هندسه ۱ دوم دبیرستان

رشته ریاضی فیزیک، علوم تجربی

پاسخ کامل مسائل کتاب درسی

مؤلف: محمد حسین مصلحی
دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

riazisara.com

Email : info@riazisara.com phone : ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲

فهرست مطالب :

سخن آغازین

درود بر آنها که در مقابل ظلم سکوت ذلت بار اختیار نکردند.

درود بر معلم که بزرگترین سرمایه هر جامعه در اختیار اوست.

درود بر دانش آموز، تنها امید بر آینده ای روشن.

این کتاب الکترونیکی پیشکشی است به حضور فرزندان ایران زمین.

اما چرا حل المسائل ؟

۱- استفاده برخی دانش آموزان از حل المسائل واقعیتی غیر قابل انکار است.

۲- باید دانش آموز را آگاه کرد که استفاده از حل المسائل آخرین راه است نه اولین کار .

۳- نویسندگان حل المسائل ها گاهی از روشهای میانبر و تستی برای حل مسائل استفاده کرده و معلم مزبور متهم به بد درس دادن و پیچیده کردن حل مساله می گردد ..

پاسخهای موجود در این کتاب مبتنی بر روش کتاب است.

۴- برخی دانش آموزان به دلایلی تمام کلاسها را حضور نداشته و جوابهای صحیح سوالات را در اختیار ندارند و یا دبیر فرصت حل تمام مسائل را پیدا نمی کند.

به دلایلی که برخی از آنها ذکر شد بر آن شدیم ، پاسخ مسائل کتاب درسی را در اختیار قرار دهیم.

تلاش بر این است در ویرایشهای بعدی مطالب و تمریناتی به این کتاب افزوده گردد.

مشتاقانه پذیرای نظرات و انتقادات شما هستیم.

محمد حسین مصلحی

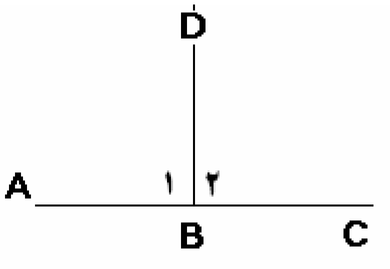
د بیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

تابستان ۹۱

آدرس سایت www.riazisara.com

آدرس پست الکترونیکی info@riazisara.com

شماره همراه جهت تماس (sms) ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲



۱- $\begin{cases}\hat{B}_۱=\hat{B}_۲\\ \hat{B}_۱+\hat{B}_۲=۱۸۰^\circ\end{cases} \Rightarrow \quad ۲\hat{B}_۱=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۱=۹۰^\circ$

۲- $QP=PS$ اضلاع مربع

متساوی الساقین $PS=PT \Rightarrow QP=PT \Rightarrow \Delta QPT$ اضلاع مثلث متساوی الاضلاع

۳- متساوی الساقین

$$\begin{cases}\Delta XKJ : KX=KJ & \text{متساوی الاضلاع}\\ KJML : KJ=KL \Rightarrow KX=KY \Rightarrow \Delta KXY & \text{مربع}\\ \Delta KLY : KL=KY & \text{متساوی الاضلاع}\end{cases}$$

٤- دو زاویه $\angle LKM$, $\angle RQS$ مکمل زوایای $\angle LKI$, $\angle RQP$ هستند و طبق ق زوایای مکمل با هم برابرند.

۵- $x+y=۹۰^\circ \Rightarrow (۱۸۰^\circ-x)+(۱۸۰^\circ-y)=۳۶۰^\circ-(x+y)=۳۶۰^\circ-۹۰^\circ=۲۷۰^\circ$

٦- الف) $\begin{cases}x+y=۱۸۰\\ x=y\end{cases} \Rightarrow ۲x=۱۸۰ \Rightarrow x=۹۰=y$

ب) $\begin{cases}x+y=۱۸۰\\ x=۲y\end{cases} \Rightarrow ۳y=۱۸۰ \Rightarrow y=۶۰\ ,\ x=۲y=۲(۶۰)=۱۲۰$

پ) $\begin{cases}x+y=۱۸۰\\ x=ny\end{cases} \Rightarrow (n+۱)y=۱۸۰ \Rightarrow y=\frac{۱۸۰}{n+۱}\ ,\ x=n\left(\frac{۱۸۰}{n+۱}\right)$

۷- شکل سمت چپ: $۷۰^\circ+۶۰^\circ+z=۱۸۰^\circ \Rightarrow z=۵۰^\circ$ $x+۱۱۰^\circ=۱۸۰^\circ \Rightarrow x=۷۰^\circ$

$y=x=۷۰^\circ$

شکل سمت راست: $\hat{L}=۴۵^\circ$ $۳۵^\circ+۱۰۰^\circ+\hat{L}=۱۸۰^\circ \Rightarrow$, $y=۱۰۰^\circ$, $JK \parallel MQ \Rightarrow z=۳۵^\circ$,

$\Rightarrow y=۱۰۰^\circ\ ,\ x=y\Rightarrow x=۱۰۰^\circ$ و $x+\hat{L}+z=۱۸۰\Rightarrow ۱۰۰+۴۵+z=۱۸۰\Rightarrow z=۳۵$

۸- دوشعاع نور CD ، AB موازیند و همچنین آینه های RS ، PQ نیز موازی قرار داده شده اند ،
بنابراین $\widehat{QBC}=\widehat{RCB}\ ,\ \widehat{PBC}=\widehat{SCB}\ ,\ \widehat{ABC}=\widehat{DCB}\ ,\ \widehat{ABQ}=\widehat{DCR}$

۹- بالا سمت چپ : $y+۱۱۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow y=۷۰^\circ\ ,۱۴۰+\hat{K}=۱۸۰\Rightarrow \hat{\hat{K}}=۴۰\ ,\ \hat{K}+۱۱۰=x$
$\Rightarrow x=۴۰+۱۱۰=۱۵۰$

بالا سمت راست : $۱۱۵^\circ=۹۰^\circ+x\Rightarrow x=۲۵^\circ$ و $U\hat{Q}T=۱۸۰^\circ-(۹۰^\circ+۵۰^\circ)=۴۰^\circ$
$y=۱۸۰^\circ-U\hat{Q}T-x\Rightarrow y=۱۸۰^\circ-۴۰^\circ-۲۵^\circ=۱۱۵^\circ$

پایین سمت چپ: $x=۳۰^\circ+۴۰^\circ=۷۰^\circ\ ,\ x+y+۶۰^\circ=۱۸۰^\circ$
$\Rightarrow ۷۰^\circ+y+۶۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow y=۵۰^\circ$

پایین راست: $BF\parallel CE$ ، AD قاطع $\Leftarrow x=۳۵^\circ\ ,\ I\hat{B}G=y\ ,\ I\hat{B}G+x+۶۵^\circ=۱۸۰^\circ$
$\Rightarrow y+۳۵^\circ+۶۵^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow y=۸۰^\circ$

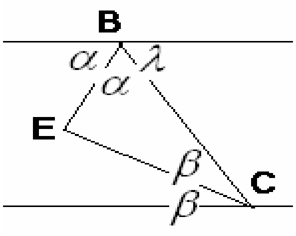
---

۱۰ –
$$\begin{cases} A\hat{C}D+\hat{C}=۱۸۰^\circ & \text{ق زوایای مکمل} \\ \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ & \text{ق مجموع زوایای مثلث} \end{cases}\Rightarrow \hat{A}+\hat{B}=A\hat{C}D$$

۱۱- هر دو قسمت الف وب از قضیه زوایای مکمل به دست می آید چون زوایای حکم مکمل زوایای فرض هستند.

۱۲- از D به B وصل می کنیم. $E\hat{A}B=\hat{B}_۲+\hat{D}_۲$ خارجی $F\hat{C}B=\hat{B}_۱+\hat{D}_۱$ خارجی,
$$\Rightarrow E\hat{A}B+F\hat{C}B=\left(\hat{B}_۱+\hat{B}_۲\right)+\left(\hat{D}_۱+\hat{D}_۲\right)\Rightarrow E\hat{A}B+F\hat{C}B=\hat{B}+\hat{D}$$

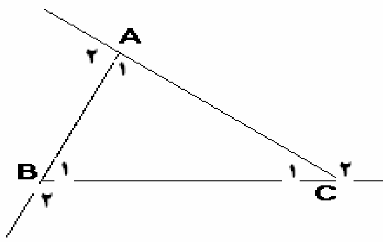
۱۳-



$$\begin{cases} ۲\alpha+\lambda=۱۸۰ & \text{نیم صفحه} \\ \lambda=۲\beta & \text{ق خطوط موازی} \end{cases} \Rightarrow ۲\alpha+۲\beta=۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha+\beta=۹۰^\circ$$

مجموع زوایای مثلث $\hat{E}=۱۸۰^\circ-(\alpha+\beta)=۱۸۰^\circ-۹۰^\circ=۹۰^\circ$

۱۴-



$$A_۲+B_۲+C_۲=۱۸۰^\circ-\hat{A}_۱=۱۸۰^\circ-\hat{B}_۱+۱۸۰^\circ-\hat{C}_۱=$$
$$۵۴۰^\circ-\left(\hat{A}_۱+\hat{B}_۱+\hat{C}_۱\right)=۵۴۰^\circ-۱۸۰^\circ=۳۶۰^\circ$$

---

۱۵ -استدلال استقرائی بر اساس مشاهده و تجربه است ولی در استدلال استنتاجی نتیجه گیری به کمک قواعد منطقی و فرضیات صحیح میباشد مثل اندازه گیری مجموع زوایای مثلث (استقرائی) یا اثبات آنکه مجموع زوایای مثلث۱۸۰ درجه است(استنتاجی).

