



تهیه و تنظیم:

بهاره صادقی

درک عمومی ریاضی و فیزیک

سراسری ۹۱

۱۳۱- گزینه‌ی «۴»

عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع ارقامش بر ۹ بخش پذیر باشد. اگر عدد مورد نظر را ۱۱۱۱۱۱۱۱ در نظر بگیریم، داریم:

$$111111111 \div 9 = 12345679$$

$$\text{مجموع ارقام} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9 = 37$$

۱۳۲- گزینه‌ی «۳»

$$10 \times 0.7 + 15 \times 0.12 = x \times (10 + 15)$$

$$0.7 + 1/8 = x \times 25$$

$$2/5 = x \times 25 \Rightarrow x = 2\%$$

۱۳۳- گزینه‌ی «۱»

$$(a+1)^2 = a^2 + 469$$

$$2a^2 + 2a + 1 = 469$$

$$2(a^2 + a) = 468 \Rightarrow a^2 + a = 234$$

$$\Rightarrow a(a+1) = 234 = 12 \times 19 \Rightarrow a = 12$$

$$\Rightarrow 2 - 1 = 1$$

۱۳۴- گزینه‌ی «۳»

$$x = \text{سن دانش آموز} \quad y = \text{سن پدر}$$

$$\begin{cases} 4(x-4) = y-4 \\ (x+14) = \frac{1}{4}(y+14) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-16 = y-4 \\ 2x+28 = y+14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-y = 12 \\ 2x-y = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-y = 12 \\ -2x+y = 14 \end{cases}$$

$$2x = 26 \Rightarrow x = 13$$

۱۳۵- گزینه‌ی «۲»

$$\left| \text{زاویه‌ی بین عقربه‌های ساعت} - \frac{11}{2} \times \text{دقیقه} - 30 \times \text{ساعت} \right|$$

اگر دو عقربه بر هم منطبق باشند، یعنی زاویه‌ی بین آن‌ها صفر است و اگر دو عقربه با هم در یک راستا باشند، یعنی زاویه‌ی بین آن‌ها برابر 180° است.

$$\left| 30h - \frac{11}{2}m \right| = 0$$

$$\left| 30h - \frac{11}{2} \left(m + 22 + \frac{x}{60} \right) \right| = 180$$

$$\left| 3 \cdot h - \frac{11}{2}m - \frac{11}{2} \times 32 - \frac{11}{2} \times \frac{x}{60} \right| = 180$$

$$\Rightarrow 11 \times 16 + \frac{11x}{120} = 180 \Rightarrow \frac{11x}{120} = 4 \Rightarrow x = 48$$

۱۳۶- گزینه‌ی «۱»

$$\frac{1}{3+a} + \frac{1}{5+a} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{3+a} + \frac{1}{5+a} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{8+2a}{(3+a)(5+a)} = \frac{1}{4} \Rightarrow 15+a^2+8a=16+4a$$

$$\Rightarrow a^2+4a-1=0$$

$$\Delta = 16+4=20$$

$$a = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -2 + \sqrt{5} \\ a_2 = -2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

۱۳۷- گزینه‌ی «۳»

بدون این که خللی به سؤال وارد شود، فرض می‌کنیم $a < b$ است.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 510$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 510$$

$$\Rightarrow 2ab = 510 \Rightarrow ab = 255 = 3 \times 5 \times 17 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \Rightarrow b=85 \Rightarrow a+b=88 \\ a=15 \Rightarrow b=17 \Rightarrow a+b=32 \\ a=5 \Rightarrow b=51 \Rightarrow a+b=56 \end{cases}$$

۱۳۸- گزینه‌ی «۲»

$$x = vt$$

$$t_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{0.7x}{80}$$

$$t_2 = \frac{x}{v_2} = \frac{0.3x}{60}$$

$$t_{\text{کل}} = \frac{0.7x}{80} + \frac{0.3x}{60} = \frac{2/1x + 1/2x}{240} = \frac{3/3x}{240} = \frac{1/1x}{80} = \frac{11x}{800}$$

