

درسنامه

(ابتدا فصل ۵ جزوه ریاضی ۲ کامل خوانده شود*)

گرین :

تعریف (پارامتری) :

پتانسیل :

حالت خاص :

هرگاه مبدأ مختصات درون مرز بسته‌ی C قرار نداشته باشد، برای میدان برداری $\vec{F} = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$ داریم: $\oint_C \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2} = 0$

چون نقطه $(0,0)$ نقطه ناپیوستگی تابع است، اگر این نقطه درون محدوده بود باید تغییرمتغیر بزنییم و نمیتوان مستقیم محاسبه کرد.

$$x = R \cos t, \quad y = R \sin t, \quad dx = -R \sin t dt, \quad dy = R \cos t dt$$

$$\Rightarrow I_1 = \int_{\gamma} \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2} \Rightarrow I_1 = \int_0^{2\pi} \frac{R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t}{R^2} dt$$

ارتباط با استوکس :

MBA98

مقدار $I = \oint_C (\delta y + \cos \sqrt{x}) dx + (\lambda x + e^{y^2}) dy$ که در آن C مرز دایره $x^2 + y^2 = 2$ با جهت مثبت می باشد.

کدام است؟

(1) 6π

(2) 10π

(3) $2(\sqrt{3})\pi$

(4) $3(\sqrt{2})\pi$

MBA94

مقدار انتگرال منحنی الخط $\int_C (3y - e^{\sin x}) dx + (7x + \sqrt{1+y^2}) dy$ که در آن c دایره ای به معادله

$x^2 + y^2 = 9$ طی شده در جهت مثبت می باشد، کدام است؟

(1) 12π

(2) 24π

(3) 36π

(4) 48π

فیزیک دریا-95

کار انجام شده توسط میدان نیروی $\vec{F}(x,y) = (2x - 4y)\vec{i} + (3y - 5x)\vec{j}$ در جابجایی ذره ای روی یک دور از

منحنی $x^2 + 9y^2 = 9$ در جهت خلاف گردش عقربه ساعت، کدام است؟

(1) -9π

(2) -3π

(3) 6π

(4) 12π

MBA98

فرض کنید C مرز دایره $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$ باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است. اگر

$\int_C (ke^x y + e^x x) dx + (e^x + ke^y y) dy = 0$ ، مقدار k برابر با کدام مورد است؟

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) 2

فرض کنید W مرز ناحیه مثلثی شکل با رئوس $(0, 1)$, $(0, -1)$, $(2, -1)$ باشد. در این صورت مقدار

$$\oint_W (2xy + \sqrt{x}) dx + (xy + \sqrt{y}) dy$$

کدام است؟

$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{10}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{10}{3} \quad (3)$$

صنایع-94

هرگاه C مثلثی با رئوس $(0, 0)$ و $(1, 0)$ و $(0, 1)$ در جهت مثلثاتی باشد، مقدار انتگرال

$$\oint_C xy dx + (x^2 + y^2) dy$$

کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

مواد-97 و سوانح و MBA-96

اگر C یک منحنی بسته واقع بر مثلثی به رئوس $(3, 0)$, $(6, 0)$, $(17, 5)$ باشد که در جهت خلاف عقربه‌های

$$\oint_C (7y + e^{x^2}) dx + (19x + e^{y^2}) dy$$

ساعت پیموده می‌شود، در این صورت مقدار

$$90 \quad (1)$$

$$85 \quad (2)$$


$$80 \quad (3)$$

$$75 \quad (4)$$


نکته بسیار مهم:

$$\iint_D (ax + by + c) dA = (a\bar{x} + b\bar{y} + c)A$$

خواجه نصیر

تمرین ۱۱  اگر منحنی C مثلثی با رئوس $(0,0)$, $(2,2)$, $(2,0)$ در صفحه‌ی مختصات باشد که در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت پیموده شده باشد، آنگاه $\int_C \sin(x^3)dx + 2ye^{x^2} dy$ را بیابید.

