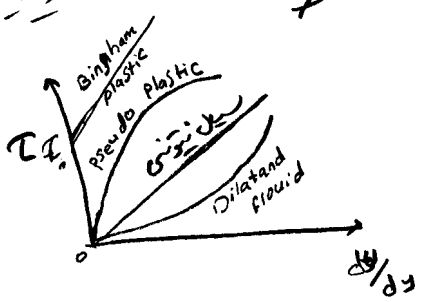
مکانیک سیالات:

احمد پاکباز
AHMAD. PAKBAZ

(ویسکوزیته دینامیکی) $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ $\left[CP = \frac{kg}{m \cdot s} = \frac{gr}{cm \cdot s} = Pa \cdot s \times 10^{-3}\right]$

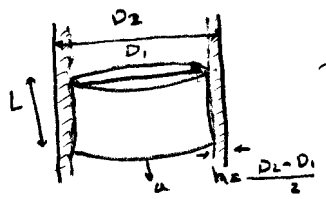
(ویسکوزیته سینماتیکی) $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $\left[\frac{m^2}{sec}\right]$ یا $\left[\frac{cm^2}{s}\right]$



ویسکوزیته گازها با افزایش دما زیاد می‌شود.

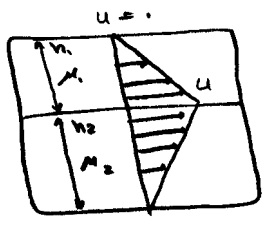
ویسکوزیته مایعات با افزایش دما کاهش می‌یابد.

سیال ایده‌آل $\begin{cases} \rho = cte \\ \mu = 0 \end{cases}$



$\tau = F/A = \frac{\rho_s D g}{4} = \mu u/h$

$F = mg$: $A = \pi D L$

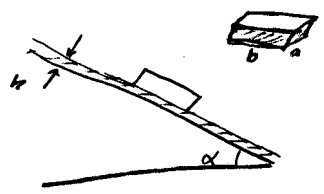


دو سیال غیر شناور $\tau_1 + \tau_2 = \frac{F}{A} = u\left(\frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2}\right)$

دو سیال شناور $\tau = \mu u \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right)$

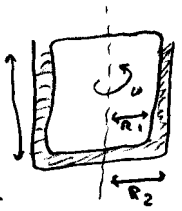
$T = F \cdot R_1 = \frac{2\pi R_1^3 \mu \omega l}{h}$

$T = \tau \cdot A \cdot R$



$\tau = \frac{F}{A} = \frac{mg \sin\alpha}{A} = \mu \frac{u}{h}$

$A = ab$



دیمانسیون:

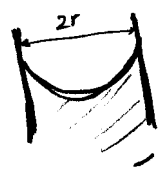
نیرو $(F) = MLT^{-2} \rightarrow ma \rightarrow M \times LT^{-2}$

سرعت $(V) = LT^{-1}$ (x/t)

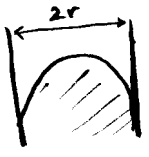
شتاب $(a) = LT^{-2}$ (V/t)

فشار $(P) = ML^{-1}T^{-2} \rightarrow F/A \rightarrow \frac{MLT^{-2}}{L^2}$

کشش سطحی $(\sigma) = F/\rho$ (N/m) فیزیک



نیروی چسبندگی > نیروی پیوستگی



جیوه

نیروی پیوستگی > نیروی چسبندگی

آب

$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\gamma \cdot r}$

حباب صابون $\Delta P = \frac{4\sigma}{r}$

قطره $\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$

حباب $\Delta P = \frac{\sigma}{r}$

- $1\ atm = 101.325\ kpa = 1.01\ bar = 14.7\ psi = 10.34\ mH_2O = 760\ mmHg$
- $1 psi\left(\frac{lb}{in^2}\right) = 144\ psf\left(\frac{lb}{ft^2}\right)$ $\quad 1\ ft = 12\ in$
- $P_{abs} = P_{sth} + P_{gage}$

• $P = P_0 + \gamma h$

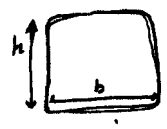
• در مایعات بطرف پائین فشار مثبت و بطرف بالا فشار منفی است.

