سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران و نقشه برداری ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۳۱- مقدار حد $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+x^{2}+\sqrt{1+x^{4}}\right)^{\frac{1}{\ln x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{e}$

۲) e

۳) $\frac{1}{e^{2}}$

۴) e^{2}

۳۲- مقدار $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{1}{2+\sqrt{2n}}+\cdots+\frac{1}{n+\sqrt{n^{2}}}\right)$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) $\ln 2$

۴) $2\ln 2$

۳۳- مساحت محصور به دو منحنی $y=\ln x$ و $y=(\ln x)^{2}$ کدام است؟

۱) $e-1$

۲) $e-2$

۳) $3-e$

۴) $4-e$

۳۴- اگر z یک عدد مختلط باشد به‌طوری‌که $z+\frac{1}{z}=\sqrt{3}$ آنگاه $z^{100}+\frac{1}{z^{100}}$ کدام است؟

۱) -1

۲) -3^{50}

۳) 1

۴) 3^{50}

۳۵- کدام مورد در ارتباط با سری $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\ln\left(1-\frac{1}{1+2+\cdots+n}\right)$ درست است؟

۱) همگرا بوده و مقدار آن برابر $-\ln 3$ می‌باشد.

۲) همگرا بوده و مقدار آن برابر $-\ln 2$ می‌باشد.

۳) همگرا بوده و مقدار آن برابر -2 می‌باشد.

۴) واگرا است.

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1-\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}\right)$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(\frac{n^{2}+n-2}{n(n+1)}\right) \quad n^{2}+n-2 \to (n-1)(n+2)$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(\frac{n+2}{n+1}\right)-\ln\left(\frac{n}{n-1}\right) = \cancel{\ln\frac{4}{3}}-\ln 2$$

$$+\cancel{\ln\frac{5}{4}}-\ln\frac{3}{2}+\cancel{\ln\frac{6}{5}}-\cancel{\ln\frac{4}{3}}+\ln\frac{7}{6}-\cancel{\ln\frac{5}{4}}+\ln\frac{8}{7}-\cancel{\ln\frac{6}{5}}$$

$$= -\ln 2-\ln\frac{3}{2} = -\ln 3$$

مهندس شاه‌ابراهیمی

۳۶- کمترین فاصله بین کره $x^2+y^2+z^2+4y-6z+12=0$ و صفحهٔ $2x-y+2z+1=0$ کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۳۷- فرض کنید $f(x,y)$ تابعی مشتق‌پذیر برحسب x و y است به‌طوری‌که $f(x,2x)=1$ و $f_x(x,2x)=x$ در این‌صورت $f_y(1,2)$ کدام است؟

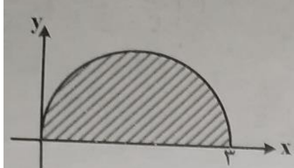
۱) $-\frac{1}{2}$

۲) $-\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{4}$

۳۸- حاصل $\iint_D \sqrt{9-x^2-y^2}\,dxdy$ که در آن D سطح نیم‌دایره نمایش داده شده در شکل زیر است، کدام است؟



۱) $3(\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3})$

۲) $3(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3})$

۳) $9(\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3})$

۴) $9(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3})$

۳۹- اگر منحنی c نیم دایره $0\le t\le \pi$ $\begin{cases}x=\cos t\\ y=\sin t\end{cases}$ باشد، مقدار $\int_c e^y dx + xe^y dy$ کدام است؟

۱) ۲-

۲) ۱-

۳) ۱

۴) ۲

۴۰- اگر D ناحیهٔ محصور به بیضی‌گون $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+z^2=1$ و بالای صفحه $z=0$ باشد و $\vec{F}=(x+4y^2)\vec{i}+(3y+2x^2)\vec{j}+(-2z+2y\cos x)\vec{k}$، حاصل $\oiint_S \vec{F}.\vec{n}\,ds$ که در آن S سطح محصورکننده D بوده و $\vec{n}$ بردار یکهٔ قائم برون‌سو باشد، کدام است؟