خواجه نصیر

تمرین ۱۳  درستی قضیه‌ی گرین را برای میدان برداری $\vec{F} = (xy^2 + x^2)\vec{i} + (4x - 1)\vec{j}$ روی مثلثی با رئوس $(-3,0)$ و $(0,0)$ و $(0,3)$ بررسی کنید. (خواجه نصیر - خرداد ۹۷)

هرگاه C مثلثی با رئوس $(0,0)$ و $(1,0)$ و $(0,1)$ در جهت مثلثاتی باشد، مقدار انتگرال $\oint_C xydx + (x^2 + y^2)dy$ ، کدام است؟

(صنایع - سیستم - سراسری ۹۴)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$

اگر C مثلث تشکیل شده از اضلاع $x=0$ ، $x+y=1$ و $y=0$ در صفحه xy باشد، مقدار انتگرال روی منحنی $\oint_C y^2 dx + x^2 dy$ ، کدام است؟ (C پیموده شده در جهت مثبت است).

- (۱) ۰
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

فیزیک دریا-۹۴


مقدار $\int_C (y + e^{\sqrt{x}}) dx + (2x + \cos y^2) dy$ کدام است؟ C مرز ناحیه‌ای است که بین دو سهمی $y = x^2$ و $x = y^2$ در جهت مثلثاتی قرار گرفته است.

- (۱) $-\frac{1}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{5}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{1}{5}$

اگر C مرز دوزنقه با رئوس $(1,1)$ و $(1,2)$ و $(2,2)$ و $(2,1)$ باشد که یک بار در جهت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود و $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ ، $\vec{F}(x,y) = (e^{x^2} + y^2, xy + \sin(Lny))$ باشد، کدام است؟ (عمران - نقشه‌برداری - سراسری ۹۴)

- (۱) $\frac{4}{3}$
 (۲) $\frac{5}{3}$
 (۳) $\frac{5}{6}$
 (۴) $\frac{8}{3}$

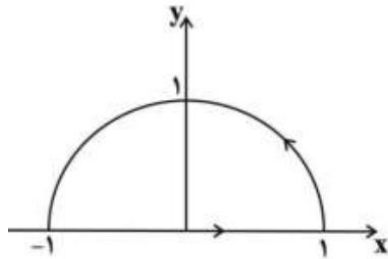
خواجه نصیر

تمرین ۱۲  مطلوبست $\oint_C (y + \tan x^2) dx + (x + xy + \cos y^2) dy$ که در آن C منحنی بسته‌ی

متشکل از منحنی‌های $y = \sin x$ و $y = \cos x$ برای $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ می‌باشد. (خواجه نصیر - خرداد ۹۶)

سوانح و معماری کشتی و نفت - ۹۷

حاصل $\oint_C (2x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy$ کدام است؟ (C منحنی بسته نشان داده شده در شکل زیر است)



- (۱) $\frac{8}{3}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) ۰

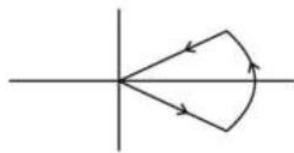
صنایع و مواد و نساجی - ۹۸

اگر c مسیر دایره‌ای شکل $x^2 + y^2 = 2x$ در جهت ساعتگرد باشد، حاصل $\oint_C (y \cos x + 2xe^y + y)dx + (\sin x + x^2e^y + 2y)dy$ کدام است؟

- (۱) π
- (۲) $\frac{\pi}{2}$
- (۳) $-\frac{\pi}{2}$
- (۴) $-\pi$

MBA۹۷

اگر منحنی بسته C مرز قطاعی از دایره $x^2 + y^2 = 1$ باشد که توسط $y = x$ و $x + y = 0$ در ربع اول و چهارم مانند شکل جدا شده و دارای جهت مثلثاتی است، در این صورت $\oint_C (x^2 \sin(x^2) - y^2)dx + (y^2 \cos^2 y - y)dy$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{4^2}(\pi - 2)$
- (۲) $\frac{3}{4}(\pi - 2)$
- (۳) $\frac{3}{4^2}(\pi - 1)$
- (۴) $\frac{3}{4}(\pi - 1)$

مقدار $\oint_C (x^2 + y^2)dx + (2y^2 - x^2)dy$ کدام است؟ (C دایره به مرکز مبدا و شعاع واحد و در جهت

مثلثاتی است.)

