

۱. دو خط  $y = x + 1$ ,  $y = \sqrt{3}x - 1$  یکدیگر را در نقطه A و محور طول ها را در نقاط C, B قطع می کنند . مقدار زوایای  $\angle A + \angle B + \angle C$  چند درجه است؟

۲. اگر خطوط  $(m+1)y = x + 1$ ,  $y = (m+1)x + 1$  باشند مختصات مرکز لوزی کدام است؟

۳ معادله ای عمود منصف پاره خطی که دو سر آن نقاط  $A(4, 3)$ ,  $B(4, -3)$  باشد را بنویسید.  
۴ خطوط زیر را رسم کنید.

$$l_1 : 2x + 5y = 20$$

$$l_1 : y = 2x - 5$$

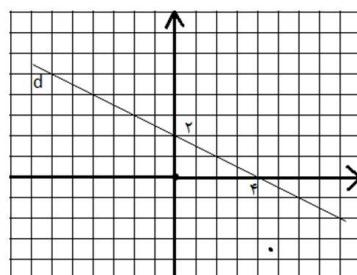
$$l_2 : y = 2x + 1$$

۵ معادله خطی را بنویسید که از نقطه M(-1, 4) بگذرد و با خط  $y = 3x + 4$  موازی باشد.

۶ معادله ای خطی را بنویسید که از دو نقطه  $A\left[\begin{array}{c} 0 \\ 4 \end{array}\right]$ ,  $B\left[\begin{array}{c} 3 \\ 1 \end{array}\right]$  می گذرد.

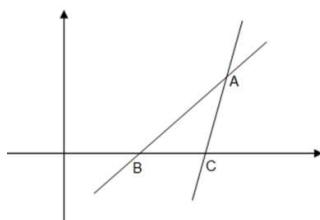
۷ مساحت محصور بین خط  $y = \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3}$  و محور های مختصات را بیابید.

۸ شیب و عرض از مبدا خط  $1 = 4\left(\frac{x-y}{4}\right) + 9\left(\frac{x+y}{6}\right)$  به ترتیب کدام است؟

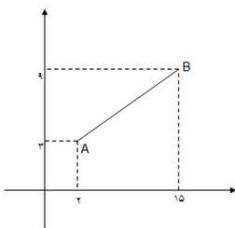


۹ معادله ای خط روبرو را بیابید.

۱۰ در شکل روبرو دو خط با شیب های ۲ و ۴ در نقطه A همدیگر را قطع کرده اند. معادله ای هر دو خط را بنویسید.

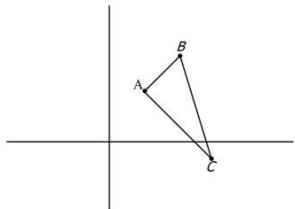


- ۱۱ مقدار  $m$  چقدر باشد تا دو خط  $mx + 5y = 2x - 3$  و  $mx + 5y = 12$  موازی باشند؟
- ۱۲ مقدار  $m$  چقدر باشد تا دو خط  $my + 3x = 4$  و  $mx - 6 = \frac{5}{m-2}x$  دو ضلع روبروی یک مربع باشند.
- ۱۳ مقدار  $m$  چقدر باشد تا دو خط  $y = 2(m-4)x + 1$  و  $y = \frac{2}{3}x - 5$  برعهم عمود باشند؟
- ۱۴ خطی دارای طول از مبدأ ۶ و عرض از مبدأ ۱۲ میباشد و با خط  $y = \frac{1}{3m-12}x + 4$  موازی است. رابیابید.
- ۱۵ در مربع  $ABCD$  نقاط  $A(2,1)$  و  $B(5,3)$  دو راس مجاور هستند.
- الف) شیب  $AB$  را بیابید. و سپس معادله آن را بنویسید.
- ب) شیب و معادله  $AD$  را بنویسید.
- پ) در صورتی که بدانیم  $C(3,6)$  شیب و معادله  $CD$  را بنویسید.
- ت) مختصات  $D$  را بیابید.
- ۱۶ معادله خطی را بنویسید که از محل برخورد  $-10y = 5x - 2x = 2x$  با محور  $x$  ها بگذرد و با خط  $\frac{12}{x} + \frac{11}{y} = 0$  موازی باشد.
- ۱۷ معادله  $4x + y = 17$  و  $3x - 2y = -1$  را بتوان از محل تقاطع دو خط  $3x + 6y = 9$  عبور کرده و بر خط  $3x + y = 1$  عمود باشد.
- ۱۸ معادله  $4x + y = 17$  را بنویسید که از محل تقاطع دو خط  $3x - 2y = -1$  و  $3x + y = 1$  عبور کرده و بر خط  $3x + 6y = 9$  عمود باشد.
- ۱۹ محیط مثلث  $ABC$  را بیابید.  $A(2,0)$  و  $B(5,4)$  و  $C(-2,3)$
- ۲۰ مختصات وسط پاره خط  $AB$  را در شکل زیر بیابید.