۱) 2π

۲) 4π

۳) 8π

۴) 12π

۴۱- جواب معادلهٔ دیفرانسیل $y(0)=0$, $y'-y\tan x=e^{\sin x}$ کدام است؟

۱) $\frac{e^{\sin x}-1}{\cos x}$
۲) $\frac{e^{\sin x}-1}{\sin x}$
۳) $\tan x\, e^{\sin x}$
۴) $\tan x(e^{\sin x}-1)$

۴۲- جواب معادلهٔ دیفرانسیل $y'=\frac{y+2x}{2y+4x-1}$ کدام است؟

۱) $x=\frac{2}{5}(y+2x)-\frac{2}{5}\ln(5y+10x-2)+c$
۲) $x=\frac{2}{5}(y+2x)+\frac{2}{25}\ln(5y+10x-2)+c$
۳) $x=\frac{2}{5}(y+2x)-\frac{1}{25}\ln(5y+10x-2)+c$
۴) $x=\ln(2y+4x-1)+c$

۴۳- تابع $y=x^2e^x$ جواب کدام معادلهٔ دیفرانسیل است؟

۱) $y^{(4)}+3y'''+3y''+y'=0$
۲) $y^{(4)}-3y'''+3y''-y'=0$
۳) $y'''-2y''+y'=0$
۴) $y'''+2y''+y'=0$

۴۴- جواب عمومی معادلهٔ $(\cos x)y''+(\sin x)y'=\cos^2 x$ کدام است؟

۱) $y=x\sin x-x\cos x+c_1\cos x+c_2$
۲) $y=x\cos x+\sin x+c_1\cos x+c_2$
۳) $y=x\cos x+x\sin x+c_1\sin x+c_2$
۴) $y=\cos x+x\sin x+c_1\sin x+c_2$

۴۵- تبدیل لاپلاس معکوس $\ln(1+\frac{1}{s^2})$ کدام است؟

۱) $\frac{1-\cos t}{t}$
۲) $\frac{1-\sin t}{t}$
۳) $\frac{2(1-\cos t)}{t}$
۴) $\frac{2(1-\sin t)}{t}$

۳۱) $\lim_{x\to+\infty}\left(1+x^2+\sqrt{1+x^4}\right)^{\frac{1}{\ln x}} = A$

$1/e$
e
$1/e^2$
$\boxed{e^2}$

$= \infty^0$ ابهام $\xrightarrow{\text{ln گیری}} \ln A = \ln\left(1+x^2+\sqrt{1+x^4}\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

$\to \ln A = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\ln x}\ln\left(1+x^2+\sqrt{1+x^4}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(1+x^2+\sqrt{1+x^4}\right)}{\ln x}$

$= \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{HOP} \lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x+\frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}}}{1+x^2+\sqrt{1+x^4}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+\frac{2x^4}{\sqrt{1+x^4}}}{1+x^2+\sqrt{1+x^4}}$

$\approx \lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2x^2}{2x^2} = 2$

$\to \ln A = 2 \to \boxed{A=e^2}$ (سؤال استاندارد و خوبی بود)

۳۲) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{1}{2+\sqrt{2n}}+\dots+\frac{1}{n+\sqrt{n^2}}\right)$

0
1
$\ln 2$
$\boxed{2\ln 2}$

$= \lim_{n\to\infty}\sum_{n=i}^{n}\frac{1}{i+\sqrt{in}} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{n=i}^{n}\frac{n}{i+\sqrt{in}}$

$= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{n=i}^{n}\frac{1}{\frac{i}{n}+\sqrt{\frac{i}{n}}} = \int_0^1\frac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx$

تغییر متغیر $\begin{cases} x=t^2 \\ dx=2t\,dt \end{cases}$ $= \int_0^1\frac{2t\,dt}{t^2+t} = \int_0^1\frac{2\,dt}{t+1} = 2\ln|t+1|\Big|_0^1$

$= \boxed{2\ln 2}$

(سؤال استاندارد و خوبی بود)

