

## ریاضی و آمار (۱)

چند اتحاد جبری و کاربردها  
عبارت‌های گویا / معادله و مسائل توصیفی  
فصل (۱) درس (۱) تا پایان درس (۲) و  
فصل (۲) درس (۱)  
صنعتی ۳۴۵  
وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

۶۱- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \frac{3a^2 - 6ab}{2a} \times \frac{8a}{6a - 12b}$$

(۱) a  
(۲) 2a  
(۳) 3a  
(۴) 4a

۶۲- عرض مستطیلی، ثلث طول آن است. اگر محیط مستطیل ۲۴ واحد باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

(۱) ۲۶  
(۲) ۲۷  
(۳) ۳۰  
(۴) ۳۴

۶۳- در ساده شده عبارت  $(x + 2y)^4$  مجموع ضرایب عبارت جبری کدام است؟

(۱) ۳۲  
(۲) ۸۱  
(۳) ۲۴۳  
(۴) ۱۲۸

۶۴- در مربعی که قطر آن  $2\sqrt{5}$  می‌باشد، نسبت عدد مساحت به عدد محیط آن کدام است؟

(۱)  $\frac{25}{\sqrt{10}}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{10}}{4}$   
(۳)  $\frac{5}{\sqrt{10}}$   
(۴)  $\frac{50}{\sqrt{10}}$

۶۵- حاصل عبارت  $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)}$  کدام است؟

(۱)  $x - 2$   
(۲)  $\frac{1}{x - 2}$   
(۳)  $\frac{1}{x + 2}$   
(۴)  $x + 2$

۶۶- در تجزیه عبارت  $x^{10} - 64x^4$  کدام عامل وجود ندارد؟

(۱)  $x^2 + 2x + 4$   
(۲)  $x^2 - 2x - 4$   
(۳)  $x^4$   
(۴)  $x - 2$

۶۷- فرید تعدادی شکلات داشت که نیمی را به برادرش و نیمی از بقیه‌اش را به دوستش و سپس نیمی از باقی‌مانده را به مادرش داد و ۵ شکلات برای خودش باقی ماند. فرید در ابتدا چند شکلات داشته است؟

(۱) ۲۰  
(۲) ۳۰  
(۳) ۴۰  
(۴) ۵۰

۶۸- حاصل عبارت  $\frac{2y}{x^2 - y^2} - \frac{2}{x - y} + \frac{1}{x + y}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{y + x}$   
(۲)  $\frac{1}{x - y}$   
(۳)  $\frac{1}{y - x}$   
(۴)  $\frac{-1}{y + x}$

۶۹- حاصل عبارت  $\frac{x-3}{x^2-x-6} - \frac{x-1}{x^2-1}$  را به صورت  $\frac{-1}{A}$  در نظر می‌گیریم. حاصل  $(A + x + 2)$  بر حسب  $x$  کدام است؟

(۱)  $(x-1)^2$   
(۲)  $(x-2)^2$   
(۳)  $(x+1)^2$   
(۴)  $(x+2)^2$

۷۰- عبارت گویای  $\frac{-x^2 + 3}{x^2 + kx + 2m}$  به ازای  $R - \{1, 2\}$  تعریف شده است. عبارت  $\frac{1}{mx - k}$  به ازای چه مقدار از  $x$  تعریف نشده است؟

(۱) ۳  
(۲) -۳  
(۳) ۴  
(۴) -۴

آزمون گواه (شاهد)

پاسخ دادن به این سؤالات اجباری است و در تراز کل شما تأثیر دارد.