- ۲۱ طول میانه  $CM'$  را در مثلث  $ABC$  بیابید.  $A(3,2), B(-1,4), C(2,1)$
- ۲۲ طول میانه  $AM$  را در مثلث  $ABC$  بیابید.  $A\left[\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix}\right], B\left[\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix}\right], C\left[\begin{matrix} 9 \\ 5 \end{matrix}\right]$
- ۲۳ مثلث  $ABC$  با رؤوس  $C\left[\begin{matrix} -3 \\ 1 \end{matrix}\right]$  و  $B\left[\begin{matrix} 13 \\ 13 \end{matrix}\right]$  و  $A\left[\begin{matrix} 7 \\ 3 \end{matrix}\right]$  را در نظر بگیرید. طول پاره خطی که وسط دو ضلع  $BC$ ,  $AB$  را به هم وصل میکند را بیابید.
- ۲۴ نقطه  $M\left[\begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix}\right]$  وسط پاره خط  $AB$  باشد. اگر مطلوبست  $A\left[\begin{matrix} -1 \\ 8 \end{matrix}\right]$  مختصات
- الف)  $AM$  شیب
- ب)  $B$

- ۲۵ قرینه نقطه  $i$   $A(2,3)$  را نسبت به نقطه  $i$   $M(-4,1)$  بیابید.
- ۲۶ قرینه  $i$  پاره خط  $AB$  را نسبت به نقطه  $i$   $M[2,5]$  بیابید.
- ۲۷ فاصله نقطه  $A(7,5)$  را از خط  $4x + 3y = 18$  بیابید.
- ۲۸ طول یکی از ارتفاع های مثلث  $ABC$  را بیابید.
- ۲۹ فاصله دو خط موازی  $3x - 5y = 6$  و  $3x - 5y = 2$  را بیابید.
- ۳۰ مساحت مثلث  $ABC$  با رؤوس:  $C\left[\begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}\right], B\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}\right], A\left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix}\right]$  را بیابید.
- ۳۱ نشان دهید مثلثی با رؤوس:  $B(3,5), C(6,-1), A(2,3)$  قائم الزاویه است. سپس مساحت مثلث را بیابید.



۳۲ اگر دو  $A(-2,1)$  و  $B(0,3)$  سر قطری از یک مربع باشند در اینصورت ، مساحت مربع را به دست آورید.

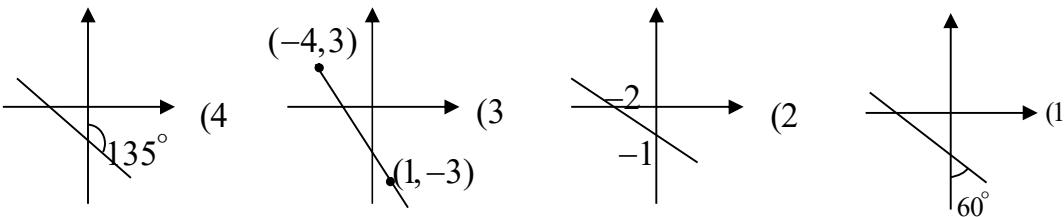
۳۳ فاصله  $i$  نقطه از محور  $y$  ها که از دو نقطه  $A(2,3)$  و  $B(-4,1)$  به یک فاصله است ، فاصله آن را از مبدا مختصات به دست آورید.

۳۴ به ازای کدام مقدار  $m$  نقطه  $A(m-1, 2m+4)$  بالای محور  $x$  ها و پایین خط  $y = -x$  قرار دارد؟

۳۵ اگر  $C(-2,5)$  و  $B(-5,2)$ ,  $A(1,2)$  سه راس یک مربع باشن ، مجموع طول و عرض راس چهارم را مشخص کنید.

$$1(4) \quad -1(3) \quad -5(2) \quad -3(1)$$

۳۶ شیب کدام خط بیشتر است؟



۳۷ اگر  $C(-1,0)$  و  $B(0,k)$ ,  $A(k,2)$  سه نقطه روی یک خط راست باشند دراینصورت  $k$  را به دست اورید.

۳۸ اگر  $C(a,2a-1)$  و  $B(-1,-3)$ ,  $A(3,5)$  سه نقطه در یک راستا باشند دراینصورت  $a$  را به دست اورید.

۳۹ خطی محور مختصات را در  $A$  و  $B$  قطع می کند. اگر نقطه  $i$  وسط  $M(-1,3)$  باشد دراینصورت معادله  $i$  این خط را به دست اورید.

۴۰ خطی محور  $x$  ها را در  $x=4$  و محور  $y$  ها را در  $y=-2$  قطع می کند ، این خط نیمساز ناحیه چهارم را با چه عرضی قطع می کند؟

۴۱ مساحت مثلث محدود به خطی که از نقاط  $(-1,1)$  و  $(2,2)$  می گذرد و محور های مختصات را به دست اورید.

۴۲ چند خط وجود دارد که از  $(1,2)$  بگذرد و با محور های مختصات در ناحیه اول مثلثی به

$$\text{مساحت } \frac{9}{2} \text{ بسازد؟}$$

۴۳ خطی محور  $x$  ها در نقطه ای با طول  $\frac{3}{2}$  قطع می کند و از نقطه  $i(1,5)$  می گذرد ،

این خط محور ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

۴۴ به ازای کدام مقدار  $a$  دو خط به معادلات  $y = \sqrt{3}x + a$  و  $x = 0$  بر هم عمودند؟

۴۵ به ازای کدام مقدار  $m$  دو خط به معادلات  $(m+1)x + my = 3$  و  $(1+3m)y = 5 - 3mx$  با هم موازیند؟

۴۶ معادله عمود المتصف پاره خط با دو سر  $(2,5)$  و  $(0,-1)$  کدام است؟

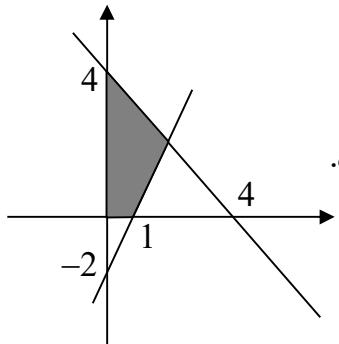
۴۷ اگر نقطه برخورد دو خط به معادلات  $2by - x = a + 1$  و  $y = ax + 2$  در سمت راست محور  $x$  ها باشد دراینصورت ،  $a$  را به دست اورید.

۴۸ به ازای کدام مقدار مثبت از  $m$  دو خط به معادلات  $y = 3x - m$  و  $y = (m-1)x - 2$  روی محور  $x$  ها همدیگر را قطع می کنند؟

۴۹ مساحت محدود به نمودار منحنی های به معادلات  $y^2 - xy = 6$  و  $y - 2x = 6$  را به دست اورید.

