابسته به هم است، مثلاً در سیلندر شکل روبه‌رو گاز H_2 ، دستگاه محسوب می‌شود و مقدارهای ۱ atm (فشار)، ۴ lit (حجم) و 300 K (دما)، حالت دستگاه را بیان می‌کنند.



$$\begin{cases} P = 1 \text{ atm} \\ V = 4 \text{ Lit} \\ T = 300 \text{ K} \end{cases}$$

ب) محیط^۲: هر چیزی را که در پیرامون دستگاه هست، محیط می‌نامیم. محیط می‌تواند با دستگاه مبادله‌ی کار (W) و گرما (Q) داشته باشد، مثلاً در شکل بالا، سیلندر، پیستون و هوای بیرون، محیط به حساب می‌آیند. حالا اگر دستگاه (یعنی گاز H_2) از محیط (یعنی از هوای بیرون) گرما بگیرد، ممکن است دما و فشار افزایش یابد. هم‌زمان با افزایش فشار، به پیستون نیرو وارد شده، به سمت راست جابه‌جا می‌شود؛ به بیان دیگر دستگاه (یعنی گاز) روی محیط (یعنی پیستون) کار انجام می‌دهد.^۳

چند نکته

- ۱ به کمیت‌های P، V، T که حالت دستگاه را توصیف می‌کنند، متغیرهای ترمودینامیکی می‌گوییم.
- ۲ مبادله‌ی کار و گرما بین دستگاه و محیط، حالت دستگاه را تغییر می‌دهد، یعنی گاز را از حالت (P_1, V_1, T_1) به حالت (P_2, V_2, T_2) می‌برد.
- ۳ برای بیان حالت مقدار معینی از یک گاز کافی است از میان سه متغیر ترمودینامیکی دوتایش را بگویید. سومی خودش از معادله‌ی حالت به دست می‌آید.

۲- کمیت‌های ماکروسکوپی و میکروسکوپی

الف) کمیت‌های ماکروسکوپی: این کمیت‌ها کاری به مولکول‌ها و ذره‌های تشکیل‌دهنده‌ی جسم ندارند و به قول کتاب درسی وضعیت ماده را در مقیاس بزرگ توصیف می‌کند. متغیرهای ترمودینامیکی (فشار، حجم و دما) و کمیت‌هایی مثل چگالی، گرما، گرمایی ویژه و ... کمیت‌های ماکروسکوپی هستند. جا دارد که همین‌جا اعلام کنیم که اساس علم ترمودینامیک قانون‌ها و رابطه‌هایی است که کمیت‌های ماکروسکوپی را در فرایندهای کار و گرمایی به هم مربوط می‌کنند (مثل معادله‌ی حالت و قانون اول یا دوم ترمودینامیک)

ب) کمیت‌های میکروسکوپی: برخلاف کمیت‌های ماکروسکوپی کمیت‌هایی هستند که وضعیت هر یک از ذره‌های تشکیل‌دهنده‌ی ماده را بیان می‌کنند. به این کمیت‌ها، میکروسکوپی می‌گویند. جرم مولکولی، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل مولکول، نیروی بین مولکولی و ... (و خلاصه هر چیزی که ویژگی‌های فیزیکی مولکول را بیان می‌کند) کمیت‌های میکروسکوپی محسوب می‌شوند. خوشبختانه در این فصل با این کمیت‌ها روبه‌رو نمی‌شوید.

۳- فرایندهای ترمودینامیکی آرمانی

هر وقت که دستگاه از حالت (P_1, V_1, T_1) به حالت (P_2, V_2, T_2) می‌رود، می‌گوییم یک فرایند ترمودینامیکی رخ داده است. حالا اگر در طول این فرایند، دستگاه همیشه به حالت تعادل بسیار نزدیک باشد، می‌گوییم فرایند، آرمانی یا ایده‌آل است. می‌پرسید تعادل یعنی چی؟! هر وقت فشار و دما، در تمام نقاط گاز یکسان باشد، دستگاه در حال تعادل است. واضح است که اگر یک گاز در تعادل نباشد، بیان حالت آن غیرممکن می‌شود. فرض کنید در یک طرف، گاز در حال تعادل نیست، یعنی فشار و دما در همه‌ی پای گاز یکسان نیست. در این شرایط حتی کار درست‌تر از ما هم نمی‌تونه بگه که فشار و دمای گاز دقیقاً چه قدره!

پرسش: یک فرایند باید چه‌طور باشد تا بگوییم آرمانی است؟

پاسخ اگر فرایند ترمودینامیکی به آرامی و در زمان نسبتاً طولانی انجام پذیرد (یعنی دما، فشار یا حجمش کم‌کم تغییر کند)، همیشه نزدیک به حال تعادل باقی می‌ماند و بدین ترتیب آرمانی می‌شود.

۱۲۸۳- **گزینه ۲** با توجه به بسته‌بودن دستگاه، مقدار مول تغییر نمی‌کند؛ بنابراین مقدار مول یک متغیر ترمودینامیکی محسوب نمی‌شود.
 ۱۲۸۴- **گزینه ۱** از میان چهار گزینه، تنها جرم مولکولی است که صرفاً میکروسکوپی است. هیچ کس نمی‌تواند با ابزار ماکروسکوپی، مثل ترازو، جرم یک مولکول را اندازه بگیرد.

گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴: گرمایی ویژه، دما و چگالی با ابزارهای ماکروسکوپی قابل اندازه‌گیری‌اند، پس کمیت‌های ماکروسکوپی هستند.
 ۱۲۸۵- **گزینه ۲** سه کمیت دما، چگالی و فشار، کاری به مولکول‌ها و ذره‌های تشکیل‌دهنده‌ی جسم ندارند و تنها در مقیاس بزرگ وضعیت ماده را توصیف می‌کنند.

مکان، حجم، جرم، سرعت و انرژی جنبشی کمیت‌های دوگانه (هم میکروسکوپی و هم ماکروسکوپی) هستند. جرم مولکولی فقط میکروسکوپی است.

System - 1

Environment - 2

۳- در سال دوم خوانده‌اید که هرگاه بر جسمی نیرو اثر کند و جسم در راستای اثر نیرو جابه‌جا شود، کار انجام شده است.

تبادل انرژی بین دستگاه و محیط

یک دستگاه ترمودینامیکی از دو راه با محیط انرژی مبادله می‌کند:

۱- گرما ۲- کار

۱- گرما

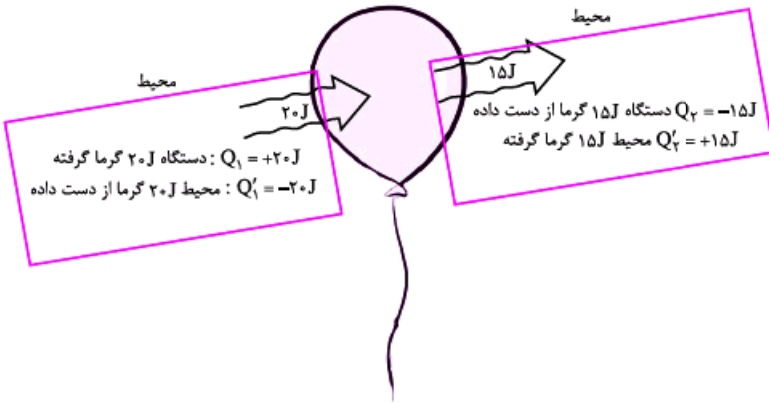
در فیزیک سال دوم خواندید که اگر دمای دو جسمی که با هم در تماس‌اند، مختلف باشد، انرژی از جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود. اسم این انرژی انتقالی، گرما است. یک جور دیگر هم می‌شود گفت که اگر دستگاه و محیط اختلاف دما داشته باشند، گرما به صورت خودبه‌خودی بین آن‌ها مبادله می‌شود.^۱

دو نکته‌ی دیگر درباره‌ی گرما هست که باید بدانید:

① گرمایی که دستگاه می‌گیرد یا از دست می‌دهد را با Q نشان می‌دهیم. اگر دستگاه گرما بگیرد، Q مثبت ($Q > 0$) و اگر دستگاه گرما از دست بدهد، Q منفی ($Q < 0$) است. گرمایی که محیط می‌گیرد یا از دست می‌دهد را با Q' نشان می‌دهیم و همواره داریم:

$$Q' = -Q$$

مطابق شکل، 20 J گرما وارد دستگاه شده و 15 J گرما از دستگاه خارج شده است. به علامت‌های Q و Q' در داخل کادرها توجه ویژه بفرمایید:



فیزیک پایه جامع کنکور

مثال

در شکل روبه‌رو، گاز اکسیژن، 40 J گرما به گاز هیدروژن داده است و گاز هیدروژن 24 J گرما به هوای بیرون داده است. اگر اکسیژن و هیدروژن با هم دستگاه فرض شوند، کدام گزینه درست است؟

۱) $Q = 40\text{ J}$

۲) $Q' = 40\text{ J}$

۳) $Q = 24\text{ J}$

۴) $Q' = 24\text{ J}$

گزینه‌ها

گرمای انتقال‌یافته بین دو گاز اکسیژن و هیدروژن (40 J)، نه Q است و نه Q' . چرا؟ چون اکسیژن و هیدروژن هر دو با هم دستگاه هستند و این 40 J نه از دستگاه خارج شده و نه به آن وارد شده است، پس فقط 24 J گرما از دستگاه بیرون رفته است، یعنی $Q = -24\text{ J}$ یا $Q' = +24\text{ J}$ است.

② هر وقت دستگاه و محیط گرما مبادله می‌کنند، فرض بر این است که دستگاه با یک منبع (یا چشمه) گرما در تماس است. منبع گرما، جسمی است که اگر گرما بگیرد یا از دست بدهد، دمایش تغییر محسوسی نمی‌کند.

۲- کار

به شکل روبه‌رو نگاه کنید:

نیروی ناشی از فشار گاز درون سیلندر به دیواره‌ی سیلندر و پیستون وارد می‌شود (نیروهای F' در شکل) و طبق قانون سوم نیوتون متقابلاً سیلندر و پیستون هم بر گاز نیرو وارد می‌کنند (نیروهای F_1 تا F_4 در شکل).^۲ حالا اگر پیستون (چه در جهت اثر نیرو و چه در خلاف جهت اثر نیرو) جابه‌جا شود، براساس رابطه‌ی $W = Fd \cos \alpha$ کار انجام می‌شود. در این رابطه α زاویه‌ی بین جهت حرکت پیستون و نیروی F است.)

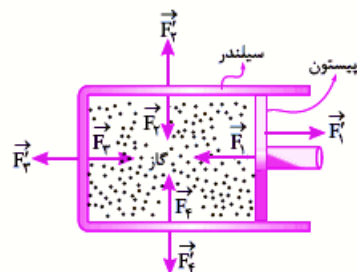
واضح است که هم‌زمان با جابه‌جایی پیستون، حجم گاز درون سیلندر هم تغییر می‌کند، بنابراین می‌توانیم بگوییم: هر وقت حجم دستگاه تغییر کند، بر روی دستگاه یا محیط کار انجام گرفته

است و برعکس،

سه‌تا نکته‌ی خیلی مهم هم هست که نباید از دستشان بدهید:

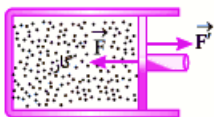
۱- در شکل روبه‌رو، برآیند نیروهایی را که پیستون به گاز وارد می‌کند با \vec{F} و نیرویی را که گاز به پیستون اثر می‌دهد، با \vec{F}' نشان داده‌ایم. نکته‌ی مهم این است که چه پیستون ثابت بماند و چه به سمت چپ یا راست حرکت کند، جهت این نیروها تغییر نمی‌کند.

۲- کاری را که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، با W نشان می‌دهیم. در واقع W کاری است که نیروی \vec{F} روی گاز انجام می‌دهد. در این صورت هر وقت حجم دستگاه کم شود (یعنی گاز متراکم شود)، مطابق شکل «الف» \vec{F} و \vec{d} هم‌جهت شده و در نتیجه W مثبت می‌شود. مثل این است که بگوییم با کاهش حجم، دستگاه کار (انرژی) می‌گیرد.



در این شکل نیروهایی که محیط به دستگاه اثر می‌دهد را با \vec{F}_n و نیروهایی که دستگاه به محیط وارد می‌کند را با \vec{F}'_n نشان داده‌ایم.

$$\Delta V \neq 0 \Leftrightarrow W \neq 0$$



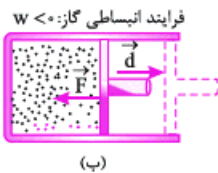
فرایند تراکمی گاز: $W > 0$



(الف)

۱- بعداً در بحث یخچال‌ها می‌بینید که با انجام کار بر روی دستگاه می‌شود گرما را از جسم سردتر به جسم گرم‌تر منتقل کرد.
۲- چون پیستون می‌تواند حرکت کند، نیروی وارد بر آن را بررسی می‌کنیم.

حالا اگر حجم دستگاه افزایش یابد (یعنی گاز منبسط شود)، \vec{F} و \vec{d} در خلاف جهت می‌شوند و W منفی خواهد شد. (شکل «ب»):
درواقع با افزایش حجم، دستگاه کار (انرژی) از دست می‌دهد.



$\Delta V < 0 \Leftrightarrow W > 0$: فرآیند تراکمی
$\Delta V > 0 \Leftrightarrow W < 0$: فرآیند انبساطی

۳ هم‌زمان با کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)، دستگاه هم روی محیط کار انجام می‌دهد که آن را با نماد W' نشان می‌دهیم. با توجه به عمل و عکس‌العمل بودن نیروهایی که محیط و دستگاه به هم وارد می‌کنند، می‌فهمیم که همیشه $W' = -W$ است:

$\Delta V < 0 \Leftrightarrow W' < 0$: فرآیند تراکمی
$\Delta V > 0 \Leftrightarrow W' > 0$: فرآیند انبساطی

ننجه همیشه W و ΔV مختلف‌العلامت و W' و ΔV هم‌علامت هستند.

۱۲۸۶ - گزینه ۲ باید تشخیص دهیم که کدام یک از گزینه‌ها در اثر مبادله‌ی گرما با استکان چای، دمایش تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کند، پس گزینه‌ها را یک‌به‌یک بررسی می‌کنیم:

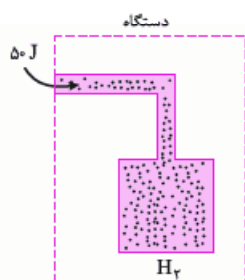
گزینه ۱: می‌دانید که دمای مخلوط آب و یخ برابر 0°C است و تا زمانی که تمام یخ ذوب نشود، دمای مخلوط تغییر نمی‌کند. یک استکان چای 21°C فقط می‌تواند مقدار کمی از یخ را ذوب کند و در نهایت مخلوط آب و یخ 0°C باقی می‌ماند، پس یک پارچ پر از مخلوط آب و یخ برای یک استکان چای 21°C منبع گرما محسوب می‌شود.

گزینه ۲: اگر یک استکان چای 21°C را درون یک کتری ۱ لیتری آب 10°C بریزیم، دیگر دمای آب کتری 10°C نخواهد بود و دمای تعادلشان کم‌تر از 10°C می‌شود، پس یک کتری ۱ لیتری پر از آب 10°C برای یک استکان چای، منبع گرما به حساب نمی‌آید.

گزینه ۳: در این گزینه، هوای اتاق و استکان چای با هم در تعادل گرمایی‌اند اما اگر دمای آن‌ها متفاوت هم بود، مبادله‌ی گرما بین هوا و چای، دمای هوا را به طور محسوس تغییر نمی‌دهد، پس هوای اتاق برای یک استکان چای منبع گرما است.

گزینه ۴: یک استکان چای نمی‌تواند دمای گرمکن الکتریکی را تغییر دهد، پس گرمکن الکتریکی منبع گرما است.

۱۲۸۷ - گزینه ۱ طبق فرض سؤال، دستگاه ما گاز هیدروژن است. این دستگاه 50 J گرما گرفته (هالا از به بایی که اصلن مهم هم نیست!) پس $Q = 50\text{ J}$ و $Q' = -50\text{ J}$ خواهد بود.



۱۲۸۸ - گزینه ۱ فرایندها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

فرایند (۱): حجم افزایش یافته ($\Delta V > 0$)، پس فرایند انبساطی است و در نتیجه کار انجام‌شده روی گاز منفی خواهد بود. ($W < 0$)

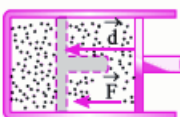
فرایند (۲): برعکس فرایند قبل، حجم کاهش یافته ($\Delta V < 0$)، پس فرایند تراکمی است و در نتیجه کار انجام‌شده روی گاز مثبت خواهد بود. ($W > 0$)

فرایند (۳): حجم تغییری نکرده؛ پس کاری هم انجام نشده است! ($W = 0$)

۱۲۸۹ - گزینه ۲ فرایندها در گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) همگی انبساطی هستند، پس در این فرایندها $W < 0$ و $W' > 0$ است اما می‌دانید که چگالی

آب 0°C بیشتر از یخ 0°C است، پس وقتی یخ ذوب می‌شود، چگالی‌اش زیاد و طبق رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجمش کم می‌شود، بنابراین فرایند ذوب یخ یک فرایند تراکمی بوده و در طی آن کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، مثبت است.

۱۲۹۰ - گزینه ۱ اول ببینیم چه نیرویی بر پیستون وارد شده است:



$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 2 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-4} = 1000\text{ N}$$

با دانستن اندازه‌ی نیروی واردشده بر پیستون، محاسبه‌ی کار انجام‌شده بر روی گاز کار سختی نیست:

$$W = F \cdot d = Fd \cos \alpha = 1000 \times 4 \times 10^{-2} \times \cos(0) = 4\text{ J}$$

حواستان باشد! اگر کاری که گاز بر روی محیط انجام می‌دهد، مورد سؤال بود، به عدد 4 J می‌رسیدیم، چرا که در این حالت زاویه‌ی میان نیرو و جابه‌جایی 180° می‌شد!

انرژی درونی

می‌دانید که انرژی درونی یک ماده برابر است با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل تمام ذره‌های آن ماده. در این فصل، انرژی درونی را با حرف U نشان می‌دهیم.^۱ نکته‌هایی که درباره‌ی انرژی درونی باید بدانید، این‌ها هستند:

۱ وقتی که دستگاه در حالت معینی قرار دارد (یعنی P ، V و T آن ثابت است)، انرژی درونی ثابت می‌ماند. این یعنی مقدار انرژی درونی به متغیرهای ترمودینامیکی بستگی دارد.

۲ طبق تعریف، گازی کامل است که فاصله‌ی ذراتش^۲ آن قدر زیاد باشد که ذرات جز در هنگام برخورد به یکدیگر بر هم نیرویی وارد نکنند (یعنی برهم‌کنش ذرات فقط ناشی از برخورد ذرات باشد). خوب! اگر نیرویی به ذرات وارد نشود، انرژی پتانسیل آن‌ها هم صفر می‌شود، پس در گازهای کامل انرژی درونی برابر با مجموع انرژی جنبشی ذره‌ها است.

مجموع انرژی جنبشی ذرات + مجموع انرژی پتانسیل ذرات = انرژی درونی یک ماده

→ انرژی پتانسیل ذرات کامل برابر صفر است.

$$U = K_T$$

مجموع انرژی جنبشی ذره‌های گاز کامل انرژی درونی گاز کامل

۳ در فصل گرما و ... یاد گرفته‌اید که «دمای مطلق یک جسم (در هر سه حالت گاز، مایع و جامد) با انرژی جنبشی متوسط ذره‌های آن جسم متناسب است» و برای یک تعداد معین از مول‌های یک ماده می‌توانیم بگوییم دمای مطلق با مجموع انرژی جنبشی تمام ذره‌های آن ماده متناسب است. «حالا می‌شود این موضوع را به انرژی درونی گازهای کامل هم ربط داد:

در گازهای کامل: $U \propto T$ → برای گازهای کامل $U = K_T$ است → در همه‌ی حالت‌های ماده $K_T \propto T$

این تناسب به شما می‌گوید: «انرژی درونی گازهای کامل، تابعی از دمای مطلق گاز است.»

با توجه به رابطه‌ی $PV = nRT$ ، می‌توانیم بگوییم برای تعداد مول‌های معین گاز کامل، انرژی درونی تابعی از PV هم هست.

۴ برای تکمیل نکته‌ی قبل، رابطه‌های انرژی درونی گازهای کامل را معرفی می‌کنیم. (این رابطه‌ها مستقیم‌ترین کتاب درسی نیومره ولی در نوشتن این‌ها به شما توی حل تست فیزیکی کمک می‌کنه و کلن نگاه شما رو به مسئله‌های ترمودینامیک تغییر می‌ده!)

$$U = knRT \xrightarrow{PV=nRT} U = kPV$$

مقدار k برای گازهای کامل تک‌اتمی (مثل He) برابر $\frac{3}{2}$ ، برای گازهای کامل دواتمی (مثل H_2 و O_2) برابر $\frac{5}{2}$ و برای گازهای کامل سه‌اتمی و بیشتر (مثل CO_2) برابر $\frac{7}{2}$ است.

مثال اگر دمای یک مول گاز کامل از $127^\circ C$ به $227^\circ C$ برسد، انرژی درونی و مجموع انرژی جنبشی ذرات آن به ترتیب چند درصد افزایش می‌یابد؟

(۱) ۲۵، ۱۲/۵ (۲) ۲۵، ۱۲/۵ (۳) ۱۲/۵، ۱۲/۵ (۴) ۲۵، ۲۵

گزینه‌۴ در گازهای کامل انرژی درونی برابر با مجموع انرژی جنبشی ذرات است و هر دو ی آن‌ها متناسب با دمای مطلق گازند، پس درصد تغییرات

همه‌ی آن‌ها با هم برابر است: $(U = K_T) \propto T \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\Delta K_T}{K_{T_1}} = \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{227 - 127}{(127 + 273)} = \frac{100}{400} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\Delta K_T}{K_{T_1}} = 0.25$

یعنی U و K_T هر دو ۲۵ درصد افزایش یافته‌اند.

مثال در یک فرایند ترمودینامیکی فشار و حجم یک مول گاز کامل به ترتیب ۲ و ۱/۵ برابر شده است. در این فرایند، انرژی درونی گاز چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۳ (۴) ۴

گزینه‌۳ طبق رابطه‌ی $U = kPV$ ، انرژی درونی با حاصل ضرب P و V رابطه‌ی مستقیم دارد: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 \times V_2}{P_1 \times V_1} = 2 \times 1/5 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 3$

۱۲۹۱- گزینه‌۱ مطابق آنچه که در فصل گرما و ... خواندیم، افزایش دمای مطلق یک جسم، افزایش انرژی جنبشی آن جسم را به دنبال خود دارد. حواستان باشد! اگر گزینه‌ی (۴) را انتخاب کرده‌اید، بهتر است درس‌نامه را یک بار دیگر بخوانید.

۱۲۹۲- گزینه‌۱ صرفاً جهت یادآوری! $U_{gas} = K_T$

۱۲۹۳- گزینه‌۱ انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق آن است.

حواستان باشد! با توجه به رابطه‌ی عمومی گازها، در مورد حجم و فشار نمی‌توان به طور مستقل نظر داد.

۱۲۹۴- گزینه‌۱ بدون شرح!

$U \propto T$

$PV = nRT$

۱- به وقت U انرژی درونی رو با U انرژی پتانسیل که سال اول و دوم دبیرستان خونید، قاطعی نکنید.
۲- این تعریف، یک تعریف تئوری است و در واقعیت هیچ گازی کامل نیست.

فیزیک پایه جامع کنکور

۱۲۹۵- بدون شرح! **گزینه ۱**

۱۲۹۶- متغیرهای ترمودینامیکی (دما، فشار و حجم) برای گاز (عموماً گاز کامل) تعریف می‌شود تا بتوان با آن حالت گاز را مشخص نمود و برای جامدات و مایعات موضوعیتی ندارد. ثانیاً در گاز کامل با تغییر ابعاد (تغییر حجم)، قطعاً $\frac{T}{V}$ نیز تغییر خواهد کرد. (نادرستی گزینه‌ی ۴)

وقتی فشار و دما ثابت است، سومین متغیر ترمودینامیکی (یعنی حجم) هم ثابت می‌ماند. با این مقدمه گزینه‌ها را یک‌به‌یک تحلیل می‌کنیم:
گزینه‌ی (۱): گفتیم وقتی P, V, T ثابت بمانند، انرژی درونی هم ثابت می‌ماند. به بیان دیگر تغییر انرژی درونی حداقل دوتا از متغیرهای ترمودینامیکی را تغییر می‌دهد. **گزینه ۲**

گزینه‌ی (۲): ابعاد می‌تواند تغییر کند، به شرط آن که حجم تغییر نکند، مثلاً حجم مکعبی به ضلع $2m$ با مکعب مستطیلی به ابعاد $1, 2, 4$ متر برابر است. **گزینه ۳**

گزینه‌ی (۳): طبق رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ ، اگر m و V ثابت بمانند، امکان ندارد ρ تغییر کند. **گزینه ۴**

گزینه‌ی (۴): انرژی جنبشی متوسط ذره‌ها متناسب با دمای مطلق ذره است، پس با ثابت ماندن دما، انرژی جنبشی متوسط هم تغییر می‌کند. **گزینه ۱**

۱۲۹۷- از رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم، استفاده می‌کنیم: (په‌رر ساره) $\Delta U = knR\Delta T \xrightarrow{k=\frac{3}{2}} \Delta U = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times 100 = 1200 J$

۱۲۹۸- از تناسب انرژی درونی گاز با دمای مطلق آن باید استفاده کرد: **گزینه ۲**

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_2 + 273}{\theta_1 + 273} = \frac{182 + 273}{91 + 273} = \frac{2 \times 91 + 3 \times 91}{91 + 3 \times 91} = \frac{91(2+3)}{91(1+3)} = \frac{5}{4}$$

حواستان باشد! اگر دمای مطلق را نادیده می‌گرفتید، به اشتباه گزینه‌ی (۳) را انتخاب کرده بودید!

۱۲۹۹- طبق رابطه‌ی گازهای کامل داریم: $\frac{P_1 V_1}{n T_1} = \frac{P_2 V_2}{n T_2} \Rightarrow \frac{8 \times 6}{300} = \frac{6 \times 8}{T_2} \Rightarrow T_2 = 300 K$

تغییری در دمای گاز صورت نگرفته پس انرژی جنبشی آن ثابت مانده است در نتیجه $\Delta U = 0$ باز هم تأکید می‌کنیم که انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق آن است!

۱۳۰۰- ابتدا رابطه‌ی انرژی درونی را برای دو نقطه‌ی a و b می‌نویسیم: **گزینه ۲**

$$\begin{cases} U_a = k P_a V_a \\ U_b = k P_b V_b \end{cases}$$

اختلاف این دو مقدار، تغییر انرژی درونی را نمایش می‌دهد:

$$\Delta U = U_b - U_a = k P_b V_b - k P_a V_a \xrightarrow{\frac{k}{V_a=V_b}} \Delta U = \frac{3}{2} V_a (P_b - P_a) = \frac{3}{2} \times 8 \times 10^{-3} (2-1) \times 10^5 \Rightarrow \Delta U = 300 J$$

پس انرژی درونی $300 J$ افزایش یافته است.

فانون اول ترمودینامیک

قبلاً گفتیم:

- ۱- در طی یک فرایند ترمودینامیکی، انرژی از راه کار و گرما از دستگاه خارج یا به آن وارد می‌شود.
 - ۲- یک فرایند ترمودینامیکی می‌تواند همراه با تغییر انرژی درونی دستگاه باشد، بدین صورت که انرژی‌ای که وارد دستگاه می‌شود U را زیاد و انرژی‌ای که از دستگاه خارج می‌شود U را کم می‌کند.
- نتیجه‌ی ۱ و ۲ - تبادل کار و گرما با محیط، انرژی درونی دستگاه را با رابطه‌ی زیر تغییر می‌دهد:

تغییرات انرژی درونی دستگاه

$$\Delta U = Q + W$$

این رابطه‌ی ساده، همان قانون اول ترمودینامیک است. در این رابطه هر چیزی که باعث شود انرژی درونی افزایش یابد، با علامت مثبت و هر آن‌چه باعث شود انرژی درونی دستگاه کم شود، با علامت منفی در رابطه قرار می‌گیرد. اگر یادتان رفته که علامت‌های Q و W را چه‌طور تعیین می‌کردید، جدول‌های زیر را مرور کنید:

	Q	Q'
گرما وارد دستگاه می‌شود.	+	-
گرما از دستگاه خارج می‌شود.	-	+

Q': گرمایی که محیط می‌گیرد.

Q: گرمایی که دستگاه می‌گیرد.

	ΔV	W	W'
تراکم	-	+	-
انبساط	+	-	+

W': کار دستگاه روی محیط

W: کار محیط روی دستگاه

مثال در یک فرایند ترمودینامیکی یک مول گاز کامل 200 J گرما می‌گیرد و 120 J کار بر روی محیط انجام می‌دهد. در طی این فرایند گاز شده است و انرژی درونی آن افزایش یافته است.

(۱) منبسط - 80 J (۲) منبسط - 320 J (۳) متراکم - 80 J (۴) متراکم - 320 J

گزینه ۱ گام اول، دستگاه 200 J گرما گرفته است، یعنی:
گام دوم، دستگاه بر روی محیط 120 J کار انجام داده است، یعنی فرایند انبساطی است و داریم:
گام سوم، تغییرات انرژی درونی برابر است با:
 $Q = +200\text{ J}$
 $W' = +120\text{ J} \Rightarrow W = -120\text{ J}$
 $\Delta U = Q + W = 200 + (-120) \Rightarrow \Delta U = 80\text{ J}$

۱ می‌دانیم رابطه‌های $U = kPV$ و $U = knRT$ انرژی درونی گاز کامل را به ما می‌دهند. با این رابطه‌ها هم می‌توانیم تغییرات انرژی درونی گاز کامل را حساب کنیم:

$$\Delta U = U_f - U_i = knRT_f - knRT_i \Rightarrow \Delta U = knR\Delta T$$

$$\Delta U = U_f - U_i = kP_f V_f - kP_i V_i \Rightarrow \Delta U = k\Delta(PV) \Rightarrow \Delta U = k \left(\frac{P_f V_f}{P_i V_i} - 1 \right)$$

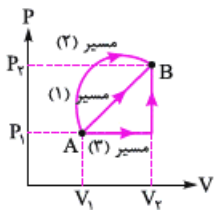
فشار و حجم ابتدای فرایند - فشار و حجم انتهای فرایند

(تکرار می‌کنیم که k برای گازهای تک‌اتمی برابر $\frac{3}{2}$ ، برای دواتمی‌ها برابر $\frac{5}{2}$ و برای سه‌اتمی‌ها و بیشتر برابر $\frac{7}{2}$ است.)

اول این که این دو رابطه خیلی مهم و پر کاربردند و دوم این که این رابطه‌ها نشان می‌دهند که ΔU به مسیر فرایند بستگی ندارد و فقط به دمای گاز در ابتدا و انتهای مسیر وابسته است. مثلاً در شکل مقابل با وجود این که دستگاه از سه مسیر مختلف از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B رسیده است، تغییرات انرژی درونی در همه‌ی مسیرها یکسان است؛ زیرا در هر سه آن‌ها نقطه‌ی ابتدایی (A) و نقطه‌ی انتهایی فرایند (B)، یکسان است و داریم:

$$\Delta U = k \left(\frac{P_f V_f}{P_i V_i} - 1 \right) \Rightarrow \Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = k(P_f V_f - P_i V_i)$$

انتهای مسیر (B) ابتدای مسیر (A)



۲ Q و W به مسیر فرایند وابسته‌اند. گاز می‌تواند از بی‌شمار مسیر از حالت اولیه‌ی (T_i, V_i, P_i) به حالت نهایی (T_f, V_f, P_f) برود که در همه‌ی آن‌ها ΔU یکسان است اما Q و W آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد. به مثال زیر توجه کنید:

مثال یک مول گاز کامل یک بار از مسیر «۱» و بار دیگر از مسیر «۲» از حالت معین a به حالت معین b رسیده است و در طی مسیر «۱» گاز 150 J گرما به محیط داده و محیط 400 J بر روی گاز کار انجام داده است. اگر در طی مسیر «۲» محیط 150 J گرما به گاز داده باشد، گاز چند ژول کار بر روی محیط انجام داده است؟

(۱) 400 (۲) -400 (۳) 100 (۴) -100

گزینه ۳ گام اول، ΔU برای دو مسیر یکسان است. چون در هر دو گاز از حالت معین a به حالت معین b رسیده است:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2$$

$$Q_1 = -150\text{ J}, \quad W_1 = +400\text{ J}$$

گام دوم، در مسیر «۱» گاز 150 J گرما از دست داده و 400 J انرژی از طریق کار گرفته است:

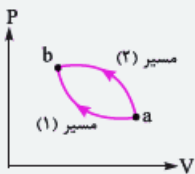
$$Q_2 = +150\text{ J}, \quad W_2 = ?$$

در مسیر «۲»، گاز 150 J گرما گرفته است:

$$Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 \Rightarrow -150 + 400 = 150 + W_2 \Rightarrow W_2 = 100\text{ J}$$

پس W_2 به راحتی به دست می‌آید:

گام سوم، اونایی که گزینه‌ی (۳) رو می‌فواستن بززن، بززن که عهله کار فیلی بریه! طراح کاری که گاز روی محیط انجام داده (یعنی W') را خواسته است:



$$W' = -W = -100\text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W$$

کار انجام شده روی گاز - گرمای داده شده به گاز - تغییر انرژی درونی

گزینه ۳ -۱۳۰۱ از قانون اول ترمودینامیک داریم:

حواستان باشد! امیدواریم که گزینه‌ی (۱) را نزده باشید!

گزینه ۲ -۱۳۰۲ دستگاه از محیط گرما گرفته، پس $Q > 0$ است و بر روی محیط کار انجام داده، پس $W < 0$ است:

$$\Delta U = Q + W = 400 - 450 = -50\text{ J}$$

(انرژی درونی کاهش می‌یابد)

$$\Delta U = Q + W = 200 - 80 = 120\text{ J}$$

گزینه ۳ -۱۳۰۳ ابتدا تغییر انرژی درونی را به دست می‌آوریم:

حالا از رابطه‌ی تغییر انرژی درونی با دما استفاده می‌کنیم تا اختلاف دما به دست آید:

$$\Delta U = knR\Delta T \xrightarrow{k=\frac{5}{2}} 120 = \frac{5}{2} \times 8.314 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 3^\circ\text{C}$$

گاز دواتمی

پس دما 3°C افزایش می‌یابد.

۱۳۰۴ - **گزینه ۳** برداشت اول، در این فرایند گاز متراکم شده ($\Delta V < 0$)، پس $W > 0$ است. (انرژی وارد سیستم شده) برداشت دوم، از طرفی دستگاه به محیط گرما داده، پس $Q < 0$ است.

نذیجه معادل قدم مطلق کار و گرما را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} Q = -|Q| ; Q < 0 \\ W = |W| ; W > 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta U = |W| - |Q|$$

۱۳۰۵ - **گزینه ۱** هم زدن مایع درون ظرف به معنای دریافت کار از خارج (محیط) است؛ به زبان ریاضی:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = W \xrightarrow{W > 0} \Delta U > 0 \text{ (افزایش دما)}$$

۱۳۰۶ - **گزینه ۲** گام اول، چون حجم افزایش یافته ($\Delta V > 0$) کار دریافت شده منفی خواهد بود ($W < 0$)؛ پس تا همین جا گزینه های (۳) و (۴) کنار رفتند. گام دوم، برای تشخیص زیاد و کم شدن انرژی درونی، کافی است انرژی درونی نقطه های A و B را با هم مقایسه کنیم:

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{5 \times 10^5}{2 \times 2 \times 10^5} = \frac{5}{4} > 1$$

$$\Rightarrow U_B > U_A \Rightarrow \Delta U > 0$$

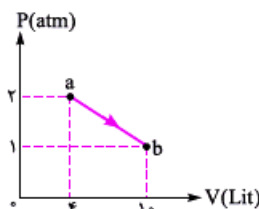
چون این نسبت بزرگتر از یک است، پس انرژی داخلی زیاد شده است.

۱۳۰۷ - **گزینه ۴** در این سؤال هم به مقایسه انرژی درونی در ابتدا و انتهای مسیر فرایند می پردازیم؛ چرا که در گزینه ها مجموع کار و گرما را می بینیم:

$$\frac{U'}{U} = \frac{P'V'}{PV} = \frac{2P_1 \times V_1}{P_1 \times 2V_1} = 1 \Rightarrow U' = U \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0$$

نمودار P-V

مهم ترین نمودارهای ترمودینامیکی، نمودارهای «P-V»، «P-T» و «V-T» هستند که از بین اینها نمودار «P-V» از همه مهم تر و کاربردی تر است. این نوع نمودار را در این درس نامه و سایر نمودارها را در درس نامه های بعدی بررسی می کنیم. با مطالعه ای این درس نامه ها شما می توانید خیلی از تست های ترمودینامیک را حل کنید. کارمان را از نمودار P-V شروع می کنیم:



شکل روبه رو، نمونه ای از یک نمودار «P-V» است. این نمودار، مسیر فرایندی را نشان می دهد که طی آن گاز از حالت a به حالت b رسیده است. از نمودارهای «P-V» چیزهای مهمی می شود فهمید که ما آن ها را برای شما بازگو می کنیم:

۱- تغییرات دما: طبق رابطه $PV = nRT$ ، دمای مطلق گاز (T) با حاصل ضرب P در V رابطه ی مستقیم دارد، پس در نمودار «P-V» به راحتی می توان تغییرات دما را بررسی کرد، مثلاً در نمودار بالا نسبت دمای گاز در حالت b به دمای آن در حالت a برابر است با:

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{P_b \times V_b}{P_a \times V_a} = \frac{1 \times 10}{2 \times 4} \Rightarrow \frac{T_b}{T_a} = 1/25$$

ضمناً اگر تعداد مول گاز را بدانیم، اندازه ی دما را هم از رابطه ی $PV = nRT$ می توانیم حساب کنیم، مثلاً اگر نمودار بالا متعلق به یک مول گاز کامل باشد، با فرض

$$P_a V_a = nRT_a \Rightarrow T_a = \frac{(2 \times 10^5) \times (4 \times 10^{-3})}{1 \times 8} = 100 \text{ K}$$

فرض $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ ، دمای آن در حالت a برابر است با:

حتماً توجه کردید که برای محاسبه ی اندازه ی دمای مطلق فشار را برحسب Pa و حجم را برحسب m^3 در فرمول قرار دادیم.