۳۳) مساحت محصور بین دو منحنی $y=\ln x$, $y=(\ln x)^2$ ؟

- $e-1$
- $e-2$
- $\boxed{3-e}$
- $4-e$

تلاقی $\to (\ln x)^2=\ln x \to (\ln x)^2-\ln x=0$

$\ln x(\ln x-1)=0 \quad \begin{cases} x=1 \\ x=e \end{cases}$

$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx=\int_1^e (\ln x-(\ln x)^2)dx$ تغییر متغیر $\begin{cases} \ln x=t \\ \frac{dx}{x}=dt \end{cases}$

$=\int_0^1 (t-t^2)e^t dt = e^t\left(\overset{3t-t^2-3}{t-t^2-1+2t-2}\right)\Big|_{t=0}^{1}$

$t-t^2 \xrightarrow{+} e^t$
$1-2t \xrightarrow{-} e^t$
$-2 \xrightarrow{+} e^t$
$0 \quad e^t$

$=e(-1)-e^0(-3)$

$=\boxed{-e+3}$ (سوال استاندارد و خوب بود)

۳٤) $z+\frac{1}{z}=\sqrt{3}$, $z^{100}+\frac{1}{z^{100}}=?$

- $\boxed{-1}$
- -3^{50}
- 1
- 3^{50}

$z+\bar{z}=\sqrt{3} \longrightarrow (\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)+(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)=\sqrt{3}$

$z=e^{\frac{\pi}{6}i} \longleftarrow \left.\begin{matrix} r=1 \\ \theta=\frac{\pi}{6} \end{matrix}\right\} \longleftarrow z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ بنابراین

$z^{100}+\frac{1}{z^{100}}=z^{100}+\bar{z}^{100} \xrightarrow{z=e^{\frac{\pi}{6}i}} =e^{\frac{100\pi}{6}i}+e^{-\frac{100\pi}{6}i}$

$=e^{\frac{50\pi}{3}i}+e^{-\frac{50\pi}{3}i}=e^{(17\pi-\frac{\pi}{3})i}+e^{-(17\pi-\frac{\pi}{3})i}$

$=(-\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})+(-\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3})$

$=-\frac{1}{2}+\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}-\frac{1}{2}-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}=\boxed{-1}$

(سوال استاندارد و خوب بود)

حالت کلی :

$z+\frac{1}{z}=2\cos\alpha$

$z^n+\frac{1}{z^n}=2\cos(n\alpha)$

$\begin{cases} \alpha=\pi/6 \\ n=100 \end{cases}$

$=2\cos(100\frac{\pi}{6})$

کمترین فاصله بین کره $x^2+y^2+z^2+4y-6z+12=0$ و صفحه $2x-y+2z+1=0$ چیست؟

۱ ۳

$\boxed{۲}$ ۴

$f: x^2+y^2+z^2+4y-6z+12=0 \xrightarrow{\text{گرادیان}} \vec{\nabla}_f=(2x,\ 2y+4,\ 2z-6)$

$g: 2x-y+2z+1=0 \xrightarrow{\text{گرادیان}} \vec{\nabla}_g=(2,-1,2)$

باید گرادیان کره و خط باهم موازی باشند (نزدیکترین فاصله بین این دو زمانی است که خط واصل بر هر دو عمود باشد)

$\vec{\nabla}_f \parallel \vec{\nabla}_g \rightarrow \dfrac{2x}{2}=\dfrac{2y+4}{-1}=\dfrac{2z-6}{2} \rightarrow \boxed{x=-2(y+2)=z-3}$

این معادله در کره و صفحه صادق است.

$$\text{پارامتری}\begin{cases} x=t \\ y=-\dfrac{t}{2}-2 \\ z=t+3 \end{cases} \xrightarrow[\text{معادله کره}]{x^2+(y+2)^2+(z-3)^2=1} t^2+\frac{t^2}{4}+t^2=1$$

$$\rightarrow \frac{9}{4}t^2=1 \rightarrow t^2=\frac{4}{9} \rightarrow \boxed{t=\pm\frac{2}{3}}$$

$$\xrightarrow[\text{صفحه}]{2x-y+2z+1=0} 2t+\frac{t}{2}+2+2t+6+1=0 \rightarrow \frac{9}{2}t+9=0$$

$$\rightarrow \frac{9}{2}t=-9 \rightarrow \boxed{t=-2}$$

معادله خط

$$t=\frac{2}{3}\begin{cases} x=2/3 \\ y=-7/3 \\ z=11/3 \end{cases} \qquad t=-\frac{2}{3}\begin{cases} x=-2/3 \\ y=-5/3 \\ z=7/3 \end{cases} \qquad t=-2\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$$

$$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}+2\right)^2+\left(1-\frac{5}{3}\right)^2+\left(1-\frac{7}{3}\right)^2}=\sqrt{4}=2$$