(۱) $\frac{3}{2}\pi^2$

(۲) $\frac{3}{2}\pi$

(۳) $-\frac{3}{2}\pi$

(۴) $-\frac{3}{2}\pi^2$

معدن-۹۷

فرض کنید C_1 منحنی $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ در جهت مثلثاتی و C_2 منحنی $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ در جهت عقربه‌های

ساعت باشد. اگر $C = C_1 \cup C_2$ باشد، مقدار $\oint_C -ydx + xdy$ ، کدام است؟

(۱) 8π

(۲) 6π

(۳) 4π

(۴) 10π

فرض کنید c دایره $r = 1 - \cos\theta$ و در جهت مثلثاتی باشد. در این صورت مقدار انتگرال زیر، برابر کدام است؟ (عمران - نقشه‌برداری - سراسری ۹۲)

$$\int_c (x^2 - y)dx + (2x - 2y^2)dy$$

(۴) 6π

(۳) 3π

(۲) -3π

(۱) -6π

خواجه نصیر

مثال ۱۰) مطلوبست محاسبه‌ی $\oint_C y^3 dx - x^3 dy$ که در آن c دایره‌ی $(x-1)^2 + y^2 = 1$ است که

یک‌بار در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود.

مقدار $I = \oint_C (y + \sqrt{9 + \sin x}) dx + (x + \sqrt{7 + \cos y}) dy$ که در آن C منحنی بسته $x^2 + y^2 = 1$ در جهت

مثلثاتی می‌باشد، کدام است؟

- (1) $\frac{\pi}{8}$
 (2) $\frac{\pi}{4}$
 (3) 0
 (4) 2π

حاصل انتگرال $\int_C e^x \cos y dx - e^x \sin y dy$ که در آن C تمام بیضی به معادله $4x^2 + 3y^2 = 4$ باشد، کدام

است؟

- (1) $\frac{3}{2}$
 (2) صفر
 (3) $\frac{3}{4}$
 (4) $\frac{4}{3}$

اگر C دایره‌ای با مرکز $(2, 2)$ و شعاع 1 باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است در این صورت مقدار

$$\oint_C \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

کدام است؟

- (1) -2π
 (2) 0
 (3) π
 (4) 2π

اگر C مرز ناحیه $1 \leq (x-2)^2 + (y-2)^2$ باشد که در جهت مثبت در نظر گرفته شده است، مقدار $\oint_C \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$ کدام است؟

(مهندسی نساجی (تکنولوژی نساجی، شیمی نساجی و علوم الیاف) - سراسری (91)

- (1) 2π (2) π (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) 0

فرض کنید C منحنی بسته‌ی همواری باشد که مبدأ را احاطه کرده است. کدام گزینه در مورد مقدار $\oint_C \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$ صحیح است؟

(تاریخ و فلسفه علم - سراسری (91)

- (1) موجود نیست. (2) صفر است. (3) برابر 2π است. (4) مضرب صحیحی از 2π است.

مقدار انتگرال $\oint_C f\left(\frac{y}{x}\right) \frac{xdy - ydx}{x^2}$ ، کدام است؟ (C دایره

$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ در جهت مثلثاتی و f تابعی مشتق پذیر است.)

