بسمه تعالی

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

معاونت دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. ‹امام خمینی (ره)›

نهمین دوره المپیاد نجوم و اختر فیزیک

تاریخ : ۹۲/۲/۱۲ – ساعت: ۱۴:۰۰ مدت: ۲۴۰ دقیقه

شماره پرونده: ------
کد ملّی: ------
نام پدر: ------
نام مدرسه: ------

استان: ------
منطقه: ------
حوزه: ------
پایه تحصیلی: ------

شماره صندلی

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز است

۱- این پاسخنامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می‌شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن خودداری نمایید.

۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخنامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، مراقبین را مطلع نمایید.

۳- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

۴- با توجه به آنکه برگه‌های پاسخنامه به نام صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می‌شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس ، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.

۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله‌ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.

۶- از مخدوش کردن دایره‌ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.

۷- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.

۸- آزمون مرحله دوم برای دانش‌آموزان سال اول دبیرستان صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه دوم و سوم دبیرستان انتخاب می‌شوند.

۱- معمولا در ماه مبارک رمضان بیشترین توجه به ساعات شرعی وجود دارد، و دیده می‌شود که ساعات شرعی هر شهر در روزهای مختلف در ساعات متفاوتی است. هم‌چنین ساعات شرعی شهرهای مختلف تفاوت‌هایی با هم دارند. برای سادگی از بیضوی بودن مدار زمین به دور خورشید صرف نظر می‌کنیم (فرض: در تهران همواره ظهر شرعی ساعت ۱۲:۰۰ باشد و از اثر آنالما صرف نظر کنیم). زاویه‌ی میل خورشید به صورت یک تابع سینوسی ساده به فرم زیر تغییر می‌کند: $D=A\sin(2\pi t/T)$ که T دوره تناوب سالانه (۳۶۵٫۲۵ روز)، t زمان سپری شده از لحظه‌ی تحویل سال، $A=23{,}5^\circ$ و D میل خورشید است.

الف) امسال اولین روز ماه رمضان ۱۹ تیرماه است. طلوع آفتاب را برای شهر تهران ($35{,}7^\circ N$ و $51{,}4^\circ E$) در این تاریخ برحسب ساعت رسمی کشور محاسبه کنید.

ب) اگر اذان صبح زمانی باشد که خورشید تقریبا ۲۲ درجه زیر افق قرار گرفته است و همچنین زمان اذان مغرب زمانی باشد که خورشید تقریبا ۵ درجه به زیر افق می‌رود، طول روز روزه داران در ۱۹ تیر را حساب کنید.