۵۰ نوع مثلثی که از برخورد سه خط به معادلات  $y = 2x - 1$  و  $3y + x = 4$ ،  $2y + x = 8$  به وجود می آید را مشخص کنید.

۵۱ مساحت مثلثی که از برخورد سه خط به معادلات  $x - y = 0$ ،  $y + x = 2$  و  $y = -1$  به وجود می آید کدام است؟



۵۲ مساحت قسمت رنگی در شکل روبرو را به دست آورید.

۵۳ مثلثی از برخورد سه خط به معادلات  $x = 1$  و  $y = 2x$ ،  $y + x = 1$  به وجود می آید، معادله ارتفاع نظیر ضلع کوچک را به دست آورید.

۵۴ نقاط  $C(1, -2)$  و  $B(3, 0)$ ،  $A(-1, 2)$  رئوس یک مثلث می باشند، کدام **نادرست** است؟

۱) مثلث متساوی الساقین      ۲)  $BC$  کوتاه ترین ضلع است

۳) معادله ارتفاع نظیر  $A$  به صورت  $x + y = 1$  است      ۴) پای ارتفاع نظیر  $A$  نقطه  $(2, 1)$  است

۵۵ نقاط  $C(1, -2)$  و  $B(3, 0)$ ،  $A(-1, 2)$  رئوس یک مثلث می باشند، اندازه ی میانه نظیر  $A$  چند برابر طول  $BC$  است؟

۵۶ اگر نقطه همرسی میانه های مثلثی با رئوس  $(m-1, 2n)$ ،  $(1, 2)$ ،  $(-2, 3)$  و  $(m, n)$  باشد دراینصورت  $m+n$  را به دست آورید.

۵۷ نقطه همرسی ارتفاع های مثلثی با رئوس  $(0, 3)$ ،  $(3, 0)$  و  $(4, 3)$  را به دست آورید.

۵۸ نقاط  $C(4, 7)$  و  $B(0, 1)$ ،  $A(1, -2)$  رئوس یک مثلث می باشند، اندازه ی ارتفاع نظیر  $A$  را به دست آورید.

۵۹ نقاط  $C(4, 7)$  و  $B(0, 1)$ ،  $A(1, -2)$  رئوس یک مثلث می باشند، محل تقاطع میانه نظیر  $A$  و ارتفاع نظیر  $B$  را به دست آورید.

۶۰ در مثلث  $ABC$  نقاط  $M$  و  $H$  به ترتیب پای ارتفاع و میانه نظیر راس  $A$  می باشند.

اگر ، در اینصورت حاصل  $y_M \times y_H = y_C$  را به دست آورید.

۶۱ فاصله ی نقطه  $(2, -1)$  از خط به معادله  $y = \frac{1}{2}x + 3$  را به دست آورید.

۶۲ فاصله ی نقطه  $(2, -1)$  از خط به معادلات  $3y - 4x = 18$  و  $2y + x = 1$  را به دست آورید.

۶۳ نقطه‌ی  $A(7,6)$  راسی از یک متوازی‌الاضلاع است که معادله‌ی دو ضلع آن  $2y - 3x = 11$  و  $3y + 4x = 8$  می‌باشد، محل تلاقی اقطار متوازی‌الاضلاع را به دست آورید.

۶۴ نقطه‌ی  $A(0,-2)$  راسی از یک مربع است که معادله‌ی یکی از قطرهای  $y + \sqrt{3}x = 4$  آن می‌باشد، محیط مربع را به دست آورید.

۶۵ نقطه‌ای واقع بر نیمساز ناحیه چهارم که از خط به معادله  $2x - 1 - y = 0$  به فاصله‌ی  $\sqrt{5}$  باشد از مبدأ را به دست آورید.

۶۶ فاصله‌ی نقاط  $A$  و  $B$  واقع بر از خط به معادله  $5y - 3x - 2\sqrt{13} = 0$  است، طول نقاط  $A$  و  $B$  را به دست آورید.

۶۷ خطی محور  $x$  ها را با طول  $\sqrt{3}$  و محور  $y$  ها را با عرض ۱- قطع می‌کند، فاصله‌ی مبدأ تا این خط را به دست آورید.

۶۸ فاصله‌ی مبدأ از خط به معادله  $mx + 4y + m = 2$  برابر ۲ است، این خط محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۶۹ فاصله‌ی مبدأ از خط به معادله  $y = ax + b$  برابر ۱ است، اگر این خط از نقطه‌ی  $(1,2)$  بگذرد در اینصورت  $a$  را به دست آورید.

۷۰ اگر  $x + 2y = 4$  و  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  معادلات اضلاع یک مربع باشند در اینصورت مساحت مربع را به دست آورید.

۷۱ فاصله‌ی خطی که دو نقطه‌ی  $(0,0)$  و  $(1,1)$  را به هم وصل می‌کند از خطی که دو نقطه‌ی  $(1,3)$  و  $(2,4)$  را به هم وصل می‌کند را به دست آورید.

۷۲ فاصله‌ی دو خط از خط به معادله  $3x + 4y = 5$  برابر ۲ است، اختلاف عرض از مبدأ آنها را به دست آورید.

۷۳ نقاط  $C(1,-2)$  و  $B(5,-4)$  و  $A(m,m-1)$  رئوس یک مثلث هستند، اگر مثلث در راس  $C$  قائمه باشد در اینصورت  $m$  را به دست آورید.

۷۴ در مثلثی با رئوس  $C(-2,0)$  و  $B(2,4)$  و  $A(1,-1)$  اندازه میانه  $AM$  چند برابر ارتفاع  $BH$  را به دست آورید.

