/ /

Liner Programing LP

برنامه ریزی خطی:

مدلی است ریاضی برای جستجو و ~~[illegible]~~ انتخاب بهترین جواب از بین جوابهای ممکن موجود.

هدف: برنامه ریزی خطی به دنبال بهینه کردن (حداقل یا حداکثر) متغیر وابسته نهایی است که به صورت خطی با مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل، مرتبط می باشد.

Max افزایش تولید، سود، فروش ....

Min هزینه‌ها، موجودی انبار ....

هر مدل برنامه ریزی خطی از ۳ بخش کلی زیر تشکیل می شود:

۱- تابع هدف Objective Function (هم می تواند MAX باشد، هم MIN)

تابعی است ریاضی که از متغیرهای تصمیم تشکیل شده است و بیانگر هدف مدل می باشد. این تابع معمولاً نشان دهندهٔ حداقل یا حداکثر است.

۲- محدودیت عبارت است از یک معادله یا یک نامعادله که از متغیرهای تصمیم تشکیل شده است.

محدودیت‌ها موانع رسیدن یا حد و مرز رسیدن به هدف را بیان می کنند.

تابع هدف $Max = ۳x_1 + ۵x_2$

معادله =

نامعادله $\leq$

/ /

۳- متغیرهای تصمیم: با توجه به شرایط مسأله عمدتاً به یکی از ۲ صورت زیر بیان می‌شود:

① $x_1 \quad x_2 \quad \geq 0$

$x_1 > x_2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x_{ij} \geq 0$

② x_1 آزاد در علامت

x_2 آزاد در علامت $\quad \Rightarrow \quad x_{ij}$ آزاد در علامت

مثلاً: فضای کلاس ۱۰۴

کیفیت درک شده — انتظار قبل از ورود

از ۱ تا ۵ ← ۲ — ۴ → از ۱ تا ۵

۰: بی تفاوت

$۲ - ۴ = -۲$

ناراضی

تابع هدف

ضرایب تابع هدف ۳ و ۵

$$\max = ۳x_1 + ۵x_2 \leq ۱۰$$

$$۵x_1 + ۸x_2 \leq ۱۵$$

میزان منابع

ضرایب فنی یا تکنولوژی ۸ و ۵

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

متغیرهای تصمیم:

/ /

مفاهیم برنامه ریزی خطی LP

۱- جواب: در ادبیات LP منظور از جواب، جواب بهینه نیست، بلکه هر مجموعه‌ای از مقادیر که متغیرهای تصمیم، تخصیص دهیم، جواب می گوییم.

نقطه P_1 $\begin{cases} x_1 = 0 & \text{میز} \\ x_2 = 0 & \text{صندلی} \end{cases}$ نقطه P_2 $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

نقطه P_3 $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$ نقطه P_4 $\begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = 10 \end{cases}$

۲- جواب موجه: جوابی است که در تمام محدودیت‌ها صدق می‌کند.

۳- جواب غیر موجه: جوابی است که حداقل در یکی از محدودیت‌ها صدق نکند.

۴- جواب بهینه: بهترین جواب ~~[illegible]~~ موجه را جواب بهینه می گویند.

۵- معادلهٔ حدی: اگر در هر؟ حد محدودیت به جای علامت $\geq$ یا $\leq$، علامت = را قرار دهیم، معادله حدی شکل می گیرد.

معادلهٔ حدی منطقه موجه را نشان می دهد.

منطقه موجه: مجموعه ~~[illegible]~~ جواب‌های موجه، منطقه موجه را تشکیل می دهد.

/ /

جواب گوشه : از محل برخورد معادلات حدی با یکدیگر و نمودار مختصاتی حاصل می‌شود.

یک کارخانه صنایع چوبی ۲ نوع محصول میز و صندلی تولید می‌کند. برای تولید هر واحد میز و صندلی به ۲ نوع چوب بلوط و کاج و میزان متفاوتی نیروی انسانی نیاز است. برای تولید هر واحد میز به ۵ فوت چوب بلوط و ۲ فوت چوب کاج و ۴ نفر ساعت نیروی انسانی و برای هر صندلی به ۲ فوت چوب بلوط و ۳ فوت چوب کاج و ۲ نفر ساعت نیروی انسانی نیاز است.

میزان نیروی انسانی در اختیار کارخانه در طول هفته ۸۰ نفر ساعت و میزان چوب بلوط و کاج موجود به ترتیب ۱۵۰ و ۱۰۰ فوت مربع است.

کارخانه می‌خواهد بداند چه تعداد میز و چه تعداد صندلی تولید کند تا سودش حداکثر شود. باید این نکته را خاطرنشان کرد سود حاصل از فروش هر میز و صندلی به ترتیب ۱۲ و ۸ واحد است.