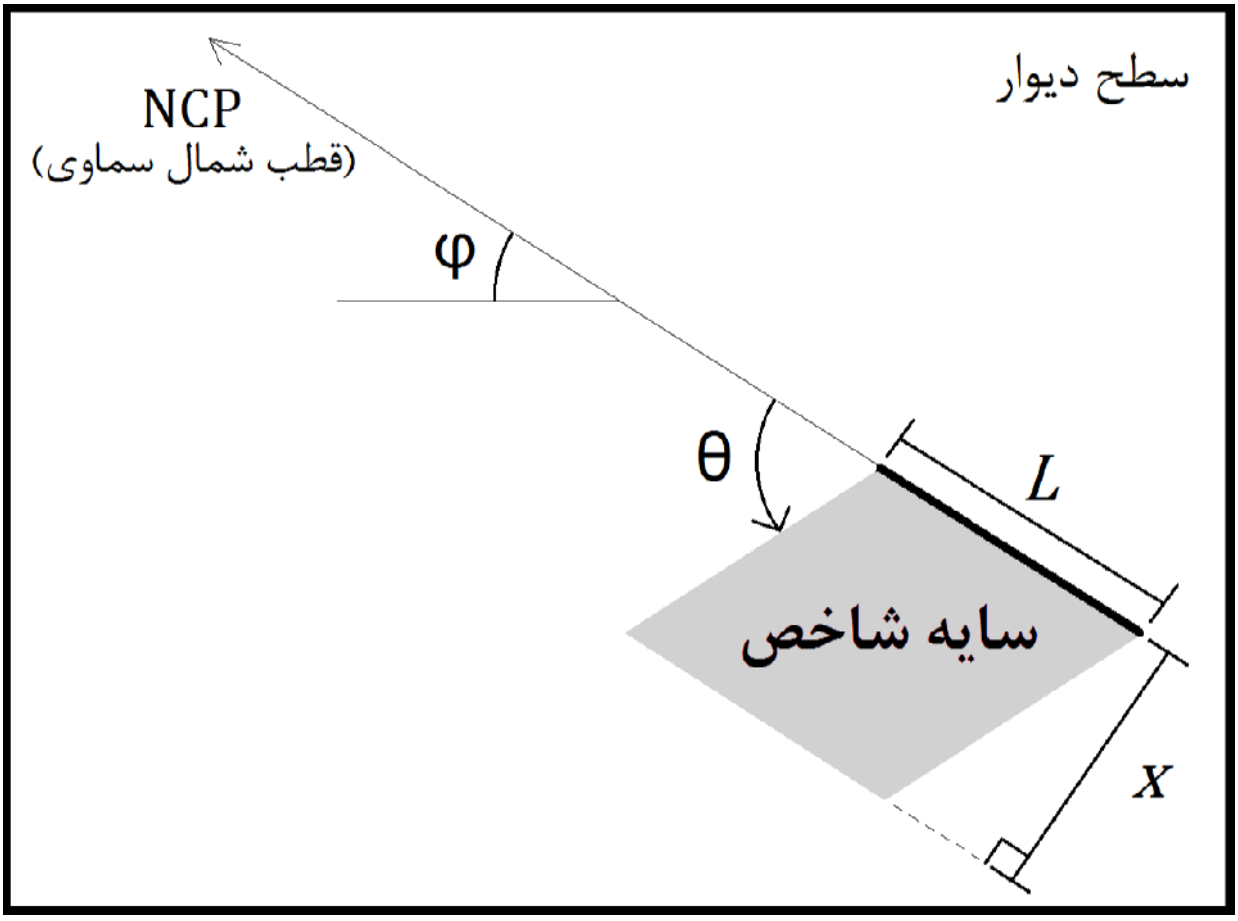
ج) در شهر زنجان ($35{,}7^\circ N$ و $48{,}3^\circ E$) طلوع آفتاب در این روز چه ساعتی خواهد بود؟

د) در شهر اصفهان ($32{,}2^\circ N$ و $51{,}4^\circ E$) طلوع آفتاب در این روز چه ساعتی خواهد بود؟

۲- در شکل زیر یک نوعِ خاص از ساعت آفتابی را مشاهده می‌کنید. شاخص این ساعت آفتابی، مستطیلی به طول L و ارتفاع h می‌باشد که به طور عمود روی وجه غربیِ دیوارِ قائمی که در راستای شمال-جنوب کشیده شده است، قرار دارد. طول این مستطیل در راستای NCP (قطب شمال سماوی) و SCP (قطب جنوب سماوی) می‌باشد. شکل زیر وجه غربیِ دیوار را نشان می‌دهد، زاویه‌ی Φ عرض جغرافیایی مکانی است که ساعت آفتابی در آنجا نصب شده (که در شکل، Φ شمالی در نظر گرفته شده است) و X ارتفاعِ سایه‌ی متوازی الاضلاع شکل است.

الف) رابطه‌ای به دست آورید که از مقدارِ X بتوان زاویه‌ی ساعتی خورشید را محاسبه کرد.

ب)چنانچه این ساعت آفتابی در تهران ($\Phi=۳۵/۷^{o}$) به کار رود، بیشترین و کمترین مقدارِ زاویه‌ی θ را در روزی که میلِ خورشید $\delta=۲۱/۴^{o}$ است محاسبه کنید.



۳- اجرامی در کمربند کوییپر را در نظر بگیرید. این اجرام به موجب حرکت ظاهری خود در آسمان مشخص می‌شوند. این اجرام سرعت ظاهری زیادی نسبت به ستارگان دور دست و کهکشان‌ها در آسمان شب دارند، به طوری که در طول یک شب با یک تلسکوپ آماتوری این حرکت قابل تشخیص است.

حرکت ظاهری این اجرام دو عامل دارد: حرکت مداری این اجرام به دور خورشید و حرکت مداری زمین به دور خورشید. اثر اول را **حرکت خاصه** (*Proper Motion*) و اثر بعدی که ناشی از حرکت زمین است را **اختلاف منظر عِلّی** (*Causes Parallax*) می‌گویند.

