کنترل خطی

استاد : جناب آقای مهندس اصفهانیان

رشته : مکاترونیک

دانشگاه : آزاد اسلامی واحد کاشان

تهیه و تنظیم : ابراهیم شهنازی

پاییز 1392

جلسه اول

۱

جلسه اول — کنترل خطی — ۹۲/۷/۴

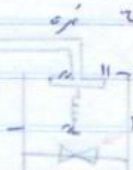
کتاب مهندسی کنترل - نویسنده: اوگاتا

سرفصل:

۱. مقدمه‌ای بر کنترل
۲. تبدیل لاپلاس
۳. مدل‌سازی ریاضی سیستم‌ها
۴. پاسخ حالت گذرا
۵. مکان هندسی ریشه‌ها
۶. تحلیل پاسخ فرکانسی

بارم‌بندی:

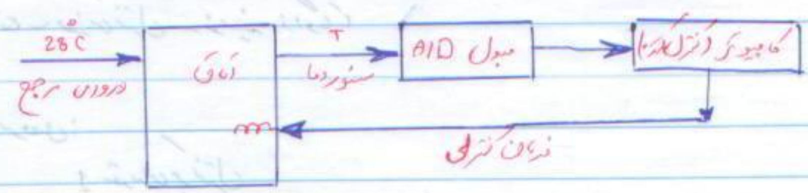
میان ترم: ۷ نمره
پایان ترم: ۱۱-۱۲ نمره
پروژه: ۲



پروژه:

تحلیل مدارات بوسیله نرم‌افزار Matlab

سیستم کنترل دمای یک اتاق :



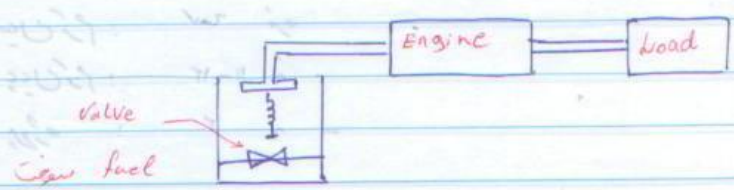
system : مکانیزمی که قرار است کنترل شود. (دمای اتاق)

input : ورودی - سیگنالی که به سیستم وارد می شود تا آن را کنترل کند (دمای مرجع)

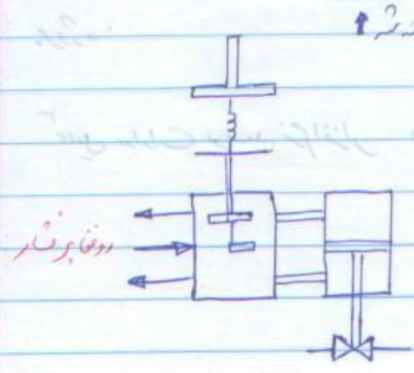
output : خروجی - پارامتری که کنترل می شود.

سیگنال اغتشاش ، disturbance :

یک نوع ورودی می باشد - سیگنال مزاحمی که تعادل سیستم کنترلی را بر هم می زند



اولین کنترل کننده در قرن ۱۸ توسط white ساخته شد



انواع سیستم‌های کنترلی :

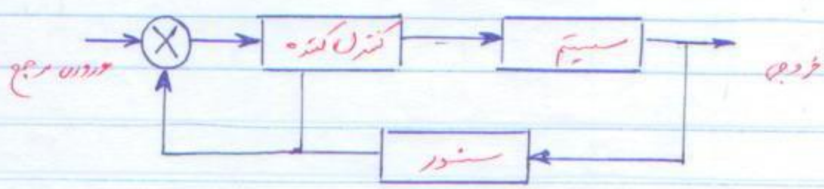
1 سیستم کنترل حلقه باز (olcs) open loop Control system

2 سیستم کنترل حلقه بسته (clcs) close loop Control system

1 سیستم کنترل حلقه باز :