۷۱- حاصل عبارت  $(4x^2 - 6x + 9)(2x + 3)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{-3}$  چه قدر است؟

- (۱)  $-\sqrt[3]{-3}$  (۲)  $-3$  (۳)  $3\sqrt[3]{-3}$  (۴)  $3$

۷۲- در تجزیه عبارت  $a(a-3)(a-4) - 12a + 36$  کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱)  $a-6$  (۲)  $a-3$  (۳)  $a-2$  (۴)  $a+2$

۷۳- عبارت گویای  $\frac{3x^2 + x}{x^2 - 9}$  به ازای کدام مقادیر برای  $x$  تعریف نشده است؟

- (۱)  $\{-2, 2\}$  (۲)  $\{-3, 3\}$  (۳)  $\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$  (۴)  $\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$

۷۴- حاصل عبارت  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2x+1}{x^2+x}$  (۲)  $\frac{1}{x^2+x}$  (۳)  $\frac{1}{x^2-x}$  (۴)  $\frac{2x-1}{x^2+x}$

۷۵- حاصل عبارت تعریف شده  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} + \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 4x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{x+2}{x-2}$  (۲)  $\frac{2x+2}{x-1}$  (۳)  $\frac{x}{2}$  (۴)  $2$

۷۶- خلاصه شده عبارت  $\left(x+3+\frac{4}{x-2}\right) \div \left(2+\frac{2}{x-2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}x-2$  (۲)  $\frac{1}{2}x+1$  (۳)  $\frac{1}{2}x+2$  (۴)  $x+\frac{1}{2}$

۷۷- ساده شده عبارت  $\frac{x-3}{x^2-9} + \frac{x+7}{x^2+10x+21}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{x+3}$  (۲)  $\frac{1}{2}(x-3)$  (۳)  $\frac{x-3}{x+3}$  (۴)  $\frac{x+3}{x-7}$

۷۸-  $\frac{5}{7}$  عددی به اضافه ۱۸، دو برابر آن عدد است. آن عدد کدام است؟

- (۱)  $14$  (۲)  $21$  (۳)  $28$  (۴)  $36$

۷۹- در قلکی، تعدادی سکه ۵، ۱۰ و ۲۵ تومانی وجود دارد. اگر تعداد هر سه نوع سکه با هم مساوی و در مجموع، ۲۴۰ تومان در قلک باشد،

تعداد سکه‌های ۱۰ تومانی موجود در قلک، کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $6$  (۴)  $10$

۸۰- اکنون پدر علی ۴۰ ساله است و سن او ۵ برابر سن علی به علاوه ۵ سال است. وقتی علی ۲۰ ساله شود، پدر او چند ساله خواهد شد؟

- (۱)  $51$  (۲)  $52$  (۳)  $53$  (۴)  $54$

ریاضی و آمار (۱)

۶۱-

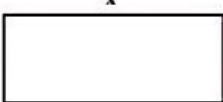
(معلم بگیرایی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

$$A = \frac{2a(a-2b)}{2a} \times \frac{8a}{6(a-2b)} = \frac{24a}{12} = 2a$$

۶۲-

(امیر زرانروز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ و ۳۳)

اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب با  $x$  و  $y$  نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$y = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3y$$


عرض  $x + y = 24 \Rightarrow (x + y) \times 2 = 24 \Rightarrow 2y + y = 12 \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4$

طول  $x = 3y = 3 \times 4 = 12$

$\Rightarrow$  مساحت مستطیل  $= xy = 12 \times 4 = 48$

۶۳-

(فرزاد روشنی، چند اتحاد جبری و کاربرد آنها، صفحه‌ی ۱۳ و ۱۳)

برای به دست آوردن مجموع ضرایب، کافی است به جای  $x$  و  $y$  عدد یک قرار دهیم:

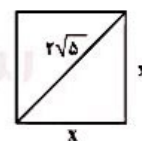
$$x = y = 1 \Rightarrow (1 + 2)^6 = 3^6 = 81$$

البته دقت کنید که مجموع ضرایب را با استفاده از مثلث خیام نیز می‌توان به دست آورد.