۲- دما در یک نقطه: هر وقت در نمودار «P-V»، فشار را برحسب اتمسفر و حجم را برحسب لیتر دادند، برای تبدیل کردن یکای «P×V» به SI کافی است، مقدار P برحسب atm را در مقدار V برحسب lit ضرب کرده و حاصل را در عدد ۱۰۰ ضرب کنید، مثلاً با همان فرض های قبلی در همین نمودار

$$T_b = \frac{(1 \times 10^5) \times 10}{1 \times 8} \Rightarrow T_b = 125 \text{ K}$$

خودمان دمای گاز در حالت b برابر می شود با:

۳- انرژی درونی: رابطه ی $U = kPV$ به ما می گوید که انرژی درونی گاز (U) همانند دمای مطلق گاز با حاصل ضرب فشار در حجم (PV) رابطه ی

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{P_b V_b}{P_a V_a} = \frac{1 \times 10}{2 \times 4} \Rightarrow \frac{U_b}{U_a} = 1/25$$

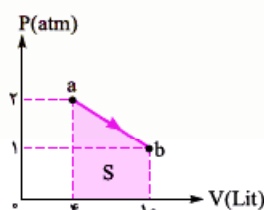
مستقیم دارد، مثلاً در فرایند شکل بالا انرژی درونی در پایان فرایند برابر انرژی درونی در آغاز فرایند است.

۴- تغییرات انرژی درونی: اگر داده های نمودار P-V را در رابطه ی $\Delta U = k\Delta(PV)$ قرار بدهیم، تغییرات انرژی درونی به دست می آید. البته برای استفاده از این رابطه باید بدانیم گاز چنداتمی است که خوش بختانه تقریباً همیشه در صورت سؤال به آن اشاره می شود، مثلاً اگر در نمودار بالا، دستگاه یک گاز

$$\Delta U = \frac{5}{2} \times (P_b V_b - P_a V_a) = \frac{5}{2} \times (1 \times 10 - 2 \times 4) \times 100 = 300 \text{ J}$$

کامل تک اتمی باشد (یعنی $k = \frac{5}{2}$)، داریم:

(متناً می روئید ولی به بار رنگه می گیم که چرا توی این متناسبه عدد ۱۰۰ رو ضرب کردیم! چون فشار رو برحسب atm و عیم رو برحسب Lit دادن و ما با این کار اونا رو به SI تبدیل کردیم.)



۵- کار انجام گرفته روی دستگاه: یکی از ویژگی های منحصر به فرد نمودار «P-V» این است که به کمک آن می توانیم کاری که روی دستگاه انجام گرفته را در موارد خاص محاسبه کنیم. سطح زیر نمودار «P-V» برابر قدرمطلق کاری است که روی دستگاه انجام شده است، مثلاً در نمودار بالا مقدار کاری که روی دستگاه انجام شده برابر

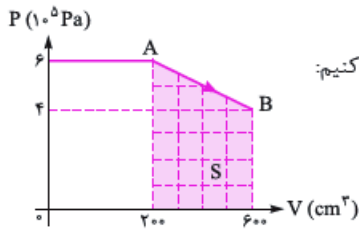
$$S_{\text{مساحت دوزنقه}} = |W| = \frac{2+1}{2} \times (10-4) \times 100 = 900 \text{ J}$$

است با:

فصل ششم
ترمودینامیک

توجه داشته باشید که شما تنها زمانی می‌توانید W را به دست آورید که سطح زیر نمودار $P-V$ به صورت اشکال هندسی ساده و مساحت آن برای شما قابل محاسبه باشد.

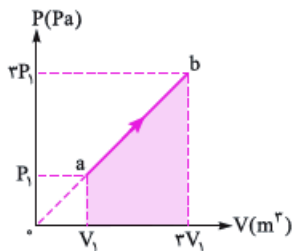
حالا یک سؤال اساسی پیش می‌آید. آیا به کمک این نمودار می‌شود علامت کار را هم تشخیص داد؟ حتماً می‌شود! فقط کافی است ببینید که حجم گاز زیاد شده است یا کم. اگر فرایند انبساطی باشد، $W < 0$ و اگر فرایند تراکمی باشد، $W > 0$ است. (*حواستان باشد که منظور از علامت کار، کار انجام شده روی دستگاه است.) در نمودار خودمان حجم گاز از a تا b افزایش یافته، پس فرایند تراکمی است و داریم: $W = -900 \text{ J}$



۱۳۰۸ - گزینه ۲ برای به دست آوردن اندازه‌ی کار در مسیر AB ، باید سطح زیر نمودار این فرایند را محاسبه کنیم:

$$|W| = S_{\text{دورنقه}} = \frac{(4+6) \times 10^5}{2} \times (600-200) \times \frac{10^{-6}}{\text{تبدیل cm}^3 \text{ به m}^3} = 200 \text{ J} \quad (\text{حواستون به واحدهای SI باشه!})$$

در این سؤال علامت کار برای طراح مهم نبوده!



۱۳۰۹ - گام اول، ابتدا اندازه‌ی کار را از طریق مساحت زیر نمودار محاسبه می‌کنیم:

$$|W| = S_{\text{دورنقه}} = \frac{(2P_1 + P_1)}{2} \times (2V_1 - V_1) = 4P_1V_1$$

گام دوم، حجم افزایش داشته، فرایند انبساطی بوده و $W < 0$ است، در نتیجه:

$$W < 0 \rightarrow W' = -W \rightarrow W' > 0 \Rightarrow W' = 4P_1V_1$$

گام سوم، حالا از قانون عمومی گازها، نسبت مورد سؤال را ساده می‌کنیم تا به جواب برسیم:

$$\frac{W'}{nRT_1} = \frac{4P_1V_1}{P_1V_1} = 4$$

۱۳۱۰ - مجموع کار و گرما یعنی تغییرات انرژی درونی! پس تغییر انرژی درونی این فرایند در دو نقطه‌ی A و C را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W = k\Delta(PV) \Rightarrow \Delta U_{ac} = \frac{3}{2}(P_cV_c - P_aV_a) = \frac{3}{2}(\delta \times 2 - 2 \times \delta) \times 10^4 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta U = 0$$

۱۳۱۱ - از قانون عمومی گازها می‌توان فهمید که دمای مطلق گاز با حاصل ضرب فشار در حجم متناسب است:

$$PV = nRT \Rightarrow T \propto PV$$

$$\left. \begin{aligned} T_I : P_I V_I &= 3 \times 3 = 9 \\ T_M : P_M V_M &= 2 \times 6 = 12 \\ T_F : P_F V_F &= 1 \times 9 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_M > T_I = T_F$$

پس برای مقایسه‌ی دمای گاز در نقاط موردنظر، کافی است حاصل ضرب PV هایشان را با هم مقایسه کنیم:

پون فقط حاصل ضرب $P \times V$ برامون مهم بود، از تیریل واحد و متی نوشتن 10^5 هم چشم‌پوشی کردیم!

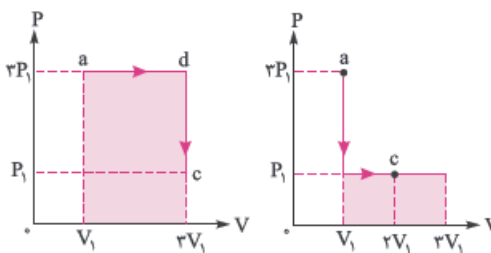
۱۳۱۲ - گزینه ۲ طبق روال همیشگی در این سؤالات با تحلیل گزینه‌ها، جمله‌ی نادرست را پیدا می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): نقاط ابتدا و انتهای هر سه فرایند a و c است، پس انرژی درونی‌شان یکسان است.

گزینه‌ی (۲): $\Delta U = k\Delta(PV) = \frac{3}{2}(2P_1V_1 - 2P_1V_1) = 0$

گزینه‌ی (۳): با توجه به این‌که در هر سه فرایند تغییر انرژی درونی صفر ولی کار انجام شده متفاوت است، در هیچ‌کدام از فرایندها، امکان ندارد گاز گرمای یکسانی دریافت کرده باشد!

گزینه‌ی (۴): $|W_{adc}| = (2V_1 - V_1) \times 2P_1 = 2P_1V_1$ $|W_{abc}| = (2V_1 - V_1) \times P_1 = P_1V_1$ $|W_{adc}| = 2|W_{abc}|$



۱۳۱۳ - گام اول، اطلاعاتی که از نمودار به دست آوردیم، W و ΔU است؛ W از جمع مساحت مستطیل و دورنقه‌ی زیر نمودار محاسبه می‌شود:

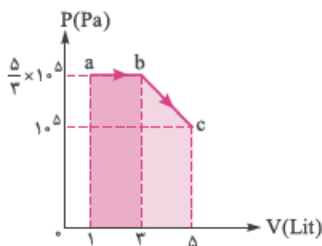
$$|W| = S_{\text{دورنقه}} + S_{\text{مستطیل}} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{2} \times (\delta - 3) \times 100 + (3-1) \times \frac{\delta}{2} \times 100 = 600 \text{ J} \xrightarrow{\Delta V > 0} W = -600 \text{ J}$$

گام دوم، برای به دست آوردن ΔU فقط با نقطه‌های a و c کار داریم:

$$\Delta U = U_c - U_a = k\Delta(PV) = \frac{3}{2}(P_cV_c - P_aV_a) = \frac{3}{2} \times \underbrace{(\delta \times 1 - 1 \times \frac{\delta}{3})}_{\frac{10}{3}} \times 100 = 500 \text{ J}$$

گام سوم، قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله شده با محیط را به ما نشان می‌دهد:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W = 500 - (-600) = 1100 \text{ J}$$



فیزیک پایه جامع کنکور

با توجه به گزینه‌ها، لازم است از سه وجه ترمودینامیکی ΔU ، W و Q این نمودار را بررسی کنیم:

گام اول، ΔU ، تغییر انرژی درونی فقط و فقط! به ابتدا و انتهای مسیر بستگی دارد (شکل مسیر هیچ اهمیتی ندارد) نقاط ابتدا و انتهای هر سه مسیر i و f است؛ از طرفی $\Delta U = k\Delta(PV)$ می‌باشد و واضح است که $\Delta(PV) > 0$ است!

$$\Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c > 0$$

بنابراین:

تا همین جا گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند.

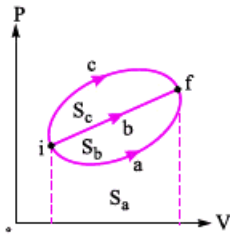
گام دوم، W ، با توجه به شکل (S_c, S_b, S_a) به ترتیب سطح زیر، نمودار a ، b و c (اندک) بنابراین با مقایسه‌ی مساحت زیر هر نمودار، به نتیجه‌ی زیر می‌رسیم:

$$S_a < S_b < S_c \xrightarrow{|W|=S} |W_a| < |W_b| < |W_c| \xrightarrow[\frac{\Delta V > 0}{W < 0}]{\text{انبساط}} \rightarrow 0 > W_a > W_b > W_c$$

گام سوم Q ، با توجه به قانون اول ترمودینامیک و البته دو وجه قبلی، این وجه هم کامل می‌شود:

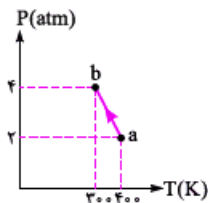
$$0 < \Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c = W_a + Q_a = W_b + Q_b = W_c + Q_c \xrightarrow[\frac{W_a < 0}{W_b > W_c}]{\text{انبساط}} \rightarrow Q_c > Q_b > Q_a > 0$$

چون $W < 0$ و $\Delta U > 0$ است، گرما هم حتماً مثبت خواهد بود. ($Q > 0$)



نمودارهای P-T

در حد کتاب درسی و کنکور سراسری، این نمودار چیزهای کم‌تری نسبت به نمودار $P-V$ به ما می‌دهد. شکل روبه‌رو را هم به عنوان یک نمونه از نمودار $P-T$ برای یک مدل گاز کامل تک‌اتمی داشته باشید، مواردی را که می‌توان از این نمودار به دست آورد با هم بررسی کنیم:



۱- تغییرات حجم: طبق رابطه‌ی $V = \frac{nRT}{P}$ ، حجم گاز با نسبت $\frac{T}{P}$ متناسب است، پس به کمک نمودار $P-T$ می‌توانیم تغییرات حجم و همچنین انبساطی یا تراکمی بودن فرایند را داشته باشیم؛ مثلاً در نمودار بالا نسبت حجم گاز در پایان فرایند (b) به حجم آن در آغاز فرایند (a) چنین است:

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{\frac{T_b}{P_b}}{\frac{T_a}{P_a}} = \frac{T_b}{T_a} \times \frac{P_a}{P_b} = \frac{400}{300} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{3}$$

مقدار حجم گاز در هر حالت را هم می‌توانیم حساب کنیم، مثلاً برای حالت a داریم: ($R = 8 \frac{J}{molK}$)

$$V_a = \frac{nRT_a}{P_a} = \frac{1 \times 8 \times 300}{2 \times 10^5} = 0.012 \text{ m}^3 = 12 \text{ Lit}$$

حواستان باشد! اگر یک وقت محور دما را برحسب سلسیوس دادند، به کلون تبدیلش کنید.

۲- انرژی درونی: در رابطه‌ی $U = knRT$ می‌بینیم که U و T با هم رابطه‌ی مستقیم دارند، پس به راحتی می‌توانید افزایش یا کاهش انرژی درونی را بررسی کنید، مثلاً در نمودار بالا انرژی درونی در حالت b، $\frac{4}{3}$ برابر انرژی درونی در حالت a است:

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{T_b}{T_a} = \frac{400}{300} \Rightarrow \frac{U_b}{U_a} = \frac{4}{3}$$

یعنی در این فرایند انرژی درونی دستگاه ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

۳- تغییرات انرژی درونی: با رابطه‌ی $\Delta U = knR\Delta T$ ؛ تغییرات انرژی درونی دستگاه به دست می‌آید. در نمودار نمونه‌ی خودمان دستگاه یک مول ($n=1$)

$$\Delta U = knR\Delta T = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times (300 - 400) \Rightarrow \Delta U = -1200 \text{ J}$$

گاز کامل تک‌اتمی ($k = \frac{3}{2}$) است.

پس دستگاه کلاً ۱۲۰۰ J انرژی از دست داده است.

۴- علامت W: در مورد «۱» گفتیم که از نمودار $P-T$ چگونه می‌شود فهمید که یک فرایند، انبساطی است یا تراکمی. پس تشخیص علامت W در نمودار « $P-T$ » کار آسانی است، مثلاً در نمودار بالا، در طی فرایند، حجم گاز کم شده و فرایند تراکمی است؛ پس در این فرایند محیط روی دستگاه کار انجام داده است و داریم:

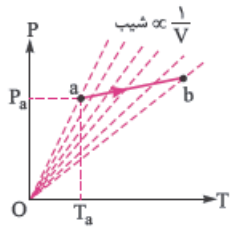
برای کنکور، لازم نیست محاسبه‌ی مقدار کار از روی نمودار $P-T$ را بلد باشید. البته به‌جز در دو فرایند خاص (هم‌حجم و هم‌فشار) که در جای خودش توضیح خواهیم داد.

⊗ با نمودار $P-T$ گاهی می‌توان و گاهی نمی‌توان علامت Q را تعیین کرد. هر وقت ΔU و W مختلف‌العلامه باشند، می‌توان علامت Q را معلوم کرد. در این حالت همیشه Q هم‌علامت با ΔU است:

$$\begin{cases} \Delta U > 0 \\ W < 0 \end{cases} \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q > 0 \quad \begin{cases} \Delta U < 0 \\ W > 0 \end{cases} \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q < 0$$

در نمودار نمونه‌ی خودمان $\Delta U < 0$ و $W > 0$ است، پس Q حتماً منفی است و دستگاه گرما از دست داده است.

۵- **انبساط یا تراکم دستگاه:** از رابطه $V = nR \frac{T}{P}$ یک چیز دیگر هم می‌شود فهمید. از هر نقطه‌ی دلخواه روی نمودار P-T (مثلاً نقطه‌ی a در



شکل روبه‌رو) خطی به مبدأ رسم کنید. شیب این خط (یعنی $\frac{P}{T_a}$) با حجم دستگاه رابطه‌ی عکس دارد.

پس اگر در طی یک فرایند شیب این خط چین‌ها زیاد شود، یعنی حجم کم شده و فرایند تراکمی است. اگر شیب این خط چین‌ها کم شود، یعنی حجم دستگاه زیاد شده و فرایند انبساطی است. در نمودار روبه‌رو، شیب این خط چین‌ها از a تا b در حال کاهش است، پس حجم افزایش یافته و فرایند انبساطی است.

۱۳۱۵- **گزینه ۳** مقدار افزایش دما که از روی نمودار مشخص است، پس انرژی درونی به سادگی محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = knRT \xrightarrow{\frac{k}{n} = \frac{r}{f}} \Delta U = \frac{r}{f} \times \frac{1}{f} \times 1 \times (600 - 300) = 1800 \text{ J}$$

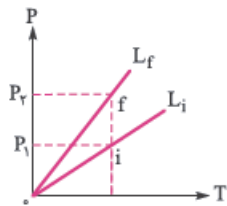
۱۳۱۶- **گزینه ۳** **گام اول:** در این فرایند دما تغییری نکرده است، پس انرژی درونی هم تغییر نکرده! $\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$ تا به این جا گزینه‌های (۱) و (۴) کنار رفتند.

گام دوم: تغییر دما با حاصل ضرب فشار در حجم متناسب است، بنابراین:

$$T \text{ ثابت است} \rightarrow PV = \text{ثابت} \xrightarrow{P \uparrow} V \downarrow \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow W > 0 \xrightarrow{Q = -W} Q < 0$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید شیب خط گذرنده از مبدأ از نقطه‌ی i، تا نقطه‌ی f کاهش پیدا کرده است. یعنی داریم: $L_i < L_f \rightarrow V_i > V_f \Rightarrow \Delta V < 0 \rightarrow W > 0$

از طرفی به دلیل ثابت بودن دما داریم: $T \text{ ثابت است} \rightarrow \Delta U = 0 \xrightarrow{W > 0} Q < 0$ پس گزینه‌ی (۳) درست است.



۱۳۱۷- **گزینه ۱** برای تسلط بیشتر، تمام گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

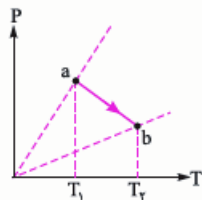
- گزینه‌ی (۱)
- گزینه‌ی (۲)
- گزینه‌ی (۳)
- گزینه‌ی (۴)

$$\uparrow V \quad \frac{nRT}{P} \quad \uparrow$$

$$\Delta T > 0 \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T} \Delta U > 0$$

$$W < 0 \left\{ \begin{array}{l} \Delta U > 0 \\ \Delta U > 0 \end{array} \right. \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q > 0$$

$$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \text{ (انبساط)}$$



شیب خط عبوری از مبدأ از نقطه‌ی a و b کاهش یافته است. از آنجایی که شیب با عکس حجم متناسب است. پس حجم گاز از a تا b افزایش یافته است. یعنی بدون معطلی گزینه‌ی (۱) را انتخاب می‌کنیم!

نمودارهای V-T

شکل روبه‌رو را به عنوان یک نمونه نمودار V-T برای یک مول گاز کامل تک‌اتمی در نظر بگیرید؛ از یک نمودار V-T موارد زیر به دست می‌آیند:

۱- **فشار و تغییرات آن:** نسبت فشارها در دو حالت یا مقدار فشار در یک حالت را می‌توانید حساب کنید. اگر

معادله‌ی حالت گاز را به صورت $P = \frac{nRT}{V}$ بنویسید، می‌بینید که P با $\frac{T}{V}$ رابطه‌ی مستقیم دارد، مثلاً در نمودار شکل (الف) نسبت فشار آخر به فشار اول فرایند برابر است با:

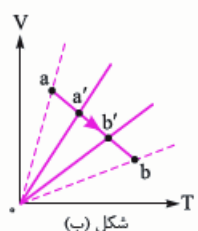
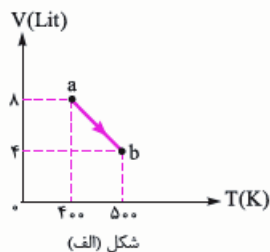
$$\frac{P_b}{P_a} = \frac{T_b}{T_a} = \frac{V_a}{V_b} = \frac{500}{400} \times \frac{4}{5} = 2/5 \Rightarrow \Delta P > 0$$

مقدار فشار گاز در حالت b نیز برابر است با:

$$P_b = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \times 8 \times 500}{4 \times 10^{-3}} = 10^6 P_a = 10 \text{ atm}$$

۲- **تغییرات فشار بر اساس شیب نمودار:** از هر نقطه‌ی دلخواه روی نمودار (مثلاً نقطه‌ی a' روی نمودار V-T روبه‌رو) خطی فرضی به مبدأ رسم کنید.

طبق رابطه‌ی $P = nR \frac{T}{V}$ ، شیب این خط (یعنی $\frac{V}{T}$) با فشار دستگاه رابطه‌ی عکس دارد؛ پس اگر در طی فرایند شیب این خط فرضی زیاد شود، فشار دستگاه کم و اگر شیب این خط فرضی کم شود، فشار دستگاه زیاد می‌شود. در نمودار بالا در طول فرایند از a تا b شیب خط فرضی کم شده است، پس این فرایند همراه با افزایش فشار است.



۳- تغییرات انرژی درونی: می‌توانید افزایش یا کاهش انرژی درونی را بررسی کنید. قبلاً هم گفتیم که U با T متناسب است، مثلاً برای نمودار شکل (الف) می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{500}{400} = 1/25 \Rightarrow \Delta U = 0/25 U_1$$

پس در این فرایند انرژی درونی دستگاه ۲۵ درصد زیاد شده است.

تغییرات انرژی درونی را همان‌طوری حساب کنید که در نمودار $P-T$ حساب می‌کنید. برای نمودار شکل (الف) می‌نویسیم:

$$\Delta U = knR\Delta T \xrightarrow{K=\frac{r}{V}} \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times (500 - 400) = 1200 \text{ J}$$

پس انرژی درونی دستگاه مجموعاً 1200 J افزایش یافته است.

۴- تغییرات حجم گاز: انبساطی یا تراکمی بودن فرایند معلوم است. کافی است ببینید حجم دستگاه چه‌طور تغییر کرده است، مثلاً در نمودار بالا، حجم گاز از 8 Lit به 4 Lit رسیده است:

$$\Delta V = 4 - 8 = -4 \text{ Lit}$$

پس این فرایند تراکمی است.

۵- علامت Q و W : علامت W را می‌توانید معلوم کنید. می‌روئیم تکرار به ولی؛ در تراکم، W مثبت و در انبساط، W منفی است. مثل نمودار $P-T$ ، مقدار کار را فقط در دو فرایند خاص (هم‌فشار و هم‌حجم) از شما می‌خواهند.

علامت Q را گاهی می‌شود حساب کرد. درست مثل نمودار $P-T$ ، اگر ΔU و W مختلف‌العلامه باشند، علامت Q و ΔU یکسان است:

$$\begin{cases} \Delta U > 0 \\ W < 0 \end{cases} \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q > 0 \quad \begin{cases} \Delta U < 0 \\ W > 0 \end{cases} \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q < 0$$

⊕ اگر به شما نمودار $P-V$ دادند، بهتر است برای محاسبه‌ی کمیت‌های ΔU ، W و Q مستقیماً از رابطه‌های PV دار استفاده کنید، یعنی ΔU را از رابطه‌ی $\Delta U = k\Delta(PV)$ و W را از مساحت زیر نمودار و Q را از رابطه‌ی $Q = \Delta U - W$ حساب کنید. هر وقت نمودار $P-T$ یا $V-T$ را دادند، این کمیت‌ها را از رابطه‌های ΔT دار به دست آورید. (یعنی به جای PV ، nRT قرار دهید.)

۱۳۱۸- گزینه ۱ مطابق رابطه‌ی گاز کامل $V = \frac{nR}{P}T$ چون امتداد از مبدأ عبور می‌کند، بنابراین مقدار ثابتی است. لذا فشار گاز طی فرایند ثابت می‌ماند.

۱۳۱۹- گزینه ۲ با توجه به نمودار به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی (۱): دما زیاد شده است؛ پس انرژی درونی هم افزایش می‌یابد. ✗

شیب $\propto \frac{1}{P}$
↓
ثابت

گزینه‌ی (۲): چون امتداد این نمودار خط راست گذرنده از مبدأ است، شیب آن ثابت است، یعنی فشار گاز هم ثابت است: ✓

گزینه‌ی (۳): طبق رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ ، با افزایش حجم، چگالی کم می‌شود. ✗

گزینه‌ی (۴): حجم افزایش یافته، پس فرایند انبساطی است و در نتیجه کار منفی می‌باشد. از طرفی انرژی درونی هم افزایش یافته، پس: ✗

$$\left. \begin{matrix} \Delta U > 0 \\ W < 0 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q > 0$$

۱۳۲۰- گزینه ۲ گام اول، برای محاسبه‌ی انرژی درونی، باید تغییرات دما را داشته باشیم، پس ابتدا T_B را باید به دست آوریم:

$$\Rightarrow \text{نمودار خط راست گذرنده از مبدأ} \Rightarrow \text{فشار ثابت} \Rightarrow \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{0/02}{300} = \frac{0/05}{T_B} \Rightarrow T_B = 750 \text{ K}$$

گام دوم، اکنون به سراغ محاسبه‌ی انرژی درونی می‌رویم (هواستون به دو اتمی بودن گاز باشد).

$$\Delta U = knR\Delta T \xrightarrow{\substack{k = \frac{5}{2} \\ n = \frac{1}{2}}} \Delta U = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} \times 8 \times (750 - 300) = 4500 \text{ J}$$

فرایندهای خاص I - فرایند هم‌حجم

چندتا فرایند ترمودینامیکی هست که پرکاربردتر از بقیه‌ی فرایندهاست. برای همین به آن‌ها فرایندهای خاص می‌گوییم. این فرایندها عبارت‌اند از:

۱- فرایند هم‌حجم ۲- فرایند هم‌فشار ۳- فرایند هم‌دما ۴- فرایند بی‌دررو

۱- فرایند هم‌حجم

از اسم این فرایند معلوم است که در طول آن، حجم دستگاه ثابت می‌ماند. درباره‌ی این فرایند باید نکته‌های زیر را بدانیم:

۱ هر وقت که حجم ثابت بماند، نه انبساطی رخ می‌دهد و نه تراکمی! پس در این فرایند کار انجام نمی‌شود: $\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$

۲ براساس قانون اول ترمودینامیک، در فرایند هم‌حجم، انرژی درونی دستگاه فقط با گرفتن و از دست دادن گرما (Q) تغییر می‌کند، یعنی:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q$$

با این حساب می‌توانید رابطه‌ی Q را برای فرایند هم‌حجم به صورت زیر بنویسید:

$$Q = \Delta U \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T = k\Delta(PV)} \boxed{Q = knR\Delta T = kV\Delta P}$$

در این رابطه چون حجم ثابت است $\Delta(PV)$ را به $V\Delta P$ تبدیل کردیم.

(می‌دانید که k برای گازهای تک‌اتمی برابر $\frac{3}{2}$ ، برای گازهای دواتمی برابر $\frac{5}{2}$ و برای گازهای سه‌اتمی و بیشتر برابر $\frac{7}{2}$ است.)

تعریف: به حاصل ضرب جرم مولی (M) در گرمای ویژه (c) ظرفیت گرمایی مولی می‌گویند.

۳ اول این که در گازها اندازه‌ی ظرفیت گرمایی مولی (Mc) و گرمای ویژه (c) بسته به نوع فرایند تغییر می‌کند. مثلاً Mc فرایند هم‌حجم با Mc

فرایند هم‌فشار متفاوت است.)

دوم این که در فرایند هم‌حجم، Mc را با C_V نمایش می‌دهیم و اسمش را می‌گذاریم: ظرفیت گرمایی مولی گاز در فرایند هم‌حجم!

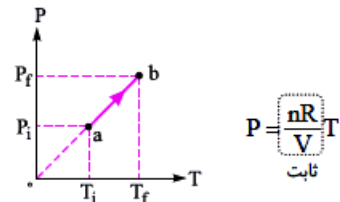
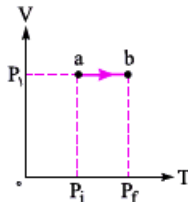
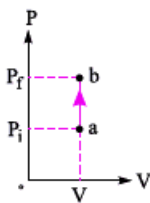
سوم این که C_V برابر با حاصل ضرب kR است و برای همین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q = knR\Delta T \xrightarrow{C_V = kR} \boxed{Q = nC_V\Delta T}$$

(البته با روشی که ما مسائل ترمو رو حل می‌کنیم، زیار با این فرمول سروکار نداریم!)

۴ در شکل‌های زیر، نمودارهای P-V، P-T، V-T، فرایند افزایش فشار و دما را در شرایط هم‌حجم کشیده‌ایم. فقط درباره‌ی نمودار P-T باید

بگوییم که آن را با توجه به رابطه‌ی $P = \frac{nR}{V}T$ کشیده‌ایم؛ یعنی یک خط راست که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد.



مثال به یک مول از گازهای He، O₂ و CO₂ در حجم ثابت، به میزان یکسان گرما می‌دهیم. اگر دمای گاز CO₂، ۱۰/۵°C افزایش یابد،

دمای گازهای He و O₂ به ترتیب (از راست به چپ) چند کلون افزایش یافته است؟

۱۴/۷ ، ۲۴/۵ (۴)

۷/۵ ، ۴/۵ (۳)

۱۲/۵ ، ۱۷/۵ (۲)

۱۰/۵ ، ۱۰/۵ (۱)

گزینه‌ها: گام اول، تغییر دما برحسب درجه‌ی سلسیوس و کلون برابر است، پس لازم است تبدیل واحد کنیم.

گام دوم، k برای CO₂ (سه‌اتمی) برابر $\frac{5}{2}$ ، برای O₂ (دواتمی) برابر $\frac{5}{2}$ و برای He (تک‌اتمی) برابر $\frac{3}{2}$ است، بنابراین با توجه به رابطه‌ی $Q = knR\Delta T$ داریم:

$$Q_{CO_2} = Q_{O_2} \Rightarrow \frac{5}{2}nR \times 10/5 = \frac{5}{2}nR \times \Delta T_{O_2} \Rightarrow \Delta T_{O_2} = \frac{10/5 \times 7}{5} = 14/7 \text{ K}$$

$$Q_{CO_2} = Q_{He} \Rightarrow \frac{5}{2}nR \times 10/5 = \frac{3}{2}nR \times \Delta T_{He} \Rightarrow \Delta T_{He} = \frac{10/5 \times 7}{3} = 24/5 \text{ K}$$

مثال شکل روبه‌رو، نمودار P-V یک گاز کامل دواتمی است. گرمایی که دستگاه از محیط می‌گیرد،

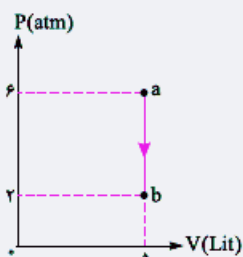
چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$)

-۵۰۰۰ (۱)

۵۰۰۰ (۲)

-۵۰۰ (۳)

۵۰۰ (۴)



گزینه‌ها: چون P و V معلوم است، بهترین رابطه، $\Delta U = kV\Delta P$ است: (یادتان که هست، هر وقت نمودار P-V را برحسب atm و lit دادند، برای

محاسبه‌ی W و ΔU یا Q برحسب ژول، محاسباتمان را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم.)

$$Q = \Delta U = kV\Delta P = \frac{5}{2} \times \delta \times (2-6) \times 100 = -5000 \text{ J}$$

مثال با توجه به این که جرم مولی هلیوم 4 g/mol و جرم مولی اکسیژن 32 g/mol و جرم مولی CO_2 44 g/mol است، جدول زیر را کامل کنید. (R را برابر $8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ بگیرید).

مشخصات گاز	تعداد اتم در مولکول	M (جرم مولی بر حسب g/mol)	k	C_V (ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت بر حسب $\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$)	c در فرایند هم حجم ($\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)
He	۱	۴	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{3}{2} \frac{R}{M_{\text{He}}}$
O_2	۲	۳۲	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{2} \frac{R}{M_{\text{O}_2}}$
CO_2	۳	۴۴	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{2} \frac{R}{M_{\text{CO}_2}}$

پاسخ گام اول، k برای تک اتمی‌ها (مثل هلیوم) برابر $\frac{3}{2}$ ، برای دو اتمی‌ها (مثل اکسیژن) برابر $\frac{5}{2}$ و سه اتمی‌ها (مثل دی‌اکسید کربن) برابر $\frac{7}{2}$ است.

$$\text{He} : C_V = \frac{3}{2} \times 8 = 12 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

گام دوم، با توجه به رابطه $C_V = kR$ داریم:

$$\text{O}_2 : C_V = \frac{5}{2} \times 8 = 20 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

$$\text{CO}_2 : C_V = \frac{7}{2} \times 8 = 28 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

گام سوم، گرمای ویژه‌ی گاز در فرایند هم حجم (c) را هم می‌توانیم از رابطه $C_V = Mc$ حساب کنیم.

$$C_V = Mc \Rightarrow c = \frac{C_V}{M} \begin{cases} \text{He} \Rightarrow c_1 = \frac{12}{4 \times 10^{-3}} = 3000 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \\ \text{O}_2 \Rightarrow c_2 = \frac{20}{32 \times 10^{-3}} = 625 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \\ \text{CO}_2 \Rightarrow c_3 = \frac{28}{44 \times 10^{-3}} = 636 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \end{cases}$$

۱۳۲۱- **گزینه ۴** جای خالی اول، مستقل از نوع فرایند، با کاهش دما، انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد.

جاهای خالی سوم و دوم، در فرایند هم حجم، چون حجم ثابت است، کار صفر است؛ پس طبق قانون اول ترمودینامیک گرما با انرژی درونی برابر می‌شود و در نتیجه با کاهش انرژی درونی، گاز گرما از دست می‌دهد.

$$\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0 \quad \Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q \xrightarrow{\Delta T < 0} \Delta U \downarrow \quad Q \downarrow$$

$$Q = \frac{W}{\Delta V} = \Delta U = knR \Delta T$$

به زبان ریاضی:

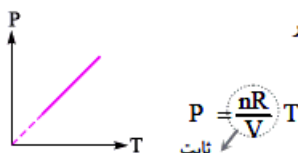
۱۳۲۲- **گزینه ۳** با توجه به برابری گرما و انرژی درونی در فرایند هم حجم، با قراردادن اطلاعات سؤال در رابطه‌ی انرژی درونی به جواب می‌رسیم:

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{5}{2} \\ n = 1 \\ \Delta T = 1 \text{ K یا } 1^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \Delta U = knR \Delta T \Rightarrow Q = \frac{5}{2} R$$

Q در واقع ظرفیت گرمایی مولی (C_V) برای یک گاز دو اتمی است.

۱۳۲۳- **گزینه ۱** اگر قانون عمومی گازها را به صورت رابطه‌ی P بر حسب T بنویسیم، متوجه می‌شویم که نمودار

تغییر فشار بر حسب تغییر دمای مطلق به صورت یک خط راست (شیب ثابت) باید باشد:



۱۳۲۴- **گزینه ۴** تنها نکته‌ی مهم در حل این سؤال، دو اتمی بودن گاز هیدروژن است:

$$Q = knR \Delta T = \frac{5}{2} \times 2 \times 8 \times 27 = 1080 \text{ J}$$

۱۳۲۵- **گزینه ۴** برای حل این سؤال با یک معادله و یک مجهول روبه‌رو هستید!

$$Q = nC_V \Delta T \Rightarrow 570 = 2 \times 28 / 2 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 10 \text{ K یا } 10^\circ\text{C}$$

۱۳۲۶ - گزینه ۳

داده‌ها، ۱- طرف در بسته است، پس حجم آن تقریباً ثابت می‌ماند و می‌توانیم فرایند را هم‌حجم در نظر بگیریم.
 ۲- طراح به جای مقدار مول، فشار و حجم را به ما داده؛ پس باید مقدار مول را از قانون عمومی گازها به دست آوریم.
 خواسته‌ها، محاسبه‌ی گرمای لازم برای افزایش دمای موردنظر!

همین پوری نگاهش می‌داریم

$$P_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow 1 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3} = nR(27 + 273) \Rightarrow nR = 2$$

خب تکلیف مشخص شد:

$$Q = n C_V \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} nR \times \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 2 \times (42 - 27) = 105 \text{ J} \Rightarrow Q = 105 \text{ J}$$

از رابطه‌ی $Q = \Delta U = kV\Delta P$ هم می‌توانیم به جواب برسیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{42 + 273}{27 + 273} = \frac{21}{20} \Rightarrow P_2 = \frac{21}{20} P_1 = \frac{21}{20} \times 10^5 = \frac{21}{20} \times 10^5 \text{ Pa}$$

گام اول، محاسبه‌ی تغییر فشار:

گام دوم، محاسبه‌ی گرما:

$$k = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \Rightarrow Q = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 6 \times 10^{-3} \times \left(\frac{21}{20} - 1\right) \times 10^5 = 105 \text{ J}$$

۱۳۲۷ - گزینه ۲ گام اول، خوشبختانه با توجه به ثابت بودن حجم یا نصف شدن فشار، دما هم نصف می‌شود:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{T_2}{227 + 273} \Rightarrow T_2 = 250 \text{ K}$$

در رابطه‌ی گرما در حجم ثابت خبری از تغییر فشار نیست و در عوض تغییر دما را می‌خواهیم.