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{x}{\frac{11x}{800}} = \frac{800}{11} = 72\frac{8}{11}$$

۱۳۹- گزینه‌ی «۴»

$$\begin{array}{r} a \ 381 \mid 17 \\ - \quad 51 \quad 493 \\ \hline a \ 33 \\ - \quad 153 \\ \hline a - 28 \\ 6 \quad 8 \\ \hline a - 8 \end{array}$$

سؤال را از آخرین رقم (یعنی رقم یکان) به اولین رقم (یعنی رقم صدگان)

حل می‌کنیم.

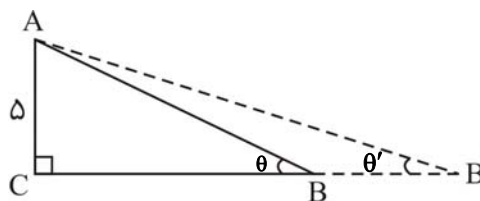
$$\Rightarrow a - 8 = 0 \Rightarrow a = 8 \text{ و عدد مورد نظر } = 8381$$

۱۴۰- گزینه‌ی «۱»

$$\tan \theta = \frac{AC}{BC} = 0/125 \Rightarrow BC = \frac{5}{0/125} = 40$$

$$\tan \theta' = \frac{AC}{B'C} = 0/08 \Rightarrow B'C = \frac{5}{0/08} = 62/5$$

$$B'C - BC = 62/5 - 40 = 22/5$$



۱۴۱- گزینه‌ی «۴»

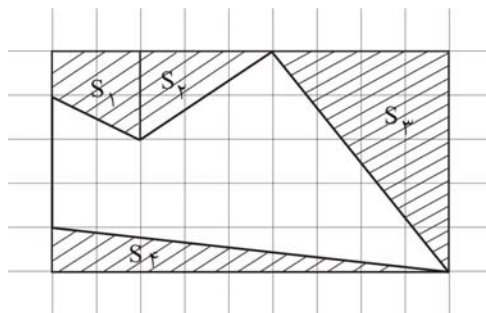
برای به‌دست آوردن مساحت شکل باید مساحت قسمت‌های هاشورخورده را از مساحت سطح شطرنجی کم کنیم.

$$S_1 = \left(\frac{1+2}{2} \times 2 \right) = 3$$

$$S_2 = \left(\frac{2 \times 3}{2} \right) = 3$$

$$S_3 = \frac{4 \times 5}{2} = 10$$

$$S_4 = \frac{1 \times 9}{2} = \frac{9}{2}$$

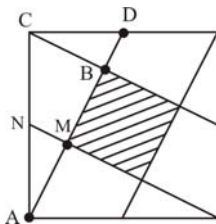


$$S = (9 \times 5) - \left(3 + 3 + 10 + \frac{9}{2} \right) = 45 - 20/5 = 24/5$$

۱۴۲- گزینه‌ی «۲»

در مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ است. بنابراین طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} = \frac{1}{1} \Rightarrow AM = MB$$



بنابراین اگر مثلث AMN را کنار چهارضلعی $BCNM$ قرار دهیم، یک مربع برابر مربع هاشورخورده خواهیم داشت. در اطراف مربع هاشورخورده سه مثلث دیگر هم‌نهشت با مثلث ABC داریم که شرایط مشابه دارند. بنابراین مربع بزرگ را می‌توانیم به ۵ مربع کوچک تقسیم کنیم که یکی از آن‌ها هاشورخورده. بنابراین

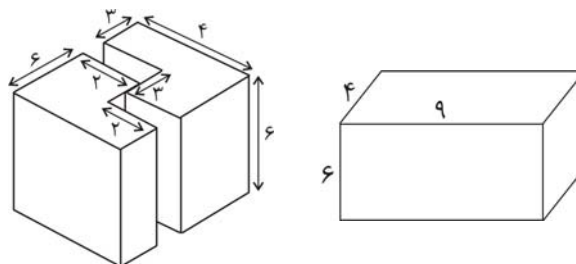
سطح هاشورخورده برابر خواهد بود با $\frac{1}{5}$ سطح مربع بزرگ.