۷۵ در مثلث  $ABC$  معادله‌ی میانه  $AM$  به صورت  $2x + y = 5$  و معادله‌ی ارتفاع  $AH$  به صورت  $y = 7 - x$  می‌باشد اگر  $C(-1,4)$  در اینصورت  $x_B + y_B$  را به دست آورید.

۷۶ مجموع شیب‌های خطوط نیمساز دو خط متقارع  $y + 1 = x$  و  $3x + y = -3$  را به دست آورید.

۷۷ فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  روی خط به معادله‌ی  $x = y$  از دو نقطه‌ی  $(3,-2)$  و  $(1,-1)$  حداقل باشد در اینصورت فاصله‌ی  $A$  تا مبدأ مختصات را به دست آورید.

- دوبرابر مقدار مثبتی از ثلث مربع آن ۹ واحد کمتر است. این مقدار را بیابید. ۷۸
- اگر معادله  $x^3 + bx^2 + 1 = 0$  دارای ریشه مضاعف ۲ باشد  $a+b$  را بیابید. ۷۹
- اگر معادله  $x^3 + bx^2 + 8 = 0$  دارای ریشه مضاعف ۲ باشد، مقدار  $b, a$  را بیابید ۸۰
- اگر یکی از ریشه های معادله  $x^3 + 3x^2 + c = 0$  برابر ۴ باشد؛ ریشه ی دیگر را بیابید. ۸۱
- در معادله درجه دوم  $ax^3 - ax^2 + a + 2 = 0$  تفاضل دو ریشه برابر ۲ است.  $a$  کدام است؟ ۸۲
- در معادله  $3x^3 - 17x^2 + 20 = 0$  مطلوبست درجه دوم معادله محاسبه ی : ۸۳
- (ب)  $\alpha\beta$
- (الف)  $\alpha + \beta$
- (ج)  $\alpha^3 + \beta^3$
- $\alpha^r + \beta^r$
- به ازای کدام مقدار  $m$ ؛ معادله  $(m+1)x^3 + m(m^3 - 9)x^2 - 2 = 0$  دو ریشه قرینه ی حقیقی دارد؟ ۸۴
- در معادله درجه دوم  $x_1^3 - 2x_2^3 + 4x_3^3 - 4 = 0$  حاصل  $x_1^3 + 2x_2^3 + 3x_3^3$  کدام است؟ ۸۵
- اگر یکی از ریشه های معادله  $x^3 - mx + 1 = 0$  برابر  $2 + \sqrt{3}$  باشد، مجموع مکعبات ریشه ها کدام است؟ ۸۶
- در معادله درجه دوم  $x^3 + 5x + 1 = 0$  مقدار عبارت  $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$  را بیابید. ۸۷
- اگر  $\alpha, \beta$  ریشه های معادله  $x^3 - 2x^2 - 1 = 0$  باشد،  $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$  را محاسبه کنید. ۸۸
- در معادله  $x^3 - 6x + 1 = 0$  اگر  $m$  مقدار  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 2m$  را بیابید. ۸۹
- مجموع ریشه های معادله  $(x-1)^3 = (1-\sqrt{2})^3$  را بیابید. ۹۰
- به ازای کدام مقدار  $m$ ؛ مجموع مربعات ریشه های حقیقی معادله  $mx^3 - (m+3)x^2 + 5 = 0$  برابر ۶ می باشد. ۹۱
- (کنکور ۹۳)
- $\frac{9}{5}, -1$        $\frac{-9}{5}, 1$       ۱       $\frac{-9}{5}$
- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله درجه دوم  $x^3 - 2(a-2)x^2 + 14 - a = 0$  دو ریشه مثبت است؟ ۹۲
- (کنکور ۹۶)
- $5 < a < 14$        $2 < a < 14$        $2 < a < 5$        $-2 < a < 2$

۹۳ به ازای کدام مقدار  $m$  مجموع جذر هر دو ریشه معادله درجه دوم  $(m+1)x^2 - 2x + \frac{1}{\lambda} = 0$  برابر ۲ می باشد.  
(کنکور ۹۶)

۱۰

$$(m+1)x^4 - 2(m+3)x^5 + 2m + 3 =$$

۴      ۵      ۶      ۳

۹۴ در معادله درجه دوم  $2x^3 + (2k-1)x - k = 0$  به ازای کدام مقدار  $k$ ، مجموع معکوس دو ریشه برابر  $\frac{7}{3}$  است؟

۹۵ به ازای کدام مقدار  $k$  در معادله درجه دوم  $x^3 - x + k = 0$  بین ریشه ها رابطه  $x_1 + 2x_2 = 3$  برقرار است؟

۹۶ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش  $\frac{-7}{3}, 3$  باشد  
۹۷ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش  $2 - \sqrt{4-a}$  و  $2 + \sqrt{4-a}$  باشد.  
۹۸ معادله درجه دومی با ضرایب گویا که یکی از ریشه هایش  $-2 - \sqrt{3}$  باشد؛ را بیابید  
۹۹ به ازای چه مقدار  $n$  یکی از ریشه های معادله  $x^3 - 9x + n = 0$  دو برابر ریشه دیگر است. (دو روش)

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k}$$
 نکته: اگر در معادله  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  یکی از ریشه ها  $k$  برابر ریشه دیگر باشد آنگاه :

۱۰۰ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش ۲ واحد بیشتر از ریشه هایش معادله  $x^3 - 3x^2 - 4 = 0$  باشد.  
اگر  $\alpha, \beta, \gamma$  ریشه های معادله  $x^3 - 3x^2 - 4 = 0$  باشند، معادله ای را بیابید که مجموعه جواب های آن  $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$  باشد.

۱۰۱ در معادله  $4x^3 - 16x^2 + m = 0$  مقدار  $m$  راچنان بیابید که یکی از ریشه های برابر ریشه دیگر باشد. سپس مقدار  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$  را بیابید.