گام دوم، مقدار مول هلیوم را هم که لازم داریم:

$$n_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} = \frac{16}{4} = 4 \text{ mol}$$

گام سوم، جای‌گذاری داده‌ها در رابطه‌ی گرما در حجم ثابت:

$$Q = n C_V \Delta T = 4 \times 12/5 \times (250 - 500) = -12500 \text{ J}$$

۱۳۲۸ - گزینه ۱ حتماً می‌دانید در فرایند هم‌حجم W صفر است و $\Delta U = Q_V$ ، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U = Q_V = n C_V \Delta T = 0/2 \times 21 \times 30 = 126 \text{ J}$$

توجه کنید که در این جا C_V به صورت عددی داده شده و دیگر برحسب مقدار R نیست؛ پس بهتر است از فرمول اصلی Q_V استفاده کنیم.

شیب خط

$$P = \frac{nR}{V} T$$

۱۳۲۹ - گزینه ۳ گام اول، ابتدا رابطه‌ی فشار برحسب دما را می‌نویسیم:

گام دوم، هر دو نمودار از مبدأ می‌گذرند، همچنین شیب خط هر دو نمودار (یعنی $\frac{nR}{V}$) مقدار ثابتی است، در نتیجه تغییر حجمی نداریم و کار هر دو صفر خواهد بود:

$$W_1 = W_2 = 0$$

۱۳۳۰ - گزینه ۲ هر دو فرایند ab و cd هم‌حجم‌اند با این تفاوت که دستگاه در فرایند ab گاز دواتمی (هیدروژن) و در فرایند cd گاز تک‌اتمی (هلیوم) است. پس می‌توانیم بنویسیم:

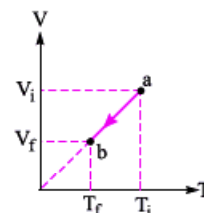
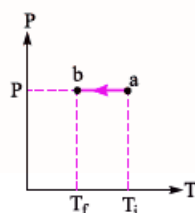
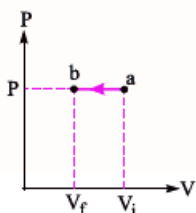
$$\begin{cases} \Delta U_{ab} = \frac{5}{2} n_1 R \Delta T_1 = \frac{5}{2} V_1 \Delta P_1 = \frac{5}{2} \times 3 \times 10^{-3} \times (\Delta - 1) \times 10^5 = 3 \times 10^2 \text{ J} \\ \Delta U_{cd} = \frac{3}{2} n_2 R \Delta T_2 = \frac{3}{2} V_2 \Delta P_2 = \frac{3}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times (\Delta - 1) \times 10^5 = 3 \times 10^2 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \Delta U_{ab} = \Delta U_{cd}$$

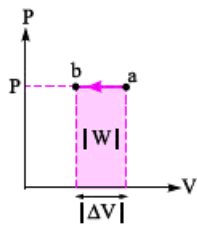
فرایندهای خاص II - فرایند هم‌فشار

فرایندی هم‌فشار است که در طول فرایند فشارش تغییر نکند! به نکته‌های این فرایند خاص توجه کنید:

۱ اول لازم است که نمودارهای $P-V$ ، $V-T$ و $P-T$ این فرایند را با هم ببینیم. در شکل‌های زیر، یک تراکم هم‌فشار را نشان داده‌ایم. با توجه به

ثابت بودن فشار، شکل نمودارهای $P-V$ و $P-T$ که واضح است. نمودار $V-T$ را هم از رابطه‌ی $V = \frac{nR}{P} T$ رسم کردیم. این نمودار یک خط راست است که از مبدأ می‌گذرد.





۲ برای محاسبه‌ی کار کافی است که بتوانید مساحت زیر نمودار P-V را محاسبه کنید، برای فرایند هم‌فشار (شکل زیر) داریم:

$$|W| = P |\Delta V|$$

حواستان باشد! علامت کار همیشه برعکس ΔV است، یعنی در تراکم که ΔV منفی است، کار مثبت و در انبساط که ΔV مثبت است، کار منفی است. پس برای فرایند هم‌فشار می‌توانیم بنویسیم:

$$W = -P\Delta V$$

۳ اگر به رابطه‌ی حالت گاز کامل ($PV = nRT$) توجه کنید، می‌فهمید که W را از رابطه‌ی زیر هم می‌شود محاسبه کرد:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V = nR\Delta T} W = -nR\Delta T$$

۴ با داشتن رابطه‌های W و ΔU به دست آوردن رابطه‌ی Q اصلاً سخت نیست.

$$Q = \Delta U - W \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T, W = -nR\Delta T} Q = knR\Delta T - (-nR\Delta T) = (k+1)nR\Delta T \rightarrow Q = (k+1)nR\Delta T$$

$$Q = (k+1)nR\Delta T \xrightarrow{\Delta(PV) = nR\Delta T} Q = (k+1)P\Delta V$$

در این فرایند رابطه‌ی Q را از این طوری هم می‌شود نوشت:

(در این‌جا چون فشار ثابت است، $\Delta(PV)$ را به صورت $P\Delta V$ نوشتیم.)

ناکسید اگر فرمول‌های W، Q و ΔU را کنار هم بگذاریم، به نتیجه‌ی جالبی می‌رسیم:

$$Q = (k+1)P\Delta V, W = -P\Delta V, \Delta U = kP\Delta V$$

$$\Rightarrow Q = \frac{k+1}{k}\Delta U, Q = -(k+1)W, \Delta U = -kW$$

مثلاً اگر تغییر انرژی درونی درونی یک گاز تک‌اتمی ۳۰۰ J باشد، داریم:

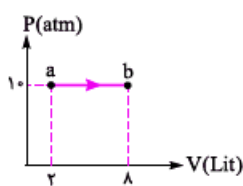
$$\begin{cases} \Delta U = -kW \Rightarrow 300 = -\frac{3}{2}W \Rightarrow W = -200 \text{ J} \\ Q = \frac{k+1}{k}\Delta U \Rightarrow Q = \frac{5}{2} \times 300 = 750 \text{ J} \end{cases}$$

خلاصه‌ی این فرمول‌ها می‌شود جدول زیر:

جدول فرایند هم‌فشار			
کمیت	W	ΔU	Q
گاز	(کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد)	(تغییرات انرژی درونی)	(گرمايي که دستگاه می‌گیرد)
تک‌اتمی	$-nR\Delta T$ یا $-P\Delta V$	$-\frac{3}{2}W$	$-\frac{5}{2}W$
دواتمی	$-nR\Delta T$ یا $-P\Delta V$	$-\frac{5}{2}W$	$-\frac{7}{2}W$
سه‌اتمی	$-nR\Delta T$ یا $-P\Delta V$	$-\frac{7}{2}W$	$-\frac{9}{2}W$

فصل ششم

ترمودینامیک



مثال شکل روبه‌رو، نمودار P-V یک گاز کامل تک‌اتمی است. در این فرایند، به ترتیب از راست به چپ

دستگاه چند ژول گرما گرفته و انرژی درونی گاز چند ژول تغییر کرده است؟ (پشمی هم هل می‌شه!)

$$9000, 15000 \text{ (2)}$$

$$-9000, -15000 \text{ (1)}$$

$$15000, 9000 \text{ (4)}$$

$$-15000, -9000 \text{ (3)}$$

گزینه ۲ از فرمول‌های $\Delta U = kP\Delta V$ و $Q = (k+1)P\Delta V$ به پاسخ درست برسیم:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \times 10 \times (8-2) \times 100 = 9000 \text{ J}$$

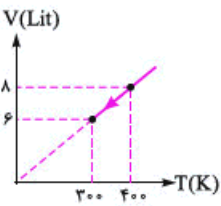
$$Q = \left(\frac{3}{2} + 1\right) \times 10 \times (8-2) \times 100 = 15000 \text{ J}$$

اول با محاسبه‌ی مساحت زیر نمودار، کار را به دست می‌آوریم و بعد از جدول بالا بقیه را حساب می‌کنیم:

$$W = -10 \times (8-2) \times 100 = -6000 \text{ J}$$

$$\Delta U = -\frac{3}{2}W = -\frac{3}{2} \times (-6000) = 9000 \text{ J}$$

$$Q = -\frac{\Delta U}{\frac{3}{2}} = -\frac{9000}{\frac{3}{2}} = 15000 \text{ J}$$



مثال شکل روبه‌رو، نمودار $V-T$ یک مول گاز کامل دواتمی است. در این فرایند، کاری که دستگاه بر

روی محیط انجام می‌دهد، چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{J}{molK})$

- (۱) ۶۰۰
(۲) -۶۰۰
(۳) ۸۰۰
(۴) -۸۰۰

گزینه ۴

چون در نمودار $V-T$ است، از رابطه‌ی ΔT دار استفاده می‌کنیم:

$$W = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times (400 - 300) \Rightarrow W = -800 J$$

$$W' = -W = -(-800) = 800 J$$

حواستان باشد! اول این‌که: طراح کاری را که دستگاه روی محیط انجام می‌دهد، (یعنی W') را می‌خواهد:

دوم این‌که: تست دو داده‌ی بی‌مصرف دارد: یکی دواتمی بودن گاز (که در محاسبه‌ی کار به کار نمی‌آید!) و دیگری ΔV (که در رابطه‌ی $W = -nR\Delta T$ غایب است). (آکه از اول بروئید دنبال پی هستی، اسیر راه‌های اضافی نمی‌شوی!)

مثال حجم ۵/ مول گاز کامل دواتمی در فشار ثابت، ۱۰ درصد کاهش می‌یابد. اگر دمای اولیه‌ی گاز $27^\circ C$ باشد، کار انجام‌شده روی گاز و

تغییرات انرژی درونی دستگاه به ترتیب از راست به چپ ژول است؟ $(R = 8 \frac{J}{molK})$

- (۱) ۳۰۰، -۱۲۰
(۲) -۳۰۰، ۱۲۰
(۳) ۱۸۰، -۱۲۰
(۴) -۱۸۰، ۱۲۰

گزینه ۲

چون دمای اولیه را داده و فشار را نداده، تصمیم می‌گیریم از فرمول‌های ΔT دار استفاده کنیم. پس اول باید تغییرات دما را حساب کنیم.

$$P \text{ ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\Delta V}{V_1} \xrightarrow{\Delta V = -0.1V_1} \frac{\Delta T}{27 + 273} = \frac{-0.1V_1}{V_1} \Rightarrow \Delta T = -30 K$$

(تبدیل دما به کلون فراموش نشود!)

(چون فرایند تراکمی است، ΔV را منفی گذاشتیم.)

و حالا می‌توانیم W و ΔU را هم به دست آوریم:

$$W = -nR\Delta T = -0.5 \times 8 \times (-30) \Rightarrow W = 120 J$$

$$Q = -kW = -\frac{5}{4} \times 120 \Rightarrow Q = -300 J$$

چون گاز دواتمی است، k را $\frac{5}{2}$ می‌گیریم:

۵ یک بار در فرایند هم‌حجم گفتیم که ظرفیت گرمایی مولی (M_c) و گرمای ویژه (c) بسته به نوع فرایند متفاوت است. در فرایند هم‌فشار، M_c را با

C_p نشان می‌دهیم و اسمش هم «ظرفیت گرمایی مولی گاز در فرایند هم‌فشار» است.

$$Q = (k+1)nR\Delta T \xrightarrow{C_p = (k+1)R} Q = nC_p\Delta T$$

مقدار C_p برابر با حاصل ضرب $(k+1)R$ است.

(در کنکور این فرمول خیلی به کارمان نمی‌آید.)

«ذوب یا انجماد» و «تبخیر یا میعان» در فشار ثابت

معمولاً پدیده‌های تغییر فاز یک ماده (ذوب، انجماد، تبخیر و میعان) در فشار ثابت اتفاق می‌افتد اما واضح است که در این فرایندها نمی‌توانیم از معادله‌ی حالت

و فرمول‌های مربوط به گاز کامل کمک بگیریم، چون اصلاً گاز کاملی وجود ندارد اما چون فشار ثابت است، می‌توانیم کار را از رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ و گرمایی

که دستگاه دریافت می‌کند را از رابطه‌ی $Q = mL_V$ یا $Q = mL_F$ حساب کنیم و بعد به کمک قانون اول ترمودینامیک، ΔU را هم به دست آوریم.

مثال گرمای تبخیر آب در نقطه‌ی جوش $2/26 \times 10^3 J/g$ است. اگر ۱g آب بر اثر جوشیدن در فشار ۱atm به $1/67 \times 10^3 cm^3$ بخار تبدیل

شود، به ترتیب از راست به چپ کار محیط روی آب و تغییرات انرژی درونی دستگاه چند ژول است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1g/cm^3)$ (مثال کتاب درسی)

- (۱) -۱۶۷، ۲۴۲۷
(۲) ۱۶۷، ۲۴۲۷
(۳) -۱۶۷، ۲۰۹۳
(۴) ۱۶۷، ۲۰۹۳

گزینه ۳

گام اول، کار را حساب می‌کنیم: (۱atm برابر $10^5 Pa$ و $1cm^3$ برابر $10^{-6} m^3$ است.)

$$W = -P\Delta V = -10^5 (1.671 - 1) \times 10^{-6} \Rightarrow W = -167 J$$

گام دوم، گرمایی که دستگاه می‌گیرد تا آب تبخیر شود را حساب می‌کنیم: (چون L_F برحسب J/g و جرم برحسب g است، تبدیل واحد نمی‌خواهد.)

$$Q = mL_F = 1 \times 2/26 \times 10^3 = 2260 J$$

$$\Delta U = Q + W = 2260 + (-167) \Rightarrow \Delta U = 2093 J$$

گام سوم، انرژی درونی به کمک قانون اول ترمودینامیک به دست می‌آید:

گزینه ۲ -۱۳۳۱ یک جای گذاری ساده!

$$\frac{C_V}{C_P} = \frac{kR}{(k+1)R} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{(k+1)R}{kR} > 1$$

گزینه ۲ -۱۳۳۲ روابط C_V و C_P را بلد باشید کار ساده‌ای داریم:

۱۳۳۳- گزینه ۱ در انبساط هم فشار، حجم گاز با دریافت گرما افزایش می یابد و دمایش بالا می رود؛ بنابراین:

نکته با توجه به انبساط گاز، منفی بودن کار واضح است. تنها در گزینه ی (۱) این موضوع را می بینیم! (یعنی طراح چه نیتی داشته؟!)

$$\begin{cases} \Delta V > 0 \rightarrow W = -P\Delta V \rightarrow W < 0 & (\text{منفی}) \\ \Rightarrow Q > 0 & (\text{مثبت}) \end{cases}$$

دریافت گرما

۱۳۳۴- گزینه ۱ با توجه به نکاتی که در درسنامه گفتیم داریم:

$$\begin{cases} \Delta U = -kW \\ Q = -(k+1)W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W \text{ و } \Delta U \text{ هم علامت با هم و مختلف علامه با } W \\ |Q| > |\Delta U| > |W| \end{cases}$$

۱۳۳۵- گزینه ۲ این سؤال، تعریف کمیت ظرفیت گرمایی مولی گاز در فرایند هم فشار است، بنابراین:

$$C_p = nC_p \Delta T = 1 \times C_p \times 1 = C_p$$

$$C_p = (k+1)R \xrightarrow{k=\frac{3}{2}} C_p = \left(\frac{3}{2}+1\right)R = \frac{5}{2}R$$

۱۳۳۶- گزینه ۳ از رابطه ی میان Q و ΔU در نکته ی (۵) کمک می گیریم:

۱۳۳۷- گزینه ۱ نکته ی کلیدی در حل این سؤال، برابری گرما در هر دو فرایند است:

$$Q_p = Q_v \Rightarrow nC_p \Delta T_p = nC_v \Delta T_v \xrightarrow{\text{گاز تک اتمی}} \frac{5}{2}R \Delta T_p = \frac{3}{2}R \times 30 \Rightarrow \Delta T_p = 18 \text{ K}$$

۱۳۳۸- گزینه ۲ می دانید که در فرایند هم فشار W = -PΔV و Q = ΔU + PΔV است؛ پس داریم:

$$Q = \frac{5}{2} |W| \Rightarrow |W| = \frac{2}{5} Q = 0.4 Q$$

۱۳۳۹- گزینه ۲ استفاده از فرمول های اصلی:

$$\begin{cases} W_p = -P \cdot \Delta V \xrightarrow{PV=nRT} W_p = -nR\Delta T \\ Q_p = nC_p \Delta T \end{cases} \Rightarrow \frac{W_p}{Q_p} = \frac{-nR\Delta T}{nC_p \Delta T} = \frac{R}{\frac{5}{2}R} = \frac{2}{5}$$

گاز تک اتمی

سریع ترین راه برای حل این سؤال، استفاده از رابطه ی Q = -(k+1)W است:

$$Q = -(k+1)W = -\frac{5}{2}W \Rightarrow \frac{|W|}{|Q|} = \frac{2}{5}$$

دوبرابر شدن حجم حرف اضافی بود!

۱۳۴۰- گزینه ۱ مقدار C_p - C_v همواره ثابت و برابر R است:

$$C_p - C_v = (k+1)R - kR = R$$

پس نسبت این دو مقدار مستقل از تعداد اتم هاشان برابر ۱ است.

۱۳۴۱- گزینه ۳ از فرمول های اصلی تغییرات انرژی درونی و گرما در فرایند هم فشار استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} \Delta U = knR\Delta T \\ Q_p = nC_p \Delta T \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta U}{Q_p} = \frac{kR\Delta T}{nC_p \Delta T} = \frac{kR}{(k+1)R} \xrightarrow{k=\frac{5}{2}} \frac{\Delta U}{Q_p} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}+1} = \frac{5}{7}$$

$$Q = \frac{k+1}{k} \Delta U \xrightarrow{k=\frac{5}{2}} Q = \frac{\frac{5}{2}+1}{\frac{5}{2}} \Delta U = \frac{7}{5} \Delta U \Rightarrow \frac{\Delta U}{Q} = \frac{5}{7}$$

بر اساس تاکتیکی که در درسنامه گفتیم داریم:

۱۳۴۲- گزینه ۱ کافی است رابطه ی کار در فشار ثابت را بلد باشید:

$$W = -P\Delta V = -1.0 \times 10^5 (\Delta 0 - 20) \times 10^{-3} = -3 \times 10^3 \text{ J} = -3 \text{ kJ}$$

۱۳۴۳- گزینه ۲ W' را می خواهیم:

$$W' = -W = 3 \text{ kJ}$$

۱۳۴۴- گزینه ۲ یک محاسبه ی خیلی ساده!

$$Q_p = nC_p \Delta T = 1 \times \frac{5}{2} \times 8 \times 20 = 400 \text{ J} = 400 \text{ K}$$

۱۳۴۴- گزینه ۲ کافی است نسبت $\frac{\Delta U}{Q}$ را تشکیل دهیم:

$$\begin{cases} \Delta U = knR\Delta T \\ Q_p = nC_p \Delta T \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta U}{Q} = \frac{kR\Delta T}{nC_p \Delta T} \xrightarrow{C_p=\frac{5}{2}R} \frac{\Delta U}{Q} = \frac{k \times R}{\frac{5}{2}R} \xrightarrow{\begin{cases} Q=500 \text{ J} \\ k=\frac{3}{2} \end{cases}} \frac{\Delta U}{500} = \frac{3}{5} \Rightarrow \Delta U = 300 \text{ J}$$

از رابطه ی $Q = \frac{k+1}{k} \Delta U$ استفاده می کنیم، با این تفاوت که از ابتدا ΔU را بر حسب Q می نویسیم:

$$\Delta U = \frac{k}{k+1} Q = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+1} Q = \frac{3}{5} Q = \frac{3}{5} \times 500 \Rightarrow \Delta U = 300 \text{ J}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 25\% = 0.25 \quad V_1 = 1 \text{ Lit} \rightarrow \Delta V = 0.25 \text{ Lit}$$

$$W = -P\Delta V = -1 \times 0.25 \times 100 \Rightarrow W = 25 \text{ J}$$

گام اول، تغییر حجم را به دست می‌آوریم: **گزینه ۱** -۱۳۴۵

گام دوم، جای‌گذاری داده‌ها در رابطه‌ی کار:

حواستان باشد! چندتایی بودن گاز تأثیری در محاسبه‌ی کار نداشت!

تغییرات دما را داریم، پس از رابطه‌ی ΔT دار کار استفاده می‌کنیم: **گزینه ۲** -۱۳۴۶

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{PV=nR\Delta T} W = -nR\Delta T = -2 \times 8.314 \times (80 - 20) = -100 \text{ J}$$

گام اول، با جای‌گذاری در رابطه‌ی Q_p را می‌خواهیم، پس داریم: **گزینه ۳** -۱۳۴۷

$$Q_p = nC_p\Delta T \xrightarrow{PV=nRT} Q = nC_p \frac{P\Delta V}{nR} \xrightarrow{C_p = \frac{5}{2}R} Q = \frac{5}{2}P\Delta V = \frac{5}{2} \times 1 \times (0.25 - 0) \times 100 = -62.5 \text{ J}$$

اگر تاکتیک درسنامه را خوانده باشید، بدون شک به سراغ رابطه‌ی ΔV دار گرما در فشار ثابت می‌روید:

$$Q = (k+1)P\Delta V = \left(\frac{5}{2}+1\right) \times 1 \times (0.25 - 0) \times 100 \Rightarrow |Q| = 75 \text{ J}$$

گام اول، از رابطه‌ی حجم و دما در فشار ثابت، حجم ثانویه را به دست می‌آوریم: **گزینه ۳** -۱۳۴۸

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{1} = \frac{300}{273} \Rightarrow V_2 = \frac{300}{273} \text{ Lit}$$

گام دوم، محاسبه‌ی کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد، یعنی W' :

$$W' = -W = P\Delta V = 1 \times \left(\frac{300}{273} - 1\right) \times 100 = 100 \text{ J}$$

گام اول، با جای‌گذاری در رابطه‌ی Q_p ، دمای ثانویه قابل محاسبه است: **گزینه ۱** -۱۳۴۹

$$Q = nC_p\Delta T \xrightarrow{\text{گاز تک اتمی}} 100 = 2 \times \frac{5}{2} \times 8.314 \times (T_2 - 300) \Rightarrow T_2 - 300 = \frac{100}{5} = 20 \Rightarrow T_2 = 300 + 20 = 320 \text{ K}$$

گام دوم، با مشخص شدن دمای ثانویه، حجم ثانویه هم به دست می‌آید:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{1} = \frac{320}{273} \Rightarrow V_2 = 1.17 \text{ m}^3$$

گام اول، گرمایی که هیدروژن می‌گیرد را Q_H و گرمایی که آب می‌گیرد را Q_W نام‌گذاری می‌کنیم؛ بنابراین داریم: **گزینه ۲** -۱۳۵۰

$$Q_H = nC_p\Delta T \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} \frac{m}{M} C_p\Delta T = \frac{1}{2} \times 28 \times \frac{1}{2} = 7 \text{ J}$$

$$Q_W = mC\Delta T = 1 \times 10^{-3} \times 4200 \times 1 = 4.2 \text{ J}$$

گام دوم، از ما نسبت $\frac{Q_H}{Q_W}$ خواسته شده: $\frac{Q_H}{Q_W} = \frac{7}{4.2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ گزینه‌ی (۲) درست است

حواستان باشد! هیدروژن یک گاز دواتمی است، ولی آب یک مایع است. در نتیجه گرمای هر کدام از دو رابطه‌ی متفاوت محاسبه می‌شود.

گام اول، کافی است اول Q و W را به دست آوریم و بعد با قانون اول ترمودینامیک ΔU را حساب کنیم. ابتدا سراغ Q می‌رویم: **گزینه ۳** -۱۳۵۱

$$Q = mL_V = 1 \times 226 \times 10^3 = 226000 \text{ J}$$

و سپس W را محاسبه می‌کنیم، چون فشار ثابت است می‌توان نوشت: $W = -P\Delta V = -1 \times 10^5 \times (2001 - 1) \times 10^{-6} = -200000 \times 10^{-1} = -20000 \text{ J}$

گام دوم، ΔU را از قانون اول ترمودینامیک به دست می‌آوریم: $\Delta U = Q - W = 226000 - (-20000) = 246000 \text{ J}$

گام اول، با توجه به رابطه‌ی $U = kPV$ انرژی جنبشی از ابتدا تا انتهای فرایند افزایش یافته است، چون: **گزینه ۳** -۱۳۵۲

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \xrightarrow{P_2 = P_1} \frac{V_2}{V_1} > 1 \Rightarrow U_2 > U_1$$

گام دوم، از طرفی با توجه به افزایش حجم گاز کار دستگاه روی محیط منفی است: $\Delta V > 0 \rightarrow W < 0$

گام سوم، طبق قانون اول ترمودینامیک داریم: $\Delta U = Q + W \xrightarrow{\text{افزایش } \Delta U, \text{ کاهش } W} Q$ افزایش

پس در این فرایند گاز گرما گرفته ($Q > 0$) و کار انجام شده روی آن منفی است ($W < 0$)

در این فرایند حجم افزایش یافته ($\Delta V > 0$)، پس کار انجام شده روی گاز منفی است، از طرفی طبق رابطه‌ی $Q = -(k+1)W$ ، کار و گرما مختلف‌العلامت‌اند، پس گاز گرما گرفته است.

در رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ بر حسب ΔT جای‌گذاری کنیم به سرعت به جواب می‌رسیم: **گزینه ۴** -۱۳۵۳

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V = nR\Delta T} W = -nR\Delta T = -2 \times 8.314 \times (400 - 800) = 13700 \text{ J}$$

۱۳۵۴- گزینه ۴ از ظاهر نمودار نترسید! P و ΔV را داریم؛ بنابراین:

$$\Delta U = k\Delta(PV) \xrightarrow{P \text{ ثابت است}} kP\Delta V = \frac{3}{4} \times 1 \times (2-4) \times 100 = -300 \text{ J}$$

۱۳۵۵- گزینه ۴ گام اول، ΔV را از رابطه ΔV دار انرژی درونی محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = kP\Delta V \Rightarrow 9 \times 10^2 = \frac{3}{4} \times 2 \times 10^5 \times \Delta V \Rightarrow \Delta V = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^3 = 3 \times 10^{-2} \times 10^3 \text{ Lit} = 30 \text{ Lit}$$

گام دوم، با یک جمع و تفریق ساده، V_B مشخص می‌شود: ΔV = V_B - V_A ⇒ ۳۰ = V_B - ۲۰ ⇒ V_B = ۳۰ + ۲۰ = ۵۰ Lit

فرایندهای خاص III- فرایند هم‌دما

فرایندی که در طی آن دما تغییر نکند، هم‌دما است. نکته‌های این فرایند را با بررسی تغییرات انرژی درونی شروع می‌کنیم.

$$\Delta U = knR\Delta T \xrightarrow{\Delta T=0} \Delta U = 0$$

۱ در این فرایند، تغییرات انرژی درونی برابر صفر است؛ زیرا:

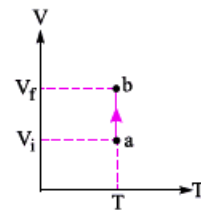
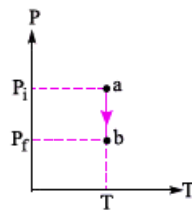
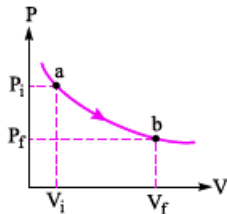
$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{\Delta U=0} W = -Q$$

۲ وقتی ΔU صفر شود، W = -Q می‌شود:

۳ محاسبه مقدار W و Q در فرایند هم‌دما از محدوده‌ی کتاب درسی و کنگور سراسری خارج است. پس ما هم از محدوده خارج نمی‌شویم؛ اما اگر در فرایند هم‌دما مقدار W و Q را دادند، از آن استفاده می‌کنیم.

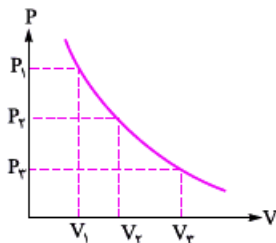
۴ نمودارهای P-V، V-T، P-T و فرایند هم‌دما به شکل زیر است:

نمودارهای V-T و P-T که تکلیفشان معلوم است، پس می‌ماند نمودار P-V، که با توجه به رابطه $P = nRT(\frac{1}{V})$ می‌فهمیم که این نمودار یک نمودار هموگرافیک است. (در شکل زیر یک انبساط هم‌دما را نشان داده‌ایم)



۵ در تمام طول فرایند T و هم‌چنین حاصل‌ضرب PV ثابت است، مثلاً برای نمودار هم‌دمای P-V زیر داریم:

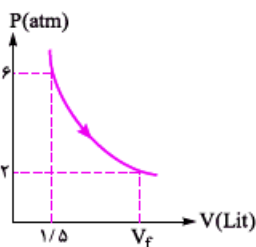
$$PV \propto T \xrightarrow{T=\text{ثابت}} P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3$$



فصل ششم

ترمودینامیک

مثال شکل روبه‌رو، نمودار P-V فرایند هم‌دمای یک گاز کامل سه‌اتمی است. V_f چند لیتر است؟



۴ (۱)

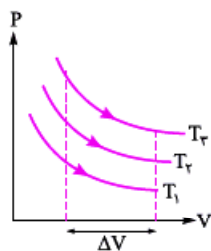
۴/۵ (۲)

۹ (۳)

۱۸ (۴)

گزینه ۲ چون فرایند هم‌دما است، داریم:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow 6 \times 1/5 = 2 \times V_f \Rightarrow V_f = \frac{6 \times 1/5}{2} \Rightarrow V_f = 4/5 \text{ Lit}$$



۶ به کمک نمودار P-V می‌توانیم دو یا چند فرایند هم‌دمای یک گاز را با هم مقایسه کنیم. بدین ترتیب که هر چه نمودار از محورهای P و V بیشتر فاصله داشته باشد، دمای آن فرایند بیشتر است، مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:

$$T_3 > T_2 > T_1$$

در شکل روبه‌رو، مساحت زیر نمودارها را برای ΔV یکسان مقایسه کنید. معلوم است که مقدار کار و گرمای مبادله‌شده با محیط در فرایندی بیشتر است که دمای بیشتری دارد:

$$|W_3| > |W_2| > |W_1| \quad , \quad |Q_3| > |Q_2| > |Q_1|$$

مثال یک گاز کامل، فرایندی را مطابق شکل از حالت a تا b پیموده است. در طول این فرایند دمای گاز است.

(۱) ابتدا کاهش، سپس افزایش یافته
 (۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش یافته
 (۳) ثابت مانده
 (۴) فقط افزایش یافته

گزینه ۲ در شکل روبه‌رو با خط چین دو نمودار هم‌دمای فرضی کشیده‌ایم. اولی از ابتدا و انتهای فرایند ab عبور می‌کند (چون در این فرایند حاصل ضرب PV و در نتیجه دما در ابتدا و انتهای فرایند یکسان است). دومی از نقطه‌ی C (روی نمودار) عبور می‌کند. از آن جایی که $T_p > T_1$ است می‌فهمیم که فرایند از a تا c با افزایش دما و از c تا b با کاهش دما همراه است.

- ۱۳۵۶ - **گزینه ۱** در این فرایند تغییر انرژی درونی سیستم صفر است، چون $\Delta T = 0$ است.
- ۱۳۵۷ - **گزینه ۲** در فرایند هم‌دما مستقل از کم یا زیاد شدن حجم، رابطه‌ی روبه‌رو برقرار است:
- ۱۳۵۸ - **گزینه ۲** چون پیستون را خیلی آهسته پایین می‌بریم دمای گاز زیر پیستون تغییر نمی‌کند و در نتیجه فرایند هم‌دما محسوب می‌شود، بنابراین چون حجم کاهش یافته، گاز کار گرفته و گرما داده است. ($Q = -W$)
- ۱۳۵۹ - **گزینه ۲** حجم گاز کم شده، پس فرایند تراکمی است و کار انجام شده روی گاز مثبت است؛ پس طبق رابطه‌ی $Q = -W$ در فرایند هم‌دما، گرمای داده شده به گاز منفی باید باشد.
- ۱۳۶۰ - **گزینه ۲** حجم؛ چون کار مثبت است، فرایند تراکمی بوده؛ یعنی حجم کاهش یافته است.
- چگالی، طبق رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ ، با کاهش حجم چگالی افزایش می‌یابد.
- دما، ثابت ماندن انرژی درونی در طول فرایند به معنای ثابت بودن دما است.
- ۱۳۶۱ - **گزینه ۲** از دست دادن گرما به معنای منفی بودن Q است، بنابراین:
- ۱۳۶۲ - **گزینه ۱** فراموش نکرده‌اید که انرژی درونی فقط تابع دمای مطلق گاز است!؟
- ۱۳۶۳ - **گزینه ۱** در فرایند هم‌دما، انرژی درونی ثابت می‌ماند. (گلول مقرر کار داده شده را نغورید)

۱۳۶۴ - **گزینه ۱** با توجه به رابطه‌ی $P = nRT \frac{1}{V}$ با ثابت بودن T ، نمودار $P-V$ تراکم هم‌دما به شکل یک تابع هموگرافیک است:

نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) از نوع فرایند انبساطی است!

- ۱۳۶۵ - **گزینه ۱** از روی نمودار واضح است که حجم کاهش یافته، پس فرایند تراکمی بوده و کار انجام گرفته روی گاز مثبت است. در این صورت طبق رابطه‌ی $Q = -W$ ، گاز گرما داده است.
- ۱۳۶۶ - **گزینه ۱** از نمودار پیداست که حجم افزایش یافته، پس فرایند انبساطی بوده و علامت کار منفی است. از طرفی چون فرایند هم‌دما است $Q = -W$ می‌باشد؛ بنابراین:
- ۱۳۶۷ - **گزینه ۱** هر چه دما بیشتر باشد، انرژی درونی هم بیشتر است؛ پس در نقطه‌ی D انرژی درونی گاز بیشینه است؛ چرا که نمودار هم‌دمای T_1 دمایش بیشتر از T_p و T_3 است. ($T_1 > T_p > T_3$)
- ۱۳۶۸ - **گزینه ۲** در هر سه فرایند، دما از T_1 به T_p افزایش یافته؛ بنابراین تغییر انرژی درونی در هر سه فرایند برابر است.
- ۱۳۶۹ - **گزینه ۲** با توجه به هم‌دما بودن فرایند BC ، حاصل ضرب فشار در حجم در این دو نقطه با هم برابر خواهد بود:

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 200 P_B = 500 \times 2 \Rightarrow P_B = 5 \text{ m}^2$$

همان‌طور که در شکل می‌بینید، این فرایند بین دو نمودار هم‌دمای فرضی قرار گرفته است:

چرا که حاصل ضرب PV در نقاط a و b یکسان است. از آن جایی که $T_p > T_1$ است و انرژی درونی متناسب با دمای مطلق است، متوجه می‌شویم که انرژی درونی فرایند ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

فراپندهای خاص - فراپندهای بی‌دررو

فرایندی که در آن گرما راه دررو ندارد، بی‌دررو است؛ یعنی در طول این فرایند دستگاه نه گرما می‌گیرد و نه از دست می‌دهد، اگر سرعت فرایند آن قدر زیاد باشد که گرما فرصت انتقال نیابد باز هم فرایند بی‌دررو است. پس نکته‌ها را با کمیت گرما شروع می‌کنیم.

۱ $Q=0$

$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$

$\Delta U = knR\Delta T$ ، $\Delta U = k\Delta(PV)$

$W = knR\Delta T$ ، $W = k\Delta(PV)$

۱ در فرایند بی‌دررو Q برابر صفر است:

۲ با صفر شدن Q ، تکلیف ΔU و W روشن می‌شود:

۳ فرمول انرژی درونی گازهای کامل را برای همه‌ی فرایندها بلد هستید:

پس با توجه به برابری W و ΔU داریم:

۴ فرایند انبساط بی‌دررو در گازهای کامل همراه با کاهش دما است، زیرا:

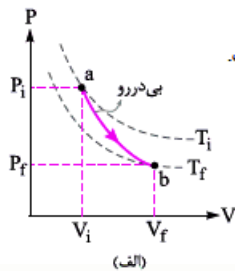
$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \xrightarrow{\Delta U = W} \Delta U < 0 \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T} \Delta T < 0$

همچنین با همین استدلال فرایند تراکم بی‌دررو با افزایش دما همراه است:

$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0 \xrightarrow{\Delta U = W} \Delta U > 0 \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T} \Delta T > 0$

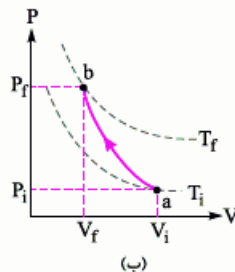
در جدول زیر تغییرات P ، T و V را در کنار هم بررسی کرده‌ایم:

نوع فرایند بی‌دررو	کمیت	$W = \Delta U$	T (دما)	V (حجم)	P (فشار)
تراکم		+	افزایش	کاهش	افزایش
انبساط		-	کاهش	افزایش	کاهش



۵ در فرایند بی‌دررو از بین سه نمودار $P-V$ ، $V-T$ ، $P-T$ برای کنکور کافی است بدانید نمودار $P-V$ چه شکلی است.