۱۴۳- گزینه‌ی «۲»

$$\text{حجم مکعب مستطیل} = 4 \times 6 \times 9 = 216$$

$$(\text{مساحت مستطیل با طول ۶ و عرض ۳}) + (\text{مساحت مستطیل با طول ۶ و عرض ۲}) = 2 \times (2 \times 6) + 3 \times 6 = 42$$

$$\text{مساحت قسمت برش‌خورده} = 2(2 \times 6) + 3 \times 6 = 42$$



۱۴۴- گزینه‌ی «۱»

در صورت سؤال باید ذکر می‌شد که $\hat{A}$ قائمه است. بنابراین با این فرض سؤال را حل کرده‌ایم:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = BC^2 \Rightarrow 25 = BC^2 \Rightarrow BC = 5$$

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{AH \times 5}{2}$$

$$\Rightarrow AH = 2/5$$

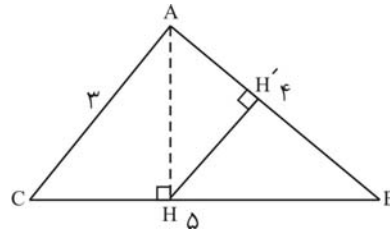
$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

$$\Rightarrow 4^2 = (2/5)^2 + HB^2$$

$$\Rightarrow HB^2 = 16 - 4/25 = 10/25 \Rightarrow HB = 2/5$$

$$S_{AHB} = \frac{AH \times HB}{2} = \frac{HH' \times AB}{2}$$

$$S_{AHB} = \frac{2/5 \times 2/5}{2} = \frac{x \times 4}{2} \Rightarrow x = \frac{2/5 \times 2/5}{4} = 1/92$$



۱۴۵- گزینه‌ی «۲»

$$BP^2 = PA \times PT$$

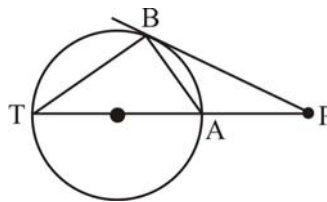
$$36 = 4 \times PT$$

$$\Rightarrow PT = 9 \Rightarrow AT = 5$$

$$S_{ABT} = \frac{5 \times h}{2}$$

$$S_{PAB} = \frac{4 \times h}{2}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{PAB}} = \frac{5 \times h}{4 \times h} = \frac{5}{4} = 1/25$$



۱۴۶- گزینه‌ی «۱»

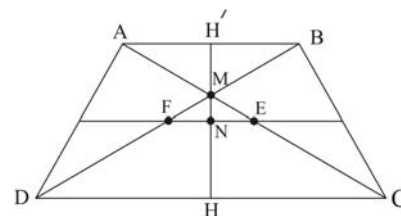
$$AB = a \text{ و } DC = 2a$$

$$MN = \frac{AB - DC}{2} = \frac{2a - a}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\triangle MFE \approx \triangle ABM \Rightarrow \frac{MB}{FM} = \frac{AM}{ME} = \frac{AB}{EF} = \frac{MH'}{MN} = 2 \Rightarrow MH' = 2MN$$

$$\frac{MN}{MH} = \frac{1}{4} \Rightarrow MH = 4MN$$

$$\frac{MN}{MH + MH'} = \frac{MN}{4MN + 2MN} = \frac{MN}{6MN} = \frac{1}{6}$$



۱۴۷- گزینه‌ی «۳»

اگر با دقت به شکل نگاه کنید، دو دایره‌ی ۵ قطعه‌ای و ۴ شکل که قسمتی از دایره با سه قطعه می‌باشند و یک شکل که قسمتی از دایره با دو قطعه می‌باشد خواهید دید. پس در مجموع ۲۴ قطعه‌ی یکسان وجود خواهد داشت.

$$2 \times 5 + 4 \times 3 + 2 = 24$$

۱۴۸- گزینه‌ی «۴»

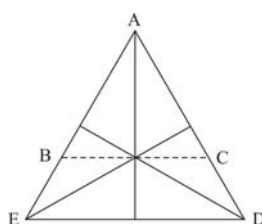
شکل داده شده فاقد محور تقارن و دارای مرکز تقارن است.