کمترین فاصله

$$\sqrt{\left(\frac{2}{3}+2\right)^2+\left(1-\frac{7}{3}\right)^2+\left(1-\frac{11}{3}\right)^2}=4$$

PAPCO

(سوال بسیار مفهومی و دشوار بود)

این تست دارای یک راه‌حل تستی بسیار ساده نیز هست .

۳۷) $f(x,2x)=1$, $f_x(x,2x)=x$, $f_y(1,2)=?$

$f_x(x,2x)=x \xrightarrow{\int dx} f(x,2x)=\frac{1}{2}x^2+f(y)$ * $-\frac{1}{4}$ $\boxed{-\frac{1}{2}}$

$f(x,2x)=1$ ** $\xrightarrow{*,**} f(y)=-\frac{1}{8}y^2+1$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

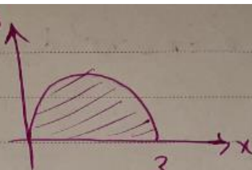
$\to f(x,y)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{8}y^2+1 \to f_y(x,y)=-\frac{1}{4}y$

$\xrightarrow[x=1]{y=2} f_y(1,2)=-\frac{1}{4}\times 2=\boxed{-\frac{1}{2}}$

روش دیگر $\longrightarrow$ $f\begin{cases} x \\ y\to x\end{cases}$ $f_x+2f_y=0 \to f_y=-\frac{1}{2}f_{(x)}$

$f_y(1,2)=-\frac{1}{2}f_x(1,2)=-\frac{1}{2}(1)=\boxed{-\frac{1}{2}}$

۳۸) $\iint_D \sqrt{9-x^2-y^2}\,dx\,dy$



$3(\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3})$

$3(\pi/2-\frac{2}{3})$

$9(\pi/2+\frac{2}{3})$

$\boxed{9(\pi/2-\frac{2}{3})}$

قطبی $\longrightarrow$ $x^2+y^2=r^2$, $dx\,dy=r\,dr\,d\theta$

ناحیه $\longrightarrow$ $x^2+y^2=3x \to r^2=3r\cos\theta \begin{cases} r=0 \\ r=3\cos\theta\end{cases}$

$0<\theta<\pi/2$

$=\int_0^{\pi/2}\underbrace{\int_0^{3\cos\theta}\sqrt{9-r^2}\;r\,dr}\,d\theta$

$-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(9-r^2)(\sqrt{9-r^2})\Big|_0^{3\cos\theta}=-\frac{1}{3}(9\sin^2\theta\cdot 3\sin\theta-27)$

$=-9(\sin^3\theta-1)$

$\longrightarrow -9\int_0^{\pi/2}(\underbrace{\sin^3\theta}_{\substack{\sin\theta\cdot\sin^2\theta \\ (1-\cos^2\theta)}}-1)\,d\theta=-9(\frac{\cos^3\theta}{3}-\cos\theta-\theta)\Big|_0^{\pi/2}$

$=-9(-\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3})=\boxed{9(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3})}$

(سوال حرفه‌ای و نسبتا دشوار بود)

۳۹) $\int_c e^y dx + xe^y dy$ $\quad \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi$

$\boxed{-2}$
-1
1
2

مسیر بازاست ، $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} \rightarrow \overrightarrow{\mathrm{Curl} F} = \vec{0}$

بنابراین از تابع پتانسیل استفاده می‌کنیم :

$$= \int P dx + \int^{*} Q dy = \int e^{0} dx + 0 = xe^y \Big|_{t=0 \rightarrow (1,0)}^{t=\pi \rightarrow (-1,0)}$$

$$= -1 - 1 = \boxed{-2}$$

(سؤال مفهومی و ساده بود) (بهتر بود طراح عدد صفر را هم در گزینه قرار می‌داد تا سؤال تست تو تست شود !!!)