/ /

متغیرهای تصمیم

x_1 چه تعداد میز

x_2 چه تعداد صندلی

تابع هدف MAX کردن سود

تابع هدف $MAX\ Z = 12x_1 + 8x_2$

محدودیت چوب بلوط C_1 $5x_1 + 2x_2 \leqslant 150$

محدودیت چوب کاج C_2 $2x_1 + 3x_2 \leqslant 100$

محدودیت نیروی انسانی C_3 $4x_1 + 2x_2 \leqslant 80$

میز $x_1 \geqslant 0$ → چون باید تعداد داشته باشیم.

صندلی $x_2 \geqslant 0$

معادله حدی

$5x_1 + 2x_2 = 150$

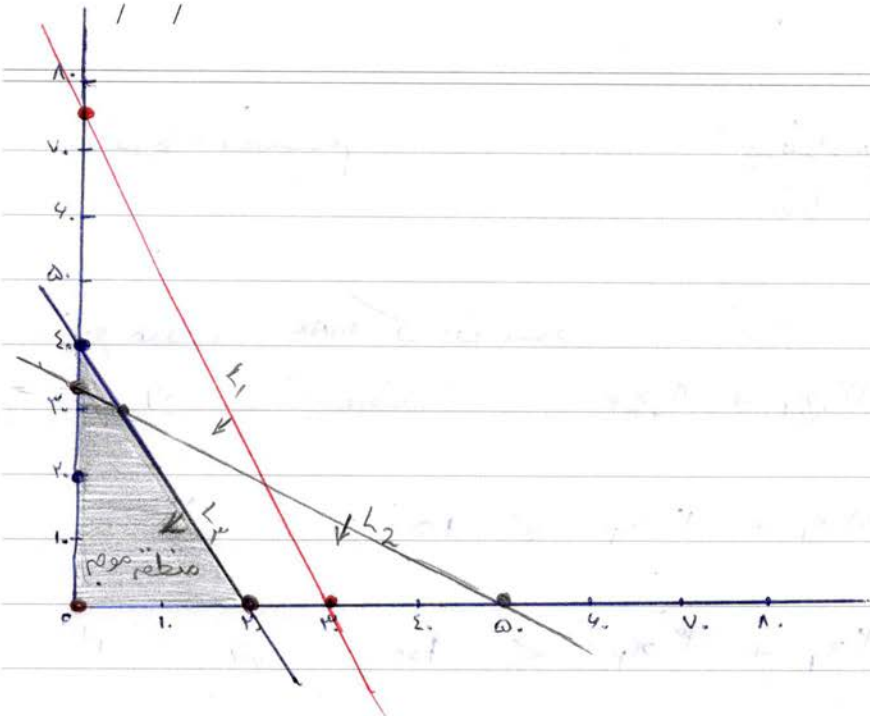
معادله اول

$P_1 = \begin{cases} 0 & : x_1 \\ 75 & : x_2 \end{cases}$ $P_2 = \begin{cases} x_1 = 30 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

معادله دوم

$2x_1 + 3x_2 = 100$

$P_1 = \begin{cases} 0 & : x_1 \\ 33/3 & : x_2 \end{cases}$ $P_2 = \begin{cases} x_1 = 50 \\ x_2 = 0 \end{cases}$



معادله سوم: $4x_1 + 2x_2 = 80$

$P_1 = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 40 \end{cases}$ $\quad$ $P_2 = \begin{cases} x_1 = 20 \\ 0 = x_2 \end{cases}$

محاسبه منطقه موجه

$P_{F_1} \; (0, 0)$

$P_{F_2} \; (20, 0)$

$P_{F_3} \; (0, 33.3)$

P_{F_4} از برخورد ۲ خط حاصل شده $\longrightarrow$ باید محاسبه شود.

/ /

$$\begin{cases} -۴ & ۲x_۱ + ۳x_۲ = ۱۰۰ \\ ۲ & ۴x_۱ + ۲x_۲ = ۸۰ \end{cases}$$

$$\cancel{-۸x_۱} - ۱۲x_۲ = -۴۰۰$$
$$\cancel{۸x_۱} + ۴x_۲ = ۱۶۰$$

$$-۸x_۲ = -۲۴۰$$
$$x_۲ = ۳۰$$
$$x_۱ = ۵$$
$$\Rightarrow P_۴\,(۵\,,۳۰)$$

$$P_{F_۱} \Rightarrow \max Z = ۱۲ \times ۰ + ۸ \times ۰ = ۰$$

$$P_{F_۲} \Rightarrow \max Z = ۱۲ \times ۲۰ + ۸ \times ۰ = ۲۴۰$$

$$P_{F_۳} \Rightarrow \max Z = ۱۲ \times ۰ + ۸ \times ۳۳,۳ = ۲۶۰,...$$

$$P_{F_۴} \Rightarrow \max Z = ۱۲ \times ۵ + ۸ \times ۳۰ = \boxed{۳۰۰}$$

تابع max است ⇐ جواب نهایی ۳۰۰ .