۶۴-

(فرزاد روشنی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ و ۳۳)

اگر طول ضلع مربع را  $x$  فرض کنیم، داریم:



طبق رابطه فیثاغورث داریم:

$$x^2 + x^2 = (x\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$\frac{S}{P} = \frac{x^2}{4x} = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

۶۵-

(عمید زرین‌کفش، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

ابتدا عبارت‌های صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم، سپس آن‌ها را با هم ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^2 + 2x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} = \frac{x(x^2 + 2x + 2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x-2}$$

۶۶-

(امیر زرانروز، چند اتحاد جبری و کاربرد آنها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۶)

$$x^{10} - 64x^4 = x^4(x^6 - 64) = x^4(x^3 - 8)(x^3 + 8)$$

اتحاد مجموع و تفاضل مکعب دوجمله‌ای اتحاد مزدوج فاکتورگیری از  $x^4$

$$= x^4(x-2)(x^2+2x+4)(x+2)(x^2-2x+4)$$

واضح است که فقط عامل  $(x^2 - 2x + 4)$  در تجزیه شده عبارت اصلی، وجود ندارد.

توجه کنید که برای تجزیه عبارت  $(x^6 - 64)$  می‌توانستید ابتدا از اتحاد تفاضل

مکعب دوجمله‌ای استفاده کنید:

$$x^6 - 64 = (x^2)^3 - 2^3 = (x^2 - 2)((x^2)^2 + 2x^2 + 16)$$

اتحاد مزدوج

$$= (x-2)(x+2)(x^2 + 2x^2 + 16)$$

۶۷-

(فرزاد روشنی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ و ۳۳)

اگر تعداد کل شکلات‌ها را  $x$  در نظر بگیریم، فرید  $\frac{x}{4}$  را به برادرش و

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{x}{4}\right) = \frac{x}{16}$$

را به دوستش و  $\frac{1}{4} \times \left(\frac{x}{4}\right) = \frac{x}{16}$  را به مادرش داد و ۵ شکلات برای

خودش باقی مانده است، لذا داریم:

$$x - \left(\frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4}\right) = 5$$

$$\Rightarrow x - \left(\frac{3x}{4}\right) = 5 \Rightarrow x - \frac{3x}{4} = 5 \Rightarrow \frac{1}{4}x = 5 \Rightarrow x = 20$$

۶۸-

(عمید زرین‌کفش، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۳)

$$\frac{xy}{x^2 - y^2} - \frac{2}{x-y} + \frac{1}{x+y} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک } (x-y)(x+y)}$$

$$\frac{xy}{(x-y)(x+y)} - \frac{2(x+y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{x-y}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{xy - 2(x+y) + x-y}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy - 2x - 2y + x - y}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{-x-y}{(x-y)(x+y)} = \frac{-(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{1}{y-x}$$



-۶۹

(امیر زراندوز، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۳)

$$\begin{aligned} \text{عبارت} &= \frac{x-3}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{(x+1) - (x+2)}{(x+2)(x+1)} = \frac{-1}{(x+2)(x+1)} = \frac{-1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{-1}{A} \\ \Rightarrow A &= x^2 + 3x + 2 \Rightarrow A + x + 2 = x^2 + 3x + 2 + x + 2 \\ &= x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \end{aligned}$$

-۷۰

(امیر زراندوز، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹)

اعداد ۲ و ۱ ریشه‌های مخرج کسر  $\frac{-x^2+2}{x^2+kx+2m}$  هستند، لذا:

$$x^2 + kx + 2m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow 1+k+2m=0 & (1) \\ x=2 \rightarrow 4+2k+2m=0 \rightarrow 2+k+m=0 & (2) \end{cases}$$

حالا باید یک دستگاه دو معادله و دو مجهول را حل کنیم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} k+2m=-1 \\ k+m=-2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -k-2m=1 \\ k+m=-2 \end{cases} \\ -m &= -1 \Rightarrow m=1 \Rightarrow k+1=-2 \Rightarrow k=-3 \end{aligned}$$