نمودار $P-V$ فرایند بی‌دررو در ظاهر شبیه نمودار $P-V$ فرایند هم‌دما است. با این تفاوت که در فرایند هم‌دما، دما ثابت می‌ماند ولی در فرایند بی‌دررو، دما تغییر می‌کند.



شکل (الف) یک انبساط بی‌دررو را نشان می‌دهد که بین دو نمودار هم‌دما T_i و T_f تغییر می‌کند. همان‌طور که در نکته‌ی قبل اشاره شد در فرایند انبساط بی‌دررو دما و فشار کاهش می‌یابد.

شکل (ب)، نمودار یک فرایند تراکم بی‌دررو است. این نمودار هم بین دو نمودار هم‌دما T_i و T_f تغییر می‌کند و در طی آن دما و فشار افزایش می‌یابد.

مثال یک گاز کامل را از حالت اولیه‌ی $(P_i, V_i, T_i = 300\text{K})$ تا حجم نهایی معین V_f یک بار به صورت هم‌دما و بار دیگر به صورت بی‌دررو منبسط می‌کنیم. در انبساط بی‌دررو دمای مطلق گاز ۱۰ درصد کاهش می‌یابد. فشار نهایی گاز در انبساط بی‌دررو و چند برابر فشار نهایی آن در انبساط هم‌دما است؟

$\frac{9}{10}$ (۴)

$\frac{10}{9}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{10}$ (۱)

گزینه‌۴ چون V_f در هر دو فرایند یکسان است، داریم:

$$nR = \frac{PV}{T} \Rightarrow \left(\frac{P_f V_f}{T_f}\right)_{\text{هم‌دما}} = \left(\frac{P_f V_f}{T_f}\right)_{\text{بی‌دررو}} \xrightarrow{V_f \text{ هم‌دما} = V_f \text{ بی‌دررو}} \left(\frac{P_f}{T_f}\right)_{\text{هم‌دما}} = \left(\frac{P_f}{T_f}\right)_{\text{بی‌دررو}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_f}{P_f} = \frac{T_f}{T_f} \Rightarrow \frac{P_f}{P_f} = \frac{T_f}{T_f}$$

در طی فرایند هم‌دما، دما ثابت و برابر T_i و دمای نهایی فرایند بی‌دررو برابر T_i است:

$$\frac{P_f}{P_f} = \frac{0.9 T_i}{T_i} = 0.9$$

مثال دمای 5 mol از یک گاز کامل تک‌اتمی را با فرایند بی‌دررو، 5% درصد کاهش می‌دهیم. اگر دمای نهایی این گاز 285 K باشد، کار انجام‌شده بر روی گاز چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$) (برگرفته از مثال کتاب درسی)

(1) -90 (2) 90 (3) -180 (4) 180

گزینه ۱ اولاً از آن‌جا که دما طی یک فرایند بی‌دررو کم شده، می‌فهمیم این یک فرایند انبساطی است. پس علامت کار باید منفی باشد (تا این‌جا گزینه‌های (2) و (4) حذف شدند!)

برای محاسبه‌ی کار نیاز به دمای نهایی داریم و طراح می‌گوید دما، 5% درصد کاهش یافته است، یعنی دمای نهایی $\frac{95}{100}$ دمای اولیه است:

$$T_f = \frac{95}{100} T_i \Rightarrow 285 = \frac{95}{100} T_i \Rightarrow T_i = \frac{285 \times 100}{95} = 300 \text{ K}$$

$$W = \Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \times 5 \times 8 \times (285 - 300) \Rightarrow W = -90 \text{ J}$$

حالا می‌توانیم کار را حساب کنیم:

۶ فرایندهایی که با سرعت زیاد انجام می‌شود، می‌توانیم بی‌دررو در نظر بگیریم. زیرا در این فرایندها گرما فرصت انتقال پیدا نمی‌کند.

۱۳۷۱ - گزینه ۱ اگر پیستون را خیلی سریع پایین ببریم، گاز فرصت دررو ندارد (بی‌دررو): برای همین گاز گرما نمی‌گیرد. در چنین فرایندی، دما به علت افزایش فشار، بالا می‌رود. این هم دلیل ریاضی این اتفاق:

$$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0 \xrightarrow{Q=0} \Delta U < 0 \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T} \Delta T < 0$$

۱۳۷۲ - گزینه ۱ از انبساطی بودن یک فرایند بی‌دررو نتایج متوالی زیر حاصل می‌شود:

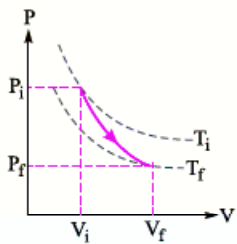
$$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \xrightarrow{\Delta U = W} \Delta U < 0 \xrightarrow{\Delta U = knR\Delta T} \Delta T < 0$$

با توجه به این نتایج، گزینه‌ی (۱) حرف درستی می‌زند!

۱۳۷۳ - گزینه ۱ در یک انبساط بی‌دررو، حجم افزایش و دما و فشار کاهش می‌یابد. واضح است که با کاهش دما، انرژی درونی هم کاهش می‌یابد. اثبات ریاضی آن به صورت زیر است:

$$\Delta V > 0 \rightarrow W < 0, \quad Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W \xrightarrow{W < 0} \Delta U < 0 \rightarrow \Delta T < 0$$

فرایند بی‌دررو



$$T_x \propto P_x V_x, \quad T_i > T_f \Rightarrow P_i V_i > P_f V_f \Rightarrow \left(\frac{P_i}{P_f}\right) \times \left(\frac{V_i}{V_f}\right) > 1 \xrightarrow{\frac{V_i}{V_f} < 1} \frac{P_i}{P_f} > 1 \Rightarrow P_i > P_f$$

اگر نمودار انبساط بی‌دررو را در ذهن‌تان داشته باشید (شکل روبه‌رو)، خیلی سریع و البته درست و بدون زحمت به این سؤالات پاسخ می‌دهید: $P_i > P_f$ و $T_i > T_f$

۱۳۷۴ - گزینه ۲ هنگامی که سیستم روی محیط کار انجام می‌دهد، علامت کار منفی خواهد بود؛ بنابراین طبق رابطه‌ی $\Delta U = W$ ، انرژی درون سیستم 200 ژول کاهش ($\Delta U = -200 \text{ J}$) می‌یابد.

۱۳۷۵ - گزینه ۱ حجم، چون کار منفی است، فرایند انبساطی بوده و در نتیجه حجم جسم افزایش یافته است.

انرژی درونی، با توجه به رابطه‌ی $\Delta U = W$ در فرایند بی‌دررو، انرژی درونی مانند کار کاهش می‌یابد. ($\Delta U = -500 \text{ J}$)

۱۳۷۶ - گزینه ۱ گام اول، چون فرایند تراکمی است، پس علامت کار مثبت است، بنابراین:

$$\Delta U = W = 150 \text{ J}$$

گام دوم، با داشتن تغییر انرژی درونی، به دست آوردن تغییر دما کار سختی نیست:

$$\Delta U = knR\Delta T \Rightarrow 150 = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 12/5 \text{ K}$$

۱۳۷۷ - گزینه ۱ برداشت اول، فرایند بی‌دررو و تراکمی است، پس گاز کامل بدون دریافت هیچ‌گونه گرمایی کار جذب کرده و در نتیجه انرژی درونی و دمای مطلق آن افزایش یافته است، بنابراین $k > 1$ باید باشد. (گزینه‌ی (۱) رد شد)

برداشت دوم، چون فرایند تراکمی است، حجم گاز کم شده، یعنی:

$$k = \frac{T_f}{T_i} \xrightarrow{\Delta U > 0} T_f > T_i \Rightarrow k > 1$$

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow T_f < \frac{2}{k} T_i \Rightarrow k < 2$$

کاهش ۲ برابر PV
ثابت nR

اشتراک دو برداشت ما را به اشتراک دو برداشت ما را به اشتراک (۴) می‌رساند: $1 < k < 2$

۱۳۷۸ - گزینه ۱ کار، حجم کاهش یافته، پس فرایند تراکمی بوده و $W > 0$ خواهد بود.

گرما، در این فرایند، گرما راه دررو ندارد؛ یعنی $Q = 0$!

انرژی درونی، در این‌جا برابر کار است:

$$\Delta U = W \xrightarrow{W > 0} \Delta U > 0$$

۱۳۷۹ - گزینه ۳ در فرایندی که حجم تغییر نکند؛ یعنی هم‌حجم!

۱۳۸۰ - گزینه ۳ انرژی درونی گازهای کامل تابع دماست؛ پس هر وقت دما ثابت باشد، انرژی درونی هم ثابت می‌ماند! یعنی فرایند هم‌دما!

خبرنگار: پیریک پایه جامع کنکور

۱۳۸۱- گزینه ۴ در این فرایند گرما راه دررو ندارد؛ پس فرایند بی دررو است.

۱۳۸۲- گزینه ۲ در فرایندی که گرما نداشته باشیم، یعنی بی دررو!

۱۳۸۳- گزینه ۲ -۱ به صورت کلی انبساط به معنای منفی بودن علامت کار است.

-۲ در فرایند بی دررو، انرژی درونی تابع کار است.

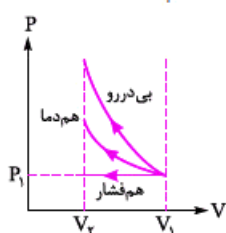
از ۱ و ۲ داریم: در انبساط بی دررو، انرژی درونی گاز کاهش می یابد.

$$\Delta U = Q + W$$

صفر

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

ثابت



(مثلاً در تراکم هم دما، دما تغییر نمی کند. اما در تراکم هم فشار دما کاهش می یابد.)

۱۳۸۵- گزینه ۲ برای مقایسه کار، بهترین روش رسم نمودار P-V و مقایسه سطح زیر نمودار (W) است.

همان طور که پیداست، مساحت زیر نمودار بی دررو بیشتر است؛ بنابراین در فرایند بی دررو کار انجام شده روی دستگاه بیشتر است.

۱۳۸۶- گزینه ۱ فراموش نکنید که تغییر انرژی درونی تابع تغییر دمای مطلق است، در هر دو فرایند دما از T_1 به T_2 رفته، پس تغییر انرژی درونی گاز در هر دو فرایند یکسان است.

۱۳۸۷- گزینه ۱ -۱ در دمای ثابت، انرژی درونی تغییری نمی کند. ($\Delta U \propto \Delta T$)

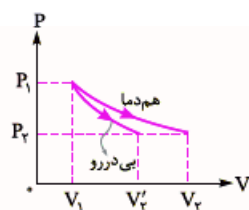
-۲ در فشار ثابت، علامت انرژی درونی مخالف علامت کار است. از آنجا که فرایند انبساطی است، علامت کار منفی می شود، بنابراین علامت تغییر انرژی درونی مثبت خواهد بود؛ پس انرژی درونی زیاد می شود.

۱۳۸۸- گزینه ۲ حل این سؤال را از برابری گرماها در دو فرایند شروع می کنیم تا با جای گذاری داده ها به جواب برسیم:

$$Q_V = Q_P \Rightarrow C_V n_1 \Delta T_1 = C_P n_2 \Delta T_2 \xrightarrow{k = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}} \frac{3}{2} n_1 R \times 2 \Delta T_2 = \frac{5}{2} n_2 R \Delta T_2 \Rightarrow 6 n_1 = 5 n_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{6}{5}$$

۱۳۸۹- گزینه ۱ گام اول، برای مقایسه بهتر و شهودی تر، نمودار P-V دو فرایند را رسم می کنیم. چیزی که از این نمودار دست گیرمان می شود، رابطه $V_1 < V'_2 < V_2$ است.

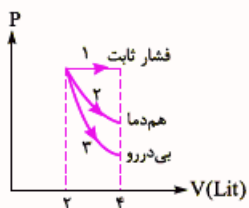
گام دوم، چون در فرایند هم دما، دما ثابت است، می توان گفت:



$$T_1 = T_2 \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_2 = \frac{P_1}{2}} P_1 V_1 = \frac{P_1}{2} V_2 \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\begin{cases} V_2 = 2V_1 \\ V'_2 < 2V_1 \end{cases}$$

با توجه به اطلاعات به دست آمده به درستی گزینه ۱ (۴) پی می بریم:

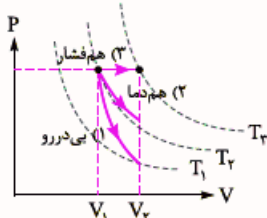


۱۳۹۰- گزینه ۳ سطح زیر نمودار P-V این سه فرایند، کار هر کدام را نشان می دهد. چون کار گاز بر روی محیط

سؤال شده، علامت کار مثبت خواهد بود، پس:

$$|W_1| > |W_2| > |W_3| \Rightarrow W_1 > W_2 > W_3$$

۱۳۹۱- گزینه ۳ طبق قانون اول ترمودینامیک $Q = \Delta U - W$ است. با این فرض گزینه ها را یک بررسی می کنیم:



گزینه ۱) در فرایند بی دررو Q صفر است: $Q_1 = 0$

گزینه ۲) در فرایند هم دما، $\Delta U_2 = 0$ و $Q_2 = -W_2$ است. در شکل روبه رو $|W_2|$ مساحت زیر نمودار هم دما است و داریم:

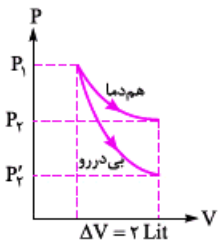
$$Q_2 = |W_2|$$

گزینه ۳) در فرایند هم فشار $\Delta U > 0$ است و در شکل می بینید که مساحت زیر نمودار هم فشار (W)، بزرگ تر از مساحت زیر نمودار هم دما ($|W_2|$) است. پس داریم:

$$Q_3 = \Delta U + |W_3| \xrightarrow{\Delta U > 0, |W_3| > |W_2|} Q_3 > Q_2$$

نکته در فرایند انبساط هم فشار $Q_3 = \frac{5}{2} |W_3|$ و در فرایند هم دما $Q_2 = |W_2|$ است. با توجه به سطح زیر نمودار دو فرایند هم فشار و هم دما داریم:

$$|W_3| > |W_2| \Rightarrow \frac{5}{2} |W_3| > |W_2| \Rightarrow Q_3 > Q_2$$



۱۳۹۲- **گزینه ۲** اگر نمودار P-V این دو فرایند را رسم کنیم، مشاهده می‌کنیم که در فرایند بی‌دررو، فشار حالت انتهایی گاز کم‌تر است. نادرستی سایر گزینه‌ها:

$$P_2 > P'_2$$

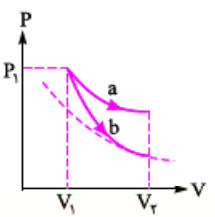
(بی‌دررو) (هم‌دما)

گزینه ۱: همان‌طور که مشخص است حالت انتهایی دو نمودار متفاوت است.

گزینه‌های (۳) و (۴): مساحت زیر نمودار هم‌دما بیشتر از نمودار بی‌دررو است، پس کار انجام‌شده به وسیله‌ی گاز در فرایند هم‌دما بیشتر است.



۱۳۹۳- **گزینه ۳** یادتان باشد که همیشه فرایند بی‌دررو بین دو فرایند هم‌دما فرضی قرار دارد؛ به بیان بهتر، نمودار بی‌دررو شیب تندتری دارد.



۱۳۹۴- **گزینه ۲** در تغییر حجم ثابت، تغییر فشار فرایند بی‌دررو بیشتر از فرایند هم‌دما است؛ پس فرایند a هم‌دما و فرایند b بی‌دررو است. T_A هم بزرگ‌تر از T_B خواهد بود، زیرا حاصل‌ضرب PV مقداری بزرگ‌تر است.

۱۳۹۵- **گزینه ۳** چون حجم گاز افزایش‌یافته، علامت کار منفی است. از طرفی چون دما افزایش یافته، پس تغییر انرژی درونی هم مثبت است؛ بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، گرما هم باید مثبت باشد، یعنی گاز گرما گرفته است.

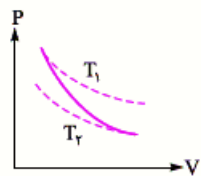
$$Q = \Delta U - W \xrightarrow{\Delta U > 0, W < 0} Q > 0$$

نادرستی دیگر گزینه‌ها:

$$PV_1 \neq \frac{1}{4}PV_2 \Rightarrow T_1 \neq T_2$$

گزینه ۱: حاصل‌ضرب PV در ابتدا و انتهای فرایند یکسان نیست، پس فرایند هم‌دما نیست.

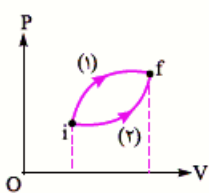
گزینه ۲: این فرایند بی‌دررو هم نمی‌تواند باشد، زیرا دما افزایش یافته است در حالی که در فرایند بی‌دررو، افزایش حجم، کاهش فشار و دما را به دنبال خود دارد؛ راه شهودی، می‌توان این‌جوری هم گفت که فرایند بی‌دررو همیشه بین دو فرایند هم‌دما قرار دارد، پس با توجه به این نمودار، دما باید کاهش یابد نه افزایش!



$$T_1 > T_2$$

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}, T_2 = \frac{1/4 P_1 \times 2 V_1}{nR} \Rightarrow T_2 > T_1$$

گزینه ۴: فرایند انبساطی است، پس کار انجام‌شده روی گاز منفی خواهد بود.



۱۳۹۶- **گزینه ۲** برداشت اول، هر دو فرایند از حالت i به f رفته‌اند، پس تغییر انرژی درونی هر دو فرایند یکسان است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2$$

برداشت دوم، مساحت زیر نمودار P-V، $|W|$ فرایند را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$S_1 > S_2 \Rightarrow |W_1| > |W_2| \xrightarrow{\text{فرایند انبساطی } W < 0} W_1 < W_2$$

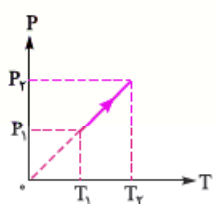
نتیجه با توجه به قانون اول ترمودینامیک به نتیجه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 \xrightarrow{W_1 < W_2} Q_1 > Q_2$$

دقت کنید که از نظر اندازه $|W_1| > |W_2|$ است، پس $Q_1 > Q_2$ خواهد بود.

۱۳۹۷- **گزینه ۳** هر دو فرایند از A به B رفته‌اند، پس تغییر انرژی درونی‌شان یکسان است. $(\Delta U_1 = \Delta U_2)$ ؛ بنابراین در مورد کار و گرمای مبادله شده می‌توان گفت:

$$W_1 + Q_1 = W_2 + Q_2$$



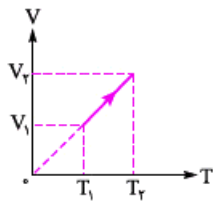
۱۳۹۸- **گزینه ۱** در نمودار V-T این فرایند، حجم تغییری نکرده، پس فرایند هم‌حجم است، بنابراین با افزایش دما، فشار هم افزایش می‌یابد:

حواستان باشد! اگر P را برحسب T بنویسیم، به رابطه‌ی $P = \frac{nR}{V} T$ می‌رسیم؛ در این رابطه شیب ثابت است، پس نمودار خطی خواهد بود. ضمناً چون عرض از مبدأ نداریم، امتداد نمودار از مبدأ می‌گذرد.

فیزیک پایه جامع کنکور

۱۳۹۹ - گزینه ۱

این تست هم مشابه قبلی است، با این تفاوت که فشار تغییری نکرده، یعنی فرایند هم‌فشار است، پس با افزایش دما، حجم هم افزایش می‌یابد:

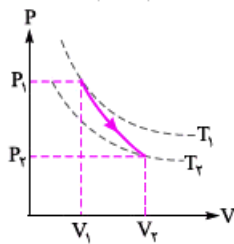


$$\uparrow V = \frac{nR}{P} T \uparrow$$

ثابت

۱۴۰۰ - گزینه ۳

چون می‌خواهیم نمودار $V-T$ این فرایند را به دست آوریم، باید بدانیم V و T چه تغییری کرده‌اند؛ برای این کار به تحلیل نمودار $P-V$ فعلی می‌پردازیم:



$$\begin{cases} V_2 > V_1 \Rightarrow \Delta V > 0 \\ T_2 < T_1 \Rightarrow \Delta T < 0 \end{cases}$$

این شرط را تنها در نمودار گزینه‌ی (۳) می‌بینیم.

۱۴۰۱ - گزینه ۳

از نقطه‌ی A تا D (بدون توجه به مسیر) فشار زیاد می‌شود و حجم تغییری نمی‌کند؛ پس طبق رابطه‌ی $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$ ، دما هم زیاد می‌شود!

در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (گزینه‌ی ۳)

اگر در مورد علامت کار سؤال دارید، باید بگوییم که چون سطح زیر فرایند CD بزرگ‌تر از AB است و فرایند CD تراکمی است، کار مثبت خواهد بود؛ به زبان

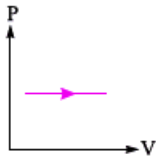
$$W_{ABCD} = \underbrace{W_{AB}}_{\text{مثبت}} + \underbrace{W_{BC}}_{\text{صفر}} + \underbrace{W_{CD}}_{\text{مثبت}} \xrightarrow{W_{CD} > W_{AB}} W_{ABCD} > 0$$

انبساطی هم‌حجم تراکمی

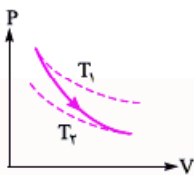
ریاضی:

۱۴۰۲ - گزینه ۳

گام اول، رسم یک فرایند هم‌فشار انبساطی در نمودار $P-V$ (تا به این‌جا فقط گزینه‌ی (۴) رد شد!)



گام دوم، با افزایش حجم در فشار ثابت، دما هم زیاد می‌شود. حالا می‌خواهیم این دما طی یک فرایند بی‌دررو به دمای اولیه بازگردد، پس نمودار $P-V$ به شکل مقابل درمی‌آید:



$$T_1 > T_2$$

با ترکیب این دو نمودار، نمودار گزینه‌ی (۳) به دست می‌آید.

۱۴۰۳ - گزینه ۲

چرا که ابتدا و انتهای فرایند (۱) برابر مجموع دو فرایند (۲) و (۳) است. از طرفی فرایند (۲) در دمای ثابت انجام شده است، پس $\Delta U_2 = 0$ و در نتیجه $\Delta U_1 = \Delta U_3$ است.

۱۴۰۴ - گزینه ۱

کار، این فرایند از دو فرایند هم‌حجم و هم‌فشار تشکیل شده است. در فرایند هم‌حجم که کار صفر است؛ می‌ماند فرایند هم‌فشار که کار آن مثبت است، چرا که فرایند تراکمی است؛ بنابراین:

$$W = \underbrace{W_1}_{\text{مثبت}} + \underbrace{W_2}_{\text{صفر}} \Rightarrow W > 0$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

گرما، گرمای فرایند را جداگانه محاسبه کنیم و با هم جمع می‌کنیم:

$$Q_V = nC_V \Delta T = nC_V \left(\frac{V \Delta P}{nR} \right) = \frac{C_V V \Delta P}{R} \xrightarrow{\Delta P > 0} Q_V > 0$$

$$Q_P = nC_P \Delta T = nC_P \left(\frac{P \Delta V}{nR} \right) = \frac{C_P P \Delta V}{R} \xrightarrow{\Delta V < 0} Q_P < 0$$

$$Q = Q_P + Q_V \rightarrow Q > 0 \text{ یا } Q \leq 0$$

با توجه به نداشتن مقادیرهای P و V در مورد علامت Q نمی‌توان اظهار نظر کرد، یعنی:

گام اول، برای به دست آوردن Q_1 و Q_2 از روابط ΔT دار گرما در فرایندهای هم‌حجم و هم‌فشار استفاده می‌کنیم:

$$\text{هم‌حجم: } Q_1 = nC_V \Delta T \xrightarrow{C_V = \frac{f}{2} R} Q_1 = \frac{f}{2} nR (T_2 - T_1) = \frac{f}{2} nRT_1$$

$$\text{هم‌فشار: } Q_2 = nC_P \Delta T \xrightarrow{C_P = \frac{f+2}{2} R} Q_2 = \frac{f+2}{2} nR (T_2 - T_1) = \frac{1-f}{2} nR T_2 = \frac{1-f}{2} nRT_1$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{1-f}{2} nRT_1}{\frac{f}{2} nRT_1} = 1$$

گام دوم، یک تقسیم خیلی ساده:

۱۴۰۶ - **گزینه ۴** گام اول، دمای ابتدا و انتهای مسیر KN با دمای ابتدا و انتهای مسیر KMN برابر است، پس می‌توانیم تغییرات انرژی درونی دو مسیر را مساوی هم قرار دهیم و از آن‌جا گرمایی که گاز در مسیر KMN می‌گیرد (Q_{KMN}) را محاسبه کنیم. می‌گویید چگونه؟ به ادامه‌ی حل توجه کنید:

$$\Delta U_{KN} = k(P_N V_N - P_K V_K) = \frac{5}{\gamma} (\gamma \times 10^5 - 3 \times 10^5) \times 10^{-3} = 1000 \text{ J} \quad (1)$$

گام دوم، در مسیر KMN داریم:

$$W_{KMN} = S_{\text{دورنقه}} = \frac{1}{\gamma} (\gamma - 3) \times 10^{-3} \times (\gamma \times 10^5 + 10^5) = -600 \text{ J} \rightarrow \text{(علامت منفی به دلیل انبساطی بودن مسیر KMN است.)}$$

$$\Delta U_{KMN} = Q_{KMN} + W_{KMN} = Q_{KMN} - 600 \quad (2)$$

$$\Delta U_{KMN} = \Delta U_{KN} \Rightarrow 1000 = Q_{KMN} - 600 \Rightarrow Q_{KMN} = 1600 \text{ J}$$

گام سوم، کافی است دو رابطه‌ی (۱) و (۲) را برابر قرار دهیم:

۱۴۰۷ - **گزینه ۲** برای محاسبه‌ی تغییر انرژی درونی فقط نقاط ابتدا و انتهای مسیر را لازم داریم:

$$\Delta U = knR\Delta T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 2 \times 8 \times \underbrace{(\gamma \times 10^5 - 3 \times 10^5)}_{400} = 9600 \text{ J} = 9.6 \text{ kJ} = 10 \text{ kJ}$$

[C_V, C_P, P_A و P_B اطلاعات اضافی مسئله بود!]

۱۴۰۸ - **گزینه ۱** کار، برای محاسبه‌ی W_{AC} (کار کل فرایندها) کافی است کار فرایند AB را به دست آوریم، چرا که در فرایند BC به دلیل ثابت ماندن حجم هیچ کاری نداریم!

$$W_{AC} = W_{AB} = -P\Delta V = -5 \times 10^2 (10 - 20) \times 10^{-3} = +50 \text{ J}$$

گرمای برای محاسبه‌ی Q، باید گرمای هر فرایند را جداگانه حساب کرده و سپس با هم جمع‌شان کنیم:

$$Q_{AB} = (k+1)nR\Delta T \xrightarrow{\text{گاز تک‌اتمی ثابت P}} Q_{AB} = (k+1)P\Delta V = \frac{5}{\gamma} \times 5 \times 10^2 \times (10 - 20) \times 10^{-3} = -125 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = knR\Delta T \xrightarrow{\text{ثابت V}} Q_{BC} = kV\Delta P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 10 \times 10^{-3} \times (10 - 5) \times 10^2 = 75 \text{ J}$$

$$Q_{AC} = Q_{AB} + Q_{BC} = -125 + 75 = -50 \text{ J}$$

پس کار دریافت‌شده توسط گاز از A تا C برابر 50 J و گرمای گرفته شده توسط آن 50 J است یعنی گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$Q_{AB} = -(k+1)W_{AB} = -\frac{5}{\gamma} \times 50 = -125 \text{ J}$$

نکته: برای محاسبه‌ی Q_{AB} می‌توانیم بنویسیم:

چرخه‌های ترمودینامیکی

هر وقت یک دستگاه ترمودینامیکی از حالت P_a, V_a, T_a چند فرایند پی‌درپی انجام دهد و دوباره به حالت P_a, V_a, T_a برگردد، یک چرخه را پیموده است (شکل روبه‌رو):

البته خیلی وقت‌ها شکل یک چرخه را می‌دهند اما سوالی که می‌پرسند مربوط به یک فرایند خاص است و آن سوال را با اطلاعات غیرچرخه‌ای هم می‌شود پاسخ داد.

بررسی نکات چرخه‌های ترمودینامیکی

گفتیم اگر یک گاز کامل پس از چند فرایند متوالی (مثل شکل روبه‌رو) دوباره به حالت اولیه بازگردد، یک چرخه‌ی ترمودینامیکی را طی کرده است.

چرخه هم چند نکته‌ی مهم دارد که به نفع همه‌ی ما است آن‌ها را بدانیم! در یک چرخه‌ی کامل:

۱ تغییرات انرژی درونی صفر است. چون ΔT دستگاه در یک چرخه‌ی کامل صفر است.

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{\Delta U=0} W + Q = 0 \Rightarrow W = -Q$$

۲ $W = -Q$ است، چون:

۳ در نمودار $P-V$ ، مقدار کار کل ($|W_t|$) برابر مساحت چرخه است، مثلاً در نمودار $P-V$ بالا داریم:

$$|W_t| = \text{مساحت مثلث abc} = \frac{(8-5) \times (4-2)}{2} \times 10^2 = 300 \text{ J}$$

تعیین علامت Q و W در یک چرخه

۱ در نمودار $P-V$ ، اگر چرخه ساعتگرد باشد، کار کل منفی ($W_t < 0$) و اگر چرخه پادساعتگرد باشد، کار کل مثبت ($W_t > 0$) است. در نمودار بالا چرخه ساعتگرد و کار منفی است:

$$W_t = -300 \text{ J}$$

۲ در نمودار $P-T$ ، لازم نیست مقدار کار کل چرخه را حساب کنید اما علامت کار کل را می‌شود مثل نمودار $P-V$ تعیین کرد:

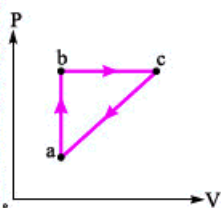
در نمودار $P-T$ { چرخه‌ی ساعتگرد $\Rightarrow W_t < 0, Q > 0$
چرخه‌ی پادساعتگرد $\Rightarrow W_t > 0, Q < 0$

۳ در نمودار $V-T$ هم لازم نیست مقدار کار کل را محاسبه کنید اما علامت کار را می‌توانید معلوم کنید. در این‌جا برعکس نمودارهای $P-V$ و $P-T$ ، اگر چرخه ساعتگرد باشد، کار، مثبت ($W > 0$) و اگر چرخه پادساعتگرد باشد، کار، منفی ($W < 0$) است.

در نمودار $V-T$ { چرخه‌ی ساعتگرد $\Rightarrow W > 0, Q < 0$
چرخه‌ی پادساعتگرد $\Rightarrow W < 0, Q > 0$

فیزیک پایه جامع کنکور

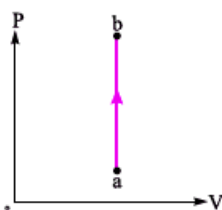
مثال نمودار P-V روبه‌رو، چرخه‌ی یک گاز کامل را نشان می‌دهد. جدول زیر را با توجه به نمودار کامل کنید.



یک چرخه‌ی کامل	فرایند ca (ناشناس)	فرایند bc (فشار ثابت)	فرایند ab (حجم ثابت)	راهنمایی	کمیت موردنظر
				$T \propto PV$ $U \propto PV$	علامت تغییر دما و تغییر انرژی درونی ($\Delta T, \Delta U$)
				(راهنمایی نمیفوار که)	علامت تغییر حجم (ΔV)
				$\begin{cases} \Rightarrow W < 0 & \text{انقباض} \\ \Rightarrow W > 0 & \text{تراکم} \end{cases}$ $\begin{cases} \Rightarrow W_t < 0 & \text{چرخه‌ی ساعتگرد} \\ \Rightarrow W_t > 0 & \text{چرخه‌ی پادساعتگرد} \end{cases}$	علامت کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)
				$Q = \Delta U - W$	علامت گرمایی که دستگاه می‌گیرد (Q)

پاسخ در فرایند ab:

- حاصل ضرب P در V افزایش یافته است، پس $\Delta T_{ab} > 0$ و $\Delta U_{ab} > 0$ است.
- حجم تغییر نکرده است، پس کاری هم انجام نشده است:



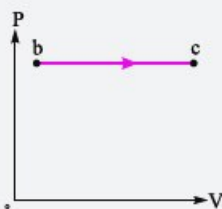
$$\Delta V_{ab} = 0 \Rightarrow W_{ab} = 0$$

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} - W_{ab} \xrightarrow{W=0} Q_{ab} = \Delta U_{ab} > 0 \quad \text{و اما } Q:$$

در فرایند bc:

- حاصل ضرب P در V زیاد شده است، پس $\Delta T_{bc} > 0$ و $\Delta U_{bc} > 0$ است.

- حجم افزایش یافته است و فرایند انبساطی است، پس کاری که محیط روی دستگاه انجام داده است، منفی است:



$$\Delta V_{bc} > 0 \xrightarrow{\text{انبساط}} W_{bc} < 0$$

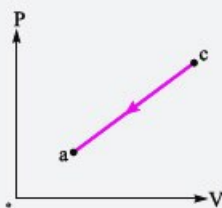
برای Q هم داریم:

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} - W_{bc} \xrightarrow{W_{bc} < 0, \Delta U_{bc} > 0} Q_{bc} > 0$$

در فرایند ca:

- حاصل ضرب P در V کم شده است، پس $\Delta T_{ca} < 0$ و $\Delta U_{ca} < 0$ است.

- حجم کاهش یافته است و فرایند تراکمی است، پس کاری که محیط روی دستگاه انجام داده است، مثبت است:



$$\Delta V_{ca} < 0 \xrightarrow{\text{تراکم}} W_{ca} > 0$$

- در این فرایند دستگاه گرما از دست داده است، زیرا:

$$Q_{ca} = \Delta U_{ca} - W_{ca} \xrightarrow{\Delta U_{ca} < 0, W_{ca} > 0} Q_{ca} < 0$$

در کل چرخه:

$$\Delta T_t = 0, \Delta U_t = 0$$

- دستگاه به حالت اول خود بازمی‌گردد، پس:

$$W_t < 0$$

- چرخه ساعتگرد است، پس کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، در کل، منفی است:

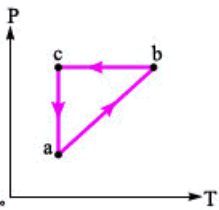
$$Q_t > 0$$

- در یک چرخه $Q_t = -W_t$ است، پس:

جدول کامل شده را در پایان همین فصل ببینید.

مثال

نمودار P-T روبه‌رو، چرخه‌ی یک گاز کامل را نشان می‌دهد. جدول زیر را به کمک نمودار کامل کنید.



کمیت مورد نظر	راهنمایی	فرایند ab (حجم ثابت)	فرایند bc (فشار ثابت)	فرایند ca (دما ثابت)	یک چرخه‌ی کامل
علامت تغییر دما (ΔT) و تغییر انرژی درونی (ΔU)	$\Delta U \propto \Delta T$				
تغییر حجم (ΔV)	$V \propto \frac{T}{P}$				
کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)	$\begin{cases} \Rightarrow W < 0 & \text{انبساط} \\ \Rightarrow W > 0 & \text{تراکم} \end{cases}$ $\begin{cases} \Rightarrow W_t < 0 & \text{چرخه‌ی ساعتگرد} \\ \Rightarrow W_t > 0 & \text{چرخه‌ی پادساعتگرد} \end{cases}$				
گرمايي که دستگاه می‌گیرد (Q)	$Q = \Delta U - W$				

پاسخ در فرایند ab:

- دما و انرژی درونی هر دو در حال افزایش است:

$$\Delta T_{ab} > 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} > 0$$

- امتداد ab از مبدأ می‌گذرد (شکل روبه‌رو)، پس نسبت $\frac{P}{T}$ از a تا b ثابت است، بنابراین این فرایند حجم ثابت است:

$$\Delta V_{ab} = 0$$

$$\Delta V_{ab} = 0 \Rightarrow W_{ab} = 0$$

- از ثابت ماندن حجم می‌فهمیم که کاری انجام نشده است:

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} + W_{ab} \xrightarrow{W_{ab}=0, \Delta U_{ab}>0} Q_{ab} > 0$$

- برای تعیین علامت Q_{ab} داریم:

در فرایند bc:

$$\Delta U_{bc} < 0, \Delta T_{bc} < 0$$

- دما و انرژی درونی در حال کاهش‌اند:

- به شکل زیر نگاه کنید. شیب خط‌هایی که از مبدأ عبور می‌کنند، در طول فرایند b تا c در حال افزایش است. می‌دانید

که این شیب ($\frac{P}{T}$) با حجم رابطه‌ی عکس دارد، پس در فرایند b تا c، حجم در حال کاهش است و فرایند یک فرایند تراکمی است:

$$\text{تراکم} \Rightarrow \Delta V_{bc} < 0 \Rightarrow W_{bc} > 0$$

- فرایند bc تراکمی است، پس کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد مثبت است:

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} - W_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{bc}<0, W_{bc}>0} Q_{bc} < 0$$

- Q_{bc} منفی است، زیرا:

در فرایند ca:

$$\Delta T_{ca} = 0, \Delta U_{ca} = 0$$

- دما و انرژی درونی ثابت است:

- در شکل روبه‌رو می‌بینید که شیب خط‌هایی که از مبدأ می‌گذرند (یعنی $\frac{P}{T}$) در طول فرایند a تا c کم می‌شود، پس

حجم در حال افزایش و فرایند انبساطی است: انبساط $\Rightarrow \Delta V_{ca} > 0 \Rightarrow W_{ca} < 0$ شیب خط ($\frac{P}{T}$) در حالت کاهش است.