در این مساله می‌خواهیم ببینیم که کدام یک از این دو اثر اهمیت بیشتری دارند

جرمی کوییپری را در نظر بگیرید که در فاصله ۴۰ واحد نجومی از خورشید قرار دارد و توسط زمین در حالت مقابله رصد می‌شود. فرض کنید هم این جرم و هم زمین در مدارهایی دایره‌ای به دور خورشید می‌چرخند و هر دو، جرم‌هایی کوچک نسبت به خورشید هستند.

الف) اگر از حرکت مداری زمین صرف‌نظر کنیم، حرکت خاصه‌ی این جرم کوییپری که از زمین دیده می‌شود چقدر خواهد بود؟ جواب را برحسب ثانیه‌ی قوسی بر ساعت بیان کنید.

ب) حال از حرکت خاصه‌ی این جرم کوییپری صرف‌نظر کنید و اثر دوران زمین (اختلاف منظر علّی) را برحسب ثانیه‌ی قوسی بر ساعت به دست آورید.

ج) رصدگری سعی کرده تا حرکت ظاهری این جرم کوییپری را در حالت تربیع بررسی کند. سرعت ظاهری در این حالت چقدر است؟

۴- سالها پیش منجمی که با فرض ثابت هابل ۵۰ کیلومتر بر ثانیه بر مگاپارسک به مطالعه کهکشان‌ها پرداخته بود، قدر مطلق و رنگ کهکشانی را به ترتیب $M_B=-21.5\ mag$ و $B-R=1.5$ گزارش کرده است. این منجم همچنین رابطه‌ی

$$Log\ L_x\ [erg/s] = (2.17\pm0.1)\ log\ (L_B/L_{B,sun}) + (18.0\pm1.1)$$

را بین تابندگی پرتوهای این نوع از کهکشان‌ها و تابندگی فیلتر B آنها (در واحد تابندگی B خورشید) گزارش کرده است.

اکنون منجمی با فرض ثابت هابل برابر ۷۰ کیلومتر برثانیه بر مگاپارسک بر روی همان کهکشان تحقیق می کند.

با فرض اینکه تابندگی باند R این کهکشان ۱۰ درصد در این مدت افزایش یافته باشد، تابندگی این کهکشان در باند R برحسب تابندگی خورشید در این باند چقدر است؟

شیب رابطه‌ی تابندگی پرتوهای ایکس برحسب تابندگی B این دسته از کهکشان‌ها از نظر این منجم چقدر خواهد بود؟

فرضیات: $M_{B,sun}=5.45$ و رنگ خورشید $(B-R)_{sun}=1.0$ است.

۵- فرض کنید فقط دو نوع ستاره‌ی x و y با جرم‌های $M_x=0.5$ و $M_y=5$ (برحسب جرم خورشیدی) در یک خوشه‌ی ستاره‌ای وجود دارند. همچنین فرض کنید رابطه‌ی جرم– درخشندگی در ستاره‌ها به صورت زیر است:

$$\frac{L}{L_{sun}} = (\frac{M}{M_{sun}})^3$$

الف) اگر نسبت جرم به درخشندگی این خوشه دو برابر نسبت جرم به درخشندگی خورشید باشد ($\frac{M}{L} = 2\frac{M_{sun}}{L_{sun}}$)، نسبت تعداد ستاره‌های نوع x به تعداد ستاره‌های نوع y را به دست آورید.

ب) نسبت درخشندگی ناشی از مجموع ستاره‌های نوع x به درخشندگی ناشی از مجموع ستاره‌های نوع y را به دست آورید.

ج) تابع جرم یک خوشه‌ی ستاره‌ای به این صورت تعریف می‌شود: $N(m) = Cm^{-\alpha}$، که در این رابطه $N(m)$ تعداد ستاره‌های با جرم m است، همچنین C و α مقادیری ثابت هستند. برای خوشه‌ی ستاره‌ای تعریف شده در بالا مقدار α را به دست آورید.

۶- انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در یک ساختار کروی به شعاع R و جرم M که به طور یکنواخت توزیع شده، برابر است با: $E_g = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$. تحت یک شرایط خاص دمایی، این امکان وجود دارد که این ساختار در اثر نیروی جاذبه‌ی گرانشی در خود آزادانه فرو برمبد. فرض کنید این ساختار از گازی کامل متشکل از مولکول‌های هیدروژن باشد.