۱۰۲ به ازای چه مقدار  $m$ ، یکی از ریشه های معادله  $x^3 + mx + 8 = 0$  مربع ریشه دیگر است?  
۱۰۳ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش عکس ریشه های معادله  $5x^2 - 13x - 1 = 0$  باشد.  
۱۰۴ معادله درجه دومی بنویسید که هر یک از ریشه هایش، نصف ریشه های معادله  $x^3 - 6x^2 + 4 = 0$  باشد.  
راچنان بیابید که ریشه های معادله زیر عکس هم باشند.

۱۰۶ آیا مستطیلی با محیط  $11cm$  و مساحت  $6cm^2$  وجود دارد؟

۱۰۷ بیشترین مقدار تابع با ضابطه  $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 3$  را در صورت وجود مشخص کنید

۱۰۸ میخواهیم سه طرف زمین فوتبالی را سیم کشی کنیم، اگر فقط ۱۰۰ متر سیم داشته باشیم؛ ابعاد زمین را طوری بباید که مساحت زمین بیشترین مقدار ممکن شود.

۱۰۹ مشخص کنید کدام ماقزیم و کدام مینیم دارند. سپس  $\min, \max$  را باید.

(الف)

$$y = 2x^3 + 8x - 9$$

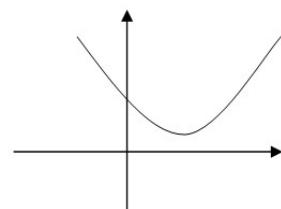
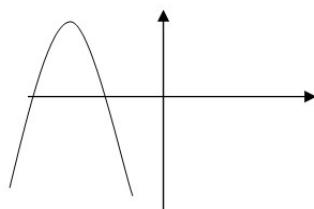
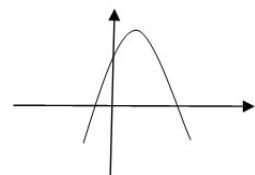
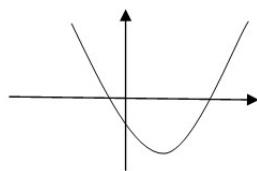
$$y = -3x^3 + 18x + 6 \quad (\text{ب})$$

۱۱۰ راکتی به صورت عمودی شلیک شده است.  $t$  ثانیه پس از شلیک در ارتفاع  $h$  متری از سطح زمین قرار  $(t \geq 0)$  میگیرد که در آن  $h(t) = 200t - 8t^2$

(الف) چقدر طول می کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع خود برسد؟ (ب) ارتفاع نقطه‌ی اوج چقدر است؟

$$f(x) = 2x^3 - 5x + 3 \quad (\text{ب})$$

۱۱۲ در شکل‌های زیر سهمی  $y = ax^3 + bx + c$  رسم شده است. در هر قسمت علامت ضرایب را مشخص کنید.



۱۱۳ معادلات زیر را حل کنید:

$$\frac{3x+1}{x+2} = 2 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{x+1}{2x-1} = \frac{3x+1}{x+5} \quad (\text{ب})$$

$$\text{ج) } \frac{2-x}{2x+1} - \frac{x+1}{x-2} = .$$

$$\text{د) } \frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2}$$

۱۱۴ دو خط  $y = x + 2$ ,  $y = \sqrt{m}x - 1$  یکدیگر را در نقطه A و محور طول ها را در نقاط C,B قطع می کنند . مقدار زوایای  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$  چند درجه است؟

۱۱۵ اگر خطوط  $(m+1)y = x + 2$ ,  $y = (2m+1)x + 1$  باشند مختصات مرکز لوزی کدام است؟

۱۱۶ معادله ای عمود منصف پاره خطی که دو سر آن نقاط A(2,-3), B(4,3) باشد را بنویسید.

۱۱۷ به ازای چه مقدار a معادله  $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$  دارای جواب  $x = 2$  است؟

۱۱۸ اگر  $x = 2$  ریشه ای معادله  $\frac{1}{x^2-4x} + \frac{a}{x-4} = 2$  باشد، ریشه ای دیگر معادله کدام است؟

۱۱۹ معادله  $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$  را حل کنید.

۱۲۰ جواب معادله  $\frac{x^2+x}{x+1} + \frac{x-a}{2x} = \frac{x+2}{x^2+1}$  است، مقدار a را بایابیم.

۱۲۱ نقطه ای روی محور y ها ببایابیم که فاصله اش تا نقطه  $(2, -1)$  برابر ۳ باشد.

۱۲۲ معادله ای  $x\sqrt{4-x^2} + 3\sqrt{4-x^2} = 0$  چند ریشه دارد؟

۱۲۳ معادلات زیر را حل کنید:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1 \quad x = \sqrt{4x-10} \quad x + \sqrt{x} = 12$$

$$2x = \sqrt{3-2x} + 1$$

۱۲۴ بدون حل معادلات زیر توضیح دهید چرا این معادلات جواب ندارند.

$$\sqrt{3x-4} = 2 - 3x \quad \sqrt{x-1} + \sqrt{x+6} + 1 = 0 \quad \sqrt{x-4} + 6 = 0$$

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{1-x}$$

۱۲۵ معادله  $3x-2 = 5\sqrt{1-9x^2}$  ریشه ندارد

یک ریشه مضاعف دارد دو ریشه دارد

۱۲۶ مقدار m را طوری پیدا کنید که معادله  $mx^2 + (m+3)x + 4 = 0$  دارای ریشه هی مضاعف باشد.

[Type here]

۱۲۷ نشان دهید که معادله‌ی  $m \neq 0$  به ازای هر  $m(x+1)(x+2) = m + 2x + 3$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی است.