۱- الف) $\begin{cases} AB=AC\\ AS=AS\\ BS=SC\end{cases} \Rightarrow \Delta ABS \cong \Delta ASC$ (ض.ض.ض) $\Rightarrow \begin{cases}\hat{A}_1=\hat{A}_2\\ \hat{B}=\hat{C}\\ \hat{S}_1=\hat{S}_2\end{cases}$

ب) $\begin{cases} AE=EB\\ DE=EC\\ \hat{E}_1=\hat{E}_2\end{cases} \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABE$ (ض ز ض) $\Rightarrow \begin{cases} AD=BC\\ \hat{A}=\hat{B}\\ \hat{D}=\hat{C}\end{cases}$

پ) $\begin{cases} \hat{C}_1=\hat{C}_2\\ \hat{B}_1=\hat{B}_2\\ BC=BC\end{cases} \Rightarrow \Delta BDC \cong \Delta ABC$ (ز ض ز) $\Rightarrow \begin{cases} CD=CA\\ BD=BA\\ \hat{D}=\hat{A}\end{cases}$

۲- الف) $1 \cong 2$ (ض ز ض) ب) $1 \cong 3$ (ز ض ز)

۳- الف) $\hat{B}=\hat{J} \Rightarrow \Delta PBY \cong \Delta RSJ$ (ز ض ز)

ب) $MS=XP \Rightarrow \Delta DMS \cong \Delta XPQ$ (ض ض ض)

۴-

$\begin{cases} MP=MS & \text{M وسط PS}\\ MR=MQ & \text{M وسط RQ}\\ \hat{M}_1=\hat{M}_2 & \text{متقابل به رأس}\end{cases} \Rightarrow \Delta MPQ \cong \Delta MRS$ (ض ز ض)

۵-

$\begin{cases} \hat{A}_1=\hat{A}_2 & \text{فرض مساله}\\ AP=AP & \text{مشترک}\\ AC=AB & \text{فرض مساله}\end{cases} \Rightarrow \Delta APC \cong \Delta BPC$ (ض ز ض) $\Rightarrow BP=PC \Rightarrow \Delta PBC$ متساوی الساقین

۶-

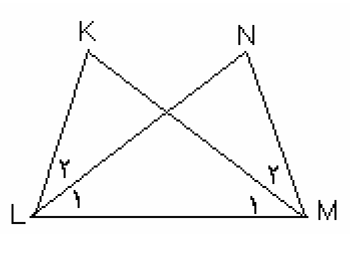
$\begin{cases} \hat{P}=\hat{T} & PQ \| ST\ ,\ PT\ \text{قاطع}\\ \hat{R}_1=\hat{R}_2 & \text{متقابل به راس}\\ PR=RT & \text{R وسط PT}\end{cases} \Rightarrow \Delta PQR \cong \Delta RST$ (ز ض ز) $\Rightarrow RQ=RS$

-۷

$$\begin{cases} PQ = QR & \text{فرض مساله} \\ PS = SR & \text{فرض مساله} \\ QS = QS & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS\,(\text{ض ض ض}) \Rightarrow \hat{Q}_۱ = \hat{Q}_۲ \quad ❶$$

$$❶ \begin{cases} \hat{Q}_۱ = \hat{Q}_۲ & \text{نتیجه} \\ QT = QT & \text{مشترک} \\ QP = QR & \text{فرض} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta RQT\,(\text{ض ز ض}) \Rightarrow PT = RT$$

-۸



$$\hat{L}_۱ = \hat{M}_۱ \;,\; \hat{L}_۲ = \hat{M}_۲ \Rightarrow \hat{L}_۱ + \hat{L}_۲ = \hat{M}_۱ + \hat{M}_۲ \Rightarrow \hat{L} = \hat{M}$$

$$❶ \begin{cases} \hat{M} = \hat{L} & \text{نتیجه} \\ \hat{L}_۱ = \hat{M}_۱ & \text{فرض مساله} \\ LM = LM & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta KML \cong \Delta NML\,(\text{ز ض ز}) \Rightarrow KL = NM$$

-۹

$$AE = AC \;,\; DC = BE \Rightarrow AE + EB = AC + CD \Rightarrow AB = AD \quad ❶$$

$$❶ \begin{cases} AB = AD & \text{نتیجه} \\ AC = AE & \text{فرض} \\ \hat{A} = \hat{A} & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta ADE \cong ABC\,(\text{ض ز ض}) \Rightarrow BC = DE$$

-۱۰

الف) $AC = CD \Rightarrow \hat{D} = x \;,\; \text{خارجی} \;\; A\hat{C}B = x + x = ۲x$

$$AB = AC \Rightarrow A\hat{C}B = \hat{B} = ۷۰^\circ \Rightarrow ۲x = ۷۰^\circ \Rightarrow x = ۳۵^\circ$$

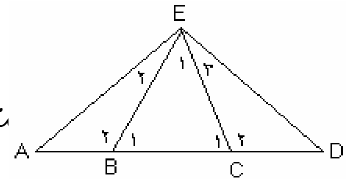
ب) $$\begin{cases} \hat{S}_۱ = \hat{S}_۲ & \text{قائمه} \\ PS = SR & \text{فرض} \\ QS = QS & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS \Rightarrow \hat{R} = \hat{P} = ۵۰ \;,\; ۵۰ + ۹۰ + x = ۱۸۰ \Rightarrow x = ۴۰$$

پ) $KL = KM \Rightarrow K\hat{M}L = \hat{L} = ۳۰$,

LKM خارجی برای مثلث $M\hat{K}J = ۳۰ + ۳۰ = ۶۰$, $MK = MJ \Rightarrow M\hat{K}L = M\hat{J}K = ۶۰$

LMJ خارجی برای مثلث $x = \hat{J} + \hat{L} = ۶۰ + ۳۰ = ۹۰$

۱۱- متساوی الاضلاع $\Delta BEC \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{C}_۱ = \hat{E}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۲ = \hat{C}_۲ = ۱۲۰$

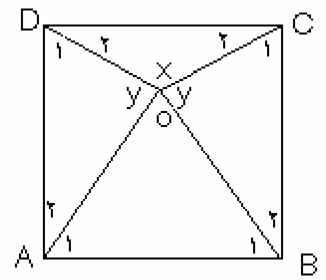


ΔAEB , $\Delta DCE \Rightarrow ۲\hat{A} = ۶۰ \Rightarrow \hat{A} = ۳۰ = \hat{D}$

متساوی الساقین $\Rightarrow B\hat{E}C = ۶۰$, $A\hat{B}E = ۱۲۰$, $E\hat{A}B = ۳۰$

۱۲- $\hat{A}_۱ + \hat{E} + A\hat{D}E = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳۰ + ۲\hat{E} = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{E} = ۷۵ = A\hat{D}E$, $B\hat{C}D = ۲B\hat{C}A = ۲(۷۵) = ۱۵۰$

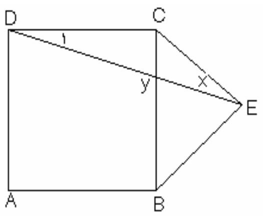
۱۳- (الف)



$\hat{A}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۲ = ۳۰$, $AO = AD \Rightarrow y = \hat{D}_۱$

$y + \hat{D}_۱ + \hat{A}_۲ = ۱۸۰ \Rightarrow ۲y + ۳۰ = ۱۸۰ \Rightarrow y = ۷۵$

$A\hat{O}B + ۲y + x = ۳۶۰ \Rightarrow ۶۰ + ۱۵۰ + x = ۳۶۰ \Rightarrow x = ۱۵۰$



(ب) $DC = CB = CE \Rightarrow \Delta DCE$ متساوی الساقین $\Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_۱ = x$

$\hat{E} + \hat{D}_۱ + D\hat{C}E = ۱۸۰ \Rightarrow ۲x + ۹۰ + ۶۰ = ۱۸۰ \Rightarrow ۲x = ۳۰$

$\Rightarrow x = ۱۵$, $x + y + B\hat{C}E = ۱۸۰ \Rightarrow ۱۵ + y + ۶۰ = ۱۸۰ \Rightarrow y = ۱۰۵$

۱٤- $AB = AC \Rightarrow A\hat{B}C = A\hat{C}B \Rightarrow A\hat{B}E = A\hat{C}D$ ق زوایای مکمل

$$\begin{cases} A\hat{B}E = A\hat{C}D \\ AB = AC \\ BE = CD \end{cases} \Rightarrow \text{(ض ز ض)}\ \Delta ABE \cong \Delta ACD \Rightarrow AE = AD$$

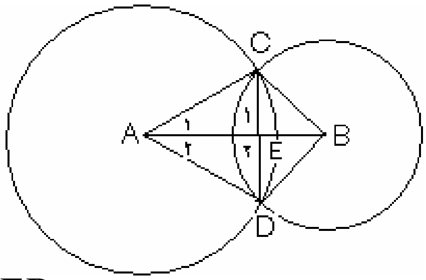
۱۵- $QT = QR \Rightarrow Q\hat{T}R = Q\hat{R}T$, ق زاویه ی مکمل $\Rightarrow T\hat{R}S = P\hat{T}Q$ ❶

❶ قبل $\begin{cases} T\hat{R}S = P\hat{T}Q \\ TQ = RS \\ TR = PT \end{cases}$ فرض، فرض $\Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta TRS$ (ض ز ض) $\Rightarrow PQ = TS$

۱۶-

$\begin{cases} AC = AD = R & \text{شعاع دایره} \\ BC = BD = r & \text{شعاع دایره} \\ AB = AB & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ADB$ (ض ض ض) $\Rightarrow A\hat{C}B = A\hat{D}B$

$\Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲$, $\begin{cases} \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \\ AC = AD \\ AE = AE \end{cases} \Rightarrow \Delta AEC \cong \Delta ADE$

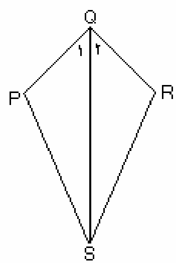


$\Rightarrow \hat{E}_۱ = \hat{E}_۲$, $\hat{E}_۱ + \hat{E}_۲ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ = ۹۰^\circ$, $CE = ED$

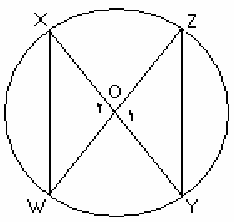
پس AB هم عمود بر DC هم آنرا نصف می کند.

۱۷-

$\begin{cases} \hat{Q}_۱ = \hat{Q}_۲ & \text{قطر } QS \text{ نیمساز} \\ PQ = QR & \text{فرض مساله} \\ QS = QS & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta QRS$ (ض ز ض) $\Rightarrow PS = RS$



۱۸-



$\begin{cases} OX = OY = r & \text{شعاع دایره} \\ OZ = OW = r & \text{شعاع دایره} \\ \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ & \text{متقابل به رأس} \end{cases} \Rightarrow \Delta OXW \cong \Delta ZOY$ (ض ز ض) $\Rightarrow XW = ZY$

۱۹-

PC عمود منصف — PC عمود منصف — مشترک

$$\begin{cases}\hat{B}_۱=\hat{B}_۲ \\ \hat{E}=\hat{F}=۹۰^\circ \Rightarrow \Delta BPE\cong\Delta BPF \\ BP=BP\end{cases}$$

۲۰-

BP نیمساز — EC پای عمود — مشترک

$$\begin{cases}AC=CB \\ \hat{C}_۱=\hat{C}_۲=۹۰ \Rightarrow (\text{ض ز ض})\Delta PCA\cong\Delta BPC \Rightarrow PA=PB \\ PC=PC\end{cases}$$

$$(\text{وتر و یک زاویه}) \Rightarrow PE=PF$$

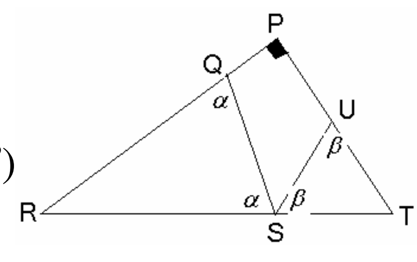
۲۱- الف) ب)

PS میانه — مشترک — فرض مسأله

$$\begin{cases}QS=SR \\ PS=PS\Rightarrow\Delta PQS\cong\Delta PRS \quad (\text{وتر و یک ضلع})\Rightarrow\begin{cases}\hat{p}_۱=\hat{p}_۲ \\ \hat{S}_۱=\hat{S}_۲=۹۰\end{cases} \\ PQ=PR\end{cases}$$

پ) در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه بین دو ساق، ارتفاع، میانه و عمود منصف نیز هست.