/ /

شرکت کیف سازی ایران تولید کننده کیف های چرم طبق برنامه ریزی جدید، تصمیم به تولید ۳ نوع کیف اعلاء، معمولی و دستی نموده است. پس از بررسی های لازم، مؤسسه به این نتیجه رسیده است که هر سه نوع کیف به هر مقدار که تولید شوند به فروش خواهد رسید. سود حاصل از تولید یک کیف اعلاء ۵۰۰۰ تومان، کیف معمولی ۳۰۰۰ و کیف دستی ۲۰۰۰ تومان است. تولید کیف ها در ۳ مرحله انجام می گیرد که عبارتند از مرحله برش و دوخت، مرحله اتصالات و مرحله تکمیل و بازرسی که زمان در اختیار از آنها به ترتیب در هفته ۲۷۵، ۱۰۰ و ۴۷۵ ساعت می باشد. زمان لازم برای تولید این ۳ نوع کیف در ۳ مرحله به مانند جدول زیر می باشد: با توجه به اطلاعات، مسئله را به صورت یک برنامه ریزی خطی درآورید.

	اعلاء	معمولی	دستی
برش و دوخت	۳	۲	۱
اتصالات	۲	۱	۰
تکمیل و بازرسی	۵	۳	۲

$x_1 =$ چه تعداد کیف اعلاء

$x_2 =$ چه تعداد کیف معمولی

$x_3 =$ چه تعداد کیف دستی

تابع هدف $\max Z = 5000x_1 + 3000x_2 + 3000x_3$

$$C_1 = 3x_1 + 2x_2 + 1x_3 \leqslant 275$$

$$C_2 = 2x_1 + 1x_2 + 0x_3 \leqslant 100$$

$$C_3 = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leqslant 475$$

$$x_1 \geqslant 0 \qquad x_2 \geqslant 0 \qquad x_3 \geqslant 0$$

جلسه دوم

- مفروضات برنامه‌ریزی خطی

۱- فرض جمع پذیری: بدین معنی است که در برنامه‌ریزی خطی (LP) روابط بین

متغیرهای تصمیم باید فقط به صورت جمع جبری باشد.

۲- فرض بخش پذیری: مقادیر متغیرهای تصمیم می‌تواند هر مقدار حقیقی

را به خود اختصاص دهد.

۳- فرض معین بودن: بدین معنی است که تمام پارامترهای مدل مقادیری

ثابت و غیر احتمالی هستند.

۴- فرض تناسب: منظور از این فرض این است که هر فعالیتی به

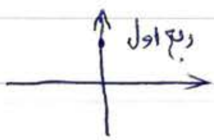
تنهایی و مستقل از سایر فعالیتها عمل می‌کند به طوری که هر یک از متغیرها

چه در تابع هدف و چه در محدودیت ها مستقیماً متناسب با تغییر سطح فعالیت،

تغییر می‌یابد.

الگوریتم روش ترسیم برنامه ریزی خطی

۱- گام اول: اگر متغیرهای تصمیم غیر منفی باشند، فقط ربع اول محور مختصات را در نظر بگیرید وگرنه ربع‌های مورد نظر را مشخص کنید.



۲- گام دوم: هر محدودیتی را به صورت معادله مساوی می‌نویسند.

۳- گام سوم: تک تک معادلات را با استفاده از ۲ نقطه دلخواه ترسیم می‌کشیم و سپس منطقه موجه مربوط به نامعادله آنرا مشخص می‌کنیم.

۴- گام چهارم: اشتراک مناطق موجه به دست آمده از نامعادلات، منطقه موجه را نشان می‌دهد.

۵- گام پنجم: تابع هدف را با تخصیص جوابهای گوشه حل می‌کنیم.

۶- گام ششم: درصورتیکه تابع هدف max باشد، بیشترین مقدار از میان جوابها انتخاب خواهد شد و اگر min باشد، کوچکترین جواب انتخاب خواهد شد.

حالات مختلف در منطقه موجه :

۱- منطقه موجه به صورت یک خط یا پاره خط باشد.