حالا مخرج کسر دوم را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مقدار  $x$  پیدا شود:

$$mx - k = 0 \Rightarrow 1x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

ریاضی و آمار (۱) (نهاد «گناه»)

-۷۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۵ کتاب درسی)

با استفاده از اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای داریم:

$$\begin{aligned} (2x+3)(4x^2-6x+9) &= (2x)^3 + (3)^3 \\ &= 8x^3 + 27 - \frac{x=\sqrt[3]{-27}}{x=\sqrt[3]{-3}} \rightarrow 8(\sqrt[3]{-27})^3 + 27 \\ &= 8 \times (-3) + 27 = -24 + 27 = 3 \end{aligned}$$

-۷۲

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۶ کتاب درسی)

با فاکتورگیری عامل  $(a-3)$  و استفاده از اتحاد جمله مشترک عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a(a-3)(a-4) - 12a + 36 &= a(a-3)(a-4) - 12(a-3) \\ &= (a-3)(a(a-4) - 12) = (a-3)(a^2 - 4a - 12) \\ &= (a-3)(a^2 + (2-6)a + (2)(-6)) = (a-3)(a+2)(a-6) \end{aligned}$$

-۷۳

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

عبارت گویا به‌ازای مقادیری از  $x$  که مخرج کسر برابر صفر می‌شود، تعریف نشده است.

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-3 \end{cases}$$

-۷۴

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۲۱ و ۲۳ کتاب درسی)

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{(x+1) - x}{x(x+1)} = \frac{x+1-x}{x^2+x} = \frac{1}{x^2+x}$$

-۷۵

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰ کتاب درسی)

ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و سپس عبارت را با استفاده از اتحاد جمله مشترک و فاکتورگیری ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} + \frac{x^2+x-2}{2x^2+4x} &= \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} \times \frac{2x^2+4x}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)} \times \frac{2x(x+2)}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

-۷۶

(کتاب آبی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۳ کتاب درسی)

ابتدا حاصل داخل هر پرانتز را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} x+3 + \frac{4}{x-2} &= \frac{(x+3)(x-2)}{x-2} + \frac{4}{x-2} = \frac{x^2+x-6}{x-2} + \frac{4}{x-2} \\ &= \frac{x^2+x-6+4}{x-2} = \frac{x^2+x-2}{x-2} = \frac{(x+2)(x-1)}{x-2} \\ 2 + \frac{2}{x-2} &= \frac{2(x-2)}{x-2} + \frac{2}{x-2} = \frac{2x-4}{x-2} + \frac{2}{x-2} = \frac{2x-4+2}{x-2} \\ &= \frac{2x-2}{x-2} = \frac{2(x-1)}{x-2} \end{aligned}$$

حال تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \left(x+3 + \frac{4}{x-2}\right) + \left(2 + \frac{2}{x-2}\right) &= \frac{(x+2)(x-1)}{x-2} + \frac{2(x-1)}{x-2} = \frac{(x+2)(x-1)}{x-2} \times \frac{x-2}{2(x-1)} \\ &= \frac{x+2}{2} = \frac{x}{2} + 1 \end{aligned}$$



اقتصاد

۷۷-

(کتاب آبی، عبارات‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴ کتاب درسی)

ابتدا هر یک از کسرها را ساده‌تر می‌کنیم و سپس عبارات‌ها را با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$\frac{x-3}{x^2-9} + \frac{x+7}{x^2+10x+21} = \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} + \frac{x+7}{(x+3)(x+7)}$$

$$= \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} = \frac{2}{x+3}$$

۷۸-

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴ کتاب درسی)

اگر عدد موردنظر را  $x$  در نظر بگیریم، عدد موردنظر به اضافه ۱۸ معادل  $18 + \frac{5}{y}x$  که مساوی دو برابر آن عدد یعنی  $2x$  می‌باشد. داریم:

$$\frac{5}{y}x + 18 = 2x \Rightarrow 2x - \frac{5}{y}x = 18 \Rightarrow \frac{14x}{y} - \frac{5x}{y} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{14x - 5x}{y} = 18 \Rightarrow \frac{9x}{y} = 18 \Rightarrow x = \frac{y \times 18}{9} = 14$$