• $y_p = y_G + \frac{I_G}{y_G \cdot A}$

فاصله مرکز فشار از سطح — مرکز فشار

$F = \gamma h_c \cdot A$

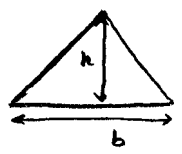
فاصله مرکز ثقل تا سطح آزاد



مستطیل

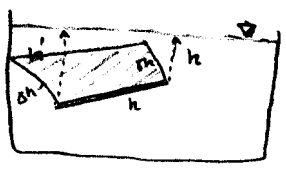
$I_G = bh^3/12$

$y_G = h/2$ — مرکز ثقل



$I_G = bh^3/36$

$y_G = h/3$ ← از قاعده



• منشور فشار:

حجم منشور = متوسط نیرو $= \gamma \left(\frac{h+h'}{2}\right)(ab)$

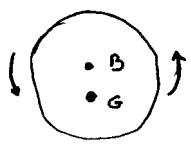
• نیروی شناوری:

$F_B = \gamma V$

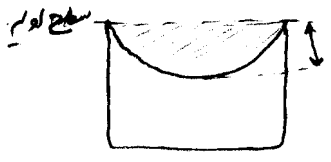
F_B = نیروی شناوری — γ = وزن مخصوص (کا) — V = حجمی از جسم که در درون مایع قرار گرفته

هر چه وزن مخصوص (کا) بیشتر باشد حجم کمتری از آن شناور می‌شود.

اگر مرکز ثقل (G) زیر نقطه شناوری (B) قرار گیرد: شناوری پایدار است.



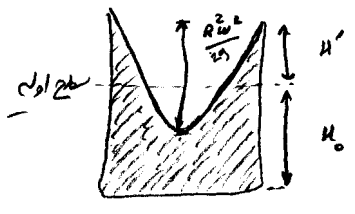
• چرخش یکنواخت حول محور قائم:



$H = \frac{R^2\omega^2}{2g}$

- در صورتی که حجم اولیه مایع تا لبه ظرف باشد: حجم مایع خارج شده:

حجم مایع خارج شده (هاشور زده) $= \frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2}{4} H\right)$



ارتفاع صعود $H = \frac{1}{2}\left(\frac{R^2\omega^2}{2g}\right)$

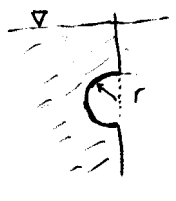
$H > H'$ ← مایع خارج خواهد شد

$H < H'$ ← مایع خارج نخواهد شد

ارتفاع ثانویه مایع $\Rightarrow H'' = (H' + H_0) - \frac{R^2\omega^2}{2g}$

حجم مایع ثانویه $\Rightarrow \frac{\pi D^2}{4} H'' + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{R^2\omega^2}{2g}\right)$

• نیروی ناشی از سیال روی سطح منحنی:



$F = \gamma V \rightarrow$ سطح

$\frac{1}{2}\pi D^2/4$

- $\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$ معادله برنولی

$V_2 = \sqrt{2gH}$ ← $V_1 A_1 = V_2 A_2$

- با استفاده از معادله برنولی می‌توان ارتفاع صعود مایعاتی مانند آب را محاسبه کرد:

$P_1 = P_2 = P_{atm}$, $V_2 = 0$, $Z_1 = 0$, $Z_2 = H$ → $H = \frac{V_1^2}{2g}$

- در جریان آرام درون لوله سرعت ماکزیمم دو برابر سرعت متوسط است: $(U_{max} = 2\bar{u})$

- تصحیحات معادله برنولی:

- اثر اصطکاک:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_{f_{1\to 2}}$$