مثال

$$\max Z = 3x_1 + 5x_2$$

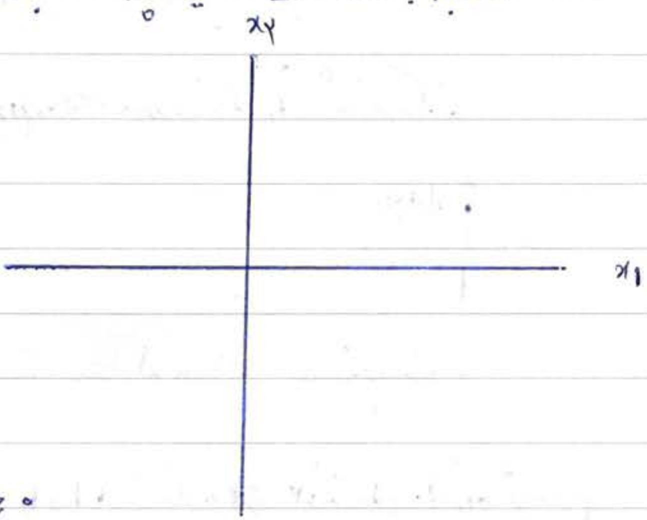
$$C_1: \quad x_1 + x_2 \leq 10$$

$$C_2: \quad x_2 \leq 7$$

$$C_3: \quad x_1 \leq 5$$

$$C_4: \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0$$



۲- منطقه موجه به صورت یک نقطه باشد.

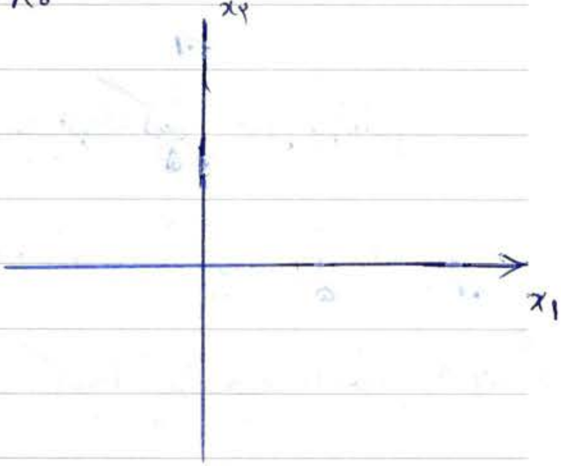
مثال

$$\min Z = 2x_1 + x_2$$

$$60x_1 + 20x_2 = 120$$

$$20x_1 + 20x_2 = 80$$

$$x_1 , x_2 \geq 0$$

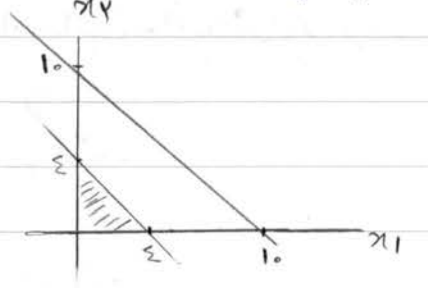


حالات خاص در برنامه ریزی خطی

۱- عدم وجود منطقه موجه

مثال $\max Z: 5x_1 + 7x_2$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$
$$x_1 + x_2 \leq 10$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$



۲- منطقه موجه نامحدود

الف منطقه موجه نامحدود با جواب بهینه محدود

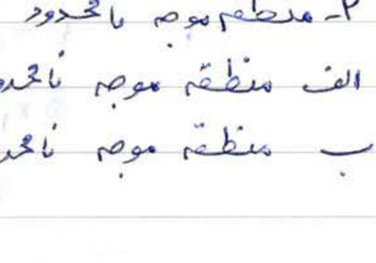
ب منطقه موجه نامحدود با جواب بهینه نامحدود

مثال (الف) $\min Z = x_1 + x_2$

$$x_1 + x_2 \geq 7$$
$$x_1 \leq 9$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

مثال (ب) $\max Z = x_1 + x_2$

$$x_1 + x_2 \geq 7$$
$$x_1 \leq 9$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$



جلسه سوم

جواب بهینه چندگانه: هنگامی رخ می‌دهد که تابع هدف موازی یکی از محدودیت‌های در برگیرنده جواب بهینه باشد. در این حالت تعداد جواب‌های بهینه بی‌نهایت است که هر جواب مقدار Z بهینه یکسانی را ارائه می‌کند.

(شیب شرط لازم است، اما کافی نیست.)

$$\max Z = \underbrace{10}_{a} x_1 + \underbrace{20}_{b} x_2$$

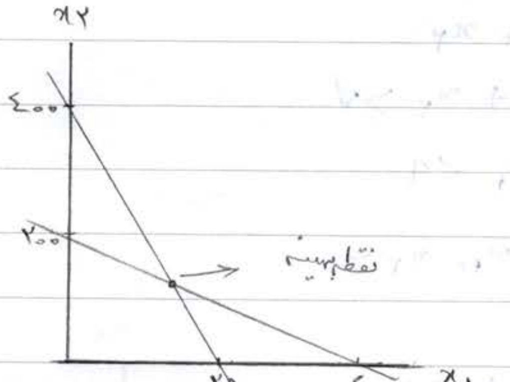
$$\text{s.t.} \quad 10x_1 + 4x_2 \leq 2500$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 2000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\frac{a}{b} \rightarrow \frac{10}{20} = \frac{10}{4} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



$Z = 4000$

/ /

حالت تبهگنی: در یک مسأله دو متغیره هرگاه یک نقطه گوشه از محل تقاطع بیش از ۲ معادلهٔ حدی به وجود آمده باشد، مسأله تبهگن است.