۲۲- با توجه به تساوی اجزاء داریم

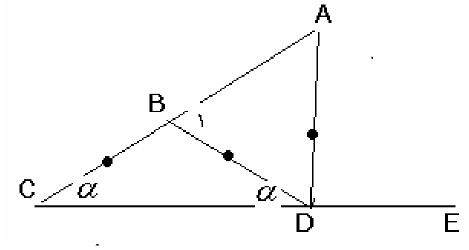


$$\begin{cases}\hat{R}+۲\alpha=۱۸۰ \\ \hat{T}+۲\beta=۱۸۰\end{cases}\Rightarrow \hat{R}+\hat{T}+۲(\alpha+\beta)=۳۶۰$$

$$\Rightarrow ۹۰+۲(\alpha+\beta)=۳۶۰\Rightarrow\alpha+\beta=۱۳۵ \ , \quad Q\hat{S}U=۱۸۰-(\alpha+\beta)$$

$$\Rightarrow Q\hat{S}U=۱۸۰-۱۳۵=۴۵$$

۲۳-



$$BC=BD\Rightarrow\hat{C}=\hat{D}=\alpha \ , \ \hat{B}_۱=۲\alpha,\hat{B}_۱=\hat{A}$$

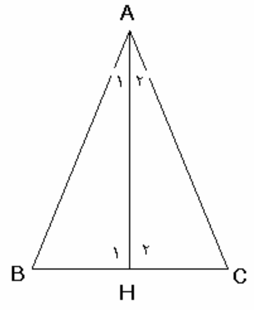
$$\Rightarrow\hat{A}=۲\alpha \ , \ A\hat{D}E=\hat{A}+\hat{C}=۲\alpha+\alpha=۳\alpha$$

$$\Rightarrow A\hat{D}E=۳A\hat{C}E$$

$A\hat{D}E$ خارجی برای مثلث ABC است.

$$\begin{cases} \widehat{B}_۱ = \widehat{B}_۲ \\ \widehat{E} = \widehat{F} = ۹۰^\circ \\ BP = BP \end{cases} \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF$$

۲۴- نیمساز زاویه A را رسم می کنیم.



$$\widehat{A}_۱ = \widehat{A}_۲, \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{H}_۱ = H_۲, \begin{cases} \widehat{H}_۱ = \widehat{H}_۲ \\ \widehat{A}_۱ = \widehat{A}_۲ \\ AH = AH \end{cases} \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta ACH \text{ (ز ض ز)}$$

$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ متساوی الساقین

تمرین ۱ قضیه خطوط موازی–همنهشتی دو مثلث در حالت دو ضلع و زاویه بین —تعریف همنهشتی

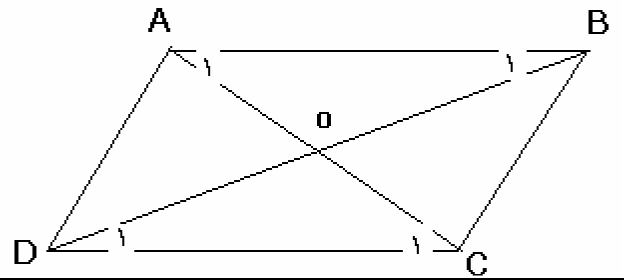
تمرین ۲

$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$ ، BD قاطع (ق خطوط موازی) ❶

$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$, AC قاطع

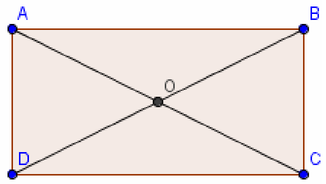
وطبق نتیجه کتاب در متوازی الاضلاع ، اضلاع روبرو مساویند پس $AB = DC$ ❷

بنابراین (ز ض ز) $\Rightarrow \Delta ABO \cong \Delta DCO$ ❶و❷ بنابراین $OB = OD$, $OA = OC$



تمرین ۳ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است پس قطرها همرا نصف می کنند ولی

$$\begin{cases} \widehat{D} = \widehat{C} = ۹۰ \\ AD = BC \Rightarrow (\text{ض ز ض})\ \Delta ADC \cong \Delta BDC \Rightarrow AC = DB \\ DC = DC \end{cases}$$

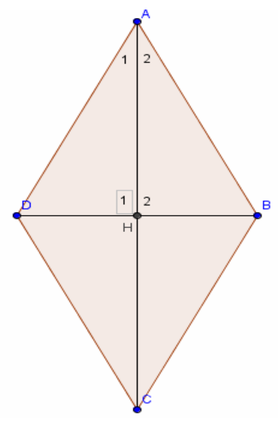


تمرین ۴

$$\begin{cases} AB = AD & \text{لوزی} \\ BC = DC \Rightarrow \Delta ADC \cong \Delta ABC\ (\text{ض ض ض}) \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 & \text{لوزی} \\ AC = AC & \text{مشترک} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AD = AB \Rightarrow \Delta AHD \cong \Delta AHB\ (\text{ض ز ض}) \Rightarrow \\ AH = AH \end{cases} \begin{cases} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = ۹۰ \\ DH = HB \end{cases}$$

به روش مشابه می توان ثابت کرد $AH = HC$



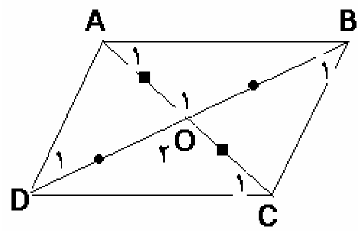
۱- خم ساده : الف، ب، پ، ت، ج خم ساده بسته : ب، پ، ت، ج

۲- چند ضلعی : ب، ت، ث، ج محدب : ب، ج غیر محدب: ت، ث

٤- الف) شکل الف مسأله ۱ ب) شکل پ مسأله ۱

۵- الف) ۰ قطر ب) $\frac{۶(۶-۳)}{۲}=۹$ پ) $\frac{۸(۸-۳)}{۲}=۲۰$

به طور کلی برای n ضلعی تعداد قطرها برابر $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است.

۶- 

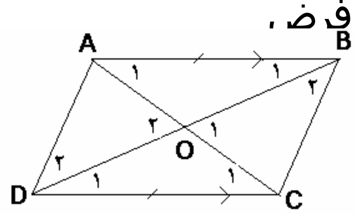
الف) $\begin{cases} OA=OC \\ OB=OD \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta ODC (\text{ض ز ض}) \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{C}_۱ \\ \hat{O}_۱=\hat{O}_۲ \end{cases}$

$\hat{A}_۱=\hat{C}_۱$, عکس ق خطوط موازی $\Rightarrow AB \parallel DC$ ❶

به همین ترتیب ثابت می شود $\hat{D}_۱=\hat{B}_۱$ پس $AD \parallel BC$ ❷ .

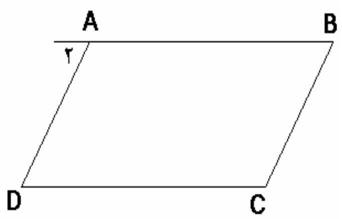
❶,❷ $\Rightarrow ABCD$ متوازی الاضلاع

ب) $\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ , مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{C}_۱ \\ AB \parallel DC \text{ , مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_۱=\hat{D}_۱ \\ AB=DC \text{ ف ض .} \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{ز ض ز}} \overset{\Delta}{AOB} \cong \overset{\Delta}{DOC} \Rightarrow \begin{cases} OA=OC \\ OB=OD \end{cases}$ ❶



طبق ❶ چون قطرها هم را نصف کرده اند،چهارضلعی متوازی الضلاع است

پ)



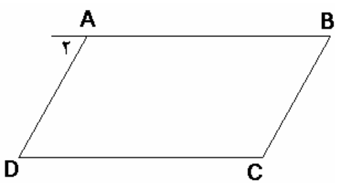
$$\left.\begin{array}{r} \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=۳۶۰^\circ \\ \text{فرض}\quad \hat{A}=\hat{C} \\ \text{فرض}\quad \hat{B}=\hat{D}\end{array}\right\} \Rightarrow ۲\hat{A}+۲\hat{D}=۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}+\hat{D}=۱۸۰^\circ$$

$$\hat{A}+\hat{A}_۲=۱۸۰ \Rightarrow \hat{A}_۲=\hat{D}$$

پس طبق عکس ق خطوط موازی $AB \parallel DC$.

به همین ترتیب می توان ثابت کرد $AD \parallel BC$ بنابراین $ABCD$ متوازی الاضلاع است.

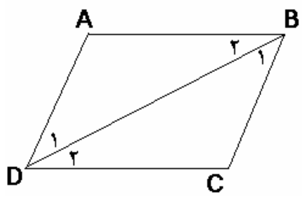
ت)



$$\left\{\begin{array}{l} \hat{A}+\hat{A}_۲=۱۸۰ \\ \hat{A}+\hat{D}=۱۸۰ \end{array}\right. \Rightarrow \hat{A}_۲=\hat{D}$$ و طبق عکس ق خطوط موازی

$AB \parallel DC$ به همین ترتیب $AD \parallel BC$ پس $ABCD$ متوازی الضلاع

ث)



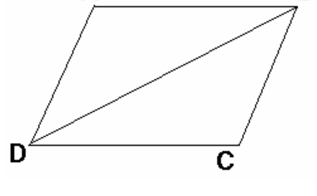
$$\left.\begin{array}{l} AD=BC \\ AB=DC \\ BD=BD \end{array}\right\} \overset{\text{ض ض ض}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ABD}=\overset{\Delta}{BDC} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \hat{B}_۱=\hat{D}_۱ \Rightarrow AC \parallel BD \\ \hat{B}_۲=\hat{D}_۲ \Rightarrow AB \parallel DC \end{array}\right. \Rightarrow ABCD$$ متوازی الاضلاع

ج)

$$\overset{\Delta}{ABD} \cong \overset{\Delta}{DBC}\ ,\ DB=DB \Rightarrow \hat{A}=\hat{C}\ ,\ \hat{B}_۱+\hat{B}_۲=\hat{D}_۱+\hat{D}_۲ \Rightarrow \hat{B}=\hat{D}$$

پس طبق قسمت (پ) چون دو زاویه مقابل در $ABCD$ مساویند ،

بنابراین چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.