- انرژی جنبشی:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \alpha \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + h_{f_{1-2}}$$

$\alpha = 1/A \int_A \left(\frac{u^3}{\bar{U}}\right) dA$

$\alpha = 2$ laminar flow

$\alpha = 1.01 \text{ تا } 1.1 = 1$ Turbulent flow

- عدد رینولدز (Re):

- جریان در لوله‌ها:

$$- N_{Re} = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{u d}{\nu}$$

$Re < 2000 - 2100$ ✓ آرام

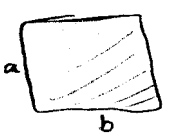
$2100 < Re < 2300$ ✓ گذرا

$Re > 2300$ ✓ متلاطم

- جریان در کانال‌ها:

$$- N_{Re} = \frac{\rho U D_H}{\mu} = \frac{U D_H}{\nu}$$

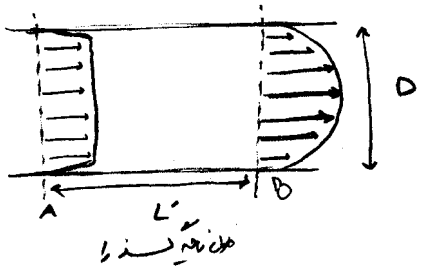
قطر هیدرولیکی $D_H = \frac{4A}{P}$ محاطی



$A = a.b$ سطح مقطع جریان

$P = 2(a+b)$ محیط خیس شده

• جریان درون دیسرونی :



$\frac{L'}{D} = 0.058\,Re$

- جریانی که درون یک لوله باشد جریان درونی (لوله مسدود).
- جریانی که درون یک لوله باز صورت گیرد جریان بیرونی.
- طول ناحیه ورودی در جریان آشفته کوتاهتر از جریان آرام است.

• جریان آرام ، پایا ، تراکم ناپذیر ، بین دو صفحه موازی :

• $u = \frac{Uy}{a} - \frac{1}{2\mu}\frac{d(P+\gamma h)}{dl}(ay - y^2)$ توزیع سرعت

• $Q = \frac{Ua}{2} - \frac{1}{12\mu}\frac{d(P+\gamma h)}{dl}(a^3)$ دبی در سطح مقطع نامحدود

- در صورتی که سرعت ($u = 0$) باشد توزیع سرعت سهمی شکل خواهد شد :

$y = ax^2$

• $u_{max} = \frac{a^2 \Delta P}{4\mu l}$ شعاع لوله $= a$

• سرعت متوسط $\bar{u} = \frac{u_{max}}{2} = \frac{a^2 \Delta P}{8\mu l}$

• $Q = \bar{u}A = \frac{\pi D^2 \Delta P}{128\mu l}$

• $\tau = \frac{r}{2}\cdot\frac{d(P+\gamma h)}{dl} \xrightarrow{\text{لوله افقی}} \tau = r/2 \cdot \Delta P/L$ برای جریان آرام و متقارن

• افت فشار درون لوله‌ها :

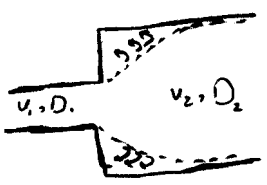
• $h_f = \frac{\Delta P}{\gamma} = f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}$

• جریان آرام $f = 64/Re = \frac{64\mu}{\rho V d}$

- دبی جریان آرام درون لوله‌ها با سرعت 2 برابر شود افت فشار نیز 2 برابر می‌شود.

- دبی جریان آشفته نیز اصطکاک (f) تابعی از Re ، ϵ/D است بطوریکه ($f \uparrow \leftarrow \epsilon/D \uparrow$ ، $f \downarrow \leftarrow Re \uparrow$) $\xrightarrow{h_f \uparrow}$

• انبساط ناگهانی (sudden Expansion) :



$h = k\frac{V_1^2}{2g}$

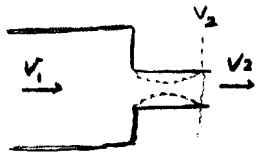
$k = \left[1 - (D_1/D_2)^2\right]^2 \rightarrow h = \frac{V_1^2}{2g}\left[1 - (D_1/D_2)^2\right]^2$

• انبساط تدریجی :

$$H_L = k\frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

- مقدار k از روی نمودار خوانده می‌شود.