الف: تبهگنی دائم: زمانی رخ می‌دهد که نقطه بهینه روی محدودیت‌ها باشد.
اگر آن جواب گوشه جواب بهینه باشد ← تبهگنی دائم است.

ب: تبهگنی موقت: برعکس دائم

محدودیت‌های مؤثر و زائد

- محدودیت‌های مؤثر: محدودیتی است که در تشکیل منطقه موجه مؤثر است و اضافه کردن هر محدودیت مؤثر جدید به مدل موجب کاهش منطقه موجه و حذف محدودیت مؤثر، موجب افزایش منطقه موجه می‌شود.

- محدودیت‌های زائد: محدودیت‌هایی هستند که تأثیری در ایجاد منطقه موجه ندارند و وجود یا عدم وجود آن‌ها موجب تغییر در منطقه موجه نمی‌شوند.

/ /

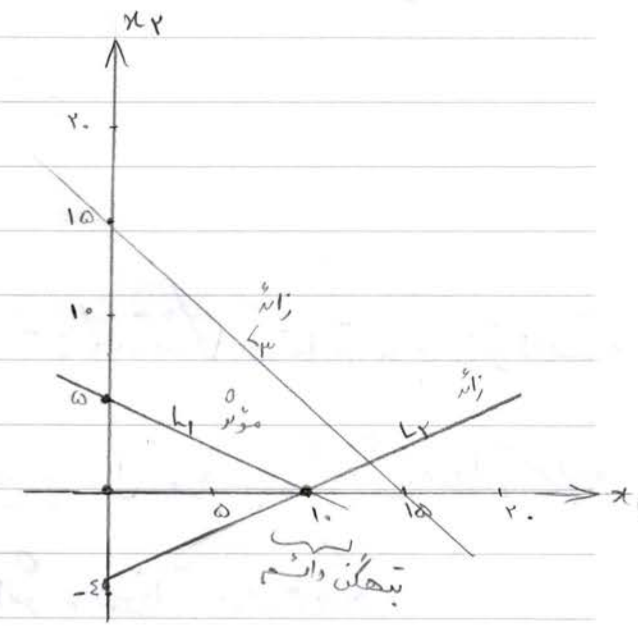
$$\max Z = 6x_1 + 12x_2$$

$$\text{S.t.}\quad L_1 \quad x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$L_2 \quad 2x_1 - 5x_2 \leq 20$$

$$L_3 \quad x_1 + x_2 \leq 15$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



$L_1: \; x_1 + 2x_2 = 10$

$P_1 \begin{cases} 0 \\ 5 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} 10 \\ 0 \end{cases}$

$L_2: \; 2x - 5x_2 = 20$

$P_1 \begin{cases} 0 \\ -4 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} 10 \\ 0 \end{cases}$

$L_3: \; x_1 + x_2 = 15$

$P_1 \begin{cases} 0 \\ 15 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} 15 \\ 0 \end{cases}$

۳ نقطه گوشه

$P_1 \; (0, 0) \qquad P_2 \; (0, 5) \qquad P_3 \; (10, 0)$

$P_1 \Rightarrow Z = 0$

$P_2 \Rightarrow Z = 60$

$P_3 \Rightarrow Z = 60$

/ /

محدودیت الزام آور و غیر الزام آور

الزام یا عدم الزام یک محدودیت با توجه به جواب بهینه مشخص می‌شود.

محدودیت الزام آور محدودیتی است مؤثر که نقطه بهینه بر روی معادله حدی آن قرار گرفته است. درغیر اینصورت محدودیت غیرالزام آور است. تفاوت این ۲ نوع محدودیت بعد از به دست آوردن جواب بهینه قابل تشخیص است. (درمثال بالا خط L_1 الزام آور است.)

مثال $\max Z = 24x_1 + 20x_2$

$$L_1 \quad x_1 + x_2 \leq 12$$
$$L_2 \quad x_1 + x_2 \leq 20$$
$$L_3 \quad 2x_1 + 4x_2 \geq 24$$
$$L_4 \quad 3x_1 + 4x_2 \leq 48$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

$L_1 = x_1 + x_2 = 12$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 12 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

$L_2 = x_1 + x_2 = 20$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 20 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

/ /

$L_3 = 2x_1 + 4x_2 = 24$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$ $P_2 \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

$L_4 = 3x_1 + 4x_2 = 48$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 12 \end{cases}$ $P_2 \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

