

به نام خداوند جان و خرد

آزمون چهارم شاز

وقت آزمون ۵ ساعت

### سوال اول : تزئینات تولد ممدجواد \_\_\_\_\_ ۳۰ امتیاز

پارسال هم مانند امسال در یک همچنین روزی تولد ممدجواد بود که با هزار یک بدبختی تمام شد. امسال هم چنین روزی دارد فرا میرسد و بچه های نفرین شده شازرز امسال باید بهترین تولد ممکن را برگزار کنند. اولین کاری که باید بکنند چراغانی کردن مکان تولد است. از آنجا که ممدجواد به دور علاقه مند است بچه های شاز تصمیم گرفتند n چراغ رو دور یک دایره بگذارند. اما از آنجا که مسؤولیت بستن چراغ ها دوباره با مهرداد بود هیچ چراغی سالم بسته نشده بود بعضی از چراغ ها روشن بودند و بعضی از چراغ ها هنوز خاموش بودند. اما ممد جواد از بی نظمی متنفر است و نمیتواند ببیند چراغ های تولدش خاموشند. هر چراغ یک کلید دارد و با زدن کلید یک چراغ خود آن چراغ و دو چراغ مجاورش تغییر وضعیت میدهند(چراغی که تغییر وضعیت میدهد اگر خاموش باشد روشن میشود و برعکس). شما باید ثابت کنید روشی وجود دارد تا همه چراغ ها روشن شوند و مهرداد را از بلایی که قرار است سرش بیاید نجات دهید (...):

### سوال دوم : تفریحات تولد ممدجواد \_\_\_\_\_ ۳۰ امتیاز

ممد جواد علاقه زیادی به الاف کردن آدم ها دارد اما میخواهد این کار را طوری انجام دهد که هیچ کدام از آنها متوجه نشوند پس به امیر محسن دستور میدهد که ۱۶ آدم فراهم کنند و هر آدم الکی مراقب تعدادی آدم باشد. اما اگر دو نفر همزمان مراقب کار هم باشند به شک میفتند و میفهمند که الاف شده اند در نتیجه هیچ دو نفری نباید وجود داشته باشند که هم اولی مراقب دومی باشد هم برعکس. ممد جواد میگوید این ۱۶ نفر را طوری طراحی کن که به ازای هر ۱۱ نفر بتوان این ۱۱ نفر را طوری در یک صف قرار داد که نفر اول مراقب نفر دوم باشد و نفر دوم مراقب نفر سوم باشد و نفر سوم مراقب نفر چهارم باشد و ... و نفر یازدهم مراقب نفر اول باشد (یک دور از مراقبت ها وجود داشته باشد). امیر محسن پس از انجام این کار در حال خواندن گزارش بود و میگفت : همانطور که گفته بودید ۱۶ نفر فراهم کردم که بعضی مراقب همدیگرنند اما هیچ دو نفری همزمان مراقب هم نیستند. حتی کاری کردم که هر ۱۰ نفری را که در نظر بگیریم بتوان این ۱۰ نفر را طوری دور دایره کشید که هر کسی مراقب نفر بعدیش باشد. در این لحظه امیر محسن خاموش میشود و میفهمد که در محاسباتش اشتباه کرده و به جای ۱۱ از ۱۰ استفاده کرده. ممدجواد که از به این اشتباه امیر محسن میخندید گفت اشکالی ندارد اگر بتوانی ثابت کنی که اگر هر ده نفر این خاصیت را داشته باشند (میتوان دور یک دایره گذاشتشان که هر نفر مراقب نفر بعدی باشد) هر ۱۱ نفر هم چنین خاصیتی دارند زنده میمانی. امیر محسن که به شدت ترسیده بود نمیدانست چه کند حال شما نشان دهید که امیر محسن در هر شرایط در این تولد زنده میماند.

### سوال سوم : هدیه تولد ممدجواد \_\_\_\_\_ ۴۰ امتیاز

و در این قسمت به سخت ترین قسمت تولد فرا میرسیم. ممدجواد مثل هر سال برای تولد خود یک گراف سفارش میدهد. این بار ممدجواد برای تولدش یک درخت سفارش داده. محمدامین که مسؤولیت ساختن این درخت را داشت با کنار هم گذاشتن ۹۹۹ لوله یک درخت ۱۰۰۰ راسی ساخت(هر لوله نقش یک یال را دارد و لوله هایی که مجاور یک راس هستند به هم راه دارند). در گزارشی که محمد امین تهیه کرده بود مشخص شد که سوسکی در جایی از درخت وجود دارد. ممدجواد که از سوسک متنفر است به سرعت دستور میدهد که سوسک را پیدا کنند و بکشند. محمدامین که نتوانست سوسک را

پیدا کند رباطی طراحی کرد که طبق یک دستورالعمل اولیه داخل لوله ها حرکت میکند. برای مثال به این رباط یک دنباله مانند  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$  داده میشود که هر کدام از اعداد این دنباله شماره یک راس هستند (تکراری هم ممکن است باشند) و هر دو راس متوالی در دنباله توسط لوله ای به هم وصلند و یا یکی اند. رباط شروع میکند وارد راس اول دنباله میشود و یکی یکی لوله ها را میپیماید تا به راس آخر برسد اگر دو راس متوالی یکی بودند رباط یک ثانیه در جای خود می ایستد. زمان پیمودن یک لوله برای یک رباط یک ثانیه است (برای مثال اگر دنباله ورودی  $1, 2, 2, 1, 2, 1$  باشد رباط در ابتدا وارد راس دو میشود سپس به راس یک میرود و سپس به راس دو برمیگردد. آن گاه یک ثانیه در جای خود صبر میکند و دوباره به راس یک میرود). اگر یک رباط از روی یک سوسک رد شود سوسک میمیرد. دو رباط میتوانند از کنار هم رد شوند یا باهم یک کاری را انجام دهند. محمد امین برای این کار ۶ رباط ساخته. مشکل اساسی اینجاست که وضعیت سوسک نا مشخص است و ما نمیدانیم سوسک کجاست و یا چه سرعتی دارد. کاری که باید بکنیم این است که با توجه به وضعیت درخت دنباله ای به هر رباط بدهیم که هر کاری که سوسک انجام میدهد یکی از رباط ها به سوسک برسد. شما ثابت کنید که یک همچنین دنباله هایی به ازای هر درخت هزار راسی وجود دارد.