- فرایند ca انبساطی است و کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، منفی می‌شود:

$$Q_{ca} = \Delta U_{ca} - W_{ca} \xrightarrow{\Delta U_{ca}=0, W_{ca}<0} Q_{ca} > 0$$

- Q_{ca} مثبت است، زیرا:

در کل چرخه،

$$\Delta U_t = 0, \Delta T_t = 0$$

- طبق معمول ΔU و ΔT برابر صفر است:

$$W_t > 0$$

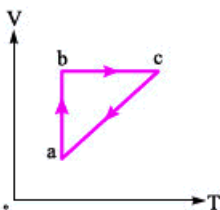
- چون چرخه پادساعتگرد است، کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، مثبت است:

$$Q_t = -W_t \Rightarrow Q_t < 0$$

- و Q_t هم منفی است:

جدول کامل شده را در پایان پاسخ‌های تشریحی این فصل گذاشته‌ایم.

مثال نمودار $V-T$ روبه‌رو، چرخه‌ی یک گاز کامل را نشان می‌دهد. جدول زیر را با توجه به نمودار کامل کنید.



کمیت موردنظر	راهنمایی	فرایند ab (دما ثابت)	فرایند bc (حجم ثابت)	فرایند ca (فشار ثابت)	چرخه‌ی کامل
تغییر دما و تغییر انرژی درونی ($\Delta T, \Delta U$)	$\Delta U \propto \Delta T$				
تغییر حجم (ΔV)	لازم ندارد!				
کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)	$\begin{cases} \Rightarrow W < 0 & \text{انبساط} \\ \Rightarrow W > 0 & \text{تراکم} \end{cases}$ $\begin{cases} \Rightarrow W_t > 0 & \text{چرخه‌ی ساعتگرد} \\ \Rightarrow W_t < 0 & \text{چرخه‌ی پادساعتگرد} \end{cases}$				
گرمایی که دستگاه می‌گیرد (Q)	$Q = \Delta U - W$				

پاسخ فرایند ab

- دما در طول این فرایند ثابت است، پس:

- در فرایند ab حجم دستگاه افزایش یافته است:

- چون فرایند انبساطی است، کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد منفی است:

- دستگاه گرما می‌گیرد، زیرا:

فرایند bc

- در طول فرایند bc دما زیاد می‌شود:

- در فرایند bc حجم ثابت است:

- می‌دانید که هر وقت در طول یک فرایند حجم ثابت می‌ماند، W برابر صفر است:

- چون $W_{bc} = 0$ است، پس $Q_{bc} = \Delta U_{bc}$ است:

فرایند ca

- در فرایند ca، دمای دستگاه در حال کم شدن است:

- فرایند ca یک فرایند تراکمی است:

- چون فرایند تراکمی است، کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، مثبت است:

- در طی فرایند ca دستگاه گرما از دست می‌دهد، زیرا:

در طی یک چرخه‌ی کامل،

- تغییرات انرژی درونی صفر است:

- چرخه ساعتگرد است و برخلاف نمودارهای قبلی داریم:

پس در طی این چرخه گرما از دستگاه خارج می‌شود.

جدول کامل شده‌ی این مثال را هم در پایان پاسخ‌های این فصل آورده‌ایم.

$$\Delta T_{ab} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} = 0$$

$$\Delta V_{ab} > 0 \Rightarrow \text{انبساط}$$

$$\Delta V_{ab} > 0 \Rightarrow W_{ab} < 0$$

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} - W_{ab} \xrightarrow{\Delta U_{ab}=0, W_{ab}<0} Q_{ab} > 0$$

$$\Delta T_{bc} > 0 \Rightarrow \Delta U_{bc} > 0$$

$$\Delta V_{bc} = 0$$

$$\Delta V_{bc} = 0 \Rightarrow W_{bc} = 0$$

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} - W_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{bc}>0, W_{bc}=0} Q_{bc} > 0$$

$$\Delta T_{ca} < 0 \Rightarrow \Delta U_{ca} < 0$$

$$\Delta V_{ca} < 0 \Rightarrow \text{تراکم}$$

$$\Delta V_{ca} < 0 \Rightarrow W > 0$$

$$Q_{ca} = \Delta U_{ca} - W_{ca} \xrightarrow{\Delta U_{ca}<0, W_{ca}>0} Q_{ca} < 0$$

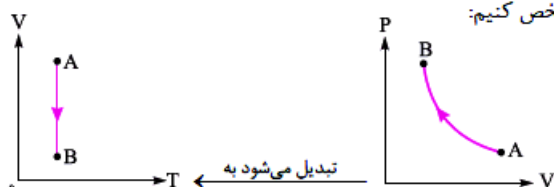
$$\Delta T_t = 0 \Rightarrow \Delta U_t = 0$$

$$W_t > 0$$

$$Q_t = \Delta U_t - W_t \xrightarrow{\Delta U_t=0, W_t>0} Q_t < 0$$

۱۴۰۹ - **گزینه‌ء** برای رسم نمودار $V-T$ ، باید تغییرات V و T را در هر فرایند مشخص کنیم:

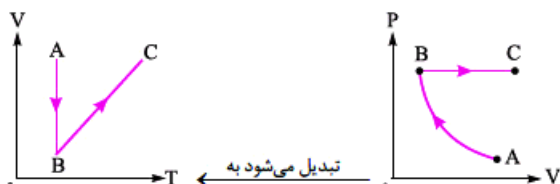
فرایند AB: در این فرایند دما ثابت و حجم در حال کاهش است. (گزینه‌ی ۱ و ۳ رد شدند.)



$$\frac{\uparrow V}{\uparrow T} \propto \frac{P}{\text{ثابت}}$$

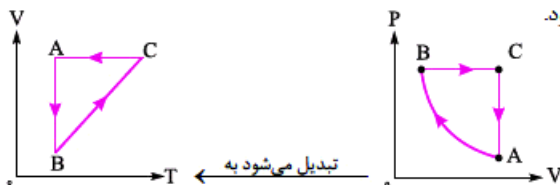
فرایند BC: در این فرایند فشار ثابت و حجم در حال افزایش است، پس دما هم باید زیاد شود. (گزینه ۲ هم رد شد.)

تا همین جا گزینه صحیح را پیدا کرده‌ایم، اما چون کم‌فروشی کار بدی است! فرایند AC را هم بررسی می‌کنیم.



تبدیل می‌شود به

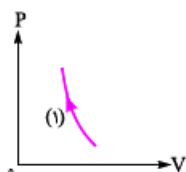
فرایند CA: در این فرایند حجم ثابت و فشار در حال کاهش است، پس دما هم باید کم شود.



تبدیل می‌شود به

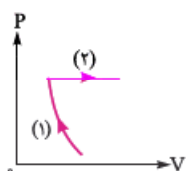
۱۴۱۰- [گزینه ۳] در این سؤال نیز باید تغییرات P و V را در هر فرایند بدانیم:

فرایند (۱): دما ثابت و فشار در حال افزایش است، پس طبق رابطه‌ی $P \propto \frac{1}{V}$ حجم باید کاهش یابد. (فرایند هم‌دمای تراکمی) [گزینه‌های ۲ و ۴ رد شوند]

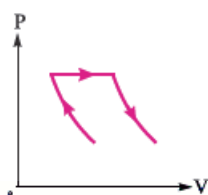


فرایند (۲): فشار ثابت و دما در حال افزایش است. پس طبق رابطه‌ی $V \propto T$ حجم باید افزایش یابد.

[گزینه ۱ هم کنار رفت]



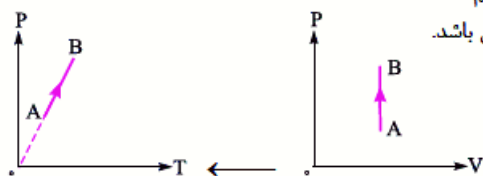
فرایند (۳): این فرایند عکس فرایند (۱) است:



۱۴۱۱- [گزینه ۲] برای رسم نمودار P-T، باید تغییرات P و T را در هر فرایند مشخص کنیم:

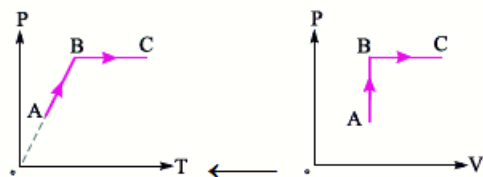
فرایند AB: در این فرایند حجم ثابت و فشار در حال افزایش است، پس دما هم باید در حال افزایش باشد. (پس گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند.)

$$\frac{\uparrow P}{\uparrow T} \propto \frac{1}{V} \text{ ثابت}$$

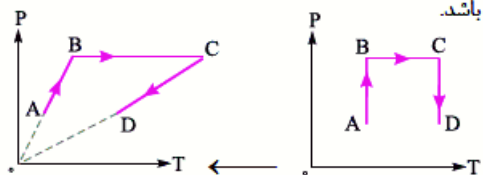


فرایند BC: در این فرایند فشار ثابت و حجم در حال افزایش است، پس دما هم باید افزایش یابد.

$$\frac{\uparrow V}{\uparrow T} \propto \frac{1}{P} \text{ ثابت}$$



فرایند CD: در این فرایند حجم ثابت و فشار در حال کاهش است، پس دما هم باید در حال کاهش باشد.

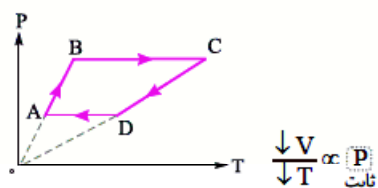


حواستان باشد! دقت کنید که هنگامی که هنگامی که فشار ثابت است، امتداد خط مربوط به آن فرایند در نمودار باید از مبدأ بگذرد، در واقع طبق

رابطه‌ی $P = \frac{nR}{V}T + \theta$ ، عرض از مبدأ نمودار صفر است؛ بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح این سؤال است.

بررسی فرایند DA هم صرفاً یک کار تشریفاتی است!

فرایند DA: در این فرایند فشار ثابت و حجم در حال کاهش است، پس دما هم باید کاهش یابد.



$$\frac{\downarrow V}{\downarrow T} \propto \frac{1}{P} \text{ ثابت}$$

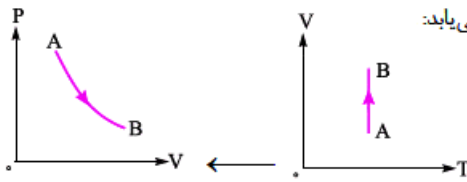
نکته: در چنین سؤالاتی پس از این که ۲ گزینه کنار رفتند، به سراغ فرایندی بروید که در ۲ گزینه‌ی باقی مانده متفاوت است تا زودتر به گزینه‌ی صحیح برسید:

۱۴۱۲ - گزینه ۱

برای رسم نمودار PV، تغییرات P و V را در هر فرایند بررسی می‌کنیم:

فرایند AB، در دمای ثابت، حجم افزایش یافته، پس طبق رابطه $PV = nRT$ ثابت، فشار کاهش می‌یابد:

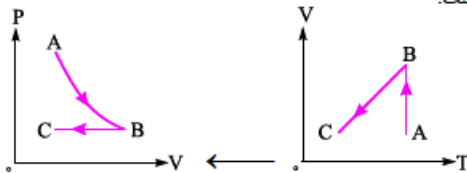
[گزینه‌های ۳ و ۴ حذف شدند!]



نکته: چرخه در نمودار V-T پادساعتگرد است؛ پس در نمودار P-V، ساعتگرد خواهد بود.

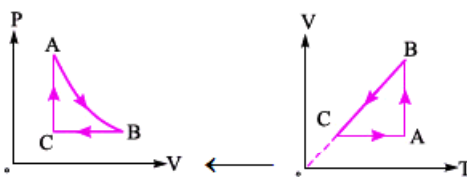
فرایند BC، چون امتداد خط BC از مبدأ می‌گذرد، فشار ثابت است و دما و حجم هم کاهش یافته است:

[گزینه‌ی ۲ هم اوت شد!]



فرایند CA، در حجم ثابت، دما افزایش یافته، پس طبق رابطه $\frac{P}{T} \propto \frac{V}{\text{ثابت}}$

فشار هم افزایش می‌یابد:



۱۴۱۳ - گزینه ۴ - چرخه ساعتگرد است، پس کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، منفی است: $W < 0 \Rightarrow$ چرخه‌ی ساعتگرد در نمودار P-V

در یک چرخه چون $\Delta U = 0$ و $Q = -W$ است. پس: $Q > 0 \Rightarrow W < 0$

۱۴۱۴ - گزینه ۳ - چون چرخه ساعتگرد و نمودار P-V است، $W < 0$ و در نتیجه با در نظر گرفتن $\Delta U = 0$ ، یعنی دستگاه کار داده و گرما گرفته است.

۱۴۱۵ - گزینه ۲ - انرژی درونی تابع دمای مطلق است؛ پس هر چه حاصلضرب PV در یک نقطه بیشتر باشد، انرژی درونی آن نقطه هم بیشتر است:

$$\left. \begin{aligned} U_A &\propto P_A V_A \\ U_B &\propto P_A V_B \\ U_C &\propto P_C V_B \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\frac{P_C > P_A}{V_A > V_A}} U_C > U_B > U_A$$

نکته: در نمودار P-V هر چه نقطه مورد نظر از محور P-V دورتر باشد، دما و انرژی درونی آن نقطه بیشتر است.

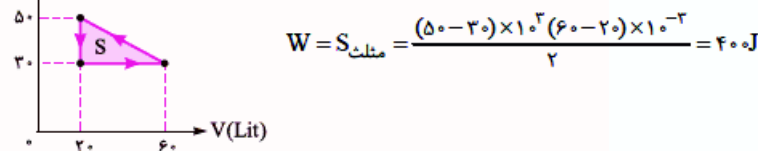
۱۴۱۶ - گزینه ۱ - کار یک چرخه برابر مجموع کار هر فرایند است؛ در این چرخه دو فرایند هم‌فشار و دو فرایند هم‌حجم داریم، که کار فرایندهای هم‌حجم صفر است، پس:

$$W_t = \underbrace{W_1}_{\text{هم‌حجم}} + W_f + \underbrace{W_2}_{\text{هم‌حجم}} + W_f = W_f + W_f$$

چون چرخه پادساعتگرد، کار کل چرخه مثبت است.

حواستان باشد! که علام W_f یا W_f می‌تواند مثبت یا منفی باشد که مربوط به خودش است! ما به هیچ وجه آن را از خودش جدا نمی‌کنیم!

۱۴۱۷ - گزینه ۳ - اول اینکه چون چرخه پادساعتگرد است، کار مثبت است. دوم هم این که کار برابر مساحت چرخه است:



۱۴۱۸ - گزینه ۲ - چرخه پادساعتگرد است، پس کار مثبت است. اندازه‌ی کار هم که برابر مساحت مربع است:

$$W = S_{\text{مربع}} = (3-1) \times 10^5 \times (3-1) = 4 \times 10^5 \text{ J} = 400 \text{ kJ}$$

۱۴۱۹ - گزینه ۳ - اول ببینیم مساحت چرخه $|W_f|$ چقدر است:

$$|W_t| = S_{\text{متن}} = \frac{(5-1) \times 10^5 \times (4-1) \times 10^{-2}}{2} = 800 \text{ J}$$

چون چرخه ساعتگرد است، علامت کار منفی است؛ بنابراین گرما برابر است با: $Q_t = -W_t \rightarrow Q_t = 800 \text{ J}$ (گاز ۸۰۰ ج گرما گرفته است)

۱۴۲۰ - **گزینه ۱** چاره‌ای نداریم به جز بررسی تک‌تک گزینه‌ها، اجازه دهید از آخر شروع کنیم!

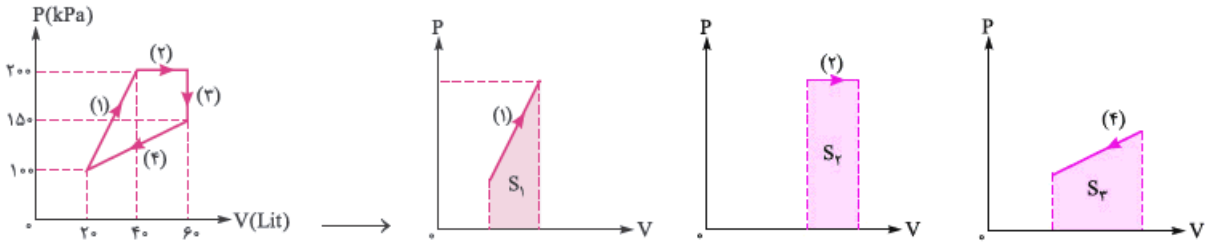
گزینه‌ی (۴): سطح زیر نمودار در فرایند CA از دو فرایند دیگر بزرگ‌تر است. پس در این فرایند اندازه‌ی کار یا همان $|W|$ بیشتر است.

گزینه‌ی (۳): می‌دانید در فرایند هم‌دما انرژی درونی در طول فرایند ثابت می‌ماند پس $U_C = U_A$.

گزینه‌ی (۲): فرایند BC هم‌حجم است پس در طول آن کاری انجام نمی‌شود.

گزینه‌ی (۱): حتماً به یاد دارید که در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است. ولی فرایند CA هم‌دما است نه بی‌دررو! پس عبارت این گزینه نادرست است و پاسخ موردنظر ما هم همین گزینه است.

۱۴۲۱ - **گزینه ۱** گام اول، برای محاسبه‌ی کار در این چرخه نمی‌توانیم از روش مساحت چرخه استفاده کنیم، چون مساحت این شکل نسبتاً عجیب و غریب را بلد نیستیم محاسبه کنیم. پس مجبوریم کار هر فرایند را به صورت جداگانه حساب کنیم. (البته این کار را هم از روش مساحت انجام می‌دهیم!)



$$|W_1| = S_1 = \frac{(100 + 200) \times 10^3}{2} \times (40 - 20) \times 10^{-3} = 3000 \text{ J} \xrightarrow{\text{انساطی}} W_1 = 3000 \text{ J}$$

$$|W_2| = S_2 = 200 \times 10^3 \times (60 - 40) \times 10^{-3} = 4000 \text{ J} \xrightarrow{\text{انساطی}} W_2 = 4000 \text{ J}$$

$$|W_3| = S_3 = 0 \text{ (فرایند هم‌حجم)}$$

$$|W_4| = S_4 = \frac{(100 + 150) \times 10^3}{2} \times (60 - 20) \times 10^{-3} = 5000 \text{ J} \xrightarrow{\text{تراکمی}} W_4 = 5000 \text{ J}$$

گام دوم، از جمع این مقادیر، کار انجام شده روی گاز به دست می‌آید:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = -3000 - 4000 + 5000 = -2000 \text{ J}$$

$$W' = -W = 2000 \text{ J}$$

گام سوم، طراح کار انجام شده توسط گاز را می‌خواهد؛ یعنی W' :

۱۴۲۲ - **گزینه ۳** با یک سؤال ساده روبرو هستیم، کافی است رابطه‌ی تغییر انرژی درونی از نوع $\Delta(PV)$ را بنویسیم:

$$\Delta U_{ab} = k \Delta(PV) = \frac{3}{2} (P_b V_b - P_a V_a) = \frac{3}{2} (2P_1 \times 4V_1 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} \times 7 \times P_1 V_1 = 10 / 5 P_1 V_1$$

۱۴۲۳ - **گزینه ۲** حاصل ضرب PV در نقطه A و C یکسان است، پس تغییر انرژی درونی در این فرایند صفر است.

$$P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow \Delta V = 0$$

۱۴۲۴ - **گزینه ۲** گام اول، مجموع تغییر انرژی درونی این سه فرایند صفر است از طرفی تغییر انرژی درونی فرایند هم‌دما هم صفر است؛ بنابراین:

$$\Delta U_a + \Delta U_b + \underbrace{\Delta U_c}_{\text{صفر}} = 0 \Rightarrow \Delta U_a = -\Delta U_b$$

$$\Delta U_b = Q_b + \underbrace{W_b}_{\text{صفر}} = 60 \text{ J}$$

گام دوم، فرایند b هم‌حجم است، پس کار آن صفر است؛ در نتیجه:

گام سوم، اکنون به سراغ فرایند a می‌رویم تا ببینیم کار و گرمای آن چه ارتباطی با هم دارند!

$$\Delta U_a = -\Delta U_b = -60 \Rightarrow Q_a + W_a = -60$$

تنها گزینه‌ی ۴ در این رابطه صدق می‌کند!

۱۴۲۵ - **گزینه ۲** دمای گاز در هر نقطه از قانون عمومی گازها به دست می‌آید:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \begin{cases} T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{12 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3}}{1/5 \times 8} = 500 \text{ K} \\ T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{2 \times 10^5 \times 15 \times 10^{-3}}{1/5 \times 8} = 250 \text{ K} \end{cases}$$

$$P_A V_A = nRT_A \Rightarrow n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{24 \times 10^3 \times 1}{8 \times 200} = 15 \text{ mol}$$

گام اول، تعداد مول را باید بدانیم: **گزینه ۴** - ۱۴۲۶

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{75 \times 10^3 \times 2}{15 \times 8} = 1250 \text{ K}$$

گام دوم، با دانستن تعداد مول، می‌توان دمای گاز در نقطه‌ی B را محاسبه کرد:

$$n = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \Rightarrow 15 = \frac{m_{O_2}}{16 \times 2} \Rightarrow M_{O_2} = 480 \text{ g}$$

گام سوم، با داشتن تعداد مول و جرم مولی گاز اکسیژن، جرم گاز به دست می‌آید:

گام اول، کار انجام شده روی محیط برابر W' است، بنابراین با توجه به ثابت بودن انرژی درونی در یک چرخه به رابطه زیر می‌رسیم: **گزینه ۲** - ۱۴۲۷

$$W_s + Q \xrightarrow{W' = -W} W'_t = Q_t \Rightarrow W'_{\text{هم‌دمای}} + W'_{\text{هم‌حجم}} + W'_{\text{بی‌درو}} = Q_{\text{هم‌دمای}} + Q_{\text{هم‌حجم}} + Q_{\text{بی‌درو}}$$

گام دوم، کار در فرایند هم‌حجم و گرما در فرایند بی‌درو صفر است؛ پس:

$$W'_{\text{هم‌دمای}} + \underbrace{W'_{\text{هم‌حجم}}}_{\text{صفر}} + W'_{\text{بی‌درو}} = Q_{\text{هم‌دمای}} + Q_{\text{هم‌حجم}} + \underbrace{Q_{\text{بی‌درو}}}_{\text{صفر}} \Rightarrow W'_{\text{هم‌دمای}} + W'_{\text{بی‌درو}} = Q_{\text{هم‌دمای}} + Q_{\text{هم‌حجم}}$$

گام سوم، در فرایند هم‌دمای، چون انرژی درونی ثابت است، کار روی محیط (W') با گرما برابر می‌شود؛ بنابراین:

$$W'_{\text{هم‌دمای}} + W'_{\text{بی‌درو}} = Q_{\text{هم‌دمای}} + Q_{\text{هم‌حجم}} \xrightarrow{W'_{\text{هم‌دمای}} = Q_{\text{هم‌دمای}}} W'_{\text{بی‌درو}} = Q_{\text{هم‌حجم}}$$

یعنی کار انجام شده روی محیط در فرایند بی‌درو برابر با گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم است.

گام اول، در فرایند بی‌درو گرما نداریم، پس $\Delta U_{CA} = W_{CA}$ می‌شود: **گزینه ۱** - ۱۴۲۸

$$W_{CA} = \Delta U_{CA} = k\Delta(PV) = \frac{\gamma}{\gamma-1}(P_A V_A - P_C V_C)$$

گام دوم، $P_C V_C$ را نمی‌دانیم، اما جای نگرانی نیست، چرا که فرایند BC هم‌دمای است و می‌دانیم که در فرایند هم‌دمای $P_B V_B = P_C V_C$ است؛ بنابراین کار در

$$W_{CA} = \frac{\gamma}{\gamma-1}(P_A V_A - P_B V_B) = \frac{\gamma}{\gamma-1}(2 \times 1 - 1 \times 1) \times 10^5 \times 10^{-2} = 1500 \text{ J}$$

فرایند CA به دست می‌آید:

$$\Delta U_t = 0 \Rightarrow W_t = -Q_t$$

می‌توانیم از طریق محاسبه‌ی گرمای فرایند هم‌حجم (AB) نیز به پاسخ برسید؛ زیرا:

$$\Rightarrow \frac{W_{AB}}{\text{هم‌حجم}} + \frac{W_{BC}}{\text{بی‌درو}} + \frac{W_{CA}}{\text{هم‌دمای}} = -\left(\frac{Q_{AB}}{\text{هم‌حجم}} + \frac{Q_{BC}}{\text{هم‌دمای}} + \frac{Q_{CA}}{\text{بی‌درو}}\right) \xrightarrow{\frac{W_{BC} = -Q_{BC}}{\Delta U_{BC} = 0}} W_{BC} = -Q_{AB} = -k\Delta(PV)$$

$$\Rightarrow W_{BC} = \frac{-\gamma}{\gamma-1}(P_B V_B - P_A V_A) = -1500 \text{ J}$$

محاسبات تکراری!

همان‌طور که در دو سؤال قبل نشان دادیم، در چرخه‌هایی که از ۳ فرایند هم‌حجم، هم‌دمای و بی‌درو تشکیل می‌شود، کاری که در فرایند بی‌درو روی گاز انجام می‌شود برابر گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم است: **گزینه ۳** - ۱۴۲۹

گام اول، همان‌طور که از نمودار مشخص است، فرایند ca هم‌فشار است، با توجه به داشتن دما برای محاسبه‌ی کار، به سراغ محاسبه‌ی

$$\Delta U = knR\Delta T = \frac{\gamma}{\gamma-1} \times 1 \times 8 \times \frac{(300 - 600)}{-300} = -3600 \text{ J}$$

گرما و تغییر انرژی درونی می‌روید:

$$Q = (k+1)nR\Delta T = \frac{5}{\gamma-1} \times 1 \times 8 \times \frac{(300 - 600)}{-300} = -6000 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow W = \Delta U - Q = -3600 - (-6000) = 2400 \text{ J} \Rightarrow W = 2400 \text{ J}$$

گام دوم، از قانون اول ترمودینامیک هم کار به دست می‌آید:

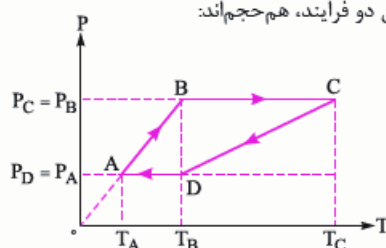
$$W = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times -300 = 2400 \text{ J}$$

نکته از همان ابتدا می‌توانستیم از رابطه‌ی ΔT دار کار در فرایند هم‌فشار استفاده کنیم:

(این رابطه از اختلاف رابطه‌ی $\Delta U - Q$ به دست آمده است.)

گام اول، از آن جایی که امتداد فرایندهای AB و CD از مبدأ می‌گذرد می‌فهمیم که این دو فرایند، هم‌حجم‌اند: **گزینه ۳** - ۱۴۳۱

گام دوم، بررسی کار در فرایندهای AB، BC، CD و AD:



$$\Rightarrow W_{AB} = W_{CD} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{هم‌فشار}} = -P\Delta V = -nR\Delta T$$

$$\xrightarrow{\Delta T_{BC} > |\Delta T_{DA}|} |W_{BC}| > W_{DA}$$

تا این‌جا گزینه‌ی «۱» و «۴» نادرست‌اند.

گام سوم، بررسی گرمایی که دستگاه در فرایندها می‌گیرد:

$$\Rightarrow Q_{\text{هم‌فشار}} = (k+1)nR\Delta T \xrightarrow{\Delta T_{BC} > |\Delta T_{DA}|} Q_{BC} > |Q_{DA}|$$

گزینه‌ی (۲) نادرست است.

$$\Rightarrow Q_{\text{هم‌حجم}} = knR\Delta T \xrightarrow{|\Delta T_{CD}| > \Delta T_{AB}} |Q_{CD}| > Q_{AB}$$

پس گزینه‌ی (۳) پاسخ این سؤال است.

۱۴۳۲ - گزینه ۳ برداشت اول، فرایند BC انبساطی ($W_{BC} < 0$) و فرایند DA تراکمی ($W_{DA} > 0$) است، پس نسبت کار این دو فرایند حتماً منفی است:

(پس گزینه ۲ می‌شود)

$$\frac{W_{BC}}{W_{DA}} < 0 \quad (1)$$

برداشت دوم، این دو فرایند هم‌فشارند، چرا که امتداد خط BC و AD از مبدأ می‌گذرد. می‌دانیم که کار در فرایند هم‌فشار از رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$\frac{|W_{BC}|}{W_{DA}} = \frac{|P_{BC}\Delta V_{BC}|}{P_{DA}\Delta V_{DA}} \xrightarrow{\Delta V_{BC} = \Delta V_{DA}} \frac{|W_{BC}|}{W_{DA}} = \frac{-P_{BC}}{-P_{DA}}$$

از آن جایی که شیب خط در نمودار $V-T$ با فشار رابطه‌ی عکس دارد، هر چه شیب خط گذرنده از مبدأ کم‌تر باشد، فشار بیشتر است؛ پس می‌توان گفت:

$$P_{DA} > P_{BC} \Rightarrow \frac{|W_{BC}|}{W_{DA}} < 1 \xrightarrow{W_{BC} < 0} \frac{W_{BC}}{W_{DA}} > -1 \quad (2) \xrightarrow{(1),(2)} -1 < k < 0$$

۱۴۳۳ - گزینه ۳ گام اول، برای محاسبه گرمای کل، گرمای هر فرایند را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$Q_{ab} = knR\Delta T = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times \frac{(200 - 100)}{100} = 1200 \text{ J} \quad (\text{هم‌حجم})$$

$$Q_{bc} = (k+1)nR\Delta T = \frac{5}{2} \times 1 \times 8 \times \frac{(400 - 200)}{200} = 4000 \text{ J} \quad (\text{فرایند هم‌فشار})$$

$$Q_{cd} = knR\Delta T = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times \frac{(200 - 400)}{200} = -2400 \text{ J} \quad (\text{فرایند هم‌حجم})$$

$$Q_{da} = (k+1)nR\Delta T = \frac{5}{2} \times 1 \times 8 \times \frac{(100 - 200)}{-100} = -2000 \text{ J} \quad (\text{فرایند هم‌فشار})$$

گام دوم، از جمع جبری این مقادیر، گرمایی که گاز در کل چرخه از محیط می‌گیرد، به دست می‌آید:

$$Q_t = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = 1200 + 4000 - 2400 - 2000 = 800 \text{ J}$$

نکته دو فرایند ab و cd هم حجم هستند، پس کارشان صفر است. از طرفی، از آن جایی که دو فرایند ad و bc هم‌فشارند، می‌توان با استفاده از رابطه‌ی ΔT دار کار، سریع‌تر به گرما رسید:

$$W_{ab} = W_{cd} = 0 \quad (\text{هم‌حجم})$$

$$\left. \begin{aligned} W_{bc} &= -nR\Delta T = -8 \times (400 - 200) = -1600 \text{ J} \\ W_{ad} &= -nR\Delta T = -8 \times (100 - 200) = 800 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_t = -1600 + 800 - 800 \text{ J} \xrightarrow{Q=W} Q = 800 \text{ J}$$

ماشین‌های گرمایی

۱- تبادل کار و گرما بین ماشین گرمایی و محیط

در شکل زیر طرز کار طرح‌وار یک ماشین گرمایی آرمانی را می‌بینید:

این طرح را نکته به نکته بررسی می‌کنیم:

۱- دستگاه (که می‌تواند مایع یا گاز باشد) به سه طریق با محیط تبادل انرژی می‌کند:

۱- از چشمه‌ی گرم، گرمای Q_H را می‌گیرد. ($Q_H > 0$)

۲- بر روی محیط کار انجام می‌دهد. ($W < 0$)

۳- به چشمه‌ی سرد، گرمای Q_C را پس می‌دهد. ($Q_C < 0$)

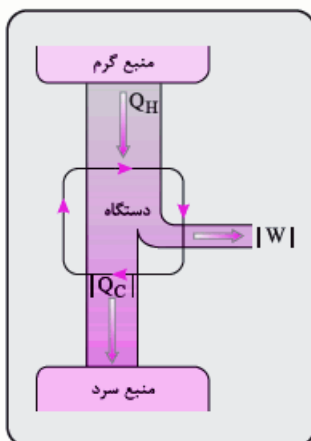
۲- در ماشین‌های گرمایی دستگاه بر روی محیط کار انجام می‌دهد ($W < 0$)، بنابراین چرخه‌ی $P-V$ این ماشین‌ها ساعتگرد است.

۳- در ماشین‌های گرمایی آرمانی دستگاه به طور پی‌درپی یک چرخه‌ی کامل را می‌پیماید.

در هر چرخه داریم:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_H + Q_C + W = 0 \Rightarrow Q_H = -(Q_C + W) \Rightarrow Q_H = |Q_C| + |W|$$

یعنی دستگاه از چشمه‌ی گرم، گرمای Q_H را می‌گیرد، قسمتی از آن را به کار بر روی محیط (W) تبدیل می‌کند و بقیه را به صورت Q_C به چشمه‌ی سرد می‌دهد.



۱۴۳۸ - گزینه ۲ در این سؤال با دو فرض اولیه مواجهیم:

فرض اول: دمای چشمه‌ی سرد بزرگ‌تر از صفر درجه‌ی سلسیوس باشد که در این حالت باید دمای چشمه‌ی سرد را کاهش دهیم، یعنی:

$$\eta = 1 - \frac{T_C \downarrow}{T_H} \Rightarrow \text{بازده افزایش می‌یابد.}$$

فرض دوم: دمای چشمه‌ی سرد کوچک‌تر از صفر درجه‌ی سلسیوس باشد که در این حالت باید دمای چشمه‌ی سرد را افزایش دهیم، یعنی:

$$\eta = 1 - \frac{T_C \uparrow}{T_H} \Rightarrow \text{بازده کاهش می‌یابد.}$$

پس بسته به شرایط ممکن است بازده افزایش یا کاهش یابد.

۱۴۳۹ - گزینه ۲ گام اول، گرمای دریافتی دستگاه در هر چرخه (Q_H) با سوختن بنزین تأمین می‌شود، پس مقدار Q_H را باید بدانیم:

$$Q_H = |Q_C| + |W| = 9000 + 2000 = 12000 \text{ J}$$

$$Q = 100 Q_H = 100 \times 12000 = 12 \times 10^5 \text{ J} = 1200 \text{ kJ}$$

گام دوم، محاسبه‌ی گرمایی که دستگاه در ۱۰۰ چرخه می‌گیرد:

گام سوم: با یک تناسب ساده، مقدار بنزین لازم به دست می‌آید:

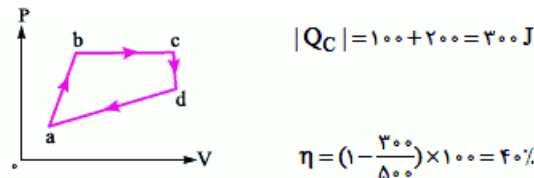
انرژی (kJ)	جرم بنزین (g)
۵۰	۱
۱۲۰۰	x

$$x = \frac{1200}{50} = 24 \text{ g}$$

۱۴۴۰ - گزینه ۲ گام اول، مطابق شکل، از a تا c حجم افزایش یافته، پس کار منفی است! از طرفی $\Delta(PV)$ افزایش یافته، پس انرژی درونی افزایش یافته است، بنابراین طبق رابطه‌ی $Q = \Delta U - W$ ، گاز از a تا c گرما گرفته است، پس Q_H برابر است با:

$$Q_H = Q_{ab} + Q_{bc} = 300 + 200 = 500 \text{ J}$$

گام دوم، با استدلال مشابه، گاز از c تا a گرما از دست داده، پس Q_C برابر است با:



گام سوم، رابطه‌ی $\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$ مقدار بازده را به ما می‌دهد:

۱۴۴۱ - گزینه ۱ گام اول، برای محاسبه‌ی بازده ماشین گرمایی، Q_H و W را باید داشته باشیم، اول می‌رویم سراغ محاسبه‌ی Q_H :

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} = k(P_b V_b - P_a V_a) \text{ گاز تک اتمی } \frac{3}{2}(P_b V_b - P_a V_a) = \frac{3}{2} P_1 V_1$$

هم‌حجم

$$Q_{bc} = (k+1)P\Delta V \text{ گاز تک اتمی } \frac{5}{2} P_1 (3V_1 - V_1) = 10 P_1 V_1$$

هم‌فشار

$$Q_H = Q_{ab} + Q_{bc} = P_1 V_1 \left(\frac{3}{2} + 10\right) = \frac{23}{2} P_1 V_1$$

حتماً حواستان هست که Q_H فقط شامل Q های مثبت (دادن گرما به دستگاه) است به خاطر همین نیازی نیست Q_{cd} و Q_{da} را محاسبه کنیم.

گام دوم، می‌دانید مساحت نمودار $P-V$ چرخه برابر $|W|$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\eta_H = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2 P_1 V_1}{\frac{23}{2} P_1 V_1} = \frac{4}{23}$$

گام سوم، بازده ماشین گرمایی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

۱۴۴۲ - گزینه ۲ قانون دوم ترمودینامیک می‌گوید: بازده هیچ ماشین گرمایی ۱۰۰ درصد نیست.