نقاط گوشه : $(12,0)$ $(0,6)$ $(0,12)$

$P_1 = 240$

$P_2 = 120$

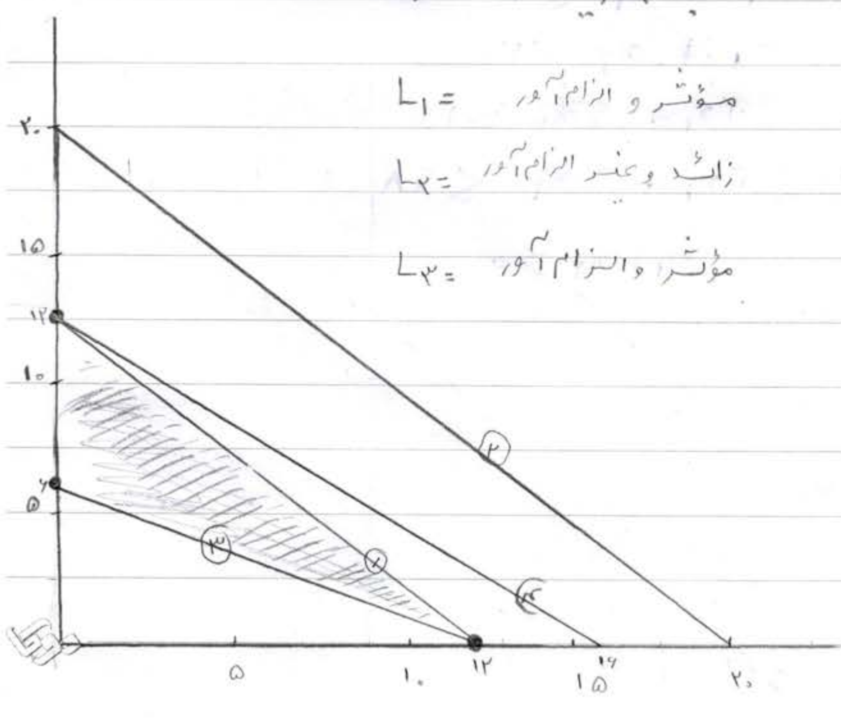
$P_3 = 288$ $\xrightarrow{\text{تابع هدف max.}}$ جواب نهایی

$L_1 =$ مؤثر و الزام آور

$L_2 =$ زائد و غیر الزام آور

$L_3 =$ مؤثر و الزام آور

زائد و غیر الزام آور



/ /

مسأله زیر را به روش ترسیمی حل کنید. تعداد نقاط گوشه آن را با استفاده از فرمول به دست آورید و با نقاط گوشه روی شکل مقایسه کنید.

$$\max Z = 18x_1 + 10x_2$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 480$$

$$12x_1 + 10x_2 \geq 1200$$

$$10x_1 + 15x_2 \leq 1500$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(1) $L_1: \quad 4x_1 + 6x_2 = 480$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 80 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 120 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

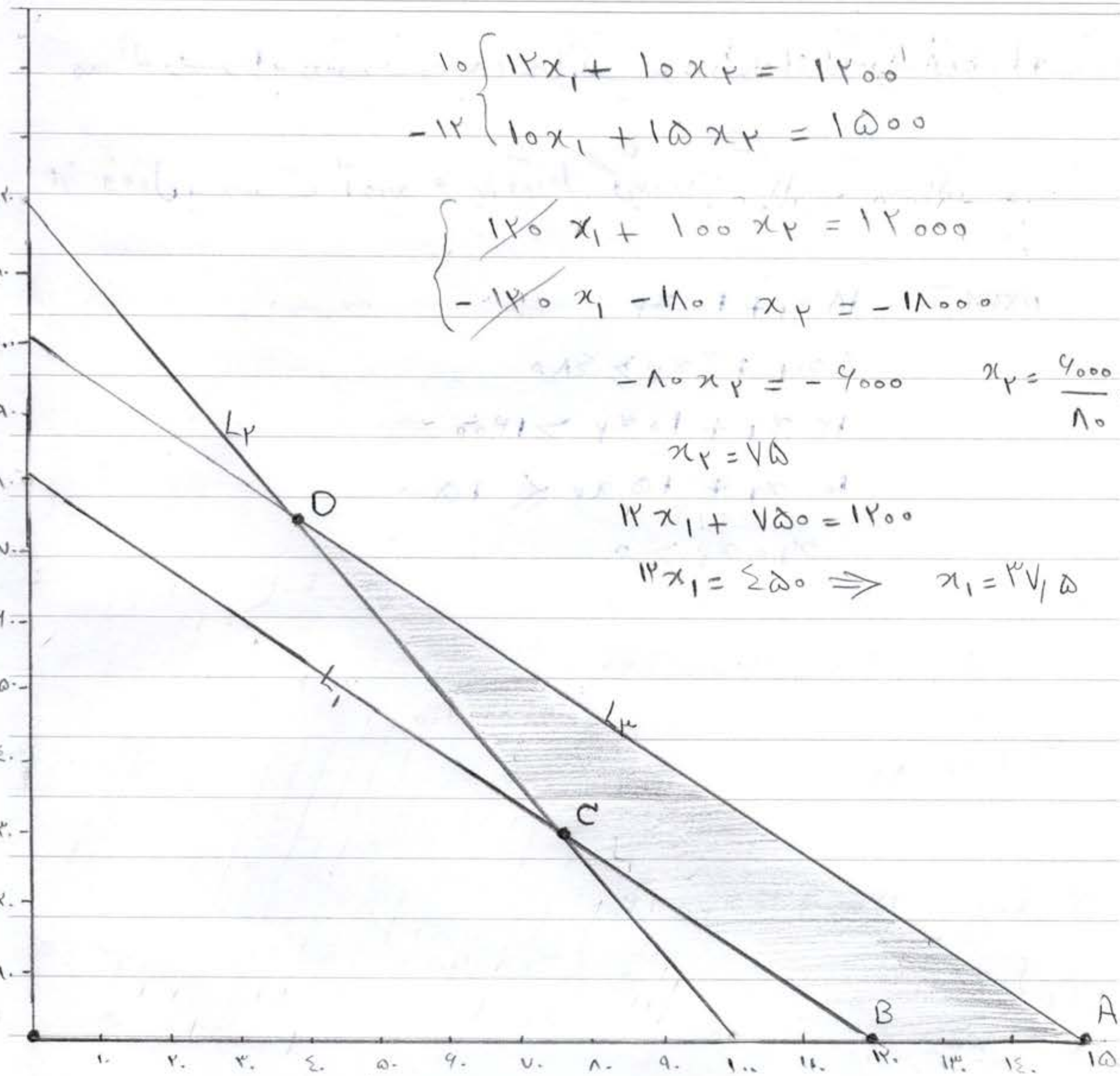
(2) $L_2: \quad 12x_1 + 10x_2 = 1200$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 120 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 100 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