۱- $S=\frac{۱}{۲}h(۲h)=h^{۲}$

۲- $x=$ارتفاع $\quad$ قاعده $=۲x$

$S=\frac{۱}{۲}(۲x)(x)=۳۶ \Rightarrow x^{۲}=۳۶ \Rightarrow x=۶ \Rightarrow$ قاعده $=۲x=۱۲$

۳- $a=$عرض و طول $=۵a$

$S=a(۵a)=۱۴۴۰ \Rightarrow ۵a^{۲}=۱۴۴۰ \Rightarrow a^{۲}=۲۸۸ \Rightarrow a=۱۲\sqrt{۲}$

طول $=۵a=۵(۱۲\sqrt{۲})=۶۰\sqrt{۲}$

۴- الف و ب) $S=۴(Lh)+L^{۲} \Rightarrow S=۴(۴\times ۵)+۴^{۲}=۸۰+۱۶=۹۶$

۵- $x=$قاعده و $S=\frac{۱}{۲}x(۱۲)=۳۶ \Rightarrow ۶x=۳۶ \Rightarrow x=۶$

۶- $S=\frac{۱}{۲}(x\times x)=۴۰ \Rightarrow x^{۲}=۸۰ \Rightarrow x=۴\sqrt{۵}$ طول ساق

۷- $XZ=a \quad YZ=b \quad \Rightarrow BC=۲b \quad , \quad AC=۲a \quad , \quad \frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}}=\frac{\frac{۱}{۲}(۲b)(۲a)}{\frac{۱}{۲}(b)(a)}=۴$

۸- $\frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}}=\frac{\frac{۱}{۲}(nb)(na)}{\frac{۱}{۲}(b)(a)}=n^{۲}$

۹- مساحت مثلث پایین − مجموع مساحت مربع ها = مساحت سایه زده شده

$$\Rightarrow S=\left(۵^{۲}+۴^{۲}+۳^{۲}\right)-\frac{۱}{۲}(۵+۴+۳)(۵)\Rightarrow S=(۲۵+۱۶+۹)-۳۰=۵۰-۳۰=۲۰$$

۱۰- ارتفاع مثلثها برابر و $MN=NQ$

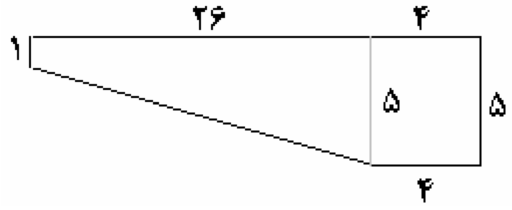
$$\Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{NQP}}=\frac{\frac{۱}{۲}MN\times h}{\frac{۱}{۲}NQ\times h}=۱\Rightarrow S_{MNP}=S_{NQP}$$

۱۱- الف) $۲QN=NM\Rightarrow \frac{S_{PNM}}{S_{PNQ}}=\frac{\frac{۱}{۲}MN\times h}{\frac{۱}{۲}NQ\times h}=\frac{NM}{NQ}=\frac{۲NQ}{NQ}=۲$

ب) $N'M=N'N=NQ\Rightarrow \frac{S_{PQN}}{S_{PN'M}}=\frac{\frac{۱}{۲}NQ\times h}{\frac{۱}{۲}N'M\times h}=\frac{NQ}{N'M}=۱\Rightarrow S_{PQN}=S_{PN'M}$

پ) $QM=۳NN'\Rightarrow \frac{S_{PQM}}{S_{PNN'}}=\frac{\frac{۱}{۲}QM\times h}{\frac{۱}{۲}NN'\times h}=\frac{QM}{NN'}=\frac{۳NN'}{NN'}=۳$

۱۲-

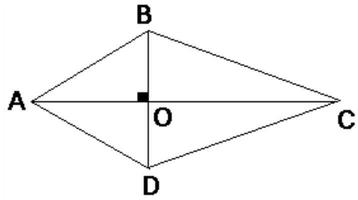


$$S=\frac{۱}{۲}(۵+۱)(۲۶)+(۴\times۵)=۷۸+۲۰=۹۸$$

۱۳-

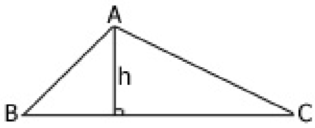
$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ACD}=\frac{۱}{۲}(AC\times OB)+\frac{۱}{۲}(AC\times OD)=\frac{۱}{۲}AC(OB+OD)$$

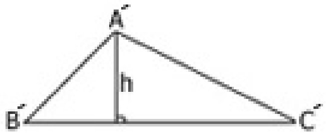
$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AC\times BD$$



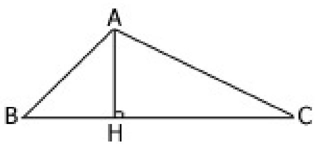
۱٤- مساحت کف استخر $= ۹ \times ۶ = ۵۴$ و مساحت کاشی $= ۰/۵ \times ۰/۵ = ۰/۲۵$

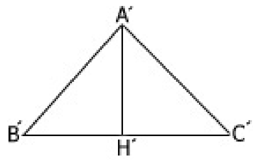
تعداد کاشی $= \dfrac{۵۴}{۰/۲۵} = \dfrac{۵۴}{\frac{۱}{۴}} = ۵۴ \times ۴ = ۲۱۶ \Rightarrow$ هزینه $= ۳۵۰ \times ۲۱۶ = ۷۵۶۰۰$





۱۵- $$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{۱}{۲} BC \times h}{\frac{۱}{۲} B'C' \times h} = \frac{BC}{B'C'}$$



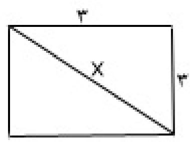


۱٦- $$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{۱}{۲} BC \times AH}{\frac{۱}{۲} B'C' \times A'H'} = \frac{AH}{A'H'}$$

---

۱۷ — الف بر اساس اصل ۱ ، ب بر اساس اصل ۲ ، پ بر اساس اصل ۴ می باشد.

۱- الف) $x^{۲} = ۹ + ۹ \Rightarrow x^{۲} = ۱۸ \Rightarrow x = \sqrt{۹ \times ۲} = ۳\sqrt{۲}$



ب) $x^{۲} = ۵^{۲} + ۵^{۲} \Rightarrow x^{۲} = ۵۰ \Rightarrow x = \sqrt{۲۵ \times ۲} = ۵\sqrt{۲}$

پ) $x^{۲} = a^{۲} + a^{۲} \Rightarrow x^{۲} = ۲a^{۲} \Rightarrow x = \sqrt{۲a^{۲}} = a\sqrt{۲}$

۲- الف) $d^{۲} = a^{۲} + b^{۲} = ۳^{۲} + ۵^{۲} = ۹ + ۲۵ = ۳۴ \Rightarrow d = \sqrt{۳۴}$

ب) $d^{۲} = a^{۲} + b^{۲} = ۴^{۲} + ۷^{۲} = ۱۶ + ۴۹ = ۶۵ \Rightarrow d = \sqrt{۶۵}$

پ) $d^{۲} = (۳r)^{۲} + (۵r)^{۲} = ۹r^{۲} + ۲۵r^{۲} = ۳۴r^{۲} \Rightarrow d = r\sqrt{۳۴}$

ت) $d^{۲} = (۴r)^{۲} + (۷r)^{۲} = ۱۶r^{۲} + ۴۹r^{۲} = ۶۵r^{۲} \Rightarrow d = r\sqrt{۶۵}$

۳- ضلع مربع x: $x^{۲} = ۱۴۴ \Rightarrow x = ۱۲ \Rightarrow$ قطر مربع $= x\sqrt{۲} = ۱۲\sqrt{۲}$

٤- اضلاع زاویه قائمه: $x , ۲x$, $S = \frac{۱}{۲}(۲x)(x) = ۷۲ \Rightarrow x^{۲} = ۷۲ \Rightarrow x = ۶\sqrt{۲}$, $۲x = ۱۲\sqrt{۲}$

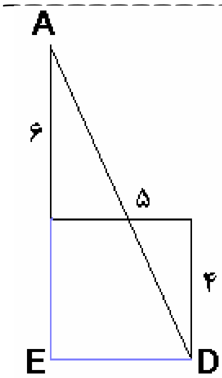
وتر $= a \Rightarrow a^{۲} = (۶\sqrt{۲})^{۲} + (۱۲\sqrt{۲})^{۲} = ۷۲ + ۲۸۸ \Rightarrow a^{۲} = ۳۶۰ \Rightarrow a = ۶\sqrt{۱۰}$

٥- الف) $PA_{۱}^{۲} = ۱^{۲} + ۱^{۲} = ۲ \Rightarrow PA_{۱} = \sqrt{۲}$

ب) $PA_{۲}^{۲} = (\sqrt{۲})^{۲} + ۱^{۲} = ۲ + ۱ = ۳ \Rightarrow PA_{۲} = \sqrt{۳}$ پ) $PA_{۳} = \sqrt{۴}$, $PA_{n} = \sqrt{n+۱}$

٦- $AE^{۲} + ED^{۲} = AD^{۲} \Rightarrow (۶+۴)^{۲} + ۵^{۲} = AD^{۲} = ۱۰۰ + ۲۵ = ۱۲۵$

$\Rightarrow AD = \sqrt{۱۲۵} = ۵\sqrt{۵}$



۷ - اضلاع مثلث قائم الزاویه $= ۲x,۳x \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}(۲x)(۳x) \Rightarrow ۳x^{۲}=۲۷$

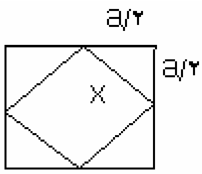
$\Rightarrow x^{۲}=۹ \Rightarrow x=۳$

اضلاع زاویه قائمه $۲(۳),۳(۳)=۶,۹ \Rightarrow a^{۲}=۶^{۲}+۹^{۲}=۳۶+۸۱=۱۱۷ \Rightarrow a=۳\sqrt{۱۳}$

۸- اضلاع قائمه $= ۴x,۵x \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}(۴x)(۵x)=۳۲۰ \Rightarrow ۱۰x^{۲}=۳۲۰ \Rightarrow x^{۲}=۳۲ \Rightarrow x=۴\sqrt{۲}$