۱۴۴۳ - گزینه ۲ گام اول، طبق قانون اول ترمودینامیک، برای یک ماشین گرمایی باید $|W| = Q_H - |Q_C|$ باشد، پس این شرط را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} Q_H = 400 \text{ J} \\ Q_C = -400 \text{ J} \Rightarrow |-400| = 400 - |0| \Rightarrow \text{قانون اول ترمودینامیک پابرجا است!} \\ W = 0 \text{ J} \end{cases}$$

گام دوم، از طرفی طبق قانون دوم ترمودینامیک برای یک ماشین گرمایی امکان ندارد $Q_C = 0$ باشد که در این ماشین این‌گونه نیست و این قانون نقض می‌شود. پس در مجموع این ماشین فقط قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

۱۴۴۴ - گزینه ۲ طبق قانون دوم ترمودینامیک هیچ‌گاه Q_C یا W صفر نمی‌شوند، پس تا همین‌جا گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. از طرفی طبق قانون اول

ترمودینامیک باید داشته باشیم $|W| = Q_H - |Q_C|$ (برای ماشین گرمایی) یا $|Q_H| = |Q_C| + |W|$ (برای یخچال)، این دو رابطه را در گزینه‌های (۱) و (۲) بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه (۱)} \begin{cases} Q_H = -150 \text{ J} \\ Q_C = +50 \text{ J} \\ W = +250 \text{ J} \end{cases} \xrightarrow{\text{قانون اول در یخچال}} |-150| = 50 + 250 \Rightarrow 150 \neq 300 \Rightarrow \text{این گزینه قانون اول را نقض می‌کند.}$$

$$\text{گزینه (۲)} \begin{cases} Q_H = 150 \text{ J} \\ Q_C = -50 \text{ J} \\ W = -100 \text{ J} \end{cases} \xrightarrow{\text{قانون اول در ماشین گرمایی}} |-100| = 150 - |-50| \Rightarrow 100 = 100 \Rightarrow \text{هر دو قانون اول و دوم پابرجا هستند.}$$

فانون دوم ترمودینامیک (بپان ماشین گرمایی) و ماشین کارنو

فانون دوم ترمودینامیک می‌گوید «بازده هیچ ماشین گرمایی صددرصد نیست.» یعنی هیچ ماشین گرمایی وجود ندارد که بتواند همه‌ی گرمایی را که از چشمه‌ی گرم می‌گیرد به کار تبدیل کند. حالا ممکن است این سوال پیش بیاید که بیشترین بازده یک ماشین گرمایی چه قدر است؟

ماشین گرمایی کارنو

ماشین کارنو ماشینی است که با بیشترین بازده ممکن بین دو چشمه‌ی گرم و سرد با دماهای T_H و T_C کار می‌کند. درباره‌ی این ماشین باید بدانید که:

۱ برای یک ماشین گرمایی واقعی که بین دو چشمه‌ی گرم و سرد با دمای معین T_H و T_C کار می‌کند، همواره داریم:

$$\eta_{\text{کارنو}} > \eta$$

۲ در ماشین‌های گرمایی کارنو داریم:

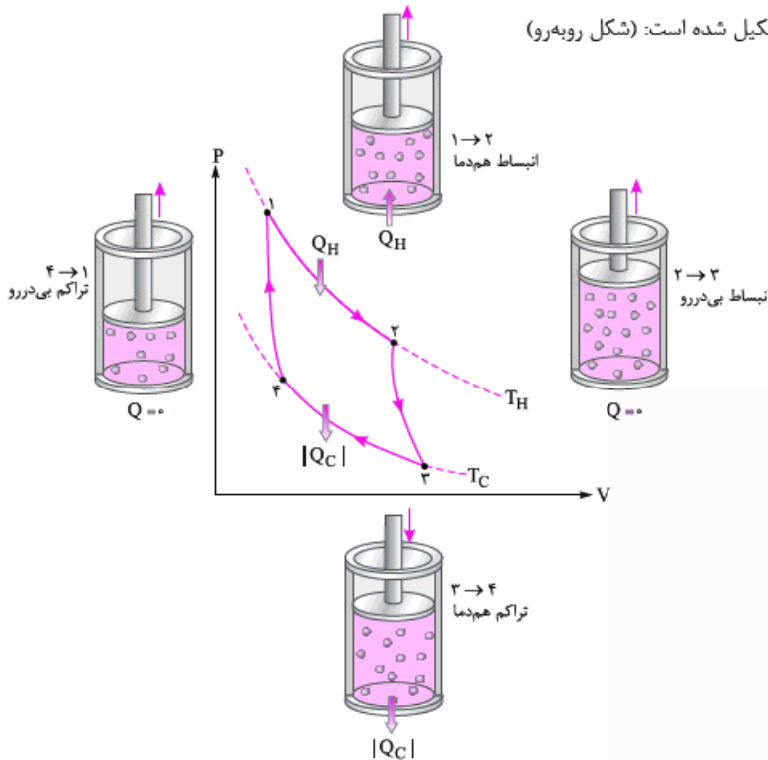
$$\frac{|Q_C|}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H}$$

۳ با توجه به نکته‌ی (۲) بازده ماشین گرمایی کارنو (یا بیشینه‌ی بازده یک ماشین گرمایی) از رابطه‌ی زیر حساب می‌شود:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} \xrightarrow{\frac{T_C}{T_H} = \frac{|Q_C|}{Q_H}} \eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

۴ حالا با توجه به نکته‌ی (۳) هر چه دمای چشمه‌ی سرد کم‌تر و دمای چشمه‌ی گرم بیشتر باشد، بازده ماشین کارنو بیشتر می‌شود.

۵ چرخه‌ی کارنو از دو فرایند هم‌دما و دو فرایند بی‌دررو تشکیل شده است: (شکل روبه‌رو)



۱ → ۲: انبساط هم‌دما در دمای T_H و دریافت

گرمای Q_H ($Q_H \propto T_H$).

۲ → ۳: ادامه‌ی انبساط به صورت بی‌دررو و کاهش

دما تا T_C .

۳ → ۴: تراکم هم‌دما در دمای T_C و دادن

گرمای $|Q_C|$ به چشمه‌ی سرد ($|Q_C| \propto T_C$).

۴ → ۱: ادامه‌ی تراکم به صورت بی‌دررو و افزایش

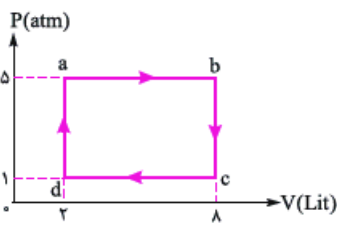
دما تا T_H .

مثال شکل روبه‌رو، چرخه‌ی $P-V$ یک ماشین گرمایی است. بازده یک ماشین کارنو که بین

بیشترین و کم‌ترین دمای این چرخه کار می‌کند چند درصد است؟

پاسخ ابتدا باید تشخیص دهید که بیشترین و کم‌ترین دما در کجای این چرخه قرار دارند. کمی دقت لازم

است تا بفهمید که حاصل ضرب PV در نقطه‌ی b بیشینه و در نقطه‌ی d کمینه است.



$$\frac{T_C}{T_H} = \frac{P_d V_d}{P_b V_b} = \frac{1 \times 2}{5 \times 8} = \frac{1}{20}$$

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} \Rightarrow \eta_{\text{کارنو}} = 95\%$$

و اما بازده ماشین کارنو:

۱۴۴۵ - **گزینه ۱** برای پاسخ به این سؤال به سراغ رابطه‌ی بازده چرخه‌ی کارنو می‌رویم. مطابق رابطه با افزایش دمای چشمه‌ی گرم (T_H)، اندازه‌ی

$$\uparrow \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \uparrow$$

کسر $\frac{T_C}{T_H}$ کاهش می‌یابد و در نتیجه بازده افزایش می‌یابد.

۱۴۴۶ - گزینه ۲ برای قضاوت درست، رابطه را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \downarrow \eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \uparrow$$

در این رابطه با افزایش یکسان T_H و T_C ، اختلافشان تغییری نمی‌کند اما T_H زیاد شده است، پس بازده کاهش می‌یابد.

۱۴۴۷ - گزینه ۲ این سؤال برعکس سؤال قبل است؛ طبق رابطه $\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H}$ ، اختلاف دمای چشمه سرد و گرم ثابت‌اند اما T_H کاهش یافته، پس

بازده ماشین گرمایی افزایش می‌یابد.

۱۴۴۸ - گزینه ۲ گام اول، ابتدا لازم است دمای چشمه سرد و گرم را برحسب کلوین محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} T_C = \theta_C + 273 = 273 \text{ K} \\ T_H = \theta_H + 273 = 373 \text{ K} \end{cases}$$

گام دوم، حداکثر بازده ماشین حرارتی یعنی بازده ماشین گرمایی کارنو:

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \times 100 = \frac{373 - 273}{373} \times 100 \approx 27\%$$

۱۴۴۹ - گزینه ۲ طبق رابطه $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$ با دوبرابر کردن هم‌زمان T_C و T_H ، کسر $\frac{T_C}{T_H}$ هیچ تغییری نمی‌کند، پس بازده ماشین هم نباید تغییری کند!

۱۴۵۰ - گزینه ۲ بیشترین بازده ماشین گرمایی (یعنی بازدهی کارنو) داده شده است.

با توجه به این که اختلاف دمای چشمه سرد و گرم را می‌دانیم، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{27}{T_H} \Rightarrow T_H = \frac{270}{3} = 90 \text{ K}$$

$$\theta_H = T_H - 273 = 90 - 273 = -183^\circ \text{C}$$

عجله نکنید! طراح دما را برحسب درجه‌ی سلسیوس می‌خواهد:

۱۴۵۱ - گزینه ۲ گام اول، ابتدا لازم است که دمای چشمه سرد را بدانیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{4}{10} = 1 - \frac{300}{T_H} \Rightarrow \frac{300}{T_H} = \frac{6}{10} \Rightarrow T_H = \frac{300 \times 10}{6} = 500 \text{ K}$$

گام دوم، حال دمای چشمه سرد را 100 K افزایش می‌دهیم و راندمان جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$\eta' = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{500 + 100} = 1 - \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta' = 50\%$$

$$T_C = \theta_C + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

۱۴۵۲ - گزینه ۲ گام اول، قبل از هر چیز دمای چشمه سرد را برحسب کلوین بنویسید!

گام دوم، ببینیم با بازده ۴۰ درصدی دمای چشمه سرد گرم چند کلوین است:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{4}{10} = 1 - \frac{300}{T_H} \Rightarrow \frac{300}{T_H} = \frac{6}{10} \Rightarrow T_H = 500 \text{ K}$$

گام سوم، حالا بازده را ۱۰ درصد افزایش می‌دهیم تا دمای چشمه سرد گرم در این حالت مشخص شود:

$$\eta' = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{5}{10} = 1 - \frac{300}{T_H} \Rightarrow \frac{300}{T_H} = \frac{5}{10} \Rightarrow T_H = 600 \text{ K}$$

بنابراین باید دمای چشمه سرد را 100 K افزایش دهیم:

$$\Delta T_H = T_H' - T_H = 600 - 500 = 100 \text{ K}$$

$$T_C = \theta_C + 273 = 7 + 273 = 280 \text{ K}$$

۱۴۵۳ - گزینه ۲ گام اول: تبدیل یکای دمای چشمه سرد به کلوین!

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{5}{10} = 1 - \frac{280}{T_H} \Rightarrow \frac{280}{T_H} = \frac{5}{10} \Rightarrow T_H = \frac{280 \times 10}{5} = 560 \text{ K}$$

گام دوم، به دست آوردن دمای چشمه سرد!

گام سوم، محاسبه‌ی دمای چشمه سرد با بازده ۴۰ درصدی!

$$\eta' = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{4}{10} = 1 - \frac{T_C}{560} \Rightarrow \frac{T_C}{560} = \frac{6}{10} \Rightarrow T_C = \frac{560 \times 6}{10} = 336 \text{ K}$$

$$\Delta T_C = T_C' - T_C = 336 - 280 = 56 \text{ K}$$

گام چهارم، کم کردن دمای اولیه‌ی چشمه سرد از دمای فعلی آن!

۱۴۵۴ - گزینه ۱ گام اول، تبدیل واحد دماها به کلوین:

$$\begin{cases} T_C = \theta_C + 273 = 47 + 273 = 320 \text{ K} \\ T_H = \theta_H + 273 = 127 + 273 = 400 \text{ K} \end{cases}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{320}{400} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

گام دوم، محاسبه‌ی بازده ماشین گرمایی کارنو:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{Q_H}{400} \Rightarrow Q_H = \frac{400 \times 10}{5} = 2000 \text{ J}$$

گام سوم، به دست آوردن گرمای دریافتی از چشمه‌ی گرم (Q_H):

۱۴۵۵ - گزینه ۲ گام اول، نگاهای دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} T_C = \theta_C + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ T_H = \theta_H + 273 = 627 + 273 = 900 \text{ K} \end{cases}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{900} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

گام دوم، بازده چرخه‌ی کارنو را محاسبه می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{|W|}{\frac{1}{2} \times 10^6} \Rightarrow |W| = \frac{2 \times 10^6}{3} = 8/3 \times 10^5 \text{ J}$$

گام سوم، کار انجام‌شده را از طریق رابطه‌ی بازده به دست می‌آوریم:

(تا همین جا گزینه‌ی درست را یافته‌ایم!)

$$|Q_C| = Q_H - |W| = 12/6 \times 10^6 - 8/3 \times 10^6 = 4/3 \times 10^6 \text{ J}$$

گام چهارم، گرمایی که به چشمه‌ی سرد داده می‌شود را تعیین می‌کنیم:

۱۴۵۶ - گزینه ۳ گام اول، با نیت پیدا کردن یک رابطه بین T_C و T_H رابطه‌ی بازده را در حالت اول می‌نویسیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{4}{10} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{6}{10}$$

$$T'_C = T_C - \frac{1}{4} T_C = \frac{3}{4} T_C$$

T_C کاهش ۲۵٪

گام دوم، انجام تغییرات لازم بر دمای چشمه‌ی سرد!

گام سوم، بازده ماشین گرمایی کارنو را در حالت جدید به دست می‌آوریم:

$$\eta' = 1 - \frac{T'_C}{T_H} = 1 - \frac{3/4 T_C}{T_H} \xrightarrow{\frac{T_C}{T_H} = \frac{6}{10}} \eta' = 1 - \left(\frac{3}{4} \times \frac{6}{10}\right) = \frac{11}{20} \xrightarrow{\times 100} \eta' = 55\%$$

پس بازده ۱۵ (۵۵ - ۴۰) درصد افزایش می‌یابد.

۱۴۵۷ - گزینه ۱ گام اول، تبدیل واحد!

$$\begin{cases} T_C = \theta_C + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ T'_C = \theta_C + 273 = 15 + 273 = 288 \text{ K} \end{cases}$$

گام دوم، راندمان کارنو را قبل و بعد از تغییرات می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{T_H} \\ \eta' = 1 - \frac{T'_C}{T_H} = 1 - \frac{288}{T_H} \end{cases}$$

گام سوم، اختلاف راندمان را می‌دانیم، پس T_H به دست می‌آید:

$$\eta' - \eta = 1 - \frac{288}{T_H} - \left(1 - \frac{300}{T_H}\right) = \frac{12}{T_H} \Rightarrow \frac{12}{T_H} = \frac{2}{100} \Rightarrow T_H = \frac{12 \times 100}{2} = 600 \text{ K}$$

۱۴۵۸ - گزینه ۲ گام اول، رابطه‌ی بازده کارنو در دو حالت را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \eta_1 = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (1) \\ \eta_2 = 1 - \frac{T_{C_2}}{T_H} = 1 - \frac{T_C - 100}{T_H} \xrightarrow{\eta_2 = \eta + \frac{100}{T_H}} \eta + \frac{100}{T_H} = 1 - \frac{T_C - 100}{T_H} \quad (2) \end{cases}$$

کاهش دمای منبع سرد

مشق

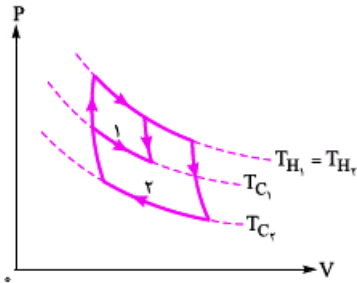
فصل ششم

ترمودینامیک

گام دوم، رابطه‌ی (۱) را از رابطه‌ی (۲) کم می‌کنیم:

$$(۲) - (۱) = \eta + \frac{\gamma}{10} - \eta = 1 - \frac{T_C - 100}{T_H} - (1 - \frac{T_C}{T_H}) \Rightarrow \frac{\gamma}{10} = \cancel{1} - \frac{(T_C - 100)}{T_H} + \frac{T_C}{T_H} = \frac{\cancel{1} - T_C + 100 + T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{\gamma}{10} = \frac{100}{T_H}$$

$$\Rightarrow T_H = \frac{10 \times 100}{\gamma} = 500 \text{ K} \Rightarrow Q_H = 500 - 273 = 227^\circ \text{C}$$



۱۴۵۹ - **گزینه ۱** از نمودار P - V دو برداشت می‌توان کرد:

برداشت اول، دمای چشمه‌ی گرم هر دو ماشین یکسان است. ($T_{H1} = T_{Hr}$)

برداشت دوم، دمای چشمه‌ی سرد چرخه‌ی (۱) بیشتر از چرخه‌ی (۲) است. ($T_{C1} > T_{C2}$)

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \xrightarrow{T_{C1} > T_{C2}, T_{H1} = T_{Hr}} \eta_2 > \eta_1$$

نتیجه هر چه دمای چشمه‌ی سرد کم‌تر باشد، بازده بیشتر می‌شود، بنابراین بازده ماشین (۲) از

بازده ماشین گرمایی (۱) بزرگ‌تر است.

۱۴۶۰ - **گزینه ۳** گام اول: طبق قانون اول ترمودینامیک در هر چرخه‌ی ماشین گرمایی داریم:

$$Q_H = |W| + |Q_C|$$

گزینه‌های ۲ و ۴ با این قانون سازگارند.

گام دوم، بازدهی این ماشین نباید از بازدهی ماشین کارنو که با کمینه و بیشینه‌ی دمای 27°C و 127°C کار می‌کند، بیشتر باشد. پس اول بازدهی کارنو را برای

این ماشین حساب می‌کنیم:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{27 + 273}{127 + 273} = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4}$$

گام سوم، حالا بازده ماشین را با اطلاعات گزینه‌های ۲ و ۴ محاسبه می‌کنیم:

$$\eta_2 = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{75000}{200000} = \frac{3}{8} > \eta_{\max} \text{ غیق}$$

$$\eta_4 = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{25000}{200000} = \frac{1}{8} < \eta_{\max} \text{ قق}$$

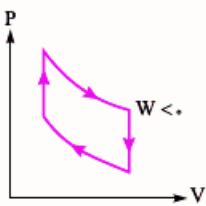
نکته گام سوم رو بدون حل هم می‌تونستید درس بزنید. معلومه گزینه‌ای درسته که بازده و کارش کم‌تر باشه!

فیزیک پایه جامع کنکور

ماشین‌های گرمایی درون‌سوز و برون‌سوز

ماشین‌های گرمایی، یک چرخه‌ی معین ترمودینامیکی را تکرار می‌کنند و در هر دور چرخه، مقداری گرمای حاصل از سوخت را به کار تبدیل می‌کنند.

چند نکته



۱ در ماشین‌های گرمایی، دستگاه بر روی محیط، کار انجام می‌دهد. پس چرخه‌ی P-V ماشین‌های گرمایی

ساعتگرد است. (شکل روبه‌رو مثالی از نمودار P-V یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد.)

۲ در چرخه‌ی ماشین‌های گرمایی، دستگاه، گرمای Q_H را دریافت می‌کند و قسمتی از آن را به صورت کار و

بقیه را به صورت گرما (Q_C) به محیط می‌دهد. قانون اول ترمودینامیک را برای ماشین‌های گرمایی به این صورت

می‌توان نوشت:

$$Q_H = |Q_C| + |W|$$

۳ ماشین‌های گرمایی، گرمای Q_C را به محیط انتقال می‌دهند ($Q_C < 0$ از دستگاه خارج می‌شود). پس $Q_C < 0$

است و به همین دلیل آن‌را داخل قدرمطلق قرار می‌دهیم. همچنین در ماشین‌های گرمایی دستگاه روی محیط

(بیستون) کار انجام می‌دهد (کار از دستگاه خارج می‌شود). بنابراین $W < 0$ بوده و آن‌را نیز قدرمطلق قرار می‌دهیم.

ماشین‌های گرمایی بسته به این‌که انرژی خود را از متبعی در داخل یا خارج از خود بگیرند به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف برون‌سوز **ب** درون‌سوز

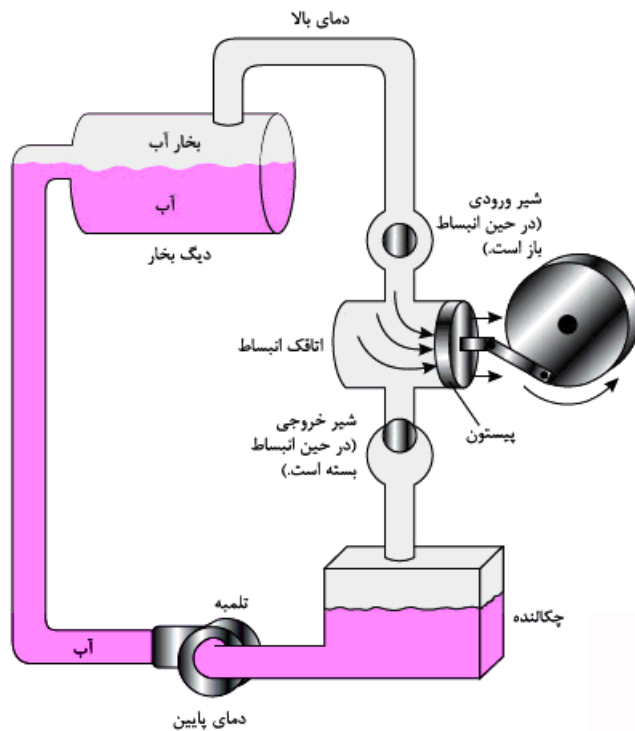
در این درس‌نامه به سراغ ماشین‌های برون‌سوز می‌رویم و در دس‌نامه‌ی بعدی ماشین‌های درون‌سوز را بررسی می‌کنیم.



ماشین‌های گرمایی برون‌سوز

ماشین بخار و ماشین استرلینگ از ماشین‌های برون‌سوز محسوب می‌شوند. کتاب درسی چرخه‌ی ساده‌شده‌ی ماشین بخار (چرخه‌ی رانکین) را شرح داده است. قبل از بررسی این چرخه باید بدانیم در این چرخه:

- ۱ دستگاه، آب است.
 - ۲ کوره چشمه‌ی گرم است و گرمای Q_H را به دستگاه (یعنی آب) می‌دهد. اصلین پون کرما از پیرون به دستگاه رازه می‌شه به این ماشین می‌کن برون‌سوز!
 - ۳ دستگاه (بخار آب) روی محیط (پیستون) کار انجام می‌دهد.
 - ۴ چگالنده که با لوله‌های آب سرد یا فن‌های قوی خنک می‌شود، چشمه‌ی سرد است و گرمای Q_C را از دستگاه می‌گیرد. ($Q_C < 0$)
- مطابق شکل بخش‌های اصلی ماشین بخار را می‌بینید.



مراحل چرخه‌ی ماشین بخار (چرخه‌ی رانکین) و بررسی نمودار $P-V$ آن

به چرخه‌ی ساده‌شده‌ی ماشین بخار چرخه‌ی رانکین هم می‌گویند. شما هر مرحله را که می‌خوانید با نمودار $P-V$ آن مطابقت دهید:

الف) انبساط هم‌فشار در دبگ بخار (از ۱ تا ۲): در این مرحله، دستگاه (آب) در فشار ثابت و نسبتاً زیاد از کوره گرمای Q_H را می‌گیرد و به بخار تبدیل می‌شود.

ب) انبساط بی‌دررو در اتاقک انبساط (از ۲ تا ۳): بخار آب با دما و فشار زیاد وارد اتاقک انبساط شده، با انبساط سریع خود پیستون را وادار به حرکت می‌کند (یعنی بر روی پیستون کار انجام می‌دهد). در این فرایند، دما و فشار دستگاه (بخار آب) کاهش می‌یابد.

سرعت این فرایند آن‌قدر زیاد است که گرما فرصت نمی‌کند منتقل شود. به همین دلیل این انبساط را بی‌دررو در نظر می‌گیریم.

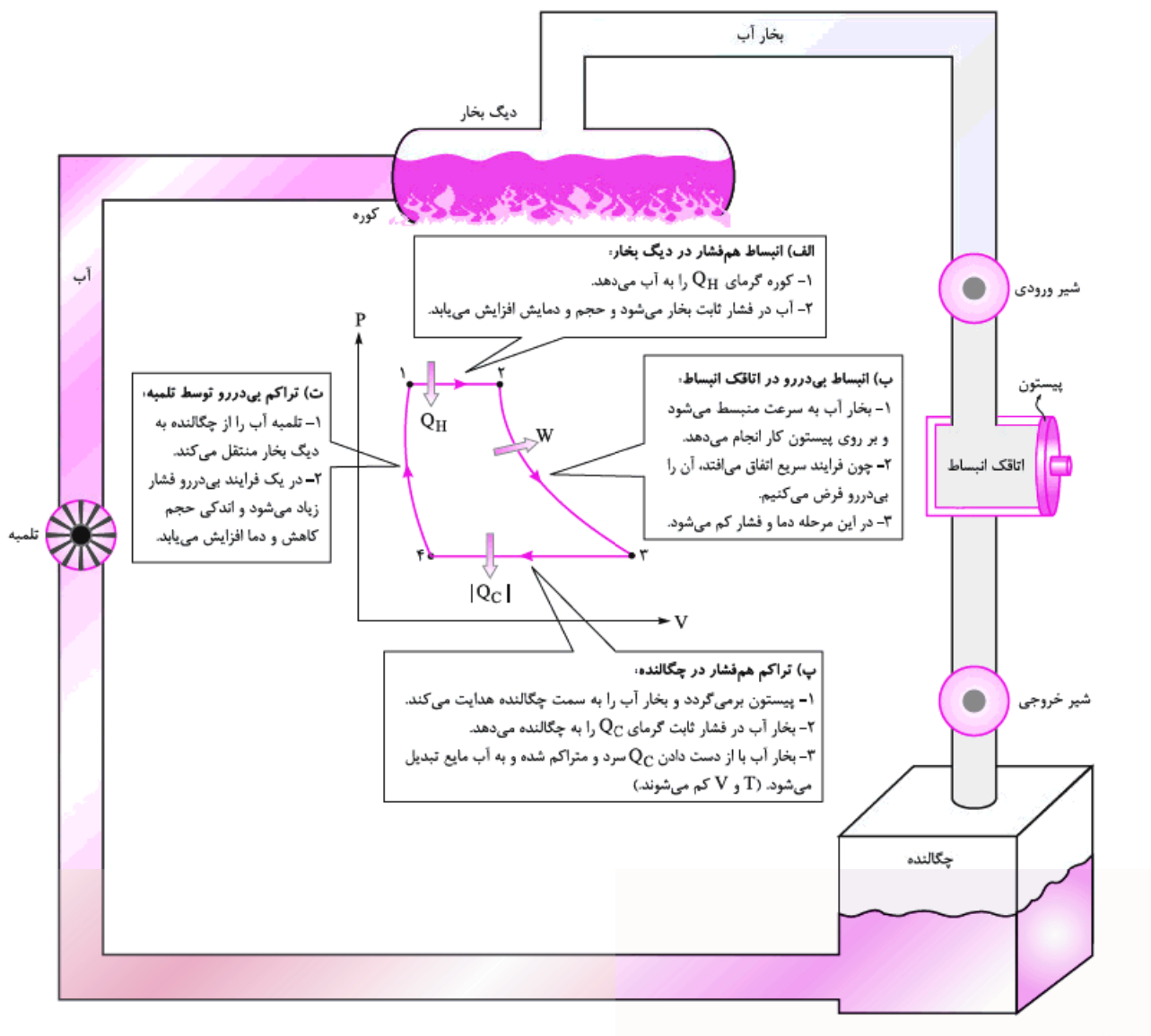
پ) تراکم هم‌فشار در چگالنده (از ۳ تا ۴): پیستون پس از رسیدن به انتهای مسیر، برمی‌گردد و بخار آب را به سمت چگالنده هدایت می‌کند. در چگالنده، بخار آب در فشار ثابت، سرد و متراکم شده، به آب مایع تبدیل می‌شود.

ت) تراکم بی‌دررو توسط تلمبه (از ۴ تا ۱): در آخرین مرحله، دستگاه باید به حالت اولیه‌ی خود برگردد. این کار وظیفه‌ی تلمبه است؛ یعنی تلمبه آب را به سرعت از چگالنده به دبگ بخار بازمی‌گرداند و فشار آن را به طور بی‌دررو افزایش می‌دهد.^۱ در این فرایند دمای آب اندکی افزایش و حجم آب اندکی کاهش می‌یابد.

جمع‌بندی:

همه‌ی چیزهایی را که باید راجع به ماشین گرمایی و چرخه‌ی رانکین بدانیم، در طرح‌واره‌ی بعدی آورده‌ایم. بد نیست شما هم یک بار آن را مرور کنید!

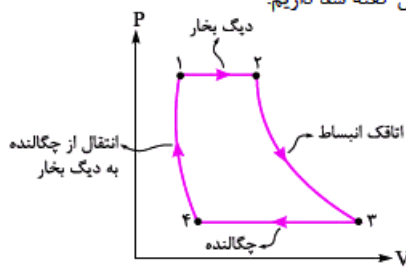
۱- در کتاب درسی قبلی این فرایند هم‌حجم در نظر گرفته شده بود. البته رویکرد کتاب درسی جدید، دقیق‌تر است.



فیزیک پایه جامع کنکور

- ۱۴۶۱- گزینه ۲ چرخه‌ی رانکین از ۴ فرایند تشکیل شده است که به ترتیب عبارتند از: الف) انبساط هم فشار ب) انبساط بی‌دررو، پ) تراکم هم فشار، ت) تراکم بی‌دررو.
- ۱۴۶۲- گزینه ۲ سرعت زیاد انبساط بخار آب در اتاقک انبساط، فرصت نمی‌دهد که گرمایی مبادله شود. پس می‌توانیم این فرایند را بی‌دررو در نظر بگیریم.
- ۱۴۶۳- گزینه ۱ انتقال آب از چگالنده به دیگ بخار توسط تلمبه یک فرایند تراکم بی‌دررو است. طی این فرایند فشار به مقدار قابل توجهی زیاد می‌شود ولی دما اندکی افزایش و حجم اندکی کاهش می‌یابد.
- ۱۴۶۴- گزینه ۲ در دیگ بخار طی یک انبساط هم فشار، آب گرمای Q_H را می‌گیرد و بخار می‌شود.
- ۱۴۶۵- گزینه ۳ بدون شرح!
- ۱۴۶۶- گزینه ۱ بدون شرح!
- ۱۴۶۷- گزینه ۳ بدون شرح!
- ۱۴۶۸- گزینه ۴ هر سه گزینه‌ی اول درست‌اند ولی گزینه‌ی (۴) با آنچه در درس‌نامه گفتیم مغایرت دارد.
- ۱۴۶۹- گزینه ۱ اگر نگاهی به شکل چرخه‌ی آرماتی ماشین بخار در درس‌نامه بیندازید، می‌بینید که دستگاه در مرحله‌ی تراکم هم فشار در چگالنده (از ۳ تا ۴) حجمش بیشترین تغییر را دارد. (یعنی وقتی بخار به آب مایع تبدیل می‌شود!)
- ۱۴۷۰- گزینه ۲ دلیل برون‌سوز بودن ماشین بخار این است که گرمای Q_H از بیرون (یعنی کوره) به دستگاه داده می‌شود.

در شکل روبه‌رو می‌بینید که $P_1 = P_2$ و $P_3 = P_4$ است. با توجه به آنچه در صورت سؤال گفته شد داریم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1 &= P_2 - P_1 = 0 \\ |\Delta P_2| &= P_2 - P_3 = a \\ |\Delta P_3| &= P_1 - P_4 \xrightarrow{P_1=P_2, P_3=P_4} \Delta P_3 = P_2 - P_3 = a \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\Delta P_2| = |\Delta P_3|$$

بنابراین با یک مقایسه‌ی سریع گزینه‌ی (۲) را انتخاب می‌کنیم.

ماشین‌های گرمایی درون‌سوز

ماشین‌های گرمایی درون‌سوز انرژی را از منبعی داخل خود می‌گیرند. موتورهای بنزینی و دیزلی از متداول‌ترین ماشین‌های درون‌سوزند. شکل زیر، ساختمان ماشین درون‌سوز بنزینی را نشان می‌دهد.

در این ماشین‌ها:

۱. مخلوط هوا و بنزین در نقش دستگاه‌اند.

۲. گرمای Q_H با آتش‌گرفتن و سوختن بنزین به دستگاه داده می‌شود. در واقع

دستگاه خودش می‌سوزد و گرمای Q_H را ایجاد می‌کند. بنابراین منبع تولید انرژی در داخل ماشین گرمایی قرار دارد. به همین دلیل است که به این ماشین‌ها می‌گویند: درون‌سوز!

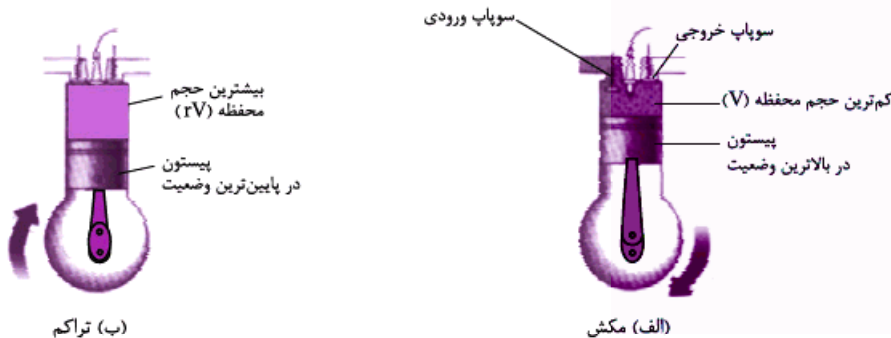
۳. مانند ماشین‌های بیرون‌سوز، دستگاه بر روی پیستون کار انجام می‌دهد. ($W < 0$)

۴. رادیاتور موتور را خنک می‌کند و لوله‌ی اگزوز، گاز سوخته‌شده‌ی داغ را به هوا می‌دهد. پس گرمای Q_C از طریق رادیاتور و اگزوز از دستگاه خارج می‌شود. ($Q_C < 0$)

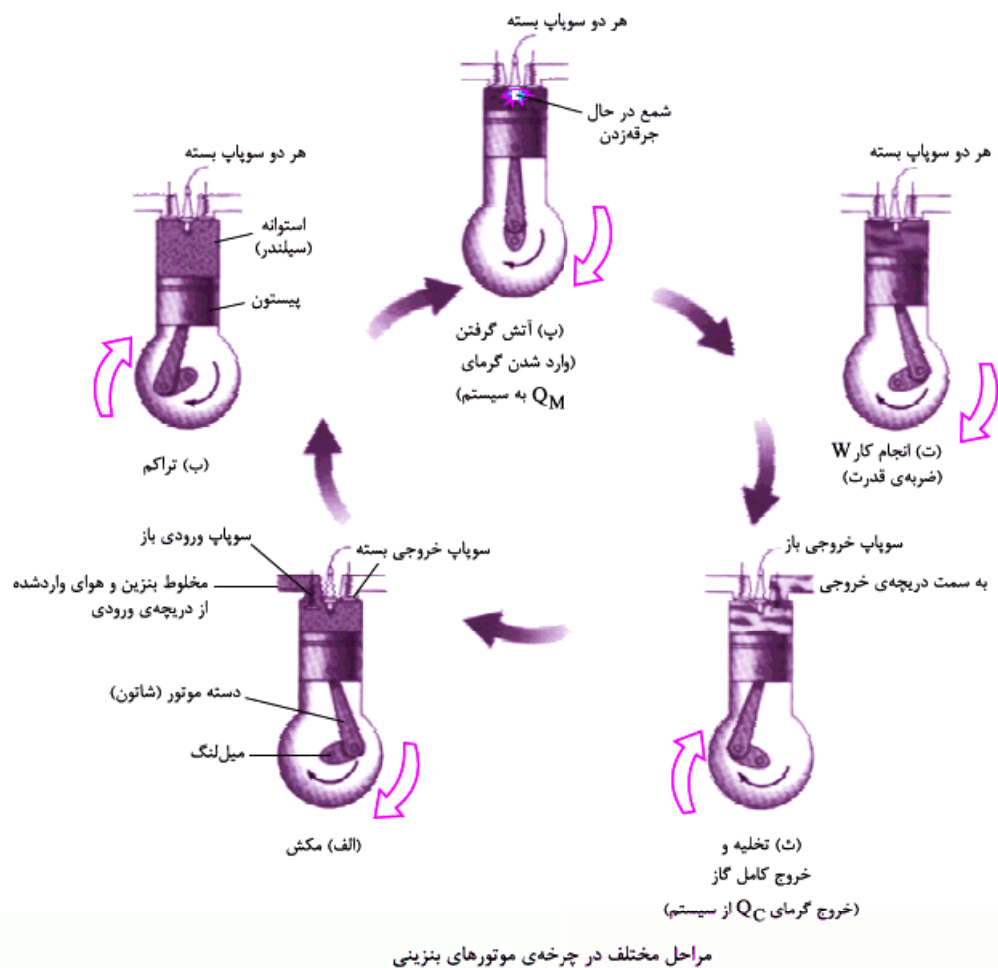
یکی از تفاوت‌های ماشین بخار و ماشین درون‌سوز بنزینی این است که در ماشین بخار، دستگاه (آب) از ماشین خارج نمی‌شود و بارها چرخه را طی می‌کند، اما در ماشین بنزینی در ابتدای هر چرخه، مخلوط هوا و بنزین (یا همان دستگاه) وارد محفظه می‌شود و در نهایت به صورت دود از اگزوز خارج می‌شود.