(3) $L_3 = 10x_1 + 15x_2 = 1500$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 100 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 150 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

/ /



$$\begin{cases} 12x_1 + 10x_2 = 1200 & \times 10 \\ 10x_1 + 15x_2 = 1500 & \times (-12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{120}\, x_1 + 100\, x_2 = 12000 \\ -\cancel{120}\, x_1 - 180\, x_2 = -18000 \end{cases}$$

$$-80 x_2 = -6000 \qquad x_2 = \frac{6000}{80} \Rightarrow$$

$$x_2 = 75$$

$$12x_1 + 750 = 1200$$

$$12x_1 = 450 \Rightarrow \quad x_1 = 37.5$$

۴ نقطه گوشه:

D	C	A	B
$(37.5, 75)$	$(75, 30)$	$(150, 0)$	$(120, 0)$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 480 & \times 6 \\ 12x_1 + 10x_2 = 1200 & \times (-2) \end{cases}$$

$$24\cancel{x_1} + 36x_2 = 2880$$

$$-24\cancel{x_1} - 20x_2 = -2400$$

$$16x_2 = 480$$

$$x_2 = 30$$

$$\Rightarrow x_1 = 75$$

B: P_{F_1} = (۱۸ × ۱۲۰) + (۱۰ × ۰) = ۲۱۶۰

A: P_{F_2} = (۱۸ × ۱۵۰) + (۱۰ × ۰) = ۲۷۰۰

C: P_{F_3} = (۱۸ × ۷۵) + (۱۰ × ۳۰) = ۱۶۵۰

D: P_{F_4} = (۱۸ × ۳۷٫۵) + (۱۰ × ۷۵) = ۱۴۲۵

تابع max است ⇐ جواب نهایی ۲۷۰۰ می‌باشد.

⇒ x_1 = ۱۵۰ → جواب بهینه
x_2 = ۰

مسأله ۴ کتاب (از فصل دوم)

مسأله زیر را به روش ترسیمی حل کنید.

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.t} \quad \begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 &\leq 20 \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 12 \\ 4x_1 - x_2 &= 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

← بنابراین منطقه موجه این محدودیت فقط یک خط است.

$L_1: \ 5x_1 + 2x_2 = 20$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 10 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