۱۲۸ به ازای چه مقدار از  $m$  معادلات  $x^2 + (m+1)x + 5 = 0$  و  $x^2 + mx + 4 = 0$  دارای ریشه‌ای مشترک هستند؟

۱۲۹ اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 3x + 1 = 0$  باشند و  $a > b$  باشد، بدون حل معادله، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$a^4 + b^4$$

$$a^6 + b^6$$

$$\sqrt{b} - \sqrt{a}$$

$$a^2 - b^2$$

۱۳۰ اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 4x - 1 = 0$  باشند، بدون حل معادله، حاصل عبارت را به دست آورید.

۱۳۱ اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند و  $x_2 = kx_1$  باشد، ثابت کنید:

۱۳۲ در معادله‌ی درجه دوم  $x^2 - 3x + k + 1 = 0$  به ازای چه مقدار از  $k$  بین ریشه‌های معادله رابطه برقرار است؟

ریشه‌های معادلات زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \sqrt{2}x^2 - \frac{x}{\sqrt{2}+1} - 1 = 0$$

$$\text{ب) } (\sin^2 a)x^2 + x + \cos^2 a = 0$$

۱۳۳ معادله‌ی درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن  $m + \sqrt{m^2 + 1}$  و  $m - \sqrt{m^2 + 1}$  باشند.

۱۳۴ اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 2x - 7 = 0$  باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن  $a^2$  و  $b^2$  باشند.

۱۳۵ اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 2x - 7 = 0$  باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن  $a\sqrt{b}$  و  $b\sqrt{a}$  باشند.

۱۳۶ معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  مفروض است. معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن

الف)  $m$  واحد بیشتر از ریشه‌های معادله فوق باشند.

ب)  $m$  برابر ریشه‌های معادله فوق باشند.

ج) معکوس ریشه‌های معادله فوق باشند.

د) مرع ریشه‌های معادله فوق باشند.

۱۳۷ ریشه‌های معادله  $x^2 - 2mx + k - 1 = 0$  دو برابر ریشه‌های معادله  $x^2 + (k+1)x + m = 0$  هستند، مقادیر  $m$  و  $k$  را بیابید.

۱۳۸ معادله‌ی درجه دومی با ضرایب گویا تشکیل دهید که یکی از ریشه‌های آن  $1 - \sqrt{3}$  باشد.

۱۳۹ مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که معادله‌ی  $2x^2 - 3mx + m^2 + 1 = 0$  دارای دو ریشه‌ی متمایز مثبت باشد.

۱۴۰ به ازای چه مقادیری از  $m$  معادله‌ی  $x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0$  دارای دو ریشه‌ی مختلف العلامت می‌باشد که قدر مطلق ریشه‌ی منفی بزرگتر از ریشه‌ی مثبت است.

۱۴۱ در معادله درجه دوم  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$  مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه‌ها بزرگتر از یک و یکی از ریشه‌ها کوچکتر از یک باشد.

۱۴۲ معادلات زیر را حل کنید:

$$3x^4 - 7x^2 + 4 = 0$$

$$2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 3(x + \frac{1}{x}) - 1 = 0$$

۱۴۳ اگر معادله‌ی  $x^4 - 2x^2 + k - 3 = 0$  دو ریشه باشد، حدود  $k$  را مشخص کنید.

$$144 \text{ معادله } 0 = \tan x + m \cot x + 4 \text{ دارای جواب است؟}$$

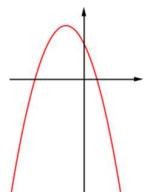
۱۴۵ معادله‌ای با ضرایب گویا تشکیل دهید که یکی از ریشه‌های آن  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$  باشد، سپس ریشه‌های دیگر معادله را مشخص کنید.

۱۴۶ نمودار توابع زیر رارسم کنید. سیس تعداد و علامت ریشه‌های تابع را مشخص کنید:

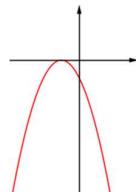
$$f(x) = -2x^2 + 6x - 5 \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 1 \quad (\checkmark)$$

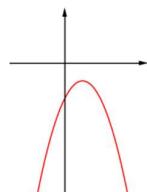
۱۴۷ نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به شکل‌های زیر است. علامت ضرایب  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و تعداد و علامت ریشه‌های تابع را مشخص کنید:



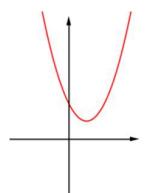
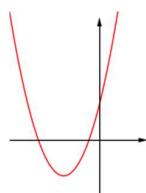
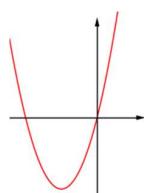
(ج)



ب)



(الف)



(و)

(هـ)

(دـ)

۱۴۸ نمودار تابع درجه دومی به شکل مقابل است. ضابطه‌ی این تابع را مشخص کنید.

۱۴۹ به ازای چه مقادیری از  $m$  نمودار تابع  $f(x) = (3-m)x^2 + mx + (m-1)$  از چهار ناحیه‌ی صفحه‌ی مختصات می‌گذرد؟

۱۵۰ به ازای چه مقادیری از  $m$  نمودار تابع  $f(x) = (m-2)x^2 - mx - 1$  از ناحیه‌ی اول صفحه‌ی مختصات نمی‌گذرد؟

۱۵۱ از بین مستطیل‌هایی که محیط آنها مقدار ثابت ۱۰ است، کدام یک دارای مаксیمم مساحت است؟ این مقدار ماسیمم چقدر است؟

۱۵۲ کمترین فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(-2,0)$  از نقاط نمودار تابع  $y = -\sqrt{1-2x}$  چقدر است؟ این مقدار می‌نیمم مربوط به چه نقطه‌ای است؟

۱۵۳ مقادیر  $m$  را طوری بیابید که معادله  $m^2x^2 + 2(m+1)x + 4 = 0$  ریشهٔ مضاعف داشته باشد.