مانند ماشین لباسشویی - چراغ راهنمایی

2 سیستم کنترل حلقه بسته :



92-118474

4

$$\frac{123.9\,s^2 + 495.5\,s + 6565}{s^4 + 4s^3 - 154\,s^2 + 316\,s + 6565}$$

5

اپراتور لاپلاس (L) :

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = f(x)$$

$$\mathcal{L} \rightarrow s^2 y + 3sy + 2y = F \Rightarrow y(s^2 + 3s + 2) = F$$

$$\Rightarrow y = \frac{F}{s^2+3s+2}$$ لاپلاس معکوس

لاپلاس حوزه زمان (t) را به حوزه متغیر مختلط (s) تبدیل می‌کند.

$$y' = \frac{dy}{dt}$$

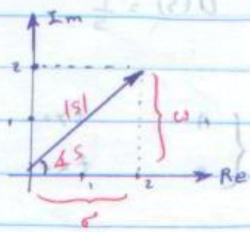
$s = \sigma + \omega j$ متغیر مختلط $\qquad j = \sqrt{-1}$

$Re(s) = \sigma$ قسمت حقیقی

$Im(s) = \omega$ قسمت موهومی

مثال:

$$s = 2 + 3j$$



$|s| = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$ اندازه

$\angle s = \tan^{-1}\frac{\omega}{\sigma}$ زاویه

6

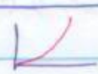
$$L\{f(t)\} = F(s)$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt$$

$$f(t) = A e^{-\alpha t} \rightarrow F(s) = \int_0^{\infty} A e^{-\alpha t} e^{-st}\, dt = A\int_0^{\infty} e^{-(s+\alpha)t}\, dt$$

$$= \frac{-A}{s+\alpha} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{-A}{s+\alpha}(0-1) = \frac{A}{s+\alpha}$$

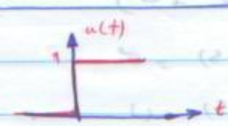
$$\boxed{e^{-t} = \frac{1}{e^t}}$$



$$\boxed{f(t) = A e^{-\alpha t} \overset{L}{\Rightarrow} \frac{A}{s+\alpha}}$$

تابع پله واحد :

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



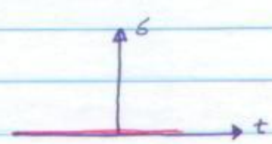
$$\xrightarrow{L} U(s) = \frac{1}{s}$$

$$u(t) = \begin{cases} A & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \xrightarrow{L} U(s) = \frac{A}{s}$$

تابع ضربه : impulse

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} u(t)$$

$$\xrightarrow{L} \Delta(s) = 1$$



7

$$f(t)=\sin\omega t \xrightarrow{L} F(s)=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$f(t)=\cos\omega t \xrightarrow{L} F(s)=\frac{s}{s^2+\omega^2}$$

$$f(t)=t^n \xrightarrow{L} F(s)=\frac{n!}{s^{n+1}}$$

قضیه اول انتقال:

$$L\left\{e^{-at}f(t)\right\}=F(s+a) \Rightarrow L^{-1}\left\{F(s+a)\right\}=e^{-at}f(t)$$

در لاپلاس ضرب و تقسیم را نمی‌توان برای آن عبارت‌ها جدا نمود ولی جمع و تفریق را می‌توان:

مثال/ $L\left\{e^{-3t}\sin 5t\right\}=\dfrac{5}{(s+3)^2+25}$

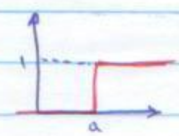
مثال/ $L^{-1}\left\{\dfrac{s+10}{(s+4)^2+36}\right\}=L^{-1}\left\{\dfrac{s+4}{(s+4)^2+36}+\dfrac{6}{(s+4)^2+36}\right\}$

$$=e^{-4t}(\cos 6t+\sin 6t)$$

چون تابع دیگر در کسر با عدد 4 جمع شده پس e^{-4t} را ابتدا می‌نویسیم و 4 را حذف می‌کنیم.