• انقباض ناگهانی (Sudden Contraction) =



• $h_c = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g}$

• $h = k\frac{V^2}{2g}$ برای شیرها و زانوها

• $L_e = \frac{kD}{f}$ طول معادل (طولی از لوله است که معادل افت فشار اتصالات را ایجاد می‌کند)

• پرش هیدرولیکی :

• $y_2 = -y_1/2 + \sqrt{(y_1/2)^2 + \frac{2V_1^2 y_1}{g}}$ ارتفاع پرش

• $h_l = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2}$ اتلاف ناشی از پرش

• ضخامت لایه مرزی جریان آرام :

• $\delta_{/x} = \frac{4.65}{\sqrt{Re_x}}$

- ضریب کشش (C_D) :

• $C_D = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$

• ضخامت لایه مرزی جریان متلاطم :

• $\delta_{/x} = \frac{0.37}{Re_x^{\frac{1}{5}}}$

- ضریب کشش (C_D) :

• $C_D = \frac{0.072}{Re_L^{1/5}}$

• نیروی درگ (Drag) :

• $F_D = C_D \cdot \frac{\rho u^2}{2} A$ رابطه نیوتن

ضریب درگ که از روی نمودار برایت می‌آید.

• سرعت حد (Terminal Velocity) :

- در حالت پایدار سرعت جسم به سرعت حد رسیده و شتاب برابر صفر می‌شود؛ در این حالت نیروهای رو به بالای شناوری و کشش (درگ) با نیروی رو به پایین وزن در حالت تعادل قرار می‌گیرند.

$$W = F_B + F_D$$

$$\gamma_s \cdot V = \gamma_f \cdot V + C_D \frac{\rho u_t^2}{2} A$$

• برای جریان متلاطم $u_t = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{gD_s(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f C_D}}$

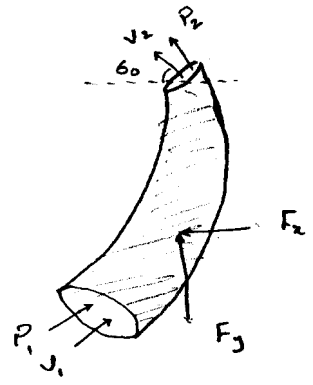
• برای ذره کروی در جریان آرام $u_t = \frac{gD_s^2(\rho_s - \rho_f)}{18\mu}$ رابطه استوکس

ρ_s = چگالی جامد
ρ_f = " " سیال
D_s = قطر ذره کروی

• نیروی کشش = کشش ناشی از اصطکاک لوله‌ای + کشش ناشی از شکل هندسی = $\mu \pi D u + 2\mu n D u$

• هرچه عدد رینولدز زیاد شود، C_D کاهش می‌یابد.

• هرچه مقاومت یک جسم در مقابل جریان کمتر باشد، C_D نیز کمتر است.



• نیروی ناشی از سیال در حال حرکت روی مقاطع مختلف:

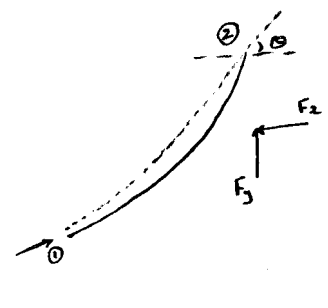
$$\sum F_x = \rho Q (V_{2x} - V_{1x})$$

$$P_1 A_1 - F_x + P_2 A_2 \cos 60 = \rho Q (-V_2 \cos 60 - V_1)$$

$$\sum F_y = \rho Q (V_{2y} - V_{1y})$$

$$F_y + P_2 A_2 \sin 60 - W = \rho Q (V_2 \sin 60 - 0)$$

• نیروی وارد از طرف جت سیال بر یک تیغه:



الف) تیغه ثابت:

$$\sum F_x = -F_x = \rho Q (V_2 \cos\theta - V_1)$$

$$\sum F_y = F_y = \rho Q (V_2 \sin\theta - 0)$$

ب) تیغه با سرعت ثابت:

$$F_x = \rho A (V_0 - u)^2 (1 - \cos\theta)$$

$$F_y = \rho A (V_0 - u)^2 \sin\theta.$$

• عدد ماخ (N_M):

• $N_M = \frac{V}{C}$; $C = \sqrt{dP/d\rho}$

- سیال تراکم ناپذیر — $N_M \ll 1$
- تقریباً تراکم پذیر — $1 > N_M > 0.3$
- سیال تراکم پذیر — $N_M > 0.3$

$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{VL}{\nu} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجی}}$ — ① عدد رینولدز

$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ثقل}}$ — ② عدد فرود

$Eu = \frac{\Delta P}{\rho V^2} = \frac{\text{نیروی فشار}}{\text{نیروی اینرسی}}$ — ③ عدد اویلر

$M = \frac{V}{C} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی تراکم پذیری}}$ — ④ عدد ماخ

$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} = \frac{\text{انرژی جنبشی}}{\text{انرژی سطحی}}$ — ⑤ عدد وبر

$St = \frac{\omega L}{V} = \frac{\text{شتاب نقطه‌ای}}{\text{شتاب انتقالی}}$ — ⑥ عدد استروهال

• تا جسمی تشابه سینماتیکی نداشته باشد، تشابه دینامیکی ندارد، لذا جسمی که تشابه دینامیکی دارد، تشابه سینماتیکی و هندسی را نیز دارد. (تا جسم تشابه هندسی نداشته باشد، تشابه سینماتیکی ندارد.)

• NPSH (Net positive Suction Head) :

- برای غلبه بر عمل پدیده کاویتاسیون (تبدیل قسمتی از مایع به بخار) باید Head در لحظه Suction به اندازه‌ای بیشتر از فشار بخار مایع باشد، دسترسی به این مقدار Head را که بالاتر از فشار بخار مایع است NPSH می‌نامند

$$\bullet\ NPSH = z_g + \frac{P_s}{\rho g} - h_{fs} - \frac{P_v}{\rho g}$$

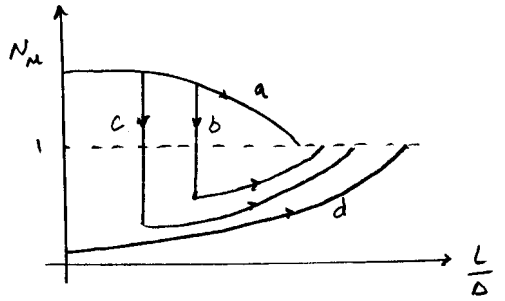
توان پمپ : $P = Q\Delta P = \frac{m.\Delta P}{\rho} = \gamma Q h$

بازده پمپ : $\eta = \frac{P_{Ideal}}{P_{actual}}$

u - سرعت ذرات
u_s - سرعت سقوط

عدد ماخ $\bullet\ N_M = \frac{u}{u_s}$

- ✓ $N_M \ll 1$ ← سیال تراکم ناپذیر
- ✓ $N_M > 0.3$ ← سیال تراکم پذیر
- ✓ $N_M > 1$ ← سرعت ماوراء صوت
- ✓ $N_M < 1$ ← سرعت ماورای صوت
- ✓ $N_M = 1$ ← سرعت صوت



• (a) - جریان درون لوله ماوراء صوت است $\frac{L}{D} < \frac{L^*}{D}$

• (b) و (c) - در ابتدا سرعت ماورای صوت و در خروجی برابر سرعت صوت است. $\frac{L}{D} > \frac{L^*}{D}$