۱۵۴ معادله درجه دوم  $x^2 + kx + 8 = 0$  مفروض است. به ازای چه مقدار  $k$  یک ریشه معادله مربع ریشه دیگر است.

۱۵۵ اگر معادلات  $x^2 + (m+1)x + 3 = 0$  و  $x^2 + mx + 2 = 0$  یک ریشه مشترک داشته باشند، مقدار  $m$  را بیابید.

۱۵۶ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش  $\frac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{a-b}}$  و  $\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{a-b}}$  باشند.

۱۵۷ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش  $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$  و  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$  باشند.

۱۵۸ فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $5x^2 - px + 1 = 0$  باشد و  $x_1 - x_2 = 1$  باشد، آنگاه مقدار  $p$  را تعیین کنید.

۱۵۹ هر گاه  $a$  یک ریشه معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشد مقدار عبارت  $\frac{a^2}{a^2 - 8a + 2}$  را به دست آورید.

۱۶۰ اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + x - 1 = 0$  باشند معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش  $\frac{1}{x_2 + 1}$  و  $\frac{1}{x_1 + 1}$  باشد.

۱۶۱ اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 3x + k = 0$  باشد، معادله درجه دومی بسازید که ریشه‌هایش  $x_2 + 2x_1$  و  $x_1 + 2x_2$  باشد.

۱۶۲ معادله درجه دوم  $x^2 - 4x - 3 = 0$  مفروض است. معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش: (بدون حل معادله درجه دوم)

(۱) دو واحد بیشتر از ریشه‌های معادله فوق باشد.  
(۲) نصف ریشه‌های معادله فوق باشد.

معکوس ریشه‌های معادله فوق باشد.

۱۶۳ معادله درجه دوم  $x^2 - 5x + k - 1 = 0$  مفروض است. به ازای چه مقدار  $k$  بین ریشه‌های معادله، رابطه  $x_1 + 3x_2 = 7$  برقرار است؟

۱۶۴ فرض کنید  $p$  و  $q$  عددهایی فرد باشند. ثابت کنید ریشه‌های معادله  $x^2 + px + q = 0$  گویا نمی‌باشند.

۱۶۵ حدود  $m$  را طوری تعیین کنید که هر دو ریشه‌ی معادله  $2x^2 - mx - 1 = 0$  کوچکتر از ۳ باشند.

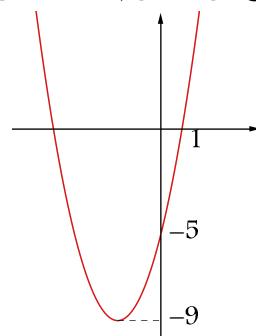
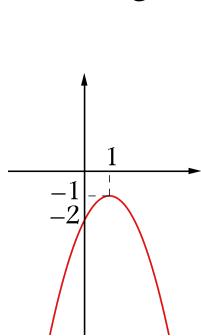
۱۶۶ معادلات زیر را حل کنید:

$$(x^2 - 4\sqrt{x^2 + 1} + 4 = 0) \quad (\text{الف}) \quad (x^2 + x)^2 + 2x^2 + 2x - 2 = 0$$

۱۶۷ در معادله  $(m+2)x^4 + 2\sqrt{6}mx^2 - (m-3) = 0$  مقادیر  $m$  را طوری بیابید که معادله: (ب) یک ریشه داشته باشد.  
(الف) ریشه نداشته باشد.

(د) چهار ریشه داشته باشد.  
(ج) دو ریشه داشته باشد.

۱۶۸ نمودار تابع درجه دوم  $f$  به شکل‌های زیر است. ضابطه‌ی این تابع را مشخص کنید.



۱۶۹ مفتولی به طول ۲۰ متر را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و با هر یک دایره‌ای می‌سازیم. اگر مجموع مساحت دایره‌ها  $\frac{68}{p}$  متر مربع باشد، طول دو قطعه را مشخص کنید. مفتول را چگونه تقسیم کنیم تا مجموع مساحت دایره‌ها کمترین مقدار ممکن باشد؟

۱۷۰ اگر تفاضل دو عدد برابر ۴ باشد، حداقل مقدار حاصلضرب آنها چقدر است؟ در این صورت مقدار دو عدد را بیابید.

۱۷۱ دو ضلع یک مستطیل منطبق بر محورهای مختصات و رأس چهارم آن بر خط  $y = 4 - x$  قرار دارد. بیشترین مقدار مساحت مستطیل چقدر است؟ در این حالت ابعاد مستطیل را مشخص کنید.

۱۷۲ معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  را در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ریشه‌های آن بصورت  $s = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  و  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  باشند. نشان دهید :  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$p = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

۱۷۳ در معادله درجه دوم با دو ریشه حقیقی نشان دهید قدر مطلق تفاضل دو ریشه برابر است.  $D = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

۱۷۴ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن  $\sqrt{7} + \sqrt{7 - \sqrt{3}}$  و  $\sqrt{7} - \sqrt{7 - \sqrt{3}}$  باشند.

۱۷۵ حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که دستگاه دارای جواب باشد .

$$\begin{cases} x + y = 2m \\ xy = 4m \end{cases}$$

۱۷۶ مجموع و حاصل ضرب دو عدد برابر ۶ است. آن دو عدد را بیابید.