۷۹-

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴ کتاب درسی)

ابتدا فرض می‌کنیم تعداد هر کدام از سکه‌ها  $x$  باشد. دقت کنید در صورت سؤال گفته شده تعداد هر سه نوع سکه با هم مساوی است.

$$5x + 10x + 25x = 240 \Rightarrow 40x = 240 \Rightarrow x = \frac{240}{40} = 6$$

پس تعداد هر کدام از سکه‌ها ۶ می‌باشد. پس تعداد سکه‌های ۱۰ تومانی، ۶ عدد می‌باشد.

۸۰-

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴ کتاب درسی)

اگر سن علی را برابر  $x$  فرض کنیم، ۵ برابر سن علی به علاوه ۵ معادل  $5x + 5$  می‌شود که برابر ۴۰ است.

ابتدا سن علی  $x$  را می‌یابیم:

$$5x + 5 = 40 \Rightarrow 5x = 40 - 5 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = \frac{35}{5} = 7$$

حال هنگامی که علی ۲۰ ساله می‌شود یعنی ۱۳ سال به سن کنونی او اضافه می‌شود. پس به سن پدر علی نیز ۱۳ سال اضافه می‌شود؛ پس سن پدر او  $40 + 13 = 53$  سال می‌شود.

۸۱-

(الهام میرزائی، تولید، صفحه‌ی ۲۵)

بی‌تردید انگیزه بسیاری از تولیدکنندگان کالاها و خدمات، برطرف کردن نیازهای خود و خانواده و تأمین منافع شخصی است. با رشد بیشتر عقلی، افراد به منافع ملی و اجتماعی نیز می‌اندیشند و اهداف والاتری را نیز دنبال می‌کنند بنابراین انگیزه بیش‌تر انسان‌ها در فعالیتهای روزمره خود، کسب روزی حلال، خدمت به هموعان و آبادانی و موفقیت کشور است که «عبادت» تلقی می‌شود.

۸۲-

(الهام میرزائی، بازار، صفحه‌ی ۳۲ و ۳۳)

در قیمت‌های پایین، مقدار تقاضا بیش‌تر و در قیمت‌های بالا، مقدار تقاضا کم‌تر است. در قیمت ۱۰۰ هزار ریال (نقطه B) مقدار تقاضا ۴۰۰ کیلوگرم و در قیمت ۲۰۰ هزار ریال (نقطه A) مقدار تقاضا ۲۰۰ کیلوگرم است. نزولی بودن منحنی تقاضا به این معناست که با افزایش قیمت یک کالا، مقدار تقاضای آن کاهش می‌یابد و در مقابل با کاهش قیمت، مقدار تقاضا افزایش می‌یابد.

۸۳-

(الهام میرزائی، تولید، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

نقش عوامل انسانی در جریان تولید بی‌بدیل و بسیار مهم است. سرمایه فیزیکی در واقع حاصل کار گذشته انسان‌هاست. انسان به عنوان برترین عامل تولید است؛ زیرا وظیفه ترکیب سایر عوامل تولید را برعهده دارد.

۸۴-

(مهدی گاردان، بازار، صفحه‌ی ۳۳ و ۳۴)

منحنی عرضه نشان‌دهنده چگونگی رفتار اقتصادی تولیدکنندگان است و این منحنی از چپ به راست صعودی است.

۸۵-

(الهام میرزائی، تولید، صفحه‌ی ۲۵ و ۲۶)

تشریح عبارتهای نادرست:

الف) تولیدکنندگان کالاهای مختلف به نهاده‌های متفاوتی نیاز دارند.

ت) مواد خامی که از معادن استخراج می‌شود، جزء منابع طبیعی محسوب می‌شود.