نسبت تراکم

در شکل «الف» پیستون در بالاترین وضعیت خود قرار دارد. در این حالت، حجم فضای بالای پیستون کمینه و برابر V است. در شکل «ب» پیستون در پایین‌ترین وضعیت خود قرار دارد. حجم فضای بالای پیستون در این وضعیت برابر rV است. به نسبت بیشترین حجم دستگاه به کم‌ترین حجم آن نسبت تراکم (r) می‌گویند.



حالا مرحله به مرحله چرخه‌ی ماشین‌های درون‌سوز بنزینی را بخوانید و هر مرحله را با شکل زیر تطبیق دهید.



مراحل مختلف در چرخه‌ی موتورهای بنزینی

شکل الف) مرحله‌ی مکش: پیستون از بالا به پایین حرکت می‌کند و حجم محفظه از V به τV افزایش می‌یابد. هم‌زمان سوپاپ ورودی باز می‌شود و با افزایش حجم محفظه، مخلوط هوا و بنزین وارد می‌شود. بسته‌شدن سوپاپ ورودی نشانه‌ی پایان این مرحله است.

شکل ب) مرحله‌ی تراکم بی‌دررو: پیستون به سرعت بالا می‌آید و حجم دستگاه (مخلوط هوا و بنزین) را از τV به V می‌رساند. سرعت این تراکم آن‌قدر زیاد است که می‌توانیم آن را بی‌دررو فرض کنیم. در پایان این مرحله مخلوطی متراکم، داغ و پرفشار از هوا و بنزین داریم که آماده برای انفجار است.

شکل پ) مرحله‌ی آتش گرفتن (افزایش فشار هم‌حجم): در لحظه‌ای که پیستون به بالاترین وضعیت خود می‌رسد، شمع جرقه می‌زند و مخلوط، آتش می‌گیرد، در نتیجه دما و فشار دستگاه ناگهان افزایش می‌یابد. این اتفاق تقریباً در حجم ثابتی رخ می‌دهد.

شکل ت) مرحله‌ی انجام کار (انبساط بی‌دررو): فشار زیاد مرحله‌ی قبل، پیستون را به سرعت و به شدت به طرف پایین هل می‌دهد و حجم دود (مخلوط سوخته) را از V به τV می‌رساند. این انبساط خیلی سریع رخ می‌دهد و به همین دلیل می‌توانیم آن را بی‌دررو در نظر بگیریم. در این مرحله است که بر روی پیستون کار انجام می‌شود اجزای دیگر ماشین منتقل می‌شود. به این مرحله **ضربه‌ی قدرت** هم می‌گویند.

شکل ث) مرحله‌ی تخلیه و خروج کامل گاز (مرحله‌ی آلوده‌کردن هوا!): این مرحله دارای دو بخش است:

بخش اول) تخلیه: وقتی که پیستون در پایین‌ترین وضعیت خود (یعنی حجم τV) قرار دارد، سوپاپ خروجی باز می‌شود و به دلیل اختلاف فشار دود موجود در سیلندر و هوای محیط، دود به‌طور خودکار، شروع به خارج شدن از محفظه می‌کند. این بخش تا برابری فشار دود و هوای محیط ادامه دارد.

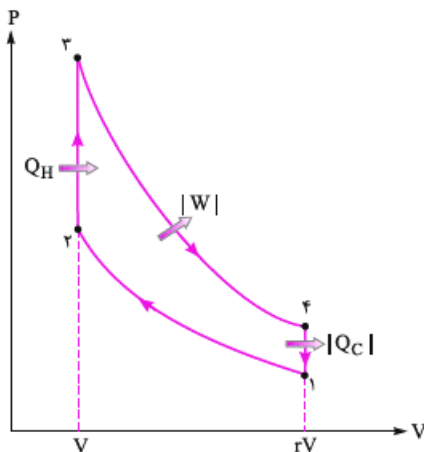
بخش دوم) خروج کامل گاز (دود): پیستون بالا می‌آید و باقی‌مانده‌ی دود را در فشار ثابت از محفظه خارج می‌کند.

➡ در هر دو بخش تخلیه و خروج کامل گاز، مقدار زیادی گرما (Q_C) به هوای بیرون داده می‌شود.

➡ در هر چرخه‌ی ماشین درون‌سوز بنزینی، پیستون دو نوسان کامل انجام می‌دهد (یعنی دو بار بالا و پایین می‌رود).

چرخه‌ی اتو

شکل زیر، چرخه‌ی $P-V$ اتو است. معمولاً چرخه‌ی موتورهای بنزینی را به‌طور ایده‌آل با چرخه‌ی اتو نشان می‌دهند؛^۱ اما باید بدانید که چرخه‌ی واقعی موتورهای بنزینی با چرخه‌ی اتو تفاوت‌هایی دارد که جلوتر به آن‌ها می‌پردازیم.



• از ۱ تا ۲؛ **مرحله‌ی تراکم:** طی یک فرایند بی‌دررو دستگاه به سرعت متراکم می‌شود و فشار و دمایش بالا می‌رود.

• از ۲ تا ۳؛ **مرحله‌ی ورود گرمای Q_H :** در این فرایند هم‌حجم، هم‌زمان با ورود گرمای Q_H به دستگاه، فشار و دما به مقدار قابل توجهی بالا می‌رود. این مرحله معادل مرحله‌ی آتش گرفتن در ماشین‌های درون‌سوز بنزینی است.

• از ۳ تا ۴؛ **مرحله‌ی انجام کار:** طی یک فرایند بی‌دررو دستگاه به سرعت منبسط می‌شود و پیستون را به حرکت وا می‌دارد.

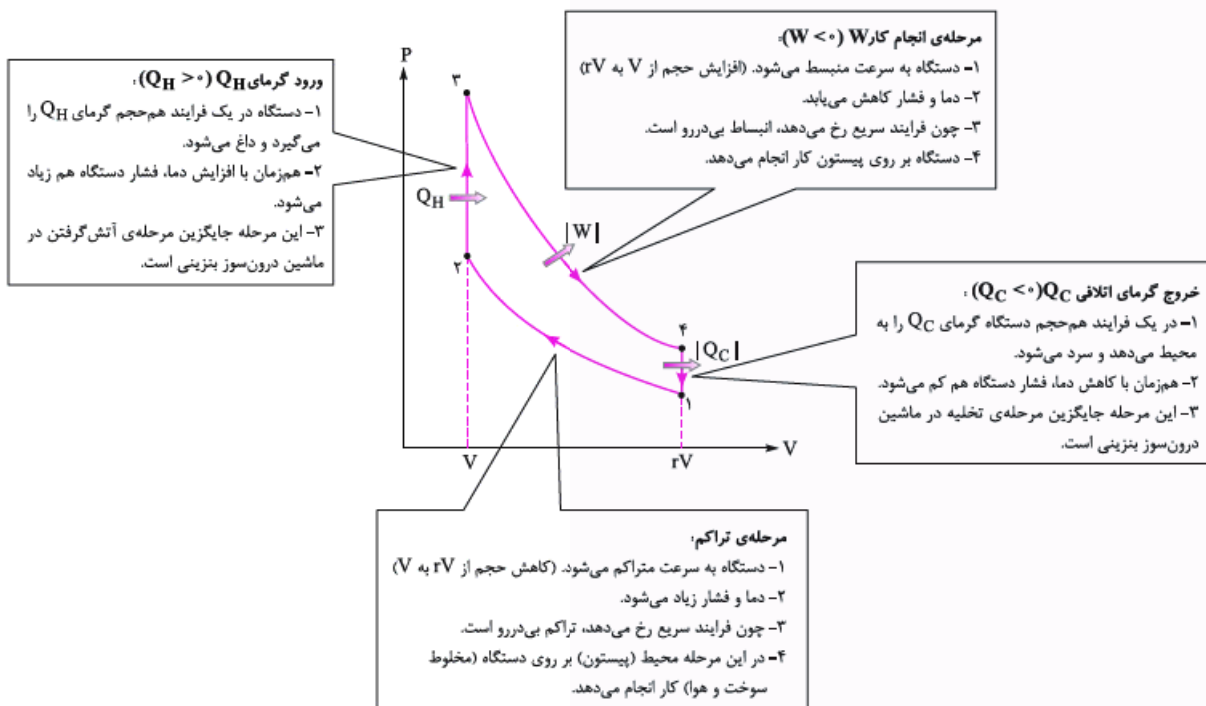
• از ۴ تا ۱؛ **مرحله‌ی خروج گرمای اتلافی (Q_C):** این مرحله در حجم ثابت رخ می‌دهد و طی آن، همراه با خروج گرمای Q_C ، فشار و دمای دستگاه کاهش می‌یابد. این مرحله شبیه مرحله‌ی تخلیه در ماشین‌های درون‌سوز بنزینی است. (دقت کنید! در این‌جا چیزی به نام خروج گاز وجود ندارد!)

چرخه‌ی اتو که با فرض آرمانی بودن همه‌ی فرایندها رسم شده است.

تفاوت‌های چرخه‌ی اتو با فرایندهای واقعی موتور بنزینی

- ۱ در چرخه‌ی اتو تمام فرایندها آرمانی‌اند اما در ماشین‌های درون‌سوز بنزینی این‌طور نیست.
- ۲ در چرخه‌ی اتو، دستگاه (یا همان مخلوط هوا و بنزین) یک گاز کامل محسوب می‌شود و در هیچ مرحله‌ای به چرخه وارد یا از آن خارج نمی‌شود اما در ماشین‌های بنزینی این‌طور نیست.
- ۳ در چرخه‌ی اتو، گرمای Q_H از محیط (یعنی از بیرون) به دستگاه داده می‌شود؛ اما در ماشین‌های درون‌سوز بنزینی این گرما با سوختن مخلوط هوا و بنزین (یعنی در اثر واکنش‌های شیمیایی) تأمین می‌شود.
- ۴ در ماشین‌های درون‌سوز بنزینی محصولات احتراق (دود)، قسمتی از گرمای Q_C را با خود خارج می‌کنند؛ اما در چرخه‌ی اتو Q_C بدون تخلیه‌ی گاز از دستگاه خارج می‌شود.
- ۵ گفتیم که در چرخه‌ی اتو، دستگاه به محفظه، داخل یا از آن خارج نمی‌شود. به همین علت در چرخه‌ی اتو، مرحله‌ی مکش (ورود مخلوط هوا و بنزین) و مرحله‌ی خروج گاز (یعنی کاهش حجم از rV به V و خروج دود) وجود ندارد.

چرخه‌ی اتو در یک نگاه:



۱- اول این‌که در بسیاری از کتاب‌های ترمودینامیک چرخه‌ی اتو اندکی از این چرخه کامل‌تر است و دوم این‌که موتورهای بنزینی هم وجود دارند که چرخه‌ی کاری آن‌ها هیچ شباهتی به چرخه‌ی اتو ندارد.

چند نکته‌ی مهم از فعالیت کتاب درسی^۱

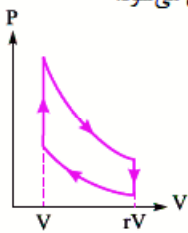
- ۱ اگر بتوانیم نسبت تراکم ماشین گرمایی را بالا ببریم، به بازده بیشتری دست خواهیم یافت.
- ۲ نسبت تراکم ماشین درون‌سوز بنزینی بیشتر از ۵ نمی‌تواند باشد، چون اگر مخلوط بنزین و هوا را با نسبت بیشتری متراکم کنیم، آن چنان داغ می‌شود که قبل از جرقه‌زدن شمع، آتش می‌گیرد.
- ۳ در ماشین دیزل به جای مخلوط سوخت و هوا، فقط هوا با نسبت تراکم ۱۱ تا ۱۲ متراکم و تا 600°C داغ می‌شود، سپس سوخت مایع به درون هوای داغ افشانه (اسپری) می‌شود.
- ۴ بازده ماشین درون‌سوز بنزینی بین ۲۵ تا ۳۰ درصد و بازده ماشین دیزلی در حدود ۴۰ درصد است. بازده ماشین‌های بخار هم در حدود ۴۰ درصد است.

- ۱۴۷۲ - گزینه ۱ بدون شرح!
- ۱۴۷۳ - گزینه ۲ بدون شرح!
- ۱۴۷۴ - گزینه ۱ در چرخه‌ی اتو دستگاه در حجم ثابت گرمای Q_H را دریافت می‌کند که معادل مرحله‌ی آتش‌گرفتن است. طی این فرایند، فشار و دمای دستگاه افزایش می‌یابد.
- ۱۴۷۵ - گزینه ۲ رجوع کنید به درس‌نامه!
- ۱۴۷۶ - گزینه ۱ این اتفاق دو بار می‌افتد: یک بار در مرحله‌ی مکش هم‌زمان با بازشدن سوپاپ ورودی و ورود مخلوط هوا و بنزین. بار دوم در مرحله‌ی انجام کار وقتی فشار زیاد دستگاه، پیستون را به شدت به طرف پایین هل می‌دهد.
- ۱۴۷۷ - گزینه ۱ دو بار حجم محفظه از rV به V کاهش می‌یابد: یک بار در مرحله‌ی تراکم و بار دوم در مرحله‌ی خروج کامل گاز از سیلندر.
- ۱۴۷۸ - گزینه ۱ بدون شرح!
- ۱۴۷۹ - گزینه ۱ اول این‌که در ماشین‌های درون‌سوز، دستگاه خودش انرژی می‌گیرد و با منبع گرم بیرونی در تماس نیست اما ماشین‌های برون‌سوز با دو منبع گرمای بیرونی تبادل گرما می‌کنند.
- دوم این‌که در ماشین‌های برون‌سوز یک دستگاه ثابت (مانند مقداری آب و بخار آب) چرخه‌های متوالی و مشابه را می‌پیماید اما در ماشین‌های درون‌سوز، دستگاه فقط یک بار چرخه را می‌پیماید و در چرخه‌ی بعد جای خودش را به دستگاه بعدی می‌دهد.

- ۱۴۸۰ - گزینه ۲
- ۱۴۸۱ - گزینه ۳

در ماشین‌های درون‌سوز در آغاز هر چرخه، دستگاه وارد محفظه می‌شود و در پایان به صورت دود از محفظه خارج می‌شود. در شکل مقابل، r نسبت تراکم است، یعنی کافی است rV را بر V تقسیم کنیم:

$$r = \frac{rV}{V} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{0/6}{0/1} \Rightarrow r = 6$$

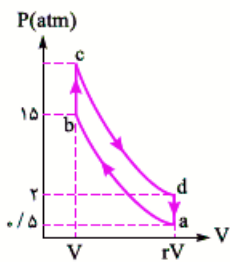


$$r = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{rV}{V} \Rightarrow r = 12$$

- ۱۴۸۲ - گزینه ۱ بیشترین حجم دستگاه ۴V و کم‌ترین آن $\frac{V}{3}$ است، پس داریم:

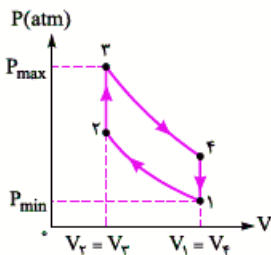
- ۱۴۸۳ - گزینه ۲ نسبت تراکم یا همان r را می‌خواهیم. با توجه به شکل روبه‌رو و داده‌های تست، این مقدار برابر $\frac{V_d}{V_b}$ است:

$$\frac{P_d V_d}{T_d} = \frac{P_b V_b}{T_b} \Rightarrow \frac{V_d}{V_b} = \frac{P_b}{P_d} \times \frac{T_d}{T_b} = \frac{15}{2} \times \frac{600}{900} \xrightarrow{r = \frac{V_d}{V_b}} r = 5$$



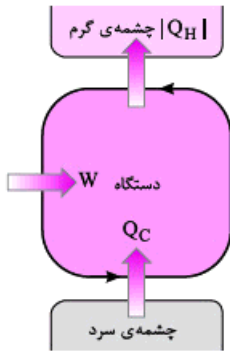
- ۱۴۸۴ - گزینه ۲ نسبت تراکم ۴ است، یعنی نسبت $\frac{V_1}{V_r}$ برابر ۴ است: شکل روبه‌رو واضح است که فشار در نقطه‌ی (۱) کمینه و در نقطه‌ی (۳) بیشینه است، پس داریم:

$$\frac{P_r V_r}{T_r} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_r}{P_1} = \frac{V_1}{V_r} \times \frac{T_r}{T_1} \Rightarrow \frac{P_r}{1} = 4 \times \frac{1500}{300} \Rightarrow P_r = 20 \text{ atm}$$



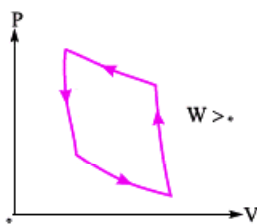
۱- اعدادی که در این جا آمده است مطابق کتاب درسی و احتمالاً مربوط به خودروهای قدیمی هستند. خودروهای امروزی (چه بنزینی، چه دیزلی) نسبت تراکم‌هایی بسیار بیشتر از این مقادیر دارند. مثلاً نسبت تراکم موتور بنزینی خودروی La Ferrari از محصولات شرکت فراری حدود ۱۳ است.

یخچال



یخچال وسیله‌ای است که با انجام کار بر روی دستگاه، گرما را از چشمه سرد می‌گیرد و به چشمه گرم می‌دهد. در یخچال‌ها دستگاه همان گازی^۱ است که در لوله‌های پیچ در پیچ پشت و دیواره‌ی یخچال در گردش است. محفظه‌ی داخلی یخچال که مواد غذایی را در آن قرار می‌دهیم، چشمه‌ی سرد و هوای بیرون، چشمه‌ی گرم محسوب می‌شود. شکل مقابل، طرح‌واره‌ی ساده‌ای از عملکرد یخچال‌ها است.

چند نکته



۱ مانند شکل روبه‌رو، چرخه‌ی $P-V$ یخچال‌ها پادساعتگرد است. ($W > 0$)

۲ گاز (یا دستگاه) از چشمه‌ی سرد گرما می‌گیرد، پس $Q_C > 0$ است و به چشمه‌ی گرم گرما می‌دهد، پس $Q_H < 0$ است.

۳ قانون اول ترمودینامیک برای یخچال‌ها به صورت مقابل نوشته می‌شود:

$$|Q_H| = W + Q_C$$

۴ در یخچال‌های خانگی، کمپرسور بر روی دستگاه کار انجام می‌دهد. ($W > 0$) کمپرسور انرژی لازم برای انجام کار را از طریق برق شهری (یعنی انرژی الکتریکی) تأمین می‌کند، پس اگر توان الکتریکی یخچال را بدهند، می‌توانیم بنویسیم:

توان الکتریکی (W)
زمان انجام کار (t)

$$W = Pt$$

کاری که بر روی دستگاه انجام می‌شود (J)

۵ یخچال، W را از کمپرسور و Q_C را از محفظه‌ی سرد می‌گیرد و مجموع آن‌ها را به صورت Q_H به هوای بیرون می‌دهد: ($|Q_H| = W + Q_C$) پس گرمایی که یخچال به هوای بیرون می‌دهد، بیشتر از گرمایی است که از فضای داخلی می‌گیرد: $|Q_H| > Q_C$. به همین دلیل است که اگر در یخچال را باز بگذارید، دمای هوای اطراف یخچال افزایش می‌یابد!

ضریب عملکرد یخچال

یخچالی خوب است که برق کم‌تری مصرف کند و فضای داخلی را بیشتر خنک کند. به زبانی دیگر با گرفتن W کم‌تر، Q_C بیشتری را از منبع سرد بگیرد، پس در یک یخچال هر چه نسبت $\frac{Q_C}{W}$ بزرگ‌تر باشد، یخچال راندمان بهتری دارد. به این نسبت، ضریب عملکرد یخچال می‌گویند:

$$K = \frac{Q_C}{W} \quad Q_C = |Q_H| - W \rightarrow K = \frac{|Q_H| - W}{W} \Rightarrow K = \frac{|Q_H|}{W} - 1$$

برخلاف بازده ماشین گرمایی (η)، مقدار ضریب عملکرد یخچال (K) همواره بزرگ‌تر از ۱ (مقداری حدوداً بین ۲/۲ تا ۷) است.

مثال شکل روبه‌رو چرخه‌ی $P-V$ مربوط به یک یخچال فرضی است. ضریب عملکرد این یخچال، کدام است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

$|Q_H| = 10 \text{ kJ}$

$Q_C = 8 \text{ kJ}$

۱) $\frac{5}{4}$

۲) $\frac{4}{5}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{5}$

گزینه ۳ $|Q_H|$ و Q_C را در شکل داده‌اند و K را می‌خواهند:

$$K = \frac{Q_C}{W} \quad W = |Q_H| - Q_C \rightarrow K = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} = \frac{8}{10 - 8} \Rightarrow K = 4$$

۱- معمولاً از گاز فریون به عنوان دستگاه در یخچال‌ها استفاده می‌کنند.

۱۴۸۶ - گزینه ۳

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی گزینه‌ی (۳) صحیح است.
بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه‌ی (۱): طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی چنین چیزی ممکن نیست.
گزینه‌ی (۲): بازده گرمایی ماشین کارنو بیشترین بازده ممکن آن ماشین است که حتماً کم‌تر از ۱۰۰٪ است.
گزینه‌ی (۴): این دو بیان کاملاً یکسان و معادل هستند.

۱۴۸۷ - گزینه ۲ گام اول، برای محاسبه‌ی توان خنک‌کننده، ابتدا باید کاری که یخچال دریافت می‌کند را به دست آوریم:

$$W = |Q_H| - Q_C = 7/8 \times 10^6 - 6 \times 10^6 = 1/8 \times 10^6 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1/8 \times 10^6}{3600} = 500 \text{ W} = 0.5 \text{ kW}$$

یک ساعت برحسب ثانیه

گام دوم، حالا به سراغ رابطه‌ی توان می‌رویم:

۱۴۸۸ - گزینه ۲ ضریب عملکرد و کار مصرفی را می‌دانیم، پس Q_C برابر است با:

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 4 = \frac{Q_C}{7/8 \times 10^6} \Rightarrow Q_C = 2/8 \times 10^6 \text{ J} \xrightarrow{1 \text{ MJ} = 10^6 \text{ J}} Q_C = 2/8 \text{ MJ} \xrightarrow{|Q_H| = W + Q_C} |Q_H| = 0.7 + 2/8 = 3/5 \text{ MJ}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_H| - W}{W} = \frac{|Q_H|}{W} - 1 \Rightarrow K = 6 - 1 = 5$$

۱۴۸۹ - گزینه ۲ می‌دانید که در یخچال‌ها $Q_C = |Q_H| - W$ است، پس داریم:

$$\frac{|Q_H|}{W} = 6 \Rightarrow \frac{K+1}{1} = 6 \Rightarrow K = 5$$

تکنیک از هم‌ارزی $|Q_H| = K+1$ و $W = 1$ استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} = \frac{1500}{2000 - 1500} \Rightarrow K = 3$$

۱۴۹۰ - گزینه ۲ چون W را نداریم، به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{|Q_H|}{Q_C} = \frac{K+1}{K} \Rightarrow \frac{2000}{1500} = \frac{K+1}{K} \Rightarrow 4K = 2K + 3 \Rightarrow K = 3$$

تکنیک از هم‌ارزی $Q_C = K$ و $|Q_H| = K+1$ استفاده می‌کنیم:

$$W = Pt = 200 \times 50 \times 60 = 600000 = 6 \times 10^5 \text{ J}$$

۱۴۹۱ - گزینه ۲ گام اول، ابتدا کار را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_H| - W}{W} = \frac{24 \times 10^5 - 6 \times 10^5}{6 \times 10^5} = \frac{18 \times 10^5}{6 \times 10^5} \Rightarrow K = 3$$

گام دوم، W و Q_H را داریم، پس می‌نویسیم:

$$W = Pt = 1000 \times 3600 = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

۱۴۹۲ - گزینه ۲ گام اول، کار مصرفی کولر در یک ساعت را محاسبه می‌کنیم:
گام دوم، با داشتن ضریب عملکرد و کار مصرفی، $|Q_H|$ را مستقیماً از رابطه‌ی $|Q_H| = (K+1)W$ به دست می‌آوریم:

$$|Q_H| = (2/5 + 1) \times 3.6 \times 10^6 = 12/6 \times 10^6 \text{ J} \xrightarrow{1 \text{ MJ} = 10^6 \text{ J}} |Q_H| = 12/6 \text{ MJ}$$

$$\frac{Q_C}{|Q_H|} = \frac{K}{K+1}$$

۱۴۹۳ - گزینه ۲ از تکنیک هم‌ارزی $|Q_H| = K+1$ ، $Q_C = K$ ، و $W = 1$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{Q_C}{|Q_H|} = \frac{K}{(K+1)} = \frac{2}{3}$$

۱۴۹۴ - گزینه ۲ را می‌خواهیم:

۱۴۹۵ - گزینه ۲ مساحت داخل چرخه همان W است با توجه به تکنیک درس‌نامه داریم:

$$\frac{|Q_H|}{W} = \frac{K+1}{1} \xrightarrow{W=3 \text{ kJ}} \frac{|Q_H|}{3} = \frac{4+1}{1} = 15 \text{ kJ} \Rightarrow Q_H = 15 \text{ kJ}$$

۱۴۹۶ - گزینه ۲ گام اول، اطلاعات مسئله را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$\begin{cases} P_A = P_B \xrightarrow{W \propto P} W_A = W_B \\ |Q_{HA}| = 2|Q_{HB}| \xrightarrow{W_A = W_B} Q_{CA} + W_A = 2Q_{CB} + 2W_A \Rightarrow Q_{CA} = 2Q_{CB} + W_A \\ \frac{K_A}{K_B} = n \end{cases}$$

گام دوم، نسبت ضریب عملکرد دو یخچال را با توجه به داده‌های به دست آمده بررسی می‌کنیم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{Q_{CA}}{W_A} = \frac{2Q_{CB} + W_A}{W_A} \xrightarrow{Q_{CA} = 2Q_{CB} + W_A} \frac{K_A}{K_B} = \frac{2Q_{CB} + W_A}{\frac{Q_{CB}}{W_A} W_A} = 2 + \frac{W_A}{Q_{CB}} > 2 \Rightarrow n > 2$$

مقداری مثبت

$$Q_C = |mc\Delta\theta| = |0.5 \times 4200 \times (\Delta - 25)| = 42000 \text{ J}$$

۱۴۹۷ - گزینه ۲ گام اول، از رابطه‌ی $Q = |mc\Delta\theta|$ ، گرمای چشمه‌ی سرد به دست می‌آید:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{42000}{12000} = 3.5$$

گام دوم، یک تقسیم خیلی ساده!

$$Q_C = mL_F = 4 \times 200 \times 10^3 = 1/2 \times 10^6 \text{ J}$$

۱۴۹۸ - گزینه ۲ گام اول، ابتدا ببینیم چه گرمایی برای منجمد کردن 4 kg آب لازم است (Q_C):

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 4 = \frac{1/2 \times 10^6 \text{ J}}{W} \Rightarrow W = 3 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم، با توجه به داشتن ضریب عملکرد و Q_C ، مقدار کار مشخص می‌شود:

فصل ششم

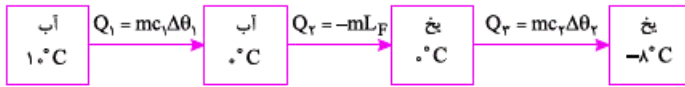
ترمودینامیک

گام سوم، با دانستن مقدار کار، توان یخچال و تعداد چرخه مشخص می‌شود:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow 10^3 = \frac{3 \times 10^5}{t} \Rightarrow t = 300 \text{ s} \Rightarrow n = \frac{\text{زمان کل چرخه‌ها}}{\text{زمان هر چرخه}} = \frac{300}{10} = 30$$

گام اول، ابتدا باید به کمک طرح‌واره‌ی گرمایی ببینیم چه فرایندهایی رخ داده‌اند:

گزینه ۳



گام دوم، از جمع جبری این ۳ گرما، Q_C به دست می‌آید:

$$Q_C = |Q_1 + Q_2 + Q_3| = |mc_1\Delta\theta_1 - mL_F + mc_2\Delta\theta_3| = |2 \times [4200 \times (0 - 10) - 336 \times 10^3 + 2 \times 2100 \times (-8 - 0)]|$$

$$= |2(-42000 - 336000 - 16800)| = 789600 \text{ J} = 789.6 \text{ kJ}$$

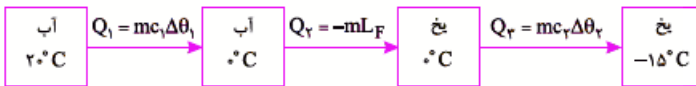
گام سوم، چون W را نداریم، برای محاسبه $|Q_H|$ ، از نسبت $\frac{|Q_H|}{Q_C}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{|Q_H|}{Q_C} = \frac{K+1}{K} \Rightarrow \frac{|Q_H|}{789.6} = \frac{4+1}{4} \Rightarrow |Q_H| = \frac{789.6 \times 5}{4} = 987 \text{ kJ}$$

همان‌طور که دیدیم ممکن است در بعضی از تست‌های کنکور با اعداد غیر رند طرف باشید!

گام اول، طبق طرح‌واره‌ی گرمایی زیر، تبدیل آب 20°C به یخ -15°C شامل سه مرحله است:

گزینه ۳



گام دوم، از مجموع این گرماها می‌توان به Q_C رسید:

$$Q_C = |Q_1 + Q_2 + Q_3| = |mc_1\Delta\theta_1 - mL_F + mc_2\Delta\theta_3| = m |c_1\Delta\theta_1 - L_F + c_2\Delta\theta_3|$$

$$\Rightarrow Q_C = 2 \times |4200 \times (0 - 20) - 3/4 \times 10^5 - 2100 \times (-15 - 0)| = 2 \times |-84 \times 10^3 - 340 \times 10^3 - 31/5 \times 10^3| = 911 \text{ kJ}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow \Delta = \frac{911}{W} \Rightarrow W = 182/2 \text{ kJ}$$

گام سوم، با داشتن Q_C و ضریب عملکرد، W به آسانی به دست می‌آید:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{182/2 \times 10^3}{3600} = 50/6 \text{ W}$$

گام چهارم، محاسبه‌ی توان موتور!

$$K = \frac{1}{\eta} - 1 = \frac{1}{\frac{20}{100}} - 1 = 5 - 1 \Rightarrow K = 4 \text{ kW}$$

برای حل این تست از نکته‌ای که در درس‌نامه گفتیم استفاده می‌کنیم:

گزینه ۱

$$K = \frac{1}{\eta} - 1 \Rightarrow 3 = \frac{1}{\eta} - 1 \Rightarrow \frac{1}{\eta} = 4 \Rightarrow \eta = \frac{1}{4}$$

این سؤال عکس سؤال قبلی است!

گزینه ۱

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{250}{\frac{(273-23)}{(273+27)}} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

گام اول، باید بازده چرخه‌ی کارنو را بدانیم:

گزینه ۳

$$K = \frac{1}{\eta} - 1 = \frac{1}{\frac{1}{6}} - 1 = 6 - 1 = 5$$

گام دوم، با داشتن بازده، ضریب عملکرد را هم می‌توانیم محاسبه کنیم:

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow \Delta = \frac{3}{W} \Rightarrow W = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ J}$$

گام سوم، انرژی الکتریکی که باید به یخچال داده شود همان W است!

گام اول، چون چرخه پادساعتگرد است، W مقداری مثبت خواهد بود، بنابراین دستگاه یک نوع یخچال است.

گزینه ۱

برداشت دوم، از طریق محاسبه‌ی مساحت داخل چرخه، اندازه‌ی کار محاسبه می‌شود:

$$W = S = (2-1) \times 10^5 \times (3-1) = 2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام اول، ابتدا باید بدانیم که یخچال در هر دقیقه چند کیلوژول گرما به محیط می‌دهد:

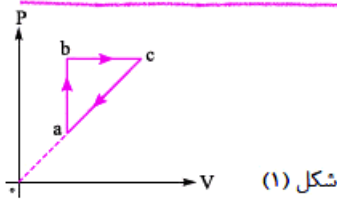
گزینه ۱

$$\frac{Q_H}{W} = \frac{K+1}{1} \xrightarrow{W=P.t} Q_H = (K+1)Pt = (5+1) \times 200 \times 60 = 72 \times 10^3 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow |W| = 0.2 \times 72 \times 10^3 = 14400 \text{ J} = 14.4 \text{ kJ}$$

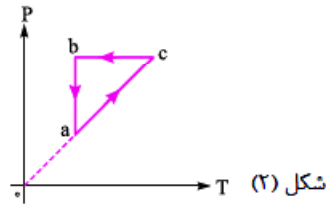
گام دوم، بازده ماشین گرمایی ۲۰٪، پس داریم:

تیزیک پایه جامع کنکور



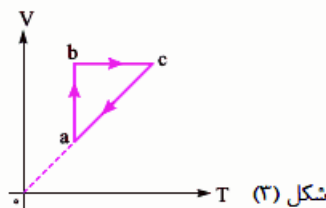
کمیت موردنظر	راهنمایی	فرایند ab (حجم ثابت)	فرایند bc (فشار ثابت)	فرایند ca (فشار ثابت)	یک چرخه‌ی کامل
تغییر دما و تغییر انرژی درونی ($\Delta T, \Delta U$)	$T \propto PV$ $U \propto PV$	+	+	-	۰
تغییر حجم (ΔV)	-	۰	+	-	۰
کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)	$\begin{cases} \Rightarrow W < 0 \text{ (انبساط)} \\ \Rightarrow W > 0 \text{ (تراکم)} \end{cases}$ $\begin{cases} \Rightarrow W_t < 0 \text{ (چرخه‌ی ساعتگرد)} \\ \Rightarrow W_t > 0 \text{ (چرخه‌ی پادساعتگرد)} \end{cases}$	۰	-	+	-
گرمایی که دستگاه می‌گیرد	$Q = \Delta U - W$	+	+	-	+

جدول مربوط به نمودار P-V



کمیت موردنظر	راهنمایی	فرایند ab (حجم ثابت)	فرایند bc (فشار ثابت)	فرایند ca (دما ثابت)	یک چرخه‌ی کامل
تغییر دما (ΔT) و تغییر انرژی درونی (ΔU)	$\Delta U \propto \Delta T$	+	-	۰	۰
تغییر حجم (ΔV)	$V \propto \frac{T}{P}$	۰	-	+	+
کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)	$\begin{cases} \Rightarrow W < 0 \text{ (انبساط)} \\ \Rightarrow W > 0 \text{ (تراکم)} \end{cases}$ $\begin{cases} \Rightarrow W_t < 0 \text{ (چرخه‌ی ساعتگرد)} \\ \Rightarrow W_t > 0 \text{ (چرخه‌ی پادساعتگرد)} \end{cases}$	۰	+	-	+
گرمایی که دستگاه می‌گیرد (Q)	$Q = \Delta U - W$	+	-	+	-

جدول مربوط به نمودار P-T



کمیت موردنظر	راهنمایی	فرایند ab (دما ثابت)	فرایند bc (حجم ثابت)	فرایند ca (فشار ثابت)	چرخه‌ی کامل
تغییر دما و تغییر انرژی درونی ($\Delta T, \Delta U$)	$\Delta U \propto \Delta T$	۰	+	-	۰
تغییر حجم (ΔV)	لازم ندارد	+	۰	-	۰
کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (W)	$\begin{cases} \Rightarrow W < 0 \text{ (انبساط)} \\ \Rightarrow W > 0 \text{ (تراکم)} \end{cases}$ $\begin{cases} \Rightarrow W_c < 0 \text{ (چرخه‌ی ساعتگرد)} \\ \Rightarrow W_c > 0 \text{ (چرخه‌ی پادساعتگرد)} \end{cases}$	-	۰	+	+
گرمایی که دستگاه می‌گیرد (Q)	$Q = \Delta U - W$	+	+	-	-

جدول مربوط به نمودار V-T

پاسخ آزمون

۱۵۰۶ - **گزینه ۴** طبق تعریف، انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های یک ماده فقط به دما ماده وابسته است. از آنجایی که دمای دو ظرف یکسان است پس انرژی جنبشی متوسط مولکول‌ها نیز یکسان می‌شود.

کمیت‌های مطرح شده در سایر گزینه‌ها به مقدار ماده هم وابسته است.

۱۵۰۷ - **گزینه ۲** گام اول، به کمک یک تناسب ساده تغییرات فشار را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{دما ثابت}} P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{V_2 = \frac{60}{100} V_1} P_1 V_1 = P_2 \left(\frac{60}{100} V_1\right) \Rightarrow P_2 = \frac{100}{60} P_1 = \frac{5}{3} P_1 = 1/67 P_1 \Rightarrow P_2 = \frac{147}{100} P_1$$

بنابراین فشار ۶۷٪ افزایش یافته است.

گام دوم، همان‌طور که می‌دانید در فرایند هم‌دما تغییرات انرژی درونی گاز صفر و انرژی درونی ثابت است.

۱۵۰۸ - **گزینه ۲** گام اول، با یک نگاه ساده، متوجه می‌شویم که نمودار مربوط به فرایند هم‌حجم است. حالا با یک تناسب دمای حالت B را به دست می‌آوریم:

$$AB \Rightarrow \frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{1/5 \times 1/3}{300} = \frac{1/5 \times 1/3}{T_B} \Rightarrow T_B = 450 \text{ K}$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} n R \Delta T = \frac{5}{2} (1/5) (8) (450 - 300) = 1500 \text{ J}$$

گام دوم، هیدروژن گاز دو اتمی است بنابراین:

۱۵۰۹ - **گزینه ۳** با توجه به صورت مسأله فرایند ab هم‌فشار و bc هم‌دما است و در فرایند bc فشار افزایش و در نتیجه حجم کاهش می‌یابد. تا به این جا گزینه‌های ۲ و ۴ حذف شده‌اند.