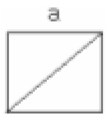
اضلاع زاویه قائمه $=\left\{ ۴(۴\sqrt{۲}) , ۵(۴\sqrt{۲}) \right\}=\left\{ ۱۶\sqrt{۲} \;,\; ۲۰\sqrt{۲} \right\}$

۹- اگر طول ضلع مربع بزرگ a و ضلع مربع کوچک xباشد،



$$x^{۲}=\left(\frac{a}{۲}\right)^{۲}+\left(\frac{a}{۲}\right)^{۲}=\frac{۲a^{۲}}{۴}=\frac{a^{۲}}{۲} \Rightarrow x^{۲}=\frac{a^{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{S'}{S}=\frac{x^{۲}}{a^{۲}}=\frac{\frac{a^{۲}}{۲}}{a^{۲}}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow S'=\frac{۱}{۲}S$$

۱۰-اگر ضلع مربع aباشد ،



قطر مربع $a\sqrt{۲}=۸\sqrt{۲} \Rightarrow a=۸ \; S=a^{۲}=۸^{۲}=۶۴$

---

۱۱ - $PQ^{۲}+(۱۲-۸)^{۲}=۳۰^{۲} \Rightarrow PQ^{۲}+۱۶=۹۰۰ \Rightarrow PQ^{۲}=۸۸۴ \Rightarrow PQ=\sqrt{۸۸۴}=۲\sqrt{۲۲۱}$

---

۱۲ - الف) $\begin{cases} AQ^{۲}=a^{۲}+b^{۲} \\ DQ^{۲}=a^{۲}+c^{۲} \end{cases} \Rightarrow AQ^{۲}+DQ^{۲}=۲a^{۲}+b^{۲}+c^{۲} \;,\; AQ^{۲}+DQ^{۲}=AD^{۲}$

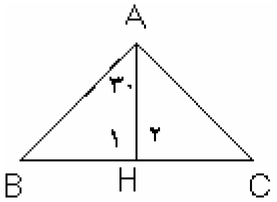
$\Rightarrow AD^{۲}=۲a^{۲}+b^{۲}+c^{۲} \Rightarrow AD=\sqrt{۲a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}}$

$AD=BC=(b+c) \Rightarrow AD^{۲}=(b+c)^{۲}=b^{۲}+c^{۲}+۲bc$

از طرفی طبق (الف) می دانیم $AD^{۲}=۲a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}$

پس $\Rightarrow b^۲+c^۲+۲bc=۲a^۲+b^۲+c^۲ \Rightarrow ۲a^۲=۲bc \Rightarrow a^۲=bc$

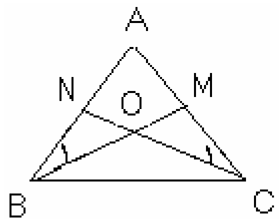
۱۳- قاعده BH از مثلث ABH را به اندازه ی خود ادامه می دهیم و به A وصل می کنیم.



$$\begin{cases} AH=AH \\ \hat{H}_۱=\hat{H}_۲ \\ BH=HC \end{cases} \overset{\text{ض ز ض}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ABH} \cong \overset{\Delta}{AHC} \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}=۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}=۶۰$$

بنابر این مثلث ABC متساوی الاضلاع است . پس $BC=AB\ ,\ BC=۲BH \Rightarrow ۲BH=AB$

۱٤- در مثلث متساوی الاضلاع ، نیمساز هر زاویه نقش میانه ، عمودمنصف و ارتفاع هم دارد پس



$$AB=AC \Rightarrow NB=MC\ ,\ \begin{cases} NB=MC \\ \hat{N}=\hat{M}=۹۰ \\ \hat{B}_۱=\hat{C}_۱=۳۰ \end{cases} \overset{\text{ز ض ز}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ONB} \cong \overset{\Delta}{OMC}$$

$$\Rightarrow ON=OM\ ,\ \hat{B}_۱=۳۰$$

طبق مسئله ۱۳ $\overset{\Delta}{ONB}:\ \frac{OB}{ON}=۲\ ,\ ON=OM \Rightarrow \frac{OB}{OM}=۲\ ,\ \frac{OC}{ON}=۲$ به همین ترتیب

۱۵-

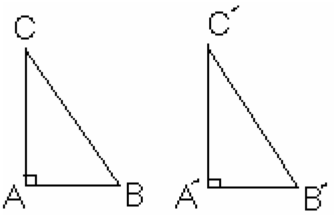
$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ACP}: PC^۲=AC^۲-AP^۲ \\ \overset{\Delta}{BCP}: PC^۲=BC^۲-PB^۲ \\ \overset{\Delta}{ABC}: AB^۲=AC^۲+BC^۲ \end{cases} \Rightarrow ۲PC^۲=AB^۲-\left(AP^۲+PB^۲\right)$$

$$=(AP+PB)^۲-\left(AP^۲+BP^۲\right)=AP^۲+PB^۲+۲AP\times PB-AP^۲-PB^۲$$

$$\Rightarrow ۲PC^۲=۲AP\times PB \Rightarrow PC^۲=AP\times PB$$

ب)
$$AC^{۲} = AP^{۲} + PC^{۲} = AP^{۲} + AP \times PB = AP(AP + PB)$$
$$AP \times AB \Rightarrow AC^{۲} = AP \times AB$$

۱۶- حکم $\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}$ $\Leftarrow$ فرض $\begin{cases} BC = B'C' \\ AB = A'B' \\ \hat{A} = \hat{A}' = ۹۰ \end{cases}$

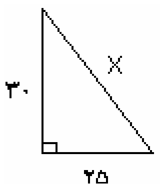


اثبات)

$$\begin{cases} BC^{۲} = AB^{۲} + AC^{۲} \\ B'C'^{۲} = A'B'^{۲} + A'C'^{۲} \Rightarrow AC = A'C', \\ BC = B'C', AB = A'B' \end{cases} \begin{cases} AC = A'C' \\ AB = A'B' \\ BC = B'C' \end{cases} \overset{\text{ض ض ض}}{\Rightarrow} \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

---

۱۷ - $x^{۲} = ۳۰^{۲} + ۲۵^{۲} = ۹۰۰ + ۶۲۵ \Rightarrow x^{۲} = ۱۵۲۵ \Rightarrow x = \sqrt{۱۵۲۵} = ۵\sqrt{۶۱}$



$$AF = ۱۰ \,,\ AD = AF \,,\ AG = GD \,,\ AD^{۲} = AG^{۲} + GD^{۲}$$

۱۸- الف) $\Rightarrow ۱۰^{۲} = ۲AG^{۲} \Rightarrow AG^{۲} = ۵۰ \,,\ S_{AGD} = \frac{۱}{۲} AG \times GD = \frac{۱}{۲} AG^{۲}$

$$S_{ADG} = \frac{۱}{۲}(۵۰) = ۲۵$$

ب)
$$CE = ۱۸ \,,\ DE = x \Rightarrow x + \frac{x}{۲} = ۱۸ \Rightarrow x = ۱۲ \,,\ AG = y \Rightarrow ۲y^{۲} = ۱۲^{۲}$$
$$y^{۲} = ۷۲ \,,\ S_{AGD} = \frac{۱}{۲} AG \times GD = \frac{۱}{۲} AG^{۲} = \frac{۱}{۲} y^{۲} = \frac{۱}{۲}(۷۲) = ۳۶$$

$$BD=3\sqrt{2}\ ,\ 2BH^2=BD^2 \Rightarrow 2BH^2=18 \Rightarrow BH=3=HD \Rightarrow AD=6$$

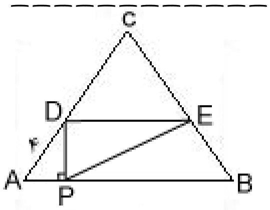
پ) $, AG=y \Rightarrow 2y^2=36 \Rightarrow y^2=18\ ,\ S_{AGD}=\frac{1}{2}AG\times GD=\frac{1}{2}AG^2$

$$=\frac{1}{2}y^2=\frac{1}{2}(18)=9$$

ت)
$$S_{BCDH}=49=HD^2 \Rightarrow HD=7 \Rightarrow AD=14,\ AG=y \Rightarrow 2y^2=196$$
$$y^2=98\ ,\ S_{AGD}=\frac{1}{2}AG\times GD=\frac{1}{2}AG^2=\frac{1}{2}y^2=\frac{1}{2}(98)=49$$

ث) $S_{AGDEF}=27=3S_{AGD} \Rightarrow S_{AGD}=9$

۱۹-

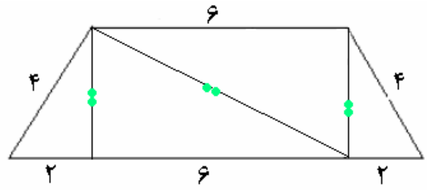


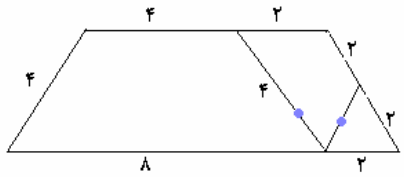
الف)
$$\hat{A}=30^\circ \Rightarrow AP=\frac{1}{2}AD \Rightarrow$$
$$AP=2\ ,\ DP^2=4^2-2^2=12 \Rightarrow DP=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

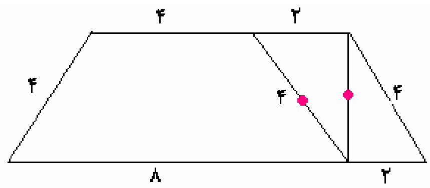
ب) $PE^2=DE^2+DP^2=6^2+12=36+12=48 \Rightarrow PE=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

پ) روی DE ، ٤ واحد جدا کرده و به موازات BE رسم می کنیم و قطر مرسوم از E را رسم کرده تا در مثلث باقیمانده را روی ذوزنقه حاصل قرار می دهیم.(دو برش)

اگر ذوزنقه اخیر را دو قسمت کنیم (سه برش)



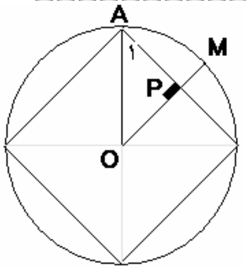




۲۰- الف) $a^{۲} = x^{۲} + x^{۲} \Rightarrow ۲x^{۲} = a^{۲} \Rightarrow x^{۲} = \frac{a^{۲}}{۲} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{۲}}{۲}$

$$\text{ضلع مربع} = ۲x + a = ۲\left(\frac{a\sqrt{۲}}{۲}\right) + a = a\left(\sqrt{۲}+۱\right)$$