- (۱) -2π (۲) \circ
 (۳) π (۴) 2π

مقدار $\oint_C 2 \operatorname{Arctg} \frac{y}{x} dx + \ln(x^2 + y^2) dy$ که در آن C خم $(x-2)^2 + y^2 = 1$ در جهت مثبت دایره مثلثاتی

است، کدام است؟

- (۱) $-\pi$
 (۲) \circ
 (۳) π^2
 (۴) π

فرض کنید C منحنی $r = 1 + \cos^2 \theta$ باشد که $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ، مقدار $\int_C \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$ کدام است؟

- (۱) -2π
 (۲) \circ
 (۳) ۱
 (۴) 2π

مقدار $\oint_C (e^x \cos y - \frac{2y}{x^2 + y^2}) dx + (\frac{2x}{x^2 + y^2} - e^x \sin y) dy$ روی خم

$x^2 + y^2 = 1$ و در جهت مثلثاتی جهت دار شده، کدام است؟

- (۱) π
 (۲) 2π
 (۳) 4π
 (۴) 8π

فرض کنید γ مرز دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع R در جهت خلاف عقربه‌های ساعت (جهت مثبت) است. اگر $\vec{F} = (F_1, F_2)$ میدان برداری باشد

(علوم کامپیوتر - سراسری ۹۱)

که $F_1 = \frac{-y}{x^2 + y^2} - 2y + e^{x^2}$ و $F_2 = \frac{x}{x^2 + y^2} + x + tgy^2$ ، در این صورت $\oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟

- (۱) 2π
 (۲) $\pi(R^2 + 1)$
 (۳) $\pi(2R^2 + 2)$
 (۴) $\pi(2R^2 + 2)$

صنایع-۹۵

مقدار $\int_C \frac{x^5 + x^2 y^2 - 3y}{x^2 + y^2} dx + \frac{y x^2 + y^2 + 3x}{x^2 + y^2} dy$ ، کدام است؟ هرگاه C منحنی $x^2 + y^2 = 1$ در جهت

مثلثاتی باشد.

- (۱) π
 (۲) 2π
 (۳) 4π
 (۴) 6π

اگر $\vec{F} = (y-x)\vec{i} + (y+x)\vec{j}$ باشد، مقدار $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ بر روی منحنی $y = x^2$ از $x=0$ تا $x=1$ و سپس بر

(c)

منحنی $y = \frac{1}{x}$ از $x=1$ تا $x=2$ کدام است؟

$$\frac{-9}{8} \quad (2)$$

$$\frac{7}{8} \quad (4)$$

$$\frac{-7}{8} \quad (1)$$

$$\frac{9}{8} \quad (3)$$

صنایع و عمران-97

اگر $\vec{F} = 3xy\vec{i} - y^2\vec{j}$ و C قسمتی از سهمی $y = 2x^2$ از $(0,0)$ تا $(1,2)$ باشد، حاصل $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟

$$-\frac{25}{6} \quad (1)$$

$$-\frac{7}{6} \quad (2)$$

$$\frac{25}{6} \quad (3)$$

$$\frac{7}{6} \quad (4)$$

خواجه نصیر

تمرین ۲) میدان برداری $\vec{F}(x,y) = (e^x \sin y + x)\vec{i} + (e^x \cos y + \sin y)\vec{j}$ مفروض است. کار انجام شده توسط نیروی \vec{F} را هنگامی که نقطه اثر آن روی سهمی $y = x^2$ از نقطه $A(1,1)$ تا نقطه $B(2,4)$ حرکت کند را محاسبه کنید.

ایمینی-۹۸

کار انجام شده توسط نیروی پایستار:

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(y - \frac{z}{x^2 y}\right) \vec{i} + \left(x - \frac{z}{xy^2}\right) \vec{j} + \left(\frac{1}{xy} + 3z^2\right) \vec{k}$$

از نقطه (۱, ۱, ۱) تا نقطه (۲, ۱, ۰)، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

سوانح-۹۵

اگر C یک منحنی دلخواه از A = (۱, ۲, ۵) به B = (۱, ۱, ۱) باشد، مقدار $\int_C (x+y)dx + (x-z)dy + (z-y)dz$

کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) -۳
(۳) -۴
(۴) بستگی به منحنی دارد.