۴۰) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1 \quad , z = 0 \quad$:D

$$\vec{F} = (x + 4y^2)\, i + (3y + 2x^2)\, j + (-2z + 2y \cos x)\, k$$

$\oiint_S F \cdot n\, ds = ?$

2π
4π
$\boxed{8\pi}$
12π

سطح بسته $\rightarrow$ دیورژانس $\rightarrow \iiint \mathrm{div} F\, dv = \oiint F \cdot n\, ds$

$\mathrm{div} F = 1 + 3 - 2 = 2 \rightsquigarrow \boxed{2 \iiint dv \;*}$

حجم بیضی گون :

$$= \frac{2 \cdot \frac{4}{3}\pi (3)(2)(1)}{2} \quad \text{(نصف بیضی)}$$

$$= \boxed{8\pi}$$

تغییر متغیر بیضوی $\begin{cases} x = 3A \\ y = 2B \\ z = C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A^2 + B^2 + C^2 = 1 \\ 6\, dA\, dB\, dC = dv \end{cases}$

$$\overset{*}{\rightsquigarrow} = 2 \times 6 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{1} \int_{C=0}^{\sqrt{1-r^2}} dz . r\, dr\, d\theta$$

PAPCO

$= 2 \times 6 \times 2\pi \left(\frac{1}{3}\right.$ مشابه سوال ۳۸ $\left.\right) = \boxed{8\pi}$ (سؤال جذاب و گیج کننده بود)

٤١) $y' - y\,tg x = e^{\sin x} \quad y(0)=0$

عامل : $e^{\int -tg x\,dx} = e^{\ln \cos x} = \cos x$

$\xrightarrow[\text{در طرفین}]{\text{ضرب عامل}} \underbrace{y'\cos x - y\sin x} = \cos x\, e^{\sin x}$

$(y\cos x)' = \cos x\, e^{\sin x}$

$\xrightarrow{\int} y\cos x = e^{\sin x} + c \xrightarrow{y(0)=0} 0 = 1 + c \rightarrow c = -1$

$\rightarrow y\cos x = e^{\sin x} - 1 \rightarrow \boxed{y = \dfrac{e^{\sin x} - 1}{\cos x}}$

(همان طور که انتظار می‌رفت سؤال مرتبه اول خطی و معقول را استاندارد و خوب و بدون نکته)

$\boxed{\dfrac{e^{\sin x} - 1}{\cos x}}$

$\dfrac{e^{\sin x} - 1}{\sin x}$

$tg x\, e^{\sin x}$

$tg x\,(e^{\sin x} - 1)$

٤٢) $y' = \dfrac{y + 2x}{2y + 4x - 1}$

$y + 2x = u \longrightarrow y' + 2 = u'$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} u' - 2 = \dfrac{u}{2u - 1}$

$\rightarrow u' = \dfrac{u}{2u-1} + 2 = \dfrac{5u - 2}{2u - 1}$

$\rightarrow \underbrace{\dfrac{(2u-1)\,du}{5u-2}} = dx \xrightarrow{\int} \boxed{\dfrac{2}{5}u - \dfrac{1}{25}\ln(5u-2) = x}$

$\dfrac{\frac{2}{5}(5u-2) - \frac{1}{5}}{5u-2} = \dfrac{2}{5} - \dfrac{\frac{1}{5}}{5u-2}$

$x = \frac{2}{5}(y+2x) - \frac{2}{5}\ln(5y+10x-2)$

$x = \frac{2}{5}(y+2x) + \frac{2}{25}\ln(5y+10x-2) + c$

$\boxed{x = \frac{2}{5}(y+2x) - \frac{1}{25}\ln(5y+10x-2) + c}$

$x = \ln(2y+4x-1) + c$

(سؤال استاندارد و ساده‌ای بود)

۴۳) $y = x^2 e^x$

وقتی $y = x^2 e^x$ جواب است یعنی جواب‌ها به فرم

$e^x \,,\, x e^x \,,\, x^2 e^x$

بودند و این یعنی ریشه مضاعف $t = 1$

$\rightarrow (t-1)^3 = 0 \rightarrow t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$