ب) $۲x + a = ۱۰ \Rightarrow a\left(\sqrt{۲}+۱\right) = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}+۱}$ و محیط هشت ضلعی $p = ۸a = \frac{۸۰}{\sqrt{۲}+۱}$



۲۱- الف)

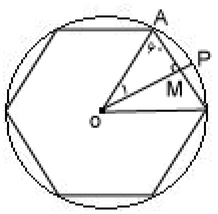
$$\hat{A}_{۱} = ۴۵^{\circ} \Rightarrow \hat{} = ۴۵^{\circ} \Rightarrow OM = AM$$

$$OM^{۲} + AM^{۲} = R^{۲} = ۱ \Rightarrow ۲OM^{۲} = ۱ \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

ب) $MP = OP - OM = ۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پ) $AP^{۲} = MP^{۲} + AM^{۲} = \left(۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۲} + \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۲} = ۱ + \frac{۱}{۲} - \sqrt{۲} + \frac{۱}{۲} = ۲ - \sqrt{۲}$

$$\Rightarrow AP = \sqrt{۲ - \sqrt{۲}}$$



۲۲- زوایای شش ضلعی منتظم ۱۲۰ درجه است پس

الف) $\hat{O}_{۱} = ۳۰^{\circ} \quad , \quad OA = ۱ \Rightarrow AM = \frac{۱}{۲} , \ OM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ب) $, \ OP = ۱ \Rightarrow MP = OP - OM = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

پ) $AP^{۲} = AM^{۲} + MP^{۲} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲} + \left(۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^{۲} = \frac{۱}{۴} + ۱ + \frac{۳}{۴} - \sqrt{۳}$

$$\Rightarrow AP^{۲} = ۲ - \sqrt{۳} \Rightarrow AP = \sqrt{۲ - \sqrt{۳}}$$

۱- $\frac{۱۰}{۴۰۰}=\frac{x}{۸۰}\Rightarrow x=\frac{۱۰\times۸۰}{۴۰۰}=۲$

۲- الف) $x=\sqrt{۲۵\times۴}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$

ب) $x=\sqrt{۶\sqrt{۲}\times۳\sqrt{۲}}=\sqrt{۳۶}=۶$

پ) $x=\sqrt{۲۱\times۷}=\sqrt{۱۴۷}=۷\sqrt{۳}$

۳- الف) طرفین وسطین ب) وارون دو نسبت پ) جابجائی طرفین ت) جمع در صورت

۴- الف) $\frac{x}{y}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{x+y}{y+۲}=\frac{۱}{۲}$

ب) $\frac{a+b+c+d}{۲+۳+۴+۵}=\frac{a}{۲}$

پ) $\frac{۱۲}{۳}=\frac{x}{۱۰}$

۵- الف) $۴x=۲۴\times۵\Rightarrow x=\frac{۲۴\times۵}{۴}=۳۰$

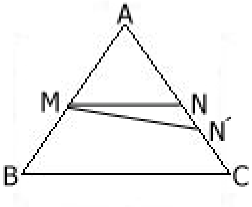
ب) $۷x=۵۴۰-۳x\Rightarrow ۱۰x=۵۴۰\Rightarrow x=۵۴$

پ) $x^{۲}=۳۶\Rightarrow x=\pm۶$

ت) $۱۲x-۸=۲x+۲\Rightarrow ۱۰x=۱۰\Rightarrow x=۱$

۶- الف) $x=\frac{۲۰\times۹}{۱۲}=۱۵\ ,\ y=\frac{۲۱\times۱۲}{۹}=۲۸$

ب) $x^{۲}=۵\times۲۰=۱۰۰\Rightarrow x=\pm۱۰\ ,\ y=\frac{۲۰}{x}=\frac{۲۰}{\pm۱۰}=\pm۲$



تمرین : عکس ق تالس $\text{(حکم)}\ MN \parallel BC \Leftarrow \frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$ (فرض)

برهان خلف) اگر $MN \parallel BC$ نباشد خودمان MN' را موازی BC رسم می کنیم .

$\Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN'}{AC}$ نتیجه ق تالس ، $MN \parallel BC$

$\Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ فرض

پس $AN = AN'$ که این غیر ممکن است بنابراین $MN \parallel BC$.

۱- $\frac{RU}{RB}=\frac{RE}{RL}$ (ت $\quad \frac{EL}{RE}=\frac{UB}{RU}$ (پ $\quad \frac{NW}{CW}=\frac{RO}{CO}$ (ب $\quad \frac{OR}{RC}=\frac{WN}{NC}$ (الف

۲- دانش آموز اول در سمت راست عبارت ، حالت جزء به کل را رعایت نکرده است .

۳- الف) $\frac{x}{۴}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow ۵x=۱۲\Rightarrow x=\frac{۱۲}{۵}$ $\quad$ ب) $\frac{x}{۲۴}=\frac{۱۵}{۱۵+۲۱}=\frac{۱۵}{۳۶}=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow x=\frac{۵\times ۲۴}{۱۲}=۱۰$

پ) $\frac{۲}{x}=\frac{۴}{۶+۴}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow x=۵$ $\quad$ ت) $\frac{x}{۴}=\frac{۱۶}{x}\Rightarrow x^۲=۶۴\Rightarrow x=۸$

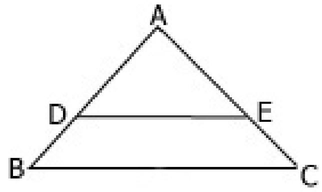
۴- $DE \parallel FG$ ق تالس و $\Rightarrow \frac{AD}{DF}=\frac{AE}{EB}$ ①

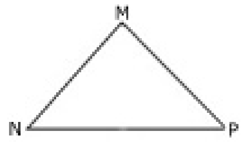
$EF \parallel BC$ ق تالس و $\Rightarrow \frac{AF}{FC}=\frac{AE}{EB}$ ② $\quad$ ①,② $\Rightarrow \frac{AD}{DF}=\frac{AF}{FC}$

۵- $\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}\Rightarrow \frac{x}{x+۷}=\frac{x-۳}{x+۱}\Rightarrow x^۲+x=x^۲+۴x-۲۱\Rightarrow ۳x=۲۱\Rightarrow x=۷$

۶- ق تالس $\Rightarrow \frac{JA}{JL}=\frac{JH}{JN}\Rightarrow \frac{۱۰۰}{JL}=\frac{۶۰}{۶۰+۱۸۰}=\frac{۶۰}{۲۴۰}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow JL=۴\times ۱۰=۴۰۰$

تمرین ۱ –





فرض $\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}=\frac{BC}{NP} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$ حکم

اثبات) روی AC, AB، به اندازه MN, MP جدا می کنیم ، تا نقاط E, D به دست آید.

$\frac{MN}{AB}=\frac{MP}{AC}$, $MN=AD$, $MP=AE \Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ عکس ق تالس و $\Rightarrow DE \parallel BC$

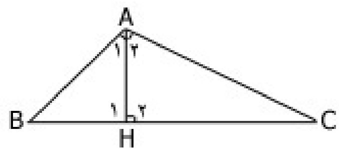
ق خطوط موازی $\Rightarrow \hat{D}=\hat{B}$, $\hat{E}=\hat{C}$, $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{DE}{BC}$

$$\Rightarrow DE=NP \Rightarrow \begin{cases} DE=NP \\ AD=MN \Rightarrow \text{ض ض ض}\ \Delta ADE \cong \Delta MNP \\ AE=MP \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{M}=\hat{A} \\ \hat{D}=\hat{N}\ ,\ \hat{D}=\hat{B} \Rightarrow \hat{B}=\hat{N} \\ \hat{E}=\hat{P}\ ,\ \hat{E}=\hat{C} \Rightarrow \hat{P}=\hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$$

تمرین ۲–



$$\hat{A}=۹۰^\circ \Rightarrow AH^۲ = BH \times HC$$

$$\begin{cases} \hat{B}+\hat{A}_۱ = ۹۰^\circ \\ \hat{A}_۱+\hat{A}_۲ \end{cases} \Rightarrow \hat{B}=\hat{A}_۲\ ,\ \hat{H}_۱=\hat{H}_۲$$

حالت دو زاویه $\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta AHC$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{AH}{HC}=\frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^۲ = BH \times HC$$

۱- الف) $\frac{۳}{۲}=\frac{۶}{۴}\neq\frac{۵}{۳}\Rightarrow \Delta ABC \nsim \Delta EFG$

ب) $\hat{H}=\hat{K}=۹۰ \;,\; \hat{D}=\hat{L}=۳۰\Rightarrow \Delta DHI\sim\Delta LKJ$ (حالت دو زاویه)

پ) $\hat{N}_۱=\hat{N}_۲ \;,\; \{\hat{P} , \hat{M}\}\neq\{\hat{O} , \hat{Q}\}\Rightarrow \Delta MNP\nsim \Delta NQO$

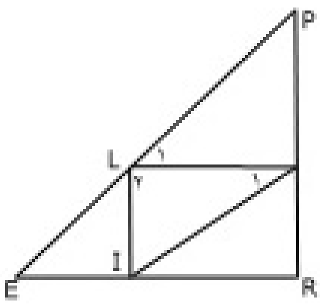
ت) $\hat{R}=\hat{U}=۳۰ \;,\; \hat{T}_۱=\hat{T}_۲=۹۰\Rightarrow \Delta RST\sim\Delta RTU$ (حالت دو زاویه)

ث) $\hat{A}=\hat{A}'=۶۰ \;,\; \hat{B}=\hat{B}'=۶۰\Rightarrow \Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$ (حالت دو زاویه)

۲- $L \parallel J \Rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow \frac{۴}{۱۲}=\frac{y}{۱۵}\Rightarrow y=۵ \;,\; x+y=۱۵\Rightarrow x=۱۰$

---

۳ - $\hat{E}_۱=\hat{E}_۲$ متقابل به راس ، $\hat{O}=\hat{L}=۹۰^\circ\Rightarrow \Delta OEI\sim\Delta ELT$ (حالت دو زاویه)



۴- $\frac{PA}{AR}=\frac{PL}{LE}=۱\Rightarrow$ عکس تالس $AL\parallel ER\Rightarrow \hat{L}_۱=\hat{E}$

وبه همین ترتیب $IL\parallel PR \;,\; AI\parallel PE$ پس $\hat{L}_۱=\hat{A}_۱$ بنابراین $\hat{A}_۱=\hat{E}$

وبه همین ترتیب $\hat{L}_۲=\hat{R}$ بنابه حالت دو زاویه مساوی $\Delta ALI\sim\Delta PRE$

۵- الف) $\frac{CB}{C'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ ب) $\hat{B}=\hat{B}'$ پ) $\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'A'}{BA}$ ت) $\hat{C}=\hat{C}'$

