باسمه تعالی

پاسخ سوالات میان ترم

۱. الف)

```
For I = 1 to N-1 do:
   Small_index = I
   For J = I + 1 to N-1:
         If A[J] < A[Small_index]
           Small_index = J
         End-If
   End-For
   Temp = A[I]
   A[I] = A[Small_index]
   A[Small_index] = Temp
End-For
```

ب) مهم حساب کردن دو حلقه تو در تو که حلقه درونی با شروع از شمارنده حلقه بیرونی شروع می شود. در این زمینه هر گونه تلاشی که صورت گرفته باشد پذیرفته می شود. مثلا برای شبه کد بالا

$$\sum_{I=1}^{N-1}(4+\sum_{J=I+1}^{N-1}1)=\sum_{I=1}^{N-1}(4+(N-1-(I+1)+1))=\sum_{I=1}^{N-1}(3+N-I)=\sum_{I=1}^{N-1}3+\sum_{I=1}^{N-1}N-\sum_{I=1}^{N-1}I$$
$$=3*(N-1-1+1)+N*(N-1-1+1)-\frac{N*(N-1)}{2}$$

ج) در بهترین و بدترین حالت $O(n^2)$ چرا که در هر حالت الگوریتم تمام مقایسه ها را انجام می دهد

۲.

```
Mergesort(S)          // or every algorithm with O(nlgn) Time complexity
For I=1 to N:
    Num = x-S[I]
    J = BinarySearch(Num,I+1,N)
    If J!=-1:
        Return (I,J)
End_For
Return "Not Found"
```

۳. فقط کافی است آرایه بدست آمده در هر مرحله نوشته شود:

[14, 16, 1, 9, 40, 32, 21, 12]	
[12, 1, 9, 14, 40, 32, 21, 16]	چون ۱۴ که محور قسمت قبل بود در جایگاه چهارم قرار گرفته پس به دنبال دومین کوچکترین عدد در سمت راست می گردیم
[40, 32, 21, 16]	
[16, 32, 21, 40]	چون ۴۰ که محور قسمت قبل بود در جایگاه چهارم قرار گرفته پس باز به دنبال دومین کوچکترین عدد در سمت چپ می گردیم
[16, 32, 21]	
[16, 32, 21]	چون ۱۶ که محور قسمت قبل بود در جایگاه اول قرار گرفته پس به دنبال اولین کوچکترین عدد در سمت راست می گردیم
[32,21]	
[21, 32]	چون ۳۲ که محور قسمت قبل بود در جایگاه دوم قرار گرفته پس باز به دنبال اولین کوچکترین عدد در سمت چپ می گردیم
[21]	به جواب رسیدیم

۴. الف)

(1,5) (2,5) (3,4) (3,5) (4,5)

ب) آرایه اگر به صورت نزولی باشد بیشترین تعداد وارونگی را داراست. بدین صورت که عنصر اول آرایه با تک تک عناصر بعد از خودش هر کدام یک وارونگی را تولید می کنید. همچنین است برای عنصر دوم با عناصر بعد از خود و .....

$$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+2+1=\frac{\big(1+(n-1)\big)*(n-1)}{2}=\frac{n*(n-1)}{2}$$

ج)

```
Count=0
For I=1 to N:
   For J=I+1 to N:
        If A[I]>A[J]:
            Count++
   End_For
End_For
```

۵. با بسط T(n) داریم:

$$T(n)=T(n-1)+\frac{5}{n}=T(n-2)+\frac{5}{n-1}+\frac{5}{n}=\cdots=\frac{5}{2}+\frac{5}{3}+\cdots+\frac{5}{n-1}+\frac{5}{n}=$$
$$5*\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}\right)=5\ln n$$

۶. زمانی که الگوریتم ادغام هر آرایه را به دو قسمت تقسیم کند، پیچیدگی زمانی برابر است با :

$$T(n)=\begin{cases}1 & n=1\\ 2T\left(\frac{n}{2}\right)+n & n>1\end{cases}\qquad O(nlgn)$$

و اگر هر آرایه را به ۴ قسمت تقسیم کند، برابر است با

$$T(n)=\begin{cases}1 & n=1\\ 4T\left(\frac{n}{4}\right)+n & n>1\end{cases}\qquad O(nlgn)$$

پس تفاوتی وجود ندارد

۷.

$$O\big(n*(m+\log n)\big)=O(n*m+n*\log n)$$