معادله مشخصه $\rightarrow y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$

طبق گزینه‌ها $t = 0$ هم ریشه است $\longrightarrow y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 0$

$y^{(4)} + 3y''' + 3y'' + y' = 0$

$\boxed{y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 0}$

$y''' - 2y'' + y' = 0$

$y''' + 2y'' + y' = 0$

(سؤال مفهومی و ساده بود)

۴۴) $(\cos x)\, y'' + (\sin x)\, y' = \cos^2 x$

$\xrightarrow{\text{با تغییر متغیر}} \begin{cases} y' = u \\ y'' = u' \end{cases}$

$\rightarrow \cos x \cdot u' + \sin x \cdot u = \cos^2 x$

$\xrightarrow{\div \cos x} u' + \tan x \cdot u = \cos x$

$\xrightarrow{\text{شبیه سؤال ۴۱}}$ عامل: $e^{\int \tan x\, dx} = e^{-\ln \cos x} = e^{\ln \cos^{-1} x} = \frac{1}{\cos x}$

$\xrightarrow[\text{در طرفین}]{\text{ضرب عامل}} \frac{u'}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos^2 x} u = 1 \rightarrow \left(\frac{u}{\cos x}\right)' = 1 \xrightarrow{\int} \frac{u}{\cos x} = x + C_1$

$\xrightarrow{u = y'} y' = \cos x (x + C_1) \xrightarrow{\text{تفکیک متغیر}} dy = (x \cos x + C_1 \cos x)\, dx$

$1 \quad \sin x$

$0 \quad -\cos x$

$\xrightarrow{\int} \boxed{y = x \sin x + \cos x + C_1 \sin x + C_2}$

$y = x \sin x - x \cos x + C_1 \cos x + C_2$

$y = x \cos x + \sin x + C_1 \cos x + C_2$

$y = x \cos x + x \sin x + C_1 \sin x + C_2$

$\boxed{y = \cos x + x \sin x + C_1 \sin x + C_2}$

(سؤال استاندارد و خوب و ساده بود)

۴۵) $Ln\left(1+\frac{1}{s^2}\right)$ تبدیل لاپلاس معکوس؟

$\frac{1-\sin t}{t}$ $\quad$ $\frac{1-\cos t}{t}$ $\quad$ $\frac{2(1-\sin t)}{t}$ $\quad$ $\boxed{\frac{2(1-\cos t)}{t}}$