۱۷۷ فرض کنیم  $ax^2 + bx + c = 0$  یک معادله درجه دوم و ریشه‌های آن  $\alpha$  و  $\beta$  باشند. همچنین فرض کنیم مجموع ریشه‌های آن  $s$  و حاصلضرب ریشه‌های آن  $p$  باشد. نشان دهید :

$$1) \quad \alpha^2 + \beta^2 = s^2 - 2p$$

[Type here]

$$2) \quad \alpha^3 + \beta^3 = s^3 - 3sp$$

$$3) \quad \alpha^4 + \beta^4 = (s^2 - 2p)^2 - 2p^2$$

$$4) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{s}{p}$$

$$5) \quad \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{s^2 - 2p}{p^2}$$

$$6) \quad \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{s^2 - 2p}{p}$$

۱۷۸ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $2x^2 - 5x - 6 = 0$  باشند حاصل عبارتهای  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  را بدست آورید.

۱۷۹ در معادله  $x^2 + 5x + 1 = 0$  باشند حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$  را بدست آورید.

۱۸۰ معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین ریشه های آن روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 20 \end{cases}$$

۱۸۱ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن دو واحد بیشتر از ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشد.

۱۸۲ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن ۵ برابر ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - 2x - 3 = 0$  باشد.

۱۸۳ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن مجدور ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - 6x + 1 = 0$  باشد.

۱۸۴ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن مکعب ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - 6x + 1 = 0$  باشد.

۱۸۵ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن عکس ریشه های معادله درجه دوم  
 $2x^2 - 3x - 5 = 0$  باشد.

۱۸۶ اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - mx + 1 = 0$  باشد. معادله درجه دومی تشکیل  
 دهید که ریشه های آن  $\beta = x_2 + \frac{1}{x_1}$  و  $\alpha = x_1 + \frac{1}{x_2}$  باشد

۱۸۷ اگر ریشه های معادله  $x^2 - mx + m - 4 = 0$  نصف اگر ریشه های معادله درجه دوم  
 $x^2 - (k+2)x - k = 0$  باشد، مقادیر  $m$  و  $k$  را به دست آورید.

۱۸۸  $m$  را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله  $2x^2 - mx - 1 = 0$  هشت برابر  
 قرینه ریشه دیگر باشد.

۱۸۹  $m$  را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله  $2x^2 - x + m - 3 = 0$  دو واحد بیشتر  
 از ریشه دیگر باشد.

۱۹۰ معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  و عدد  $k$  را در نظر می گیریم. فرض کنیم معادله دارای  
 دو ریشه باشد. قرار می دهیم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  نشان دهید:  
 الف - اگر  $a$  و  $f(k)$  هم علامت نباشند آنگاه  $k$  بین دو ریشه قرار دارد.

ب - اگر  $a$  و  $f(k)$  هم علامت باشند آنگاه  $k$  از هر دو ریشه بزرگتر یا از هر دو ریشه کوچکتر است. در واقع در این

حالت اگر  $k > -\frac{b}{2a}$  در اینصورت  $k$  از هر دو ریشه بزرگتر و اگر  $k < -\frac{b}{2a}$  در اینصورت  $k$  از هر دو ریشه کوچکتر  
 است).

۱۹۱ حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که عدد ۱ بین دو ریشه معادله  $mx^2 - 2x - 1 = 0$  باشد.

۱۹۲ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $2x^2 - 5x - 6 = 0$  باشند حاصل عبارتهای  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  و  
 $(\alpha - \beta)^2$  را بدست آورید.

۱۹۳ در معادله  $x^2 + 5x + 1 = 0$  باشند حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$  را بدست آورید.

۱۹۴ معادله درجه دومی تشکیل دهید که بین ریشه های آن روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 20 \end{cases}$$

۱۹۵ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن دو واحد بیشتر از ریشه های معادله درجه دوم  
 $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشد.

۱۹۶ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن ۵ برابر ریشه های معادله درجه دوم  
 $x^2 - 2x - 3 = 0$  باشد.

۱۹۷ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن مجذور ریشه های معادله درجه دوم  
 $x^2 - 6x + 1 = 0$  باشد.

۱۹۸ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن مکعب ریشه های معادله درجه دوم  
 $x^2 - 6x + 1 = 0$  باشد.

۱۹۹ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن عکس ریشه های معادله درجه دوم  
 $2x^2 - 3x - 5 = 0$  باشد.

۲۰۰ اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - mx + 1 = 0$  باشد. معادله درجه دومی تشکیل  
 دهید که ریشه های آن  $\alpha = x_1 + \frac{1}{x_2}$  و  $\beta = x_2 + \frac{1}{x_1}$  باشد.

۲۰۱ اگر ریشه های معادله  $x^2 - mx + m - 4 = 0$  نصف اگر ریشه های معادله درجه دوم  
 $x^2 - (k+2)x - k = 0$  باشد، مقادیر

۲۰۲  $m$  را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله  $2x^2 - mx - 1 = 0$  هشت برابر قرینه  
 ریشه دیگر باشد.

۲۰۳  $m$  را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله  $2x^2 - x + m - 3 = 0$  دو واحد بیشتر  
 از ریشه دیگر باشد.

مقایسه یک عدد با ریشه های معادله درجه دوم

۲۰۴ معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  و عدد  $k$  را در نظر می گیریم. فرض کنیم معادله دارای  
 دو ریشه باشد. قرار می دهیم  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . نشان دهید:  
 الف - اگر  $a$  و  $f(k)$  هم علامت باشند آنگاه  $k$  بین دو ریشه قرار دارد.

ب - اگر  $a$  و  $f(k)$  هم علامت نباشند آنگاه  $k$  از هر دو ریشه بزرگتر یا از هر دو ریشه کوچکتر است. در واقع در

این حالت اگر  $k < -\frac{b}{2a}$  در اینصورت  $k$  از هر دو ریشه بزرگتر و اگر  $k > -\frac{b}{2a}$  در اینصورت  $k$  از هر دو ریشه کوچکتر است.

[Type here]

۲۰۵ حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که عدد ۱ بین دو ریشه معادله  $mx^2 - 2x - 1 = 0$  باشد.