الف) عبارتی برای چگالی جرمی این ساختار به دست آورید که به ازای مقادیر بیشتر از آن ساختار در خود فرو می‌رمبد. مقدار عددی چگالی آستانه را برای ساختاری با جرم خورشید و با دمای $T=20$ کلوین به دست آورید.

ب) فرض کنید یک ابر مولکولی به جرم خورشید که چگالی آن برابر با چگالی آستانه‌ای است که در قسمت «الف» به دست آمده است؛ شروع به رمبش آزاد می‌کند تا به یک پیش-ستاره‌ی رشته‌ی اصلی تبدیل شود. در حین رمبش، انرژی گرانشی آزاد شده صرف شکستن مولکول‌های هیدروژن و سپس یونیزه کردن آنها می‌شود. شعاع نهایی این ساختار را پس از یونیزه شدن کامل به دست آورید. انرژی یونیزاسیون هیدروژن $\varepsilon_{ionization} = 13.6\ eV$ و انرژی جداسازی اتم‌های مولکول هیدروژن $\varepsilon_{decomposition} = 4.5\ eV$ است. جرم اتم هیدروژن $m_H = 2\times10^{-27}\ kg$ است.

ج) در اواخر مرحله‌ی رمبش آزاد، به دلیل افزایش کدریت، انرژی آزاد شده‌ی گرانشی منجر به افزایش دما می‌شود. به عبارت دیگر رمبش از حالت آزاد تبدیل به انقباض آهسته می‌شود به طوری که می‌توان سیستم را تقریبا در حالت تعادل در نظر گرفت. با این فرض، دمای این ساختار را که شعاعش را در قسمت قبل به دست آورده‌اید؛ محاسبه کنید.

۷- قرص برافزایشی توده‌ای از گاز چرخان بسیار داغ است که سیاهچاله‌ها را احاطه کرده است. قسمت‌های داخلی قرص در این مساله مورد نظر است. فرض کنید ناحیه مورد نظر از R_{ISCO} تا $2R_{ISCO}$ امتداد داشته باشد.
(ISCO: innermost stable circular orbit)

در داخل این ناحیه($r<R_{ISCO}$)، گاز بسیار رقیق و تابش بسیار کمی از قرص خواهیم داشت. تابش اصلی قرص از ناحیه $R_{ISCO}<r<2R_{ISCO}$ می‌آید.

فرض کنید ناحیه مورد نظر تابش جسم سیاهی در دمای T داشته باشد. فرض کنید قرص زاویه‌ی انحراف i داشته باشد (نسبت به ناظر زمینی). فاصله قرص از زمین را هم d بگیرید. ناظر زمینی یک شار کلی از این قرص به اندازه‌ی F دریافت می کند (برحسب $\underline{erg/(s.cm^2)}$).

الف) رابطه‌ای دقیق برای R_{ISCO} برحسب کمیت‌های داده شده به دست آورید.

ب) بیشینه‌ی شار تابشی F_λ (شار در بازه‌ی λ و $\lambda + d\lambda$) در $\lambda_{max} = 2.9nm$ اتفاق می‌افتد. شار بولومتریک $F = \int_0^\infty F_\lambda \, d\lambda = 2 \times 10^{-12}$ $\underline{erg/(s.cm^2)}$ است. از رصدهای دیگر نیز می‌دانیم $d=1kpc$ و $i = 80^o$ هستند. با این مقادیر R_{ISCO} را برحسب km به دست آورید.

ج) می‌دانیم جرم این سیاهچاله $M = 10M_\odot$ است. در نظریه‌های اخترفیزیکی در سیاهچاله‌های غیرچرخان $R_{ISCO} = 6R_G$ و در سیاهچاله‌های با بیشینه چرخش $R_{ISCO} = R_G$ است، که در آن $R_G = \frac{GM}{C^2}$ است. با استفاده از داده‌های قسمت «ب» چه نتیجه‌ای راجع به چرخش سیاهچاله می‌گیریم.

د) رابطه‌ای برای $\dot{M}$ برحسب R_{ISCO} ، M و T به دست آورید. مقدار $\dot{M}$ را در این سیستم برحسب $M_\odot/yr$ به دست آورید.