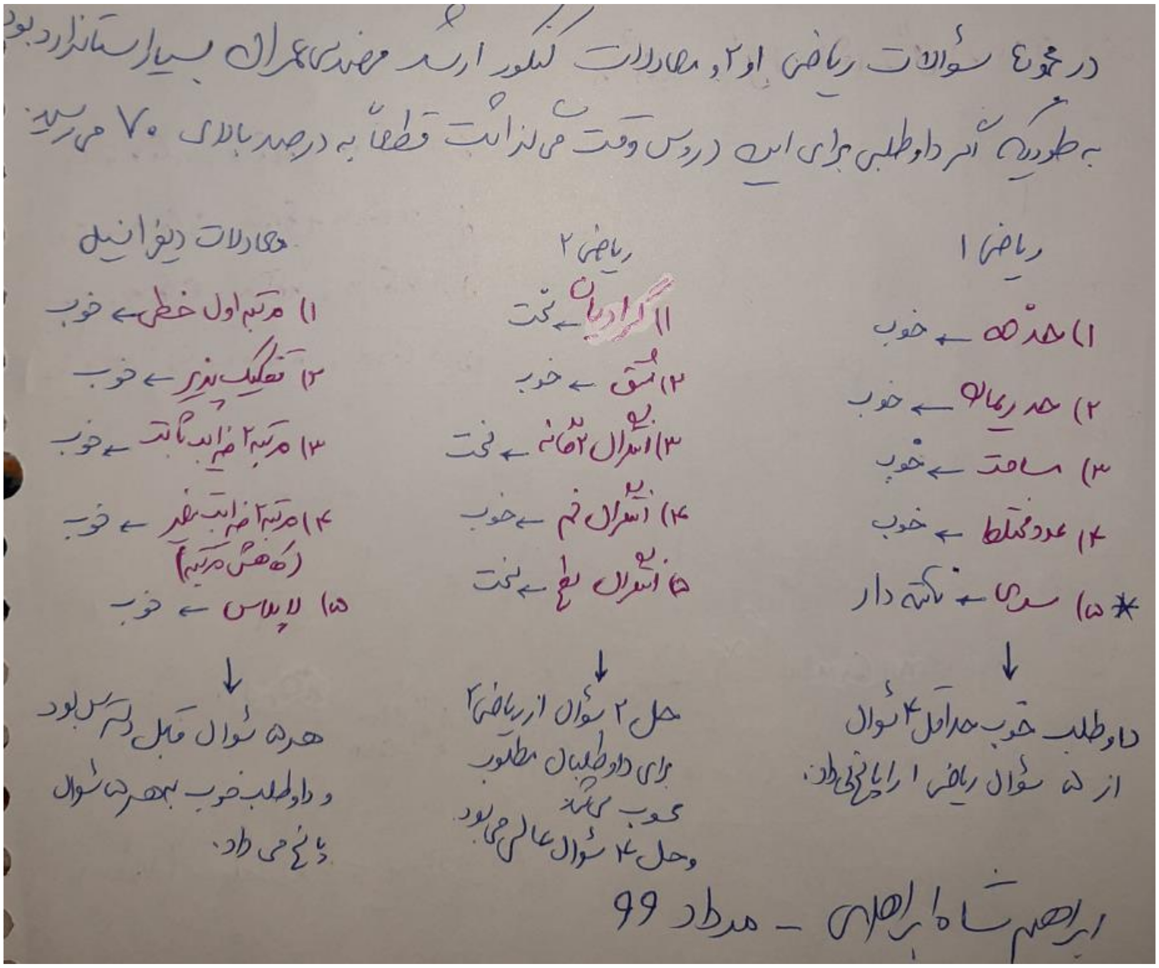
$$\mathcal{L}^{-1}(F(s)) = -\frac{1}{t}\,\mathcal{L}^{-1}(F'(s))$$

$$F(s) = Ln(s^2+1) - Ln(s^2)$$

$$F'(s) = \frac{2s}{s^2+1} - \frac{2}{s} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y = 2\cos t - 2$$

$$\longrightarrow \mathcal{L}^{-1}(F(s)) = -\frac{1}{t}(2(\cos t - 1)) = \boxed{\frac{2}{t}(1-\cos t)}$$

(سوال استاندارد بود و از ساده ترین سوالات معکوس لاپلاس بود)



در مجموع سوالات ریاضی ۱ و ۲، معادلات کنکور ارشد مهندسی عمران بسیار استاندارد بود
به طوری که اگر داوطلبی برای این دروس وقت می‌گذاشت قطعاً به درصد بالای ۷۰ می‌رسید

ریاضی ۱

۱) حد ← خوب
۲) حد دنباله ← خوب
۳) مساحت ← خوب
۴) عدد مختلط ← خوب
* ۵) سری ← نکته دار

↓ داوطلب خوب حداقل ۴ سوال از ۵ سوال ریاضی ۱ را پاسخ می‌داد.

ریاضی ۲

۱) گرادیان ← تست
۲) مشتق ← خوب
۳) انتگرال دوگانه ← تست
۴) انتگرال خم ← خوب
۵) انتگرال رویه ← تست

↓ حل ۲ سوال از ریاضی ۲ برای داوطلبان مطلوب خوب می‌باشد و حل ۴ سوال عالی می‌بود.

معادلات دیفرانسیل

۱) مرتبه اول خطی ← خوب
۲) تفکیک پذیر ← خوب
۳) مرتبه ۲ ضرایب ثابت ← خوب
۴) مرتبه ۲ ضرایب متغیر (کاهش مرتبه) ← خوب
۵) لاپلاس ← خوب

↓ هر ۵ سوال قابل دسترس بود و داوطلب خوب به هر ۵ سوال پاسخ می‌داد.

ابراهیم شاه‌ابراهیمی - مرداد 99

ابراهیم شاه‌ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Math-Teacher.blog.ir