۶- الف) $\Delta A'B'C'\sim\Delta ABC$ (حالت دو زاویه) $\hat{B}=\hat{B}'=۹۰\Rightarrow$ ، $\hat{A}_۱=\hat{A}_۲$ (متقابل به راس)

ب) $\Rightarrow\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'B'}{AB}\Rightarrow\frac{۱/۸}{BC}=\frac{۳}{۲۰}\Rightarrow BC=\frac{۲۰\times ۱/۸}{۳}=\frac{۳۶}{۳}\Rightarrow BC=۱۲m$

۷- $\hat{C} = B\hat{D}E \ , \ \hat{B} = \hat{B} \Rightarrow$ (حالت دو زاویه) $\Delta BED \sim \Delta ABC$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{۲۴}{۴۸} = \frac{y}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow y = \frac{۲۴\times۲۴}{۴۸} = ۱۲ \Rightarrow$$

$$y = ۱۲ \ , \ \frac{۱۲}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow x + ۲۴ = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲$$

۸- (متقابل به راس) $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \ , \ \hat{A} = \hat{O} = ۹۰^\circ \Rightarrow$ (تساوی دو زاویه) $\Delta ABC \sim \Delta ODC$

$$\Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{AB}{OD} \Rightarrow \frac{۲۵}{۶۰} = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۵\times۶۰}{۲۵} = ۳\times۱۲ = ۳۶$$

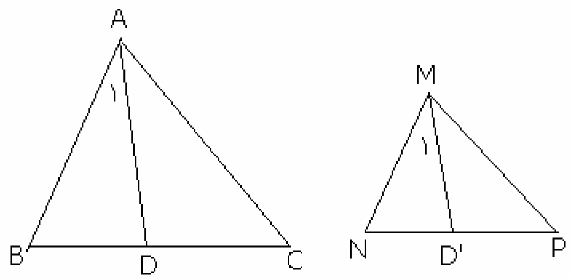
۹- $$\frac{x}{x+۱۵۰۷۰۶۴۰۰} = \frac{۶/۴\times۱۰^{۳}}{۷\times۱۰^{۵}} = ۰/۰۰۹۱ \Rightarrow ۰/۹۹۰۹x = ۱۳۷۱۴۲۸/۲ \Rightarrow x = ۱۳۸۴۰۲۲/۸\ km$$

۱- الف)

$$\left.\begin{array}{l}\hat{F}=\hat{C}=۴۵^{\circ}\\ \hat{E}=\hat{B}=۲۰^{\circ}\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta FDE \sim \Delta CAB \Rightarrow \frac{DF}{AC}=\frac{DR}{AP}\Rightarrow$$

$$\frac{۶\sqrt{۲}}{AC}=\frac{۶}{۲}\Rightarrow AC=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۶}\Rightarrow AC=۲\sqrt{۲}$$

ب) $$\frac{DR}{AP}=\frac{EF}{BC}\Rightarrow \frac{DR}{۴}=\frac{۲۱}{۱۵}\Rightarrow DR=\frac{۴\times ۲۱}{۱۵}=\frac{۲۸}{۵}=۵/۶$$



۲- $$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \frac{AD}{MD'}=\frac{AB}{MN}$$

$MD'\ ,\ AD$ نیمساز

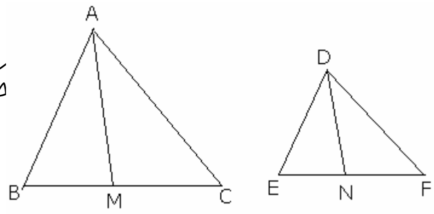
اثبات)

$$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \hat{B}=\hat{N}\ ,\ \hat{A}=\hat{M}\Rightarrow \frac{\hat{A}}{۲}=\frac{\hat{M}}{۲}\Rightarrow \hat{A}_{۱}=\hat{M}_{۱}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\hat{A}_{۱}=\hat{M}_{۱}\\ \hat{B}=\hat{N}\end{array}\right.\Rightarrow \text{حالت دو زاویه}\ \Delta ABD \sim \Delta MND' \Rightarrow \frac{AD}{MD'}=\frac{AB}{MN}$$

۳- $$\Delta ABD \sim \Delta EFG \Rightarrow \frac{BC}{FH}=\frac{AD}{EG}\Rightarrow \frac{x}{x-۳}=\frac{۲۴}{۱۸}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow ۴x-۱۲=۳x\Rightarrow x=۱۲$$

۴- فرض $AM\ ,\ DN\ ,\ \Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \frac{AM}{DN}=\frac{AB}{DE}$ حکم



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \hat{B}=\hat{E}\ ,\ \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{BC\div ۲}{EF\div ۲}\Rightarrow \frac{AB}{DE}=\frac{BM}{EN}\ ,\ \hat{B}=\hat{E}\Rightarrow$$

دو ضلع متناسب وزاویه بین مساوی $\Delta ABM \sim \Delta DEN \Rightarrow \frac{AB}{DE}=\frac{AM}{DN}$

۵- $$\Delta DEF \sim \Delta GHI \Rightarrow \frac{GK}{DJ}=\frac{HI}{EF}\Rightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{۲۰}{EF}\Rightarrow EF=\frac{۴۰}{۳}\approx ۱۳/۳$$

۱- $\frac{S}{S'}=\left(\frac{۶}{۵}\right)^{۲}=\frac{۳۶}{۲۵}$

۲- $\frac{AB}{A'B'}=K \quad , \quad \frac{S}{S'}=K^{۲}=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow K=\frac{۴}{۵}=\frac{AB}{A'B'}$

۳- $\frac{S}{S'}=۱۱=K^{۲}\Rightarrow K=\sqrt{۱۱}\Rightarrow \frac{a}{۷}=\sqrt{۱۱}\Rightarrow a=۷\sqrt{۱۱}$

٤- $\frac{S}{S'}=K^{۲}=\frac{۸۱}{۱۲۱}\Rightarrow K=\frac{۹}{۱۱},\frac{P}{P'}=K\Rightarrow \frac{P}{P'}=\frac{۹}{۱۱}$

٥- $\frac{P}{P'}=\frac{۲۵}{۴۵}=\frac{۵}{۹}=K,\frac{S}{S'}=K^{۲}\Rightarrow \frac{۵۰}{S'}=\left(\frac{۵}{۹}\right)^{۲}\Rightarrow S'=\frac{۵۰\times ۸۱}{۲۵}=۱۶۲$

٦- الف) $\hat{E}_{۱}=\hat{E}_{۲},\hat{A}=\hat{B}\Rightarrow$ دو زاویه $\Delta AEC\sim\Delta BED\Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{BDE}}=K^{۲}=\left(\frac{۶}{۸}\right)^{۲}=\frac{۹}{۱۶}$

ب) $\frac{AE}{EB}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow ۴AE=۳EB, AE+EB=۳۵\Rightarrow AE=۱۵, EB=۲۰$

$$\Rightarrow S_{BDE}=\frac{۱}{۲}BE\times DH=\frac{۱}{۲}\times ۲۰\times ۸=۸۰$$

۷- $EF\parallel BC\Rightarrow \hat{E}=\hat{B},\hat{A}=\hat{A}\Rightarrow$ حالت دوزاویه $\Delta AEF\sim\Delta ABC$

$$\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}}=\frac{۱}{۶}=K^{۲}\Rightarrow K=\sqrt{\frac{۱}{۶}} \text{ و } \frac{AH'}{AH}=K=\sqrt{\frac{۱}{۶}}$$

۸- $\frac{a}{a'}=\frac{P}{P'}\Rightarrow \frac{۵}{a'}=\frac{۵+۸+۱۱}{۶۰}=\frac{۲۴}{۶۰}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow a'=\frac{۲۵}{۲}=۱۲/۵$

$\frac{۸}{b'}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow b'=\frac{۴۰}{۲}=۲۰ \quad , \quad \frac{۱۱}{c'}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow c'=\frac{۵۵}{۲}=۲۷/۵$

۹- $(14,9,7)\approx(21,a,b)\Rightarrow \frac{14}{21}=\frac{9}{a}=\frac{7}{b}\Rightarrow a=\frac{9\times 21}{14}=13/5\ ,\ b=\frac{21\times 7}{14}=10/5$

$\Rightarrow P=a+b+21=13/5+10/5+21=45$

۱۰- $\frac{s}{s'}=k^2, k=\frac{14}{7}=2\Rightarrow \frac{s}{s'}=2^2=4$

۱۱- $S_{ABC}=S_{ABH}+S_{ACH}\Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ABC}}+\frac{S_{ACH}}{S_{ABC}}=1\ ,\hat{B}=\hat{B}\ ,\ \hat{H}=\hat{A}$

$\Rightarrow \Delta ABH\sim\Delta ABC\Rightarrow \left(\frac{AB}{BC}\right)^2+\left(\frac{AC}{BC}\right)^2=1\Rightarrow AB^2+AC^2=BC^2$

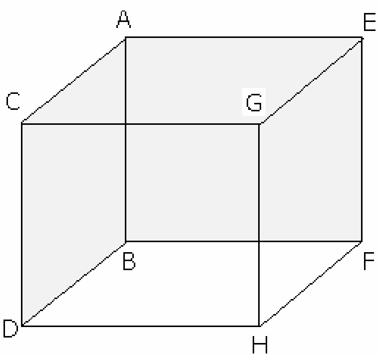
۱) بنابر اصل ۲ مساحت

۲) رابطه ۱ رابر مساحت مثلث ABC تقسیم می کنیم.

۳) دو مثلث ACH , ABH با مثلث ABC به حالت دو زاویه متشابهند.

٤) نسبت مساحتها با مربع نسبت اضلاع برابر است .

٥) دو طرف تساوی ٤ را در BC^2 ضرب می کنیم.



۱- $AB \,,\, CD \,,\, EF \,,\, GH$ بر دو صفحه $BDHF \,,\, ACGE$ عمودند ، $DH \,,\, BF \,,\, CG \,,\, AE$ بر دو صفحه $ACDB \,,\, GEFH$ عمودند ، $AC \,,\, EG \,,\, FH \,,\, BD$ بر دو صفحه $CGHD \,,\, AEFB$ عمودند.
و ۲۴ زاویه قائمه تشکیل می شود که عبارتند از

$CAE \,,\, \angle CAB \,,\, \angle EAB \,,\, \angle CDB \,,\, \angle HDB \,,\, \angle CDH \,,\, \ldots$

۲- الف) خط بر تمام خطوط صفحه عمود است .