با دقت در صورت سؤال، متوجه می‌شوید که حجم حالت‌های a و c با یکدیگر برابر است. (خط گذرنده از مبدأ از هر دوی آن‌ها عبور می‌کند) بنابراین گزینه‌ی ۳ درست است.

۱۵۱۰ - **گزینه ۲** گام اول، از آنجایی که تغییرات انرژی درونی تابع مسیر نیست داریم: $|\Delta U_{abc}| = |\Delta U_{cda}| \Rightarrow \Delta U_{cda} = -300 \text{ J}$ دقت کنید در فرایند abc انرژی درونی ۳۰۰ J افزایش یافته است بنابراین وقتی از c به a می‌رویم باید انرژی درونی ۳۰۰ J کاهش یابد.

گام دوم، به کمک قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{cda} = \Delta U_{cd} + \Delta U_{da} = W_{cd} + Q_{cd} + W_{da} + Q_{da}$$

$$\frac{Q_{cd} = -1000 \text{ J}}{\text{هم‌حجم است}} \quad \frac{Q_{da} = 300 \text{ J}}{W_{da} = 0} \rightarrow -300 = W_{cd} + (-1000) + (0) + (300) \Rightarrow W_{cd} = 400 \text{ J}$$

۱۵۱۱ - **گزینه ۲** گام اول و آخر،

$$\text{فرایند هم‌فشار تک‌اتمی} \begin{cases} Q = n C_{MP} \Delta T = \frac{5}{2} n R \Delta T \\ W = -P \Delta V = -n R \Delta T \end{cases} \Rightarrow \frac{|Q|}{|W|} = \frac{\frac{5}{2} n R \Delta T}{n R \Delta T} \Rightarrow |W| = \frac{2}{5} |Q| = 0/4 Q$$

۱۵۱۲ - **گزینه ۲** برخلاف ظاهر سؤال با یک سؤال بسیار ساده روبه‌رو هستیم. کافی است تناسب گازهای کامل را برای دو حالت بنویسیم. دقت کنید که شرایط (۱) مربوط به محفظه‌ی A قبل از باز کردن کلید و شرایط (۲) مربوط به کل ظرف است.

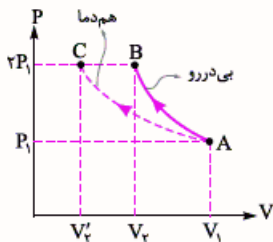
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(4)2}{273+47} = \frac{P_2(7)}{273+7} \Rightarrow \frac{8}{320} = \frac{7 P_2}{280} \Rightarrow P_2 = 1 \text{ atm}$$

۱۵۱۳ - **گزینه ۲** $\Delta U > W \Rightarrow Q + W > W \Rightarrow Q > 0$

به عبارت دیگر باید گاز گرما دریافت کند.

در فرایند بی‌دررو گرمایی مبادله نمی‌شود پس گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند. در فرایند تراکم هم‌دما، گاز گرما از دست می‌دهد و در فرایند انبساط هم‌فشار گاز گرما می‌گیرد. بنابراین جواب گزینه‌ی ۲ می‌شود.

۱۵۱۴ - **گزینه ۱** بهترین روش برای تحلیل فرایند بی‌دررو مقایسه با فرایند هم‌دما است. به شکل زیر دقت کنید.



$$\text{در فرایند هم‌دما} \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(2 P_1) V_2'}{T_2'} \Rightarrow V_2' = \frac{1}{2} V_1$$

بنابراین در فرایند هم‌دما حجم گاز نصف می‌شود. از آنجایی که $V_2' < V_2$ است، داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = n \Rightarrow \frac{1}{2} < n < 1$$

به عبارت دیگر در این سؤال در فرایند بی‌دررو حجم گاز کاهش می‌یابد اما از حجم نهایی گاز هم‌چنان از نصف بیشتر است. بنابراین جواب یا گزینه‌ی ۱ است یا گزینه‌ی ۳.

$$\text{فرایند هم‌دما} \quad \left. \begin{matrix} T_C = T_A \\ T_B > T_C \end{matrix} \right\} \Rightarrow T_B > T_A$$

از طرف دیگر با توجه به شکل داریم:

بنابراین در فرایند بی‌دررو، دما افزایش می‌یابد و نسبت $\frac{T_B}{T_A}$ باید بزرگ‌تر از ۱ باشد، پس جواب گزینه‌ی ۱ است.

فیزیک پایه جامع کنکور

۱۵۱۵- گزینه ۳ چون فرایند مورد نظر سریع انجام می شود پس بی دررو است. همان طور که می دانید در انبساط بی دررو دما و فشار هر دو کاهش می یابند.
 ۱۵۱۶- گزینه ۴ گام اول، Q_H را بر حسب K به دست می آوریم:

$$|Q_H| = Q_C + W \xrightarrow{K = \frac{Q_C}{W}} |Q_H| = KW + W \Rightarrow |Q_H| = W(K+1)$$

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{P_1=P_2, t_1=t_2} W_1 = W_2 \quad \text{گام دوم،}$$

$$\frac{|Q_{H1}|}{|Q_{H2}|} = \frac{W_1(K_1+1)}{W_2(K_2+1)} = \frac{1/\Delta K_1 + 1}{K_2 + 1} \quad \text{گام سوم، طبق صورت سؤال } K_1 = 1/5 K_2 \text{ است و داریم:}$$

همان طور که می بینید نسبت گرمای داده شده به محیط به مقدار ضریب عملکرد یخچال ها وابسته است. بنابراین جواب گزینه ۴ است.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = Pt = 0.2 \times 10^3 \times (50 \times 60) = 6 \times 10^5 \text{ J} \quad \text{گام اول، محاسبه } W: \quad \text{گزینه ۲} \quad \text{۱۵۱۷-}$$

$$|Q_H| = Q_C + W \Rightarrow 2 \times 10^6 = Q_C + 6 \times 10^6 \Rightarrow Q_C = 4 \times 10^6 \text{ J} \quad \text{گام دوم، محاسبه } Q_C:$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{2/4 \times 10^6}{6 \times 10^6} = \frac{1}{3} \quad \text{گام سوم، محاسبه } K:$$

۱۵۱۸- گزینه ۲ این هم یک سؤال هلو برای این که فستکی از تنتون در بره!

$$Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow 8000 = 6000 + |W| \Rightarrow |W| = 2000 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{2000}{8000} = \frac{1}{4} = 25\%$$

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = 250 \times 1 = 250 \text{ J} \quad \text{گام اول، محاسبه } W: \quad \text{گزینه ۲} \quad \text{۱۵۱۹-}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow \frac{250}{1000} = \frac{250}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 1250 \text{ J} \quad \text{گام دوم، محاسبه } Q_H:$$

$$Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow 1250 = Q_C + 250 \Rightarrow Q_C = 1000 \text{ J} = 1 \text{ kJ} \quad \text{گام سوم، محاسبه } Q_C:$$

$$T'_C = T_C + 25 \quad \text{طبق رابطه } \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \text{ با افزایش } T_C \text{ بازده کاهش می یابد و داریم:} \quad \text{گزینه ۲} \quad \text{۱۵۲۰-}$$

$$\eta' = \eta - \frac{\Delta}{100} \Rightarrow 1 - \frac{T'_C}{T_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} - \frac{\Delta}{100}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{T_C + 25}{T_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} - \frac{\Delta}{100} \Rightarrow \frac{-25}{T_H} = -\frac{\Delta}{100}$$

$$\Rightarrow T_H = 700 \text{ K} = 427^\circ \text{C}$$

$$\text{گام اول، ابتدا باید چند اتمی بودن گاز را تشخیص دهیم. برای گازهای تک اتمی و دو اتمی نسبت } \frac{C_p}{C_v} \text{ را به دست می آوریم:} \quad \text{گزینه ۲} \quad \text{۱۵۲۱-}$$

$$\text{تک اتمی } \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3}$$

$$\text{دو اتمی } \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} = 1.4$$

بنابراین گاز مورد نظر دو اتمی است.

$$\text{گام دوم، حالا به راحتی می توانیم تغییرات انرژی درونی را به دست آوریم:} \quad \Delta U = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} (2)(8)(10) = 400 \text{ J} \quad \text{گام دوم، حالا به راحتی می توانیم تغییرات انرژی درونی را به دست آوریم:}$$

$$\text{طبق رابطه } PV = nRT \text{ دمای گاز با حاصل ضرب } PV \text{ رابطه مستقیم دارد و داریم:} \quad \text{گزینه ۲} \quad \text{۱۵۲۲-}$$

$$(a): PV = 8 \quad (b): PV = 32 \quad (c): PV = 8$$

$$\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{(PV)_{\max}}{(PV)_{\min}} = \frac{32}{8} = 4$$

بنابراین بیشترین دما مربوط به نقطه b است و دمای نقاط a و c با یکدیگر برابر است، بنابراین:

دقت کنید چون نسبت دماها خواسته شده است، لزومی به تبدیل واحدها نیست.

فصل ششم

ترمودینامیک

۱۵۲۳ - **گزینه ۲** گام اول، گاز هیدروژن دواتمی است و تغییرات انرژی درونی آن برابر است با: $\Delta U_{ab} = \frac{5}{2} n R \Delta T = \frac{5}{2} V \Delta P = \frac{5}{2} (30)(20-10) = 750 \text{ J}$

گام دوم، گاز هلیوم تک‌اتمی است و داریم: $\Delta U_{cd} = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} V \Delta P = \frac{3}{2} (40)(30-10) = 1200$

گام سوم، $\frac{\Delta U_{ab}}{\Delta U_{cd}} = \frac{750}{1200} = \frac{5}{8}$

دقت کنید چون تغییرات دما را نمی‌دانستیم از رابطه‌ی $\Delta U = knR\Delta T$ نمی‌توانستیم استفاده کنیم. بنابراین تعداد مول‌ها نیز در این مسئله به درد ما نخورد.

۱۵۲۴ - **گزینه ۳** چون امتداد فرایندهای BC و DA از مبدأ می‌گذرند، پس هم‌فشارند، بنابراین: $K = \frac{W_{BC}}{W_{DA}} = \frac{(-P\Delta V)_{BC}}{(-P\Delta V)_{DA}} = \frac{(P\Delta V)_{BC}}{(P\Delta V)_{DA}}$

با توجه به شکل اندازه‌ی تغییرات حجم در هر دو فرایند یکسان است. اما در فرایند BC حجم افزایش یافته و در فرایند DA حجم کاهش می‌یابد بنابراین:

$$\Delta V_{BC} = -\Delta V_{DA} \Rightarrow K = \frac{-P_{BC}}{P_{DA}}$$

از طرف دیگر چون شیب فرایند BC بیشتر از DA است، پس P_{BC} کم‌تر از P_{DA} و داریم:

۱۵۲۵ - **گزینه ۲** گام اول، به کمک مساحت زیر فرایند ca کار انجام شده در این فرایند را به دست می‌آوریم:

$$|W_{ca}| = S = \frac{(1+2) \times 10^5 \times 5 \times 10^{-2}}{2} = 1000 \text{ J}$$

گام دوم، تغییرات انرژی درونی ca را به دست می‌آوریم: $W_{ca} = 1000 \text{ J} \Rightarrow$ حجم گاز کاهش یافته است.

$$\Delta U_{ca} = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta(PV) = \frac{3}{2} (P_a V_a - P_c V_c) =$$

$$\frac{3}{2} (15-10) \times 10^5 \times 10^{-2} = 750 \text{ J}$$

گام سوم، قانون اول ترمودینامیک و جواب تست:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 750 = Q_{ca} + 1000 \Rightarrow Q_{ca} = -250 \text{ J}$$

یعنی گاز در این فرایند ۲۵۰ J گرما از دست داده است.

۱۵۲۶ - **گزینه ۲** گام اول، دقیقاً در همان لحظه‌ای که گازها وارد محفظه می‌شوند حجم آن‌ها با یکدیگر برابر است و داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{n_1 R (T_1)}{P_1} = \frac{n_2 R (T_2)}{P_2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1 (300)}{P_1} = \frac{n_2 (500)}{P_2} \Rightarrow n_1 = \frac{5}{3} n_2 \quad (1)$$

گام دوم، بعد از گذشت مدتی گازها به تعادل می‌رسند. در این حالت دما و فشار دو گاز با یکدیگر برابر است اما حجم آن‌ها یکسان نیست و داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{n_1 R T_1 / P_1}{n_2 R T_2 / P_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \xrightarrow{(1)} \frac{V_1}{V_2} = \frac{5 n_2}{n_2} = \frac{5}{3} \quad (2)$$

گام سوم، اگر سطح مقطع استوانه را A فرض کنیم، کل حجم ۴۰ A می‌شود و داریم:

$$V_1 + V_2 = 40 A$$

$$\xrightarrow{(2)} \frac{5}{3} V_2 + V_2 = 40 A \Rightarrow \frac{8}{3} V_2 = 40 A \Rightarrow V_2 = 15 A$$

$$\xrightarrow{V_2 = h_2 A} h_2 A = 15 A \Rightarrow h_2 = 15 \text{ cm}$$

بنابراین ارتفاع قسمت دوم از ۲۰ cm به ۱۵ cm رسیده و بیستون ۴ cm جابه‌جا شده است.

$$\text{حجم} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

۱۵۲۷ - **گزینه ۳** گام اول، فشار ثانویه‌ی گاز را به دست می‌آوریم:

گام دوم، چون گاز مورد نظر دواتمی است، تغییرات انرژی درونی آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = \frac{5}{2} n R \Delta T = \frac{5}{2} V \Delta P = \frac{5}{2} (2000 \times 10^{-6}) (3-2) \times 10^5 = 500 \text{ J}$$

$$1528 - \text{گزینه ۲} \quad \begin{cases} Q = nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T \\ W = -P \Delta V = -nR \Delta T \end{cases} \Rightarrow \frac{W}{Q} = \frac{-nR \Delta T}{\frac{5}{2} nR \Delta T} = \frac{-2}{5} \Rightarrow W = -\frac{2}{5} Q$$

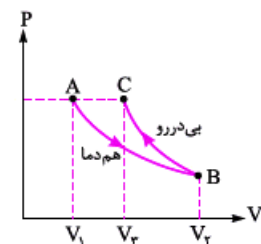
1529 - **گزینه ۲** همان طور که می‌دانید گرما در فرایند هم‌فشار از رابطه‌ی $Q = nC_p \Delta T$ محاسبه می‌شود. گاز هلیوم و آرگون هر دو تک‌اتمی هستند و

طبق صورت سؤال تعداد مول‌ها و تغییرات دمای آن‌ها نیز یکسان است. پس شک نکنید که گرمای مورد نیاز نیز برای هر دو یکسان است و داریم: $\frac{Q_2}{Q_1} = 1$

1530 - **گزینه ۱** با توجه به شکل در حالت انبساط فرایند بی‌دررو فشار کاهش و حجم افزایش می‌یابد. از آنجایی که در این حالت نمودار بی‌دررو زیر نمودار هم‌دما قرار می‌گیرد، پس دمای آن نیز کاهش و به دنبال آن انرژی درونی گاز نیز کاهش می‌یابد.



1531 - **گزینه ۴** گام صفر، برای حل این‌گونه سؤالات قبل از هر اقدامی لطفاً یک نمودار $P-V$ رسم کنید. (تفرض!)



$$\left. \begin{matrix} T_A = T_B \\ T_C > T_A \end{matrix} \right\} \Rightarrow T_C > T_B$$

حالا تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم‌دما صفر است در صورتی که در فرایند بی‌دررو صفر نیست.

گزینه ۲ و ۳: با توجه به نمودار بالا داریم:

بنابراین دمای حالت نهایی گاز از حالت‌های A و B بیشتر است.

گزینه ۴: همان طور که در شکل می‌بینید تغییرات حجم از V_1 تا V_2 بیشتر از V_2 تا V_3 است.

$$1532 - \text{گزینه ۲} \quad Q_C = \int W \Rightarrow Q_H = Q_C + W = \int W + W = \Delta W$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{5} = 20\%$$

1533 - **گزینه ۱** گام اول، همان طور که می‌دانید طبق قانون اول ترمودینامیک در ماشین‌های گرمایی باید رابطه‌ی $Q_H = |Q_C| + |W|$ برقرار باشد. با یک نگاه سریع گزینه‌های ۳ و ۴ رد می‌شود.

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{400} = 25\%$$

گام دوم، به کمک رابطه‌ی کارنو بیشترین بازده این ماشین گرمایی را به دست می‌آوریم:

گام سوم، بازده ماشین گرمایی گزینه‌ی (۱) و گزینه‌ی (۲) را به دست می‌آوریم و با η_{\max} مقایسه می‌کنیم:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{2}{10} = 20\% \quad \text{گزینه (۱)}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{1}{3} = 33\% \quad \text{گزینه (۲)}$$

چون بازدهی گزینه‌ی (۲) از η_{\max} بیشتر می‌شود قابل قبول نیست پس جواب گزینه‌ی (۱) است.

$$1534 - \text{گزینه ۱} \quad P = \frac{W}{t} \Rightarrow 400 = \frac{W}{5 \times 60} \Rightarrow W = 12 \times 10^4 \text{ J}$$

گام اول، محاسبه‌ی W :

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 3 = \frac{Q_C}{12 \times 10^4} \Rightarrow Q_C = 36 \times 10^4 \text{ J}$$

گام دوم، محاسبه‌ی Q_C :

$$|Q_H| = Q_C + W = 36 \times 10^4 + 12 \times 10^4 = 48 \times 10^4 \text{ J} = 480 \text{ kJ}$$

گام سوم، محاسبه‌ی Q_H :

$$T'_C = T_C - \frac{25}{100} T_C = \frac{75}{100} T_C = \frac{3}{4} T_C \quad (1)$$

1535 - **گزینه ۳** ابتدا دمای چشمه‌ی گرم و سرد را در حالت جدید به دست می‌آوریم:

$$T'_H = T_H + \frac{20}{100} T_H = \frac{120}{100} T_H = \frac{6}{5} T_H$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \xrightarrow{\eta = \frac{40}{100}} \frac{T_C}{T_H} = \frac{60}{100} \quad (2)$$

حالا می‌توانیم بازدهی جدید را به دست آوریم:

$$\eta' = 1 - \frac{T'_C}{T'_H} \xrightarrow{(1)} 1 - \frac{\frac{3}{4} T_C}{\frac{6}{5} T_H} = 1 - \frac{15}{24} \frac{T_C}{T_H} \xrightarrow{(2)} \eta' = 1 - \frac{15}{24} \left(\frac{60}{100} \right) = \frac{62}{100}$$

بنابراین بازده ۶۲٪ افزایش یافته است.

۱۵۳۶ - گزینه ۲ می‌دانیم مساحت بین نمودار $(P-V)$ با محور حجم در هر بازه ΔV ، برابر با اندازه‌ی کاری است که سیستم با محیط مبادله می‌کند. بنابراین برای حل این تست سراغ سطح زیر نمودارها می‌رویم.

$$W'_r = S_{CBV_r V_1} \quad (1)$$

با توجه به نمودار داریم:

$$W'_r = S_{ABV_r V_1} \quad (2) \Rightarrow W'_r = S_{ABC} + S_{BV_r V_1 C} \xrightarrow{(1)} W'_r = S_{ABC} + W'_r \quad (3)$$

$$W'_l = S_{ADV_r V_1} \Rightarrow W'_l = S_{ADB} + S_{ABV_r V_1} \xrightarrow{(2)} W'_l = W'_r + S_{ADB} \xrightarrow{S_{ADB} = S_{ABC}} W'_l = W'_r + S_{ABC}$$

$$\xrightarrow{(3)} W'_l = W'_r + W'_r - W'_r \Rightarrow W'_l = \frac{W'_r + W'_r}{2}$$

۱۵۳۷ - گزینه ۲ می‌دانیم مساحت بین نمودار $(P-V)$ با محور حجم در هر بازه ΔV ، برابر با کاری است که گاز با محیط در همان بازه مبادله می‌کند. بنابراین برای حل این تست کافی است، W را محاسبه کنیم. برای محاسبه‌ی W چون شکل مشخصی نیست، سراغ قانون اول ترمودینامیک می‌رویم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\text{گاز کامل تک‌اتمی}} \frac{3}{2} nR \Delta T = Q + W \Rightarrow \frac{3}{2} nR (T_B - T_A) = Q + W \Rightarrow \frac{3}{2} nR \left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = Q + W$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} (3 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-2} - 2 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2}) = 1830 + W \Rightarrow 1350 = 1830 + W \Rightarrow W = -480 \text{ J} \Rightarrow S = |W| = 480 \text{ J}$$

$$\Delta U_1 = \Delta U_r$$

۱۵۳۸ - گزینه ۳ با توجه به نمودار داریم:

$$Q_1 + W_1 = Q_r + W_r \Rightarrow Q_1 - Q_r = W_r - W_1 \Rightarrow Q_1 - Q_r = -S_{ABV_r V_1} - (-S_{CBV_r V_1}) \Rightarrow Q_1 - Q_r = -\left(\frac{P_1 + P_r}{2} \Delta V\right) + (P_r \Delta V)$$

$$Q_1 - Q_r = -\left(\frac{P + 2P}{2} \times 3V\right) + (2P \times 3V) \Rightarrow Q_1 - Q_r = 3PV$$

۱۵۳۹ - گزینه ۲ با توجه به نمودار نتیجه می‌گیریم فرایند AC هم‌فشار، و فرایند CB هم‌حجم است. از طرفی با توجه به فرض سؤال داریم:

$$Q_P = Q_V \Rightarrow Q_{AC} = Q_{CB} \Rightarrow nC_P \Delta T_{AC} = nC_V \Delta T_{CB}$$

$$\text{گاز کامل تک‌اتمی} \Rightarrow \frac{5}{2} R (T_C - T_A) = \frac{3}{2} R (T_B - T_C) \Rightarrow \Delta T_C - \Delta T_A = 3T_B - 2T_C \Rightarrow T_C = \frac{\Delta T_A + 3T_B}{2}$$

۱۵۴۰ - گزینه ۱ با توجه به این‌که حجم طرف‌ها ثابت است، نتیجه می‌گیریم، فرایند هم‌حجم است. می‌دانیم در فرایند هم‌حجم گاز فقط با محیط گرما مبادله می‌کند و اندازه‌ی این گرما برابر با $Q_N = nC_V \Delta T$ است. با توجه به داده‌های سؤال، برای پاسخ لازم است دمای نهایی گازه‌ی A و B را به دست آوریم (برای حل فرض می‌کنیم، فشار هر گاز $K > 1$ برابر شده است).

$$\left. \begin{array}{l} V = \text{ثابت} \\ P = KP_1 \\ \frac{PV}{T} = nR = \text{ثابت} \end{array} \right\} \Rightarrow T = KT_1$$

جواب به دست آمده نشان می‌دهد، دمای نهایی هر دو گاز نیز K برابر شده است، بنابراین تغییر دمای دو گاز یکسان است.

$$\left. \begin{array}{l} T_A = T_B \\ T_A = T_B \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta T_A = \Delta T_B$$

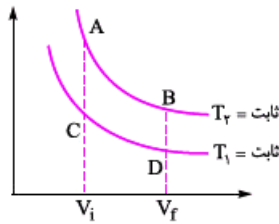
حالا که فهمیدیم تغییر دمای گاز A و B یکسان است، به راحتی نتیجه می‌گیریم، گرمای داده‌شده به گاز A بیشتر از گاز B است.

$$\left. \begin{array}{l} Q_V = nC_{MV} \Delta T \\ n_A > n_B \\ \Delta T_A = \Delta T_B \\ CV_A = CV_B \end{array} \right\} \Rightarrow Q_{VA} > Q_{VB}$$

نکته می‌دانیم در حجم ثابت، دمای گاز کامل متناسب با فشار آن است. با توجه به این‌که افزایش فشار در دو گاز یکسان است، می‌توانیم نتیجه بگیریم، افزایش دمای دو گاز نیز یکسان خواهد بود. از طرفی هر دو گاز تک‌اتمی‌اند، بنابراین باید به گازی که تعداد مول بیشتری دارد، گرمای بیشتری داده شود.

۱۵۴۱- گزینه ۳

نمودار (P-V) برای گاز کامل در دو دمای ثابت $T_2 > T_1$ ، مطابق شکل روبه‌رو است.



همان‌طور که در نمودار می‌بینیم، به ازای یک ΔV ، سطح زیر نمودار T_2 بیشتر از سطح زیر نمودار T_1 است. بنابراین در دمای T_2 ، گاز کار بیشتری با محیط نسبت به دمای T_1 مبادله می‌کند.

$$S_{ABV_f V_i} > S_{COV_f V_i} \xrightarrow{S=|W|} |W_2| > |W_1|$$

از طرف دیگر می‌دانیم برای گاز کامل در دمای ثابت، گرما و کار همواره مساوی و مختلف‌العلامت می‌باشند. بنابراین در دمای T_2 گاز گرمای بیشتری نیز با محیط مبادله می‌کند.

$$T = \text{ثابت} \Rightarrow \Delta T = 0 \xrightarrow{\text{گاز کامل}} \Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$$

$$|W_2| > |W_1| \Rightarrow |Q_2| > |Q_1|$$

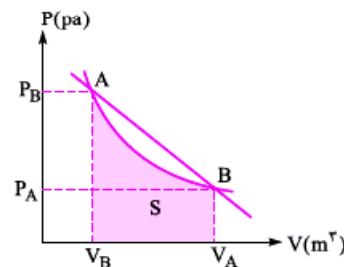
نکته دمای $T_2 > T_1$ است. بنابراین فشار متوسط در حالت دوم بزرگ‌تر از حالت اول خواهد بود. حالا اگر حجم گاز را در این دو دما به یک اندازه تغییر دهیم، در دمای T_2 باید کار بیشتری با محیط مبادله شود (به خاطر فشار متوسط بزرگ‌تر) و چون کار در دمای T_2 بیشتر از T_1 است، باید گرمای مبادله‌شده نیز بیشتر باشد تا دما ثابت بماند.

۱۵۴۲- گزینه ۲

می‌دانیم اندازه‌ی کاری که سیستم با محیط مبادله می‌کند، برابر با سطح هاشورخورده

شده در شکل زیر است. برای محاسبه‌ی کار باید سطح هاشورخورده شده را به دست آوریم. با توجه به این که نوع منحنی مشخص نیست، مساحت فوق را با تقریب محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه‌ی این سطح، از

مساحت دوزنقه $ABV_B V_A$ استفاده می‌کنیم. با توجه به شکل داریم:



$$|W| = S < S_{ABV_B V_A} \Rightarrow |W| < \frac{P_A + P_B}{2} (V_B - V_A)$$

همان‌طور که محاسبه کردیم، کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط کم‌تر از $\frac{P_A + P_B}{2} (V_B - V_A)$

است، بنابراین از مقدار $\frac{P_A + P_B}{2} (V_A + V_B)$ نیز کم‌تر خواهد بود، یعنی گزینه‌ی (۳) نیز غلط است.

گزینه‌ی (۴) تنها در یک حالت خاص می‌تواند درست باشد، می‌توانید آن را پیدا کنید!؟

۱۵۴۳- گزینه ۳

برای محاسبه‌ی کار مبادله‌شده بین سیستم و محیط، باید سطح زیر نمودار را پیدا کنیم. چون تابع نمودار را نداریم، سراغ قانون اول

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \quad (1)$$

ترمودینامیک می‌رویم.

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T$$

از طرفی برای گاز کامل تک‌اتمی داریم:

با جای‌گذاری ΔU در رابطه‌ی (۱)، کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز، به راحتی محاسبه می‌شود.

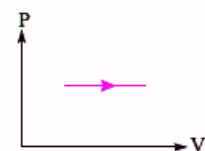
$$W = \frac{3}{2} nR \Delta T \Rightarrow W = \frac{3}{2} nR (T_B - T_A) \Rightarrow W = \frac{3}{2} nR \left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) \Rightarrow W = \frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A)$$

برای نوشتن رابطه‌ی فوق برحسب C_p یا C_v کافی است از مقادیر $C_p = \frac{5}{2} R$ و $C_v = \frac{3}{2} R$ استفاده کنیم.

$$W = \frac{C_v}{R} (P_B V_B - P_A V_A)$$

۱۵۴۴- گزینه ۴

برای افزایش دمای گاز به وسیله‌ی یک فرایند هم‌فشار، باید حجم آن را افزایش دهیم. یعنی قسمت اول نمودار مطابق شکل زیر است.



$$\left. \begin{array}{l} P = \text{ثابت} \\ T \uparrow \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{گاز کامل}} V \uparrow$$

برای آن که دمای گاز به وسیله‌ی فرایند بی‌دررو به حالت اول برگردد (کاهش پیدا کند)، باید انرژی درونی گاز کاهش پیدا کند، چون فرایند بی‌دررو است، نتیجه می‌گیریم محیط روی گاز کار منفی انجام داده است. در نتیجه حجم گاز دوباره افزایش پیدا می‌کند. بنابراین نمودار (P-V) برای فرایند بی‌دررو مطابق شکل مقابل است.



$$\Delta T < 0 \xrightarrow{\text{گاز کامل}} \Delta U < 0 \xrightarrow{Q=0} W < 0 \Rightarrow \Delta V > 0$$

حال اگر این دو فرایند را پشت سر هم انجام دهیم، نمودار (P-V) مطابق شکل گزینه‌ی (۴) خواهد بود.

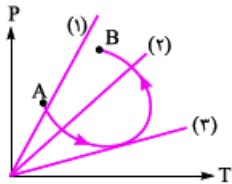
۱۵۴۵ - **گزینه ۲** فرایند (۳) هم‌دما است، بنابراین داریم:

از طرف دیگر برای کل چرخه می‌توانیم بنویسیم: $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 0 \xrightarrow{\Delta U_3=0} \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 = 0$

فرایند (۱) بی‌دررو و فرایند (۲) هم‌حجم است، بنابراین داریم: $Q_1 = 0$ و $W_2 = 0$ ، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم: $W_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow W_1 = -Q_2$
پاسخ تست گزینه‌ی (۲) است، ولی گزینه‌های دیگر را نیز بررسی می‌کنیم:

همان‌طور که در نمودار می‌بینیم، سطح زیر نمودار فرایند (۳)، بیشتر از سطح زیر نمودار فرایند (۱) است، بنابراین $W_3 > |W_1|$ است. همان‌طور که در بالا گفتیم $|W_1| = |Q_2|$ و $|W_3| = |Q_1|$ است، در نتیجه $|Q_3|$ نیز بزرگ‌تر از $|Q_2|$ خواهد بود، و همچنین $W_3 > Q_2$ و $|Q_3| > |Q_1|$ می‌باشد.

۱۵۴۶ - **گزینه ۲** همان‌طور که می‌دانید طبق رابطه‌ی $P = \frac{nR}{V}T$ در نمودار (P-T) فرایند هم‌حجم شیب نمودار با حجم رابطه‌ی عکس دارد. ابتدا مطابق شکل



مقابل چند فرایند هم‌حجم رسم می‌کنیم:

همان‌طور که می‌بینید در حرکت از A به سمت B ابتدا شیب خطوط فرایند هم‌حجم کاهش و سپس افزایش می‌یابد. از آن‌جایی که شیب خط با حجم گاز رابطه‌ی عکس دارد، می‌توان نتیجه گرفت که از A به B حجم گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

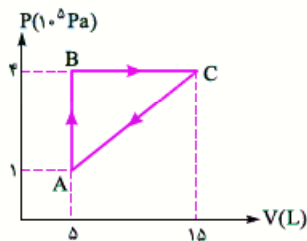
۱۵۴۷ - **گزینه ۲** فرایندهای AB و CD هم‌حجم بوده و کار انجام‌شده در آن‌ها صفر است. بنابراین کافی است، کار انجام‌شده در فرایندهای BC و DA را به دست آوریم. با توجه به نمودار، این فرایندها هم‌فشار می‌باشند و کار انجام‌شده در این فرایندها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W_{BC} = -P\Delta V = -nR\Delta T_{BC} = -1(8)(1800 - 600) = -9600 \text{ J}$$

$$W_{DA} = -P\Delta V = -nR\Delta T_{DA} = -1(8)(300 - 900) = 4800$$

$$W_T = W_{BC} + W_{DA} = -9600 + 4800 = -4800 \text{ J} \Rightarrow |W_T| = 4800 \text{ J}$$

۱۵۴۸ - **گزینه ۲** گام یکم، به کمک مساحت داخل چرخه اندازه‌ی کار انجام‌شده در این چرخه را به دست می‌آوریم:



$$|W| = S = \frac{1}{2}(10 \times 10^{-3})(4 \times 10^5) = 1500 \text{ J}$$

گام دوم، در فرایندهای AB و BC گاز گرما گرفته است. بنابراین برای محاسبه‌ی Q_H کافی است، مجموع گرمای مبادله‌شده در این دو فرایند را به دست آوریم:

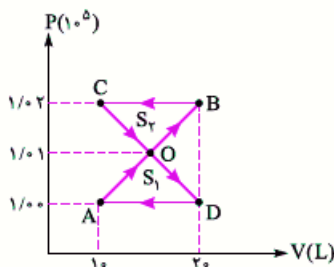
$$Q_{AB} = nC_V\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}V\Delta P = \frac{3}{2}(5 \times 10^{-3})(4 \times 10^5) = 2250 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = nC_P\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}P\Delta V = \frac{5}{2}(4 \times 10^5)(10 \times 10^{-3}) = 10000 \text{ J}$$

$$Q_H = Q_{AB} + Q_{BC} = 2250 + 10000 = 12250 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{1500}{12250} = 12\%$$

گام آخر،



۱۵۴۹ - **گزینه ۳** گام یکم، به کمک مساحت داخل چرخه اندازه‌ی کار انجام‌شده در این چرخه را

به دست می‌آوریم. می‌توانیم چرخه‌ی مورد نظر را به چرخه‌ی کوچک‌تر ODAO و OBCO تقسیم کنیم. مساحت داخل این دو چرخه با یکدیگر برابر است. اما یکی ساعتگرد و دیگری پادساعتگرد است.

$$\text{ODAO} \Rightarrow W_1 = -S$$

بنابراین داریم:

$$\text{OBCO} \Rightarrow W_2 = S$$

$$W_T = W_1 + W_2 = -S + S = 0$$

گام دوم، همان‌طور که می‌دانید در چرخه‌ها گرمای مبادله‌شده برابر قرینه‌ی کار انجام‌شده است. بنابراین

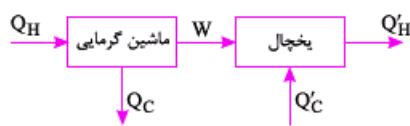
$$Q_T = -W_T = 0$$

داریم:

۱۵۵۰ - **گزینه ۱** این هم به عنوان زنگ تفریح!

$$Q = nC_P\Delta T = \frac{C_P}{R}P\Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{QR}{C_P P}$$

گزینه ۲ - ۱۵۵۱



گام یکم، ابتدا به شکل زیر دقت کنید تا طرز کار این دستگاه را بهتر درک کنید. گام دوم، فرض کنید گرمای داده شده به ماشین گرمایی کارنو برابر x باشد ($Q_H = x$). از طرف دیگر

می‌دانید که در ماشین کارنو رابطه‌ی $\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H}$ برقرار است. بنابراین داریم:

$$\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H} \quad Q_H = x \rightarrow \frac{Q_C}{x} = \frac{200}{400} \Rightarrow Q_C = \frac{x}{2}$$

$$W = Q_H - Q_C = x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$$

گام سوم، کار تولیدشده توسط ماشین گرمایی به یخچال داده می‌شود. بدین ترتیب به کمک رابطه‌ی بازده داریم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow 1 - \frac{250}{300} = \frac{W}{Q'_H} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{\frac{x}{2}}{Q'_H} \Rightarrow Q'_H = 3x$$

$$Q'_C = Q'_H - W = 3x - \frac{x}{2} = \frac{5x}{2}$$

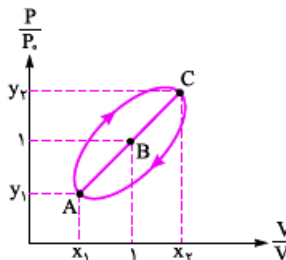
$$\frac{Q_C}{Q'_C} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{5x}{2}} = \frac{1}{5}$$

گام آخر،

گزینه ۲ - ۱۵۵۲

گام یکم، قبل از شروع به حل می‌خواهیم کمی راجع به صورت سؤال با یکدیگر صحبت کنیم.

طراح محترم، محورهای مختصات را با $\frac{V}{V_0}$ و $\frac{P}{P_0}$ مشخص کرده است. V_0 و P_0 دو عدد ثابت می‌باشند. هدف طراح از این انتخاب یکسان کردن مقیاس محور افقی و قائم است تا شکل مورد نظر به صورت بیضی دربیاید. البته این مسأله تأثیر چندانی در حل سؤال ندارد.



گام دوم، می‌خواهیم مقادیر x_1 و x_2 را به دست آوریم: $OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ، $BC = AB = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$OA = OB - AB = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{OA}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

$$OC = OB + BC = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{OC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3$$

گام سوم، همان‌طور که می‌دانید طبق رابطه‌ی $PV = nRT$ دما با حاصل‌ضرب حجم و فشار، رابطه‌ی مستقیم دارد. بنابراین گاز در نقطه‌ی C بیشترین دما و در

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_A}{T_C} = 1 - \frac{\left(\frac{P}{P_0}\right)_A \left(\frac{V}{V_0}\right)_A}{\left(\frac{P}{P_0}\right)_C \left(\frac{V}{V_0}\right)_C} = 1 - \frac{x_1 y_1}{x_2 y_2} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}{3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{1}{9} \Rightarrow \eta = 11\%$$

نقطه‌ی A کم‌ترین دما را دارد و داریم:

فصل ششم
ترمودینامیک