

به نام خدا

طراحی الگوریتم ها ترم پاییز (94-95)

سری اول تمرینات

زمان تحویل : 1394/08/07

توجه :

- ❖ حداکثر تا تاریخ مشخص شده می توانید تمرینات خود را تحویل دهید.
- ❖ هرگونه کپی برداری به منزله ی تقلب حساب خواهد شد و نمره ی صفر برای شما در نظر گرفته می شود.

1. توابع زیر را بر اساس رشدی که دارند بصورت صعودی مرتب کنید :

$\lg(\lg^* n)$	$2^{\lg^* n}$	$(\sqrt{2})^{\lg n}$	n^2	$n!$	$(\lg n)!$
$(\frac{3}{2})^n$	n^3	$\lg^2 n$	$\lg(n!)$	2^{2^n}	$n^{1/\lg n}$
$\ln \ln n$	$\lg^* n$	$n \cdot 2^n$	$n^{\lg \lg n}$	$\ln n$	1
$2^{\lg n}$	$(\lg n)^{\lg n}$	e^n	$4^{\lg n}$	$(n+1)!$	$\sqrt{\lg n}$
$\lg^*(\lg n)$	$2^{\sqrt{2 \lg n}}$	n	2^n	$n \lg n$	$2^{2^{n+1}}$

آیا عبارت $2^{n+\log n} = O(2^n)$ درست است؟ عبارت $2^{n-\log n} = O(2^n)$ چگونه؟ دلیل خود را بنویسید.

2. با استفاده از تعریف توابع حدی تساوی های زیر را ثابت کنید:

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{i} = \theta(n\sqrt{n}) \quad \text{ب} \qquad \sum_{i=1}^n \log n^i = \theta(n^2 \log n) \quad \text{الف}$$

3. درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید (برای موارد نادرست مثال نقض بزنید):

$$f(n) = \theta\left(f\left(\frac{n}{2}\right)\right) \quad \text{ب} \qquad 2^{f(n)} = O\left(2^{g(n)}\right) \quad \text{الف} \quad \text{اگر } f(n) = O(g(n))$$

$$f(n) = o(f(n)^2) \quad \text{د} \qquad f(n) = O(f(n)^2) \quad \text{ج}$$

4. اگر $f_1(n), f_2(n), \dots, f_n(n) = \theta(g(n))$ آنگاه درستی یا نادرستی عبارت $\sum_{i=1}^n f_i(n) = \theta(g(n))$ را بحث کنید (می دانیم $f(n), g(n) > 0$ هستند)

5. ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی و مثبت b, a داریم: $(n + a)^b = \theta(n^b)$

6. با استفاده از تقریب استرلینگ نشان دهید $\log n! = \theta(n \log n)$ ، طبق این رابطه داریم:

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \theta\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

7. مسئله ای است که پیچیدگی آن در بدترین حالت $\Omega(n^2)$ و نیز $o(n^3)$ است. الگوریتم P, A را حل میکنند. پیچیدگی زمانی الگوریتم A را بدست آورید.

موفق باشید 😊