ب) $\angle FOL \,,\, \angle FOR \,,\, \angle FOP \,,\, \angle DOR \,,\, \angle DOL \,,\, \angle DOP \,,\, \ldots$

۳- $\angle TEX = \angle TAX \Rightarrow \Delta TEX \cong \Delta TAX \Rightarrow$ وتر و یک ضلع $\left.\begin{matrix} TX = TX \\ \angle TXA = \angle TXE = ۹۰^{\circ} \\ TE = TA \end{matrix}\right\}$

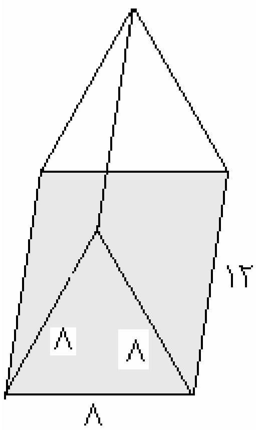
۴- $V = (\sqrt{۲} \times \sqrt{۳})\sqrt{۵} = \sqrt{۳۰}$

۵- $a\sqrt{۳} = \sqrt{۶} \Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۲} \;,\; S = ۶a^{۲} = ۶(\sqrt{۲})^{۲} = ۱۲$

۱- الف) $JK^{۲} = JN^{۲} + NK^{۲} = ۶^{۲} + ۶^{۲} = ۷۲ \Rightarrow JK = \sqrt{۷۲} = ۶\sqrt{۲}$

ب) $HN = a\sqrt{۳} = ۶\sqrt{۳}$

۲- $a\sqrt{۲} = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}} \Rightarrow a = ۵\sqrt{۲} \Rightarrow S = ۶a^{۲} = ۶\left(۵\sqrt{۲}\right)^{۲} = ۶(۵۰) = ۳۰۰$



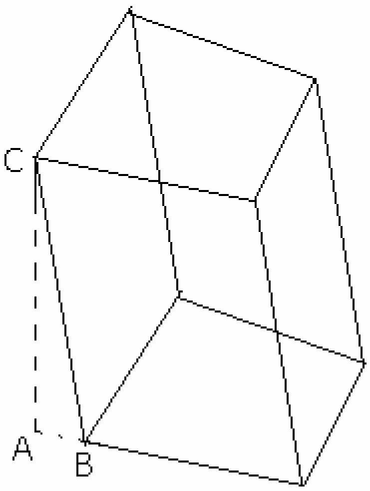
۳- مساحت جانبی $S_{۱} = ۳(۸\times ۱۲) = ۳(۹۶) = ۲۸۸$

مساحت کل = مساحت جانبی + مساحت دو قاعده $= ۲۸۸ + ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۴})(۸)^{۲} = ۲۸۸ + ۳۲\sqrt{۳}$

۴- مساحت قاعده $= \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(۱۰)^{۲} = ۱۵۰\sqrt{۳}$

مساحت جانبی $= ۶(ah) = ۶(۱۰\times ۸) = ۱۰۸۰$

مساحت کل = مساحت جانبی + مساحت دو قاعده $= ۱۰۸۰ + ۲\left(۱۵۰\sqrt{۳}\right) = ۱۰۸۰ + ۳۰۰\sqrt{۳}$

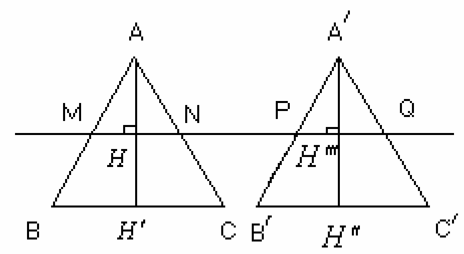


۵- در هر مثلث قائمه الزاویه مانند ABC طول ارتفاع از وتر مثلث کوتاهتر است یعنی $AC < BC$ پس ارتفاع از یال منشور کوتاهتر است .

$(AC^{۲} + AB^{۲} = BC^{۲} \Rightarrow AC^{۲} < BC^{۲} \Rightarrow AC < BC)$

۱- ثابت می کنیم اگر BC و $B'C'$ برابر بوده و MQ موازی BC رسم شود آنگاه $MN = PQ$

$$MN \| BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AH'} \quad \text{همینطور} \quad \frac{PQ}{B'C'} = \frac{A'H'''}{A'H''}$$



ولی دو مثلث ΔABC , $\Delta A'B'C'$ دارای ارتفاعهای برابر

وقاعده های برابر اند پس $MN = PQ$ بنابراین

طبق اصل کاوالیری دومثلث مساحت برابر دارند.

۲- الف) $V = ۱۰ \times ۷ = ۷۰$ ب) $V_B = V_A = ۷۰$

۳- الف) قاعده $S = \frac{a^۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۴^۲\sqrt{۳}}{۴} = ۴\sqrt{۳}$ ، وجه جانبی $S = ۴ \times ۴ = ۱۶$

ب) چون منشور قائم است ارتفاع و یال با هم برابر ۴ است

پ) $V = S.h = ۴\sqrt{۳} \times ۴ = ۱۶\sqrt{۳}$

۴- الف) $S_۱ = ۲\pi r_۱ h_۱ = ۲\pi(۲)(۱) = ۴\pi \ , \ S_۲ = ۲\pi r_۲ h_۲ = ۲\pi(۱)(۲) = ۴\pi \Rightarrow S_۱ = S_۲$

ب) $V_۱ = \pi r_۱^۲ h_۱ = \pi(۲)^۲(۱) = ۴\pi \ , \ V_۲ = \pi r_۲^۲ h_۲ = \pi(۱)^۲(۲) = ۲\pi \Rightarrow V_۱ = ۲V_۲$

۵- الف) کل$S = ۲\pi r(r+h) = ۲\pi(۵)(۵+۱۶) = ۱۰\pi(۲۱) = ۲۱۰\pi$

$$V = \pi r^۲ h = \pi(۵)^۲(۱۶) = ۴۰۰\pi$$

ب) $V' - V = (۱۰ \times ۱۰ \times ۱۶) - ۴۰۰\pi = ۱۶۰۰ - ۴۰۰\pi$

۶- الف) $\frac{S_۲}{S_۱} = \frac{۲\pi r_۲ h_۲}{۲\pi r_۱ h_۱} = \frac{۲h}{۱h} = ۲$

ب) $\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\pi r_۲^۲ h_۲}{\pi r_۱^۲ h_۱} = \frac{۴h}{h} = ۴$

پ) فضای بین دو استوانه $= V_۲ - V_۱ = ۴\pi h - \pi h = ۳\pi h$

۱- الف) سایه زده شده $V=۲(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^{۲}(۱۰))=\frac{۳۲۰}{۳}\pi$

ب) $V=\pi(۴)^{۲}(۲۰)-۲(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^{۲}(۱۰))=۳۲۰\pi-\frac{۳۲۰}{۳}\pi=\frac{۶۴۰}{۳}\pi$

۲- الف) $V=\frac{۱}{۳}\pi a^{۲}b$ ب) $V=\frac{۱}{۳}\pi(a)^{۲}(۲b)=\frac{۲}{۳}\pi a^{۲}b$

پ) $V=\frac{۱}{۳}\pi(۲a)^{۲}b=\frac{۴}{۳}\pi a^{۲}b$ ت) $V=\frac{۱}{۳}\pi(۲a)^{۲}(۲b)=\frac{۸}{۳}\pi a^{۲}b$

۳- الف) $\frac{V'}{V}=\frac{\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}(۲h)}{\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h}=۲\Rightarrow V'=۲V$ ب) $\frac{V'}{V}=\frac{\frac{۱}{۳}\pi(۲r)^{۲}h}{\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h}=۴$

۴- $(\frac{a}{۲})^{۲}+h^{۲}=h'^{۲}$ و

الف) $(\frac{۱۴}{۲})^{۲}+h^{۲}=۲۵^{۲}\Rightarrow h^{۲}=۶۲۵-۴۹=۵۷۶\Rightarrow h=۲۴$,

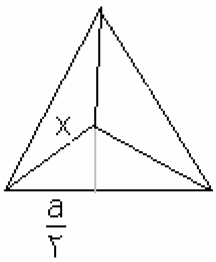
$, V=\frac{۱}{۳}a^{۲}h\Rightarrow V=\frac{۱}{۳}(۱۴)^{۲}(۲۴)=۱۵۶۸$

ب) $(\frac{a}{۲})^{۲}+۶^{۲}=۶/۵^{۲}\Rightarrow\frac{a^{۲}}{۴}=۶/۲۵\Rightarrow a^{۲}=۲۵\Rightarrow a=۵$

$,V=\frac{۱}{۳}a^{۲}h=\frac{۱}{۳}(۵)^{۲}(۶)=۵۰$

پ) $V=\frac{۱}{۳}a^{۲}h=\frac{۱}{۳}(۱)^{۲}(۱/۳)=۰/۴۳$

۵-



$\cos ۳۰=\frac{\frac{a}{۲}}{x}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow x=\frac{a}{\sqrt{۳}}$, $h^{۲}+x^{۲}=a^{۲}\Rightarrow$

$h^{۲}=a^{۲}-\frac{a^{۲}}{۳}=\frac{۲a^{۲}}{۳}\Rightarrow h=\sqrt{\frac{۲}{۳}}a$, $V=\frac{۱}{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲})(\sqrt{\frac{۲}{۳}}a)=\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}a^{۳}$

$if \quad a=۴/۵\Rightarrow V=\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}(۴/۵)^{۳}$

۱- الف) $S_۱ = ۴\pi(۱)^۲ = ۴\pi \;,\; S_۲ = ۴\pi(۲)^۲ = ۱۶\pi$

ب) $V_۱ = \frac{۴}{۳}\pi(۱)^۳ = \frac{۴}{۳}\pi \;,\; V_۲ = \frac{۴}{۳}\pi(۲)^۳ = \frac{۳۲}{۳}\pi$

پ) $\frac{S'}{S} = \frac{۴\pi(۲r)^۲}{۴\pi(r)^۲} = ۴ \Rightarrow S' = ۴S$

ت) $\frac{V'}{V} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi(۲r)^۳}{\frac{۴}{۳}\pi(r)^۳} = ۸ \Rightarrow V' = ۸V$

۲- الف) $V = \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳) = \frac{۲}{۳}\pi r^۳$ ب) $S = \frac{۱}{۲}(۴\pi r^۲) = ۲\pi r^۲$

پ) مساحت کل $S = ۲\pi r^۲ + \pi r^۲ = ۳\pi r^۲$

۳- الف) $S = ۴\pi(۶۴۰۰)^۲$ ب) $V = \frac{۴}{۳}\pi(۶۴۰۰)^۳$

٤- الف) $S = ۴\pi r^۲ = ۳۶\pi \Rightarrow r^۲ = ۹ \Rightarrow r = ۳$ ب) $V = \frac{۴}{۳}\pi(۳)^۳ = ۳۶\pi$