عمران-۹۱

برای آنکه $\int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ بین هر دو نقطه A و B مستقل از مسیر باشد: $\varphi(z)$ را به دست آورید.

$$\vec{F}(x, y, z) = (xy - \sin z) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} x^2 + e^y \varphi(z)\right) \vec{j} + \left(\frac{e^y}{z} \ln z - x \cos z\right) \vec{k}$$

- (۱) $\ln z + c$
(۲) $\frac{\ln z}{z} + c$
(۳) $\frac{1}{2} (\ln z)^2 + c$
(۴) $z(\ln z - 1) + c$

خواجه نصیر

مثال ۲ تابع برداری $\vec{F} = z^2 \sec^2 x \vec{i} + 2ye^{3z} \vec{j} + (3y^2 e^{3z} + 2z \tan x) \vec{k}$ مفروض است:
کار انجام شده توسط میدان نیروی فوق وقتی که نقطه اثر از $(\frac{\pi}{4}, 0, 1)$ به $(0, 3, 0)$ تغییر مکان دهد را محاسبه کنید.

خواجه نصیر

تمرین ۱ مطلوبست محاسبه‌ی مقدار انتگرال زیر؛

$$\int_C 2xyz^2 dx + (x^2 z^2 + z \cos(yz)) dy + (2x^2 yz + y \cos(yz)) dz$$

روی منحنی $C = \ln(1 + \frac{2t}{\pi}(e-1)) \vec{i} + \frac{\pi}{4} \sin t \vec{j} + (1 + \sin t) \vec{k}$ از $t = 0$ تا $t = \frac{\pi}{2}$

(خواجه نصیر - خرداد ۹۵)

خواجه نصیر

مثال ۳ مقدار انتگرال $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2 dx + \frac{z^2}{y} dy + 2z \ln y dz$ را بیابید.

خواجه نصیر

مثال ۴ مقدار کار انجام شده $(\int \vec{F} \cdot d\vec{r})$ توسط میدان
 $\vec{F} = \sin y \vec{i} + (x \cos y + \cos z) \vec{j} - y \sin z \vec{k}$ روی مسیری به معادله
 $r(t) = (\sin t, \cos t, 2t)$ ، $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ را بیابید.

فرض کنید $F(x, y, z) = (2xy^2 + 3x^2, 2yx^2, 1)$ و C منحنی $r(t) = (t^3, \sin^5(\frac{\pi t}{2}), t)$ که $0 \leq t \leq 1$ باشد.

مقدار انتگرال تابع F بر منحنی C یعنی $\int_C F \cdot dr$ کدام است؟

○ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

معماری کشتی و نفت - ۹۸

کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ در طول مارپیچ $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t\vec{k}$ در

بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) صفر

۱۸π (۲)

۹π^۲ (۳)

۱۸π^۲ (۴)

MBA97

فرض کنید C منحنی $r(t) = (t^3 + \sin(\pi t), t^3 + \sin(\pi t^2), t + \sin(\pi t^3))$ است که $0 \leq t \leq 1$ ، مقدار

$\int_C 3x^2 dx + 2yz dy + y^2 dz$ کدام است؟

○ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

نساجی - ۹۵

فرض کنید C منحنی $\alpha(t) = ((1-t)\cos t, t^2 + 1, 2t + 1)$ که $0 \leq t \leq 1$ باشد.

اگر $F(x, y, z) = (2x + z, z, y + x)$ باشد، مقدار $\int_C F \cdot dr$ کدام است؟

-۱ (۱)

○ (۲)

۱ (۳)

۳ (۴)

فیزیک دریا-۹۶

کار انجام شده توسط یک نقطه متحرک که تحت نیروی $\vec{F} = 3xy\vec{i} - 5z\vec{j} + 10x\vec{k}$ در طول منحنی به معادلات پارامتری $x = t^2 + 1$, $y = 2t^2$, $z = t^3$ به حرکت در می‌آید و از نقطه متناظر با $t = 0$ به نقطه متناظر با $t = 3$ تغییر مکان می‌دهد، کدام است؟

(۱) ۲۲۷۷

(۲) ۲۴۵۷

(۳) ۲۶۰۲

(۴) ۳۰۳۰

مواد-۹۶

اگر منحنی c توسط $x = t, y = \sin t, z = \cos t$ در فاصله $[0, \pi]$ پارامتری شده باشد و