۱۴۹- گزینه‌ی «۳»

$$S_{ABC} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{9}$$

$$S_{BCDE} = \left(\frac{2}{3} + 1\right) \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BCDE}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{18}} = \frac{4}{5}$$



۱۵۰- گزینه‌ی «۱»

$$\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

۱۵۱- گزینه‌ی «۴»

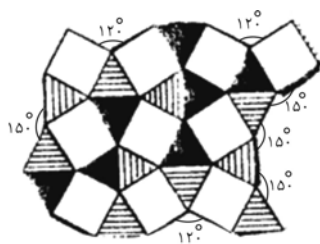
اگر شعاع دایره‌ی بزرگ را r فرض کنیم، شعاع دایره‌ی کوچک (برابر ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به طول

ضلع r) خواهد بود. بنابراین نسبت مساحت‌های این دو دایره برابر است با:

$$\frac{\pi \left(\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$



۱۵۲- گزینه‌ی «۳»



با دقت در شکل و دانستن این نکته که اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی مربع برابر 90° و هر زاویه‌ی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع برابر 60° است و با توجه به محیط داده شده، طول ضلع مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع با هم برابر است، می‌توانید ۴ زاویه‌ی 150° در بیرون شکل پیدا کنید.

۱۵۳- گزینه‌ی «۲»

هر شش ضلعی منتظم می‌تواند از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شود. ۱۸ مثلث متساوی‌الاضلاع در شکل مشاهده می‌شود که تشکیل ۳ شش ضلعی منتظم می‌دهند و دو شش ضلعی منتظم هم که در شکل داریم، بنابراین در مجموع ۵ شش ضلعی منتظم می‌توانیم بسازیم.

۱۵۴- گزینه‌ی «۴»

از این سه خط هیچ صفحه‌ای را نمی‌توان عبور داد.

۱۵۵- گزینه‌ی «۴»

شکل داده شده، یک چهارده وجهی است که به سادگی می‌توانید تعداد وجوه آن را بشمارید.

۱۵۶- گزینه‌ی «۴»

با گرم شدن جسم، انرژی درونی آن بالا می‌رود و انبساط، ناشی از بالا رفتن انرژی درونی جسم است و عکس این موضوع صادق نیست.

۱۵۷- گزینه‌ی «۳»

سطح آب مقداری از انرژی صوت را جذب می‌کند و مقداری از آن را بازتابش می‌کند. بنابراین هنگامی که صدایی در کنار استخر تولید می‌شود، بخش زیادی از این انرژی صوت در سطح آب بازتابش می‌یابد و یا جذب می‌شود. با ورود صوت از هوا به آب، سرعت و طول موج آن افزایش می‌یابد و فرکانس آن ثابت است.

۱۵۸- گزینه‌ی «۳»

$$V = RI \Rightarrow 10 = 5 \times I \Rightarrow I = 2A$$

$$P = RI^2 = 5 \times 2^2 = 20 \text{ watt}$$

۱۵۹- گزینه‌ی «۲»

بلندگو موج الکتریکی را به موج مکانیکی تبدیل می‌کند.

۱۶۰- گزینه‌ی «۱»

$$f = 15 \text{ cm}$$

$$\frac{q}{p} = 3$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{2p} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2}{3p} = \frac{1}{15} \Rightarrow p = \frac{2 \times 15}{3} = 10 \text{ cm}$$