$L_2: \ 2x_1 + 3x_2 = 12$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

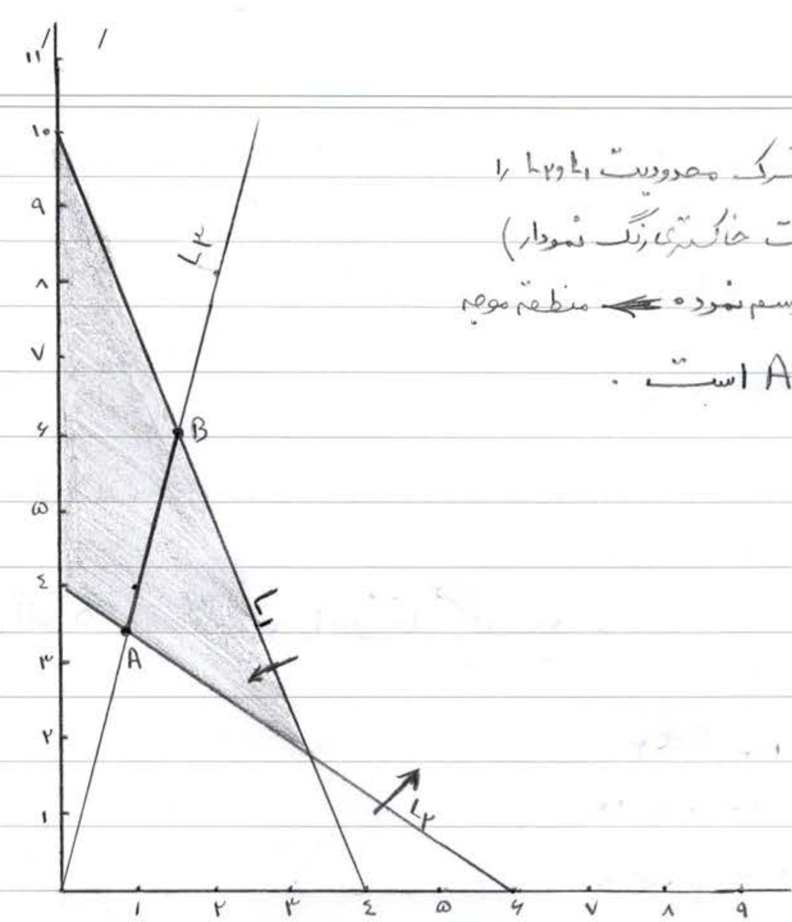
$L_3: \ 4x_1 - x_2 = 0$

$P_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \qquad P_2 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

۲ نقطه (۰و۰) مناسب نیست ⇐

$P_1 \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases} , \quad P_2 \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$

$P_3 = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 8 \end{cases}$



ابتدا منطقه موجه مشترک محدودیت L_1 و L_2 را مشخص نموده (قسمت خاکستری رنگ نمودار) سپس محدودیت L_3 را رسم نموده ⟸ منطقه موجه کل تابع پاره خط AB است.

برای پیدا کردن ۲ نقطه گوشه A و B:

نقطه A از برخورد محدودیت ۲ و ۳ حاصل شده است.

$$\begin{array}{r} 4 \\ -2 \end{array}\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 12 \\ 4x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \cancel{8x_1} + 12x_2 = 48 \\ \cancel{-8x_1} + 2x_2 = 0 \\ \hline 14x_2 = 48 \end{array}$$

$$x_2 = \frac{48}{14} = 3.43$$

$$x_1 = 0.86$$

$$A = (0.86 \,,\, 3.43)$$

نقطه B از برخورد محدودیت ۱ و ۳ حاصل شده است.

$$\begin{array}{r} -4 \\ 5 \end{array}\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 20 \\ 4x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \cancel{-20x_1} - 8x_2 = -80 \\ \cancel{20x_1} - 5x_2 = 0 \\ \hline -13x_2 = -80 \end{array}$$

$$x_2 = 6.15$$

$$x_1 = 1.54$$

$$B = (1.54 \,,\, 6.15)$$

/ /

$$\max Z_1 = (\overset{3.44}{4 \times 0.86}) + (\overset{6.86}{2 \times 3.43}) = 10.30$$

$$\max Z_2 = (\overset{6.16}{4 \times 1.54}) + (\overset{12.30}{2 \times 6.15}) = 18.46$$

تابع max است بنابراین $\underbrace{18.46}$ و نقطه $B(1.54, 6.15)$ جواب بهینه نهایی است.

مسأله ۵ - مسأله زیر را درنظر بگیرید.

$$
\begin{aligned}
\text{Max } Z &= 3x_1 - 6x_2 \\
\text{s.t.} \quad & 3x_1 + 3x_2 \geq 18 \\
& x_1 - 2x_2 \leq 0 \\
& x_1 \geq 4 \\
& x_2 \leq 4 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

الف - مسأله فوق را به روش ترسیمی حل کنید.

$L_1: 3x_1 + 3x_2 = 18$

$P\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases} \qquad P\begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

$L_2: x_1 - 2x_2 = 0$ *

$P\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \qquad P\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

/ /

* برای پیدا کردن منطقه موجه L_2 نقطه $(0,0)$ مناسب نیست، بنابراین یک نقطه

به دلخواه در یکی از ۲ طرف خط انتخاب می کنیم. مثلاً $(0,4) \leftarrow$

در نامعادله L_2 صدق نمی کند.

$L_3: \quad x_1 = 4$

$L_4: \quad x_2 = 4$