• (d) - شوک در درون لوله و جریان درون لوله ماورای صوت است. $\frac{L}{D} > \frac{L^*}{D}$

• محاسبه افت فشار در بسترهای سیال شده :

- L : ارتفاع بستر
- ε : تخلخل

$\bullet\ \Delta P = (\rho_p - \rho) g L (1-\varepsilon)$

✓ سیالیت در لحظه شروع را Batch fluidization می‌نامند. چرا که ذرات به بیرون از بستر توسط سیال حمل نمی‌شوند ولی از آن به بعد Contineous fluidization می‌گویند.

$\bullet\ L_1(1-\varepsilon_1) = L_2(1-\varepsilon_2)$

• کرویت :

- اگر سطح جسم غیر کروی را به سطح کره معادل شده تقسیم کنیم، کرویت ناسیده می‌شود.

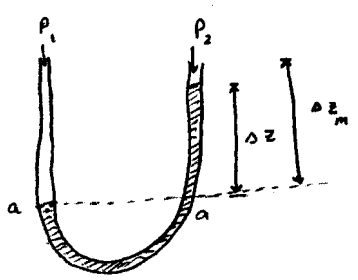
- عنوان مثال برای یک مکعب به ضلع a کرویت به صورت زیر است :

$\checkmark a^3 = 4/3\,\pi R^3 \longrightarrow R = \sqrt[3]{3/4\pi}\, a = 0.516\, a$

کرویت $\longrightarrow \Phi = \dfrac{6a^2}{4\pi R^2} = \dfrac{6a^2}{4\pi \left(\sqrt[3]{3/4\pi}\, a\right)^2} \Rightarrow \Phi = 0.183$

- سرعت واقعی — سرعت تئوری $\longrightarrow V_b = \dfrac{Q}{\varepsilon A}$

• لوله U شکل :



$\Delta h = \dfrac{P_1 - P_2}{\rho g} = \dfrac{(\rho_m - \rho)\Delta z}{\rho}$

برای مایعات $= P_1 + P_2 = (\rho_m - \rho) g \Delta z$

برای گازها $= P_1 - P_2 = \rho_m g \Delta z$

• ونتوری :

$\checkmark \dfrac{P_1 - P_2}{\rho} = \dfrac{u_2^2}{2}\left(1 - \dfrac{u_1^2}{u_2^2}\right)$

• اریفیس :

- یکی از معایب بزرگ اریفیس ها عدم بازیابی فشار پس از ایجاد فشار است.

$\checkmark Q = A_j V_j = C_c C_v \sqrt{2gh} = C_d \sqrt{2gh}$

ضریب سرعت $- \dfrac{V_{jet}}{V_{Ideal}} = C_v$

ضریب انقباض $C_c - \dfrac{A_{jet}}{A_{اریفیس}}$

C_d - ضریب تخلیه اریفیس

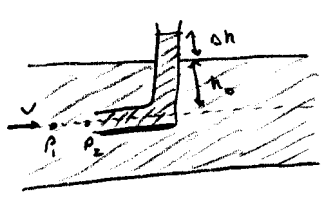
- اریفیس - دستوری و نازل برای اندازه گیری دبی حجمی یا سرعت خطی متوسط کاربرد دارند.

$\checkmark Q_a = C_d A_o = \sqrt{\dfrac{2(P_1 - P_2)/\rho}{1 - C_c^2 (D_o/D_1)^4}}$ — دبی واقعی

• ونتوری متر :

$\checkmark Q_a = C_v A_2 \sqrt{\dfrac{2g\left[h + (P_1 - P_2)/\gamma\right]}{1 - (D_2/D_1)^4}}$

• لوله پیتوت (Pitot tube) :



$V = \sqrt{2gh}$

- اگر قطر لوله کم شود سرعت جریان برابر و Δh شانزده برابر می شود.