$\vec{F}(x, y, z) = (z, xy, xz)$ ، آنگاه مقدار $\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{\Delta}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{4}$

مواد-۹۴

جسمی تحت اثر نیروی $\vec{F} = -yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ روی مارپیج $\vec{r} = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + t\vec{k}$ به سمت بالا حرکت می‌نماید. کار انجام شده توسط نیروی \vec{F} ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{\pi}$

(۲) $\sqrt{2\pi}$

(۴) $2\pi^2$

(۳) 2π

سوانح و MBA-۹۶

هرگاه $r(t) = e^t\vec{i} + e^t\vec{j} + 2\vec{k}$, $0 \leq t \leq 1$, $F(x, y, z) = ye^{xy}\vec{i} + xe^{xy}\vec{j} + \cosh xy\vec{k}$ باشد، انتگرال

$\int_C F \cdot dr$ ، چقدر است؟

(۲) $e^{e^2} - 1$

(۴) $e^e - 1$

(۱) $e^{e^2} - e$

(۳) $e^e - e$

فرض کنید منحنی C دارای پارامتری $R(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, \cos t + 4)$ باشد که $0 \leq t \leq 2\pi$ و

مقدار $\int_C F \cdot dR$ مقدار $F(x, y, z) = (z^2 + e^z, 4x, e^{z^2} \cos^2 z)$ کدام است؟

(۱) $\frac{29\pi}{2}$

(۲) 15π

(۳) $\frac{31\pi}{2}$

(۴) 16π

فیزیک دریا-۹۸

اگر منحنی C توسط $r(t) = (\cos t, \sin 2t, \cos 2t); t \in [0, 2\pi]$ توصیف شده و

مقدار $\int_C F \cdot dr$ باشد. آنگاه $F(x, y, z) = (e^{x^2}, \frac{yz}{y^2+z^2}, \frac{-3y}{y^2+z^2})$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) 5π

(۳) 8π

(۴) 12π

مقدار $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ ، کدام است؟ اگر $F = (e^{x^2} + y, \sin y^2 - z, z^5 - 2x)$ و C ، منحنی فصل مشترک استوانه

$x^2 + y^2 = 2$ و صفحه $3x + 3y + z = 4$ باشد، که در جهت مثلثاتی طی شده است.

(۱) 2π

(۲) 4π

(۳) 8π

(۴) 16π

اگر $\vec{F} = \langle xz, xy, 3xz \rangle$ و c مرز بخشی از صفحه $2x + y + z = 2$ در یک هشتم اول و در جهت عکس حرکت عقربه‌های ساعت وقتی از بالا مشاهده می‌شود پیموده شده باشد، مقدار انتگرال $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟ (مهندسی نساجی - سراسری ۹۴)

(۱) -3 (۲) 2 (۳) -1 (۴) 3

MBA۹۷

فرض کنید S بخشی از رویه $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ باشد که بالای رویه $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ قرار دارد و C مرز این ناحیه باشد که با جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است هرگاه از بالا به منحنی C نگاه کنیم، مقدار $\oint_C z dx + x dy + y dz$ کدام است؟

(۱) 0

(۲) π

(۳) 2π

(۴) 4π

MBA۹۶

اگر C اشتراک نیم کره $x^2 + y^2 + z^2 = 6x$ ، $z > 0$ ، و استوانه $x^2 + y^2 = 4x$ باشد، مقدار $\oint_C (y^2 + z^2) dx + (z^2 + x^2) dy + (x^2 + y^2) dz$ برابر کدام گزینه است؟ (جهت C به گونه‌ای است که جهت حرکت تصویر آن روی صفحه xy در جهت مثلثاتی است.)

