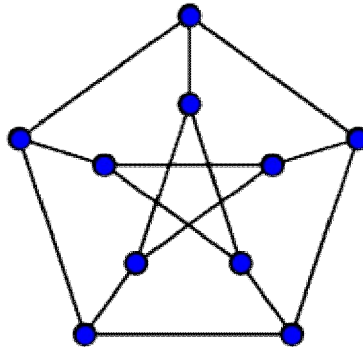


به نام خدا

جلسه اول نظریه گراف - تمرین - 12 مهر



شکل 1. گراف پترسن (Petersen)*

1 - ثابت کنید گراف پترسن دور به طول 7 ندارد.

2- گراف O_k را به این صورت تعریف می کنیم: به ازای هر زیر مجموعه k عضوی از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 2k+1\}$ یک راس داریم. دو راس u و v به هم یال دارند اگر و تنها اگر دو زیر مجموعه u و v متناظر به آنها جدا از هم باشند (یعنی هیچ اشتراکی نداشته باشند).

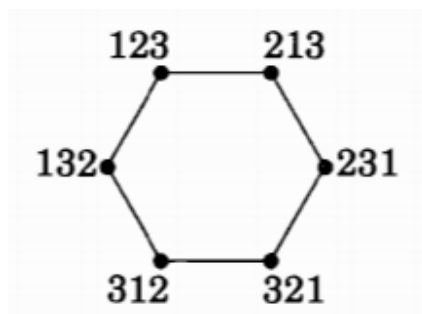
طبق تعریف O_2 ، گراف پترسن است. (چرا؟)

ثابت کنید به ازای $k \geq 3$ ، طول کوچک ترین دور O_k دقیقاً 6 است.

* صفحه‌ی ویکی‌پدیا رو در مورد «گراف پترسن» مطالعه کنید.

3- گراف G_n را به این صورت تعریف می کنیم: هر راس از G_n یک جایگشت از اعداد 1 تا n است. دو راس u و v مجاور هستند اگر و تنها اگر جایگشت های متناظر به آنها با عوض کردن دو عضو مجاور در یکی به هم تبدیل شوند.

برای مثال گراف G_3 در شکل 2 نشان داده شده.



ثابت کنید به ازای هر n طبیعی، G_n همبند است.

| | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| اسرار همه جهان توانی دیدن | می پنداری که جان توانی دیدن |
| کوری خود آن زمان توانی دیدن | هر گاه که بینش تو گردد به کمال |
| با کوه چو سنگ در کمر خواهی بود | هر گه که تو طالب گهر خواهی بود |
| در نقطه کنه کورتر خواهی بود | هر چند که دیده تیزتر خواهی یافت |
| بگذر ز جهان که بیخ آن در جان است | آن نقطه که کیمیای دولت آن است |
| اول بیقین بدان که نتوان دانست | خواهی که تو آن پرده بدانی به یقین |
| قومی ز خیال سرنگون افتادند | قومی زمحال در جنون افتادند |
| هر یک به رهی دگر برون افتادند | از پرده غیب هیچ کس آگه نیست |

مختار نامه عطار / باب یازدهم

** سوالات مطرح شده و حل نشده در کلاس رو هم تا هفته ی آینده حل کنید.

*** سوالات این تمرین از کتاب «Introduction to Graph Theory, Douglas B. West» انتخاب شده است.

به ترتیب 1.1.25 – 1.1.28 – 1.2.17