

که گویا و بینا کند خاک را
ندانم چه ای آنچه هستی تویی
حکیم ابوالقاسم فردوسی

ستایش کنم ایزد پاک را
جهان را بلندی و پستی تویی

آزمون تئوری چهارم (نظریه گراف) - دسته دوم

پنجشنبه 16 آبان 1392 - 2 ساعت

(15 نمره)

پرسش نخست: قطر

فاصله بین دو راس: به طول کوتاه ترین مسیر بین دو راس فاصله بین آن دو راس میگویند.
قطر گراف: به بیشترین فاصله بین دو راس دلخواه از گراف میگویند.
فرض کنید G یک گراف با قطر بزرگتر 3 است، ثابت کنید قطر مکمل G حداکثر 2 است.

(20 نمره)

پرسش نخست: تساوی درجه‌ای

ثابت کنید در هر گراف با حداقل 2 راس، دو راس u و v با درجه‌ی برابر وجود دارد.

(25 نمره)

پرسش سوم: پوشش دایره‌ای

یک پوشش دایره‌ای از گراف دلخواه G ، زیر مجموعه‌ی A از دورهای G است به طوری که به ازای هر یال از G حداقل یک دور در مجموعه‌ی A وجود داشته باشد که آن را می‌پوشاند.
به یک پوشش دایره‌ای B از G به طوری که به ازای هر یال از G دقیقاً k دور در B وجود داشته باشد که شامل آن می‌شود، پوشش دایره‌ای k -زیبا می‌گوییم.
به یک پوشش دایره‌ای C از G به طوری که به ازای هر یال از G حداکثر k دور در C وجود داشته باشد که شامل آن می‌شود، پوشش دایره‌ای k -جالب می‌گوییم.
الف) شرط لازم کافی برای G پیدا کنید که پوشش دایره‌ای داشته باشد. (5 نمره)
ب) شرط لازم و کافی برای G پیدا کنید که پوشش دایره‌ای 1-زیبا داشته باشد. (20 نمره)

(40 نمره)

پرسش چهارم: زیردرخت

یکریختی: دو گراف H و G یکریخت اند اگر و فقط اگر تابعی یک به یک و پوشا به صورت $f: V(G) \rightarrow V(H)$ بین مجموعه رئوس دو گراف G و H وجود داشته باشد به طوری که به ازای هر یال بین u و v در G یک یال بین $f(u)$ و $f(v)$ در H وجود داشته باشد و برعکس. (مثالی از دو گراف یک ریخت در شکل پایین)
 T درختی دلخواه با $k+1$ راس است. ثابت کنید اگر G گراف ساده‌ای باشد که کوچکترین درجه‌ی آن بزرگتر یا مساوی k باشد، G دارای یک زیرگراف یکریخت T است.

An isomorphism between G and H	Graph H	Graph G
$f(a) = 1$ $f(b) = 6$ $f(c) = 8$ $f(d) = 3$ $f(g) = 5$ $f(h) = 2$ $f(i) = 4$ $f(j) = 7$		