تابع پله واحد

$$u(t-a)=\begin{cases}1 & t>a\\ 0 & t<a\end{cases}$$



8

قضیه دوم انتقال:

$$L\{u(t-a)\,f(t)\} = e^{-as}\,L\{f(t+a)\}$$

قضیه لاپلاس مشتق:

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$

$$L\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$$

$$\vdots$$

مرتبه مشتق

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

مرتبه مشتق

قضیه مقدار نهایی:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

مثال:

$$F(s) = \frac{1}{s(s+1)} \rightarrow \lim_{t\to\infty} f(t) = ?$$

$$\Rightarrow \lim_{s\to 0} \frac{\cancel{s}}{\cancel{s}(s+1)} = 1$$

قضیه مقدار اولیه:

$$\lim_{s\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$$

(9)

لاپلاس معکوس :

۱- روش تجزیه کسرها

$$F(S)=\frac{B(S)}{A(S)}=\frac{K(S+Z_1)(S+Z_2)\cdots(S+Z_m)}{(S+P_1)(S+P_2)\cdots(S+P_n)} \qquad n>m$$

مثال)

$$\frac{1}{s^2+s}=\frac{1}{s(s+1)}$$

$$\frac{1}{(s^2+3s-4)}=\frac{1}{(s+4)(s-1)}$$

$F(S)=$

وقتی کسر تجزیه می‌شود ۳ حالت پیش می‌آید

$\boxed{\text{حالت اول}}$ ریشه‌های مخرج کسر به صورت حقیقی و متمایز باشند. (ریشه‌های حقیقی، متمایز یا هیچ‌کدام تکراری نباشند)

f(s) را در مخرج ضرب و به جای s ریشه مخرج قرار بده.

$$F(S)=\frac{a_1}{s+P_1}+\frac{a_2}{s+P_2}+\cdots+\frac{a_n}{s+P_n}$$

$$\xrightarrow[\text{ضرب در مخرج کسر اول}]{\times(S+P_1)}\ \frac{K(S+Z_1)\cdots(S+Z_m)}{(S+P_2)\cdots(S+P_n)}=a_1+\frac{a_2\cancel{(S+P_1)}}{\cancel{S+P_2}}+\cdots+\frac{a_n(S+P_1)}{S+P_n}\Bigg|_{S=-P_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1}$$

$$\boxed{a_K=\left[(S+P_K)\frac{B(S)}{A(S)}\right]_{S=-P_K}}$$

مثال ۲) لاپلاس معکوس تابع روبرو را بدست آورید.

$$F(s) = \frac{2s+12}{s(s^2+2s+5)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= \frac{a_1}{s} + \frac{a_2 s + a_3}{s^2+2s+5}$$

s_1 ریشه $\Rightarrow a_1 = \left.\frac{2s+12}{s^2+2s+5}\right|_{s=0} \Rightarrow a_1 = \frac{12}{5}$

$$\xrightarrow{\times(s^2+2s+5)} \quad \frac{2s+12}{s} = \frac{12}{5}\,\frac{(s^2+2s+5)}{s} + a_2 s + a_3$$

* از هر عددی بخواهیم می‌شود به‌عنوان عدد دلخواه قرار داد

$$\begin{array}{l} s=1 \rightarrow \\ s=-1 \rightarrow \end{array} \begin{cases} 14 = \frac{96}{5} + a_2 + a_3 & \text{(I)} \\ -10 = \frac{-48}{5} - a_2 + a_3 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$4 = \frac{48}{5} + 2a_3 \Rightarrow 2a_3 = \frac{-28}{5} \Rightarrow \boxed{a_3 = \frac{-14}{5}}$$

جایگذاری مقدار a_3 در (I) $\Rightarrow 14 = \frac{96}{5} + a_2 - \frac{14}{5} \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{-12}{5}}$