(۱) 36π

(۲) 24π

(۳) 18π

(۴) 12π

ریاضی-۹۸

فرض کنید C منحنی فصل مشترک استوانه $x^2 + y^2 = 1$ و صفحه $z = y + 1$ در جهت راستگرد باشد. مقدار $\oint_C (4zdx - 2xdy + 2xdz)$ کدام است؟

(۱) 4π

(۲) $-2\sqrt{2}\pi$

(۳) -4π

(۴) $2\sqrt{2}\pi$

ریاضی-۹۷

اگر C منحنی فصل مشترک رویه‌های $x + y = 2a$ و $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2ay = 0$ در جهت راستگرد. مقدار $\oint_C ydx + zdy + xdz$ کدام است؟

(۱) $-2\sqrt{2}\pi a^2$

(۲) $-\sqrt{2}\pi a^2$

(۳) $\sqrt{2}\pi a^2$

(۴) $2\sqrt{2}\pi a^2$

صنایع-۹۷

اگر $\vec{F} = y^2\vec{i} + x^2\vec{j} - (x+z)\vec{k}$ و c پیرامون مثلثی با رئوس $(0,0,0)$ ، $(1,0,0)$ و $(1,1,0)$ باشد. حاصل $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$

کدام است؟ (جهت c پادساعت‌گرد است)

(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{5}{3}$

رویة s قسمتی از کره $x^2 + y^2 + (z - \sqrt{3})^2 = 4$ می باشد که در بالای صفحه $z = 0$ قرار دارد. انتگرال $\iint_s (\nabla \times \vec{F}) \cdot \vec{n} \, ds$ کدام است؟ \vec{n} بردار عمود بر s و به طرف بیرون سطح کروی بوده و \vec{F} به صورت $\vec{F}(x, y, z) = (xe^{z^2 - 2z}, \frac{1}{x} + y + \sin xyz, e^{z^2} \sin z^2)$ می باشد.

(۱) صفر

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) π

(۴) 2π

فرض کنیم C مرز یک مستطیل با رئوس $(0, 0, 0), (0, 3, 3), (1, 3, 3), (1, 0, 0)$ بوده و \vec{F} تابع برداری به صورت $\vec{F}(x, y, z) = x^2 \vec{i} + 4xy^2 \vec{j} + y^2 x \vec{k}$ باشد. آن گاه $\left| \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} \right|$ کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۶۰

(۳) ۹۰

(۴) ۱۲۰

فرض کنید منحنی C مستطیلی است که با شروع از $(0, 0, 0)$ به $(1, 0, 0)$ و سپس به ترتیب به $(1, 1, 1)$ و $(0, 1, 1)$ رسم شده است. مقدار $\oint_C (\sin(x^2) + x^2) dx + (xy^2 + y^2) dy + (xz^2 + \cos(z^2)) dz$ کدام است؟ (معدن - سراسری ۹۶)

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{4}$

مقدار $\oint_C z dx + x dy + y dz$ ، که در آن C منحنی $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ می باشد، کدام است؟ (جهت C به گونه ای است که وقتی از مبدا به آن نگاه شود، ساعتگرد است.)

(۱) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$

(۲) $2\pi\sqrt{3}$

(۳) $\frac{2\pi}{3}$

(۴) 2π

اگر خم C از تلاقی رویه S_1 با معادله $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ و رویه S_2 به معادله $x^2 + y^2 = 2y$ در جهت راستگرد حاصل شود، مقدار $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ برای $\vec{F} = (xz)\vec{i} + (xyz + x^2)\vec{j} + y^2\vec{k}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{\pi}{2}$
(۳) π
(۴) 2π

معماری کشتی و نفت-۹۸

اگر میدان برداری $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, \sin(\sqrt{z^2 + 1}))$ بر سطح محصور به رویه $z = 9 - x^2 - y^2$ بالای صفحه xy بگذرد، مقدار $\iint_S \text{curl } \vec{F} \cdot d\vec{S}$ ، کدام است؟

- (۱) 9π
(۲) 18π
(۳) 36π
(۴) 72π

مواد-۹۴

اگر مثلث C با رئوس $(1, 0, 0)$ ، $(0, 1, 0)$ ، $(0, 0, 1)$ ، از نقطه $(1, 1, 1)$ در جهت عقربه ساعت دیده شود، آنگاه مقدار انتگرال $\oint_C xydx + yzdy + zxdz$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(۴) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$