

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۹۷/۰۸/۲۵



آزمون اختصاصی پایه دوازدهم انسانی دوره دوم متوسطه

602/B



نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم انسانی. تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	مدت پاسخگویی
			از	تا		
۱	ریاضیات	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	اجباری	۳۰ دقیقه
			۱۱۶	۱۲۵	زوج کتاب	
			۱۲۶	۱۳۵	زوج کتاب	
۲	اقتصاد	۱۰	۱۳۶	۱۴۵	اجباری	۱۰ دقیقه
۳	علوم و فنون ادبی	۱۵	۱۴۶	۱۶۰	اجباری	۲۵ دقیقه
			۱۶۱	۱۷۰	زوج کتاب	
			۱۷۱	۱۸۰	زوج کتاب	
۴	زبان عربی (اختصاصی)	۱۰	۱۸۱	۱۹۰	اجباری	۱۰ دقیقه
۵	تاریخ	۱۰	۱۹۱	۲۰۰	اجباری	۲۰ دقیقه
			۲۰۱	۲۱۰	زوج کتاب	
			۲۱۱	۲۲۰	زوج کتاب	
۶	جغرافیا	۱۰	۲۲۱	۲۳۰	اجباری	۲۰ دقیقه
			۲۳۱	۲۴۰	زوج کتاب	
			۲۴۱	۲۵۰	زوج کتاب	
۷	جامعه‌شناسی	۱۰	۲۵۱	۲۶۰	اجباری	۳۰ دقیقه
			۲۶۱	۲۷۰	اجباری	
			۲۷۱	۲۸۰	اجباری	
۸	فلسفه و منطق	۱۰	۲۸۱	۲۹۰	اجباری	۳۰ دقیقه
			۲۹۱	۳۰۰	اجباری	
			۳۰۱	۳۱۰	اجباری	
۹	روان‌شناسی	۱۰	۳۱۱	۳۲۰	اجباری	۱۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سؤالات آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.





DriQ.com

ریاضیات

602B

۱۰۱- در پرتاب همزمان یک تاس و یک سکه اگر A پیشامد آن که تاس عدد ۵ یا سکه پشت بیاید و B پیشامد آن که تاس عددی زوج باشد، آن گاه پیشامد $A - B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۰۲- درون کیسه‌ای ۶ مهره قرمز متمایز و ۴ مهره آبی متمایز قرار دارد. ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره قرمز و یک مهره آبی انتخاب می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{8}$

۱۰۳- با ارقام ۳، ۴، ۶، ۷ و ۸ چند عدد پنج‌رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به طوری که رقم‌های فرد کنار هم نباشند؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۸۶

۱۰۴- از بین تمام جایگشت‌های ساخته‌شده با حروف کلمه «گلستان»، کلمه‌ای به تصادف انتخاب شده است. با کدام احتمال این کلمه با حرف نقطه‌دار شروع می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۰۵- از بین اعداد ۱ تا ۹ به چند طریق می‌توان سه عدد انتخاب کرد به طوری که یک عدد فرد و دو عدد زوج باشند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۱۰۶- در پرتاب دو تاس، پیشامدی که در آن مجموع دو عدد ظاهرشده برابر ۶ گردد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۰۷- اگر $\binom{n}{4} = \frac{P(n-1, 3)}{3}$ باشد، n کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴) ۱۲

۱۰۸- زهرا، سمانه و محبوبه ۳ دوست هستند. با کدام احتمال فصل تولد آن‌ها متفاوت است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۰۹- مجموعه‌ای دارای ۶۶ زیرمجموعه‌ی دو عضوی است. این مجموع چند زیرمجموعه‌ی سه عضوی دارد؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۶۵ (۴) ۲۲۰

۱۱۰- دانش‌آموزی می‌خواهد به ۵ سؤال از ۸ سؤال یک آزمون پاسخ دهد. اگر او بخواهد از ۳ سؤال اول حتماً به ۲ سؤال پاسخ دهد، این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۶ (۴) ۲۱۰

۱۱۱- از بین ۵ کتاب علمی متمایز و ۲ کتاب ادبی متمایز، به چند طریق می‌توانیم چهار کتاب انتخاب کنیم به طوری که حداکثر یک کتاب ادبی انتخاب شود؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

۱۱۲- در آزمایش پرتاب دو تاس، پیشامدهای A و B به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$A =$ حاصل ضرب اعداد روشده ۴ باشد.

$B =$ اعداد ظاهرشده یکسان باشند.

احتمال وقوع پیشامد $A - B$ چقدر است؟

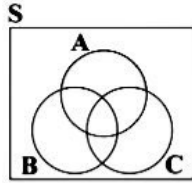
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{18}$

محل انجام محاسبات

۱۱۳- در آزمایش پرتاب یک سکه و یک تاس با کدام احتمال «سکه پشت» یا «تاس عدد مربع کامل» ظاهر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۱۴- اگر A, B, C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، آن‌گاه شکل زیر، معرف کدام پیشامد است؟



602B

(۱) پیشامد $A-B$ رخ دهد.

(۲) پیشامدهای A و B رخ دهند.

(۳) پیشامد A رخ دهد و پیشامدهای B یا C رخ ندهند.

(۴) پیشامد A رخ دهد و $(B-C)$ رخ ندهد.

۱۱۵- اگر فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، پیشامد $A = \{1, 4\}$ و نتیجه‌ی آزمایش $\{4\}$ باشد، آن‌گاه:

(۱) A رخ داده است. (۲) A رخ نداده است. (۳) $\{1\}$ پیشامد نشدنی است. (۴) $\{4\}$ پیشامد حتمی است.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (ریاضی و آمار (۱)، شماره‌ی ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (ریاضی و آمار (۲)، شماره‌ی ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

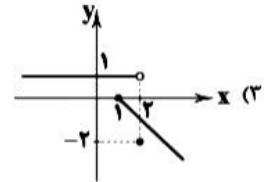
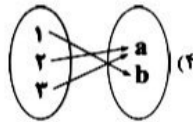
زوج درس ۱

ریاضی و آمار (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- کدام گزینه بیانگر تابع نیست؟

$$\begin{array}{c|ccc} x & 2 & 1 & -2 \\ \hline y & 0 & -1 & 0 \end{array} \quad (۲)$$

$$f = \{(1, -1), (-1, 1), (1, -1)\} \quad (۱)$$



۱۱۷- اگر رأس سهمی $y = 2kx^2 - kx + 1$ روی نیمساز ناحیه‌ی دوم باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) -8 (۲) -12 (۳) 7 (۴) 10

۱۱۸- اگر شیب خط $1 = x + k - (4k-1)y + 3y$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد، آن‌گاه خط از کدام ناحیه‌ی صفحه‌ی مختصات نمی‌گذرد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۱۹- در تابع خطی $f(x)$ اگر $f(2) = -6$ و این تابع از نقطه‌ای به طول -1 واقع بر محور x ها عبور کند، آن‌گاه محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۱) -2 (۲) -4 (۳) 1 (۴) 3

۱۲۰- اگر $f(x) = \frac{x\sqrt{x}-1}{4}$ و $g(x) = |2-x^2|$ باشد، حاصل $g(\frac{1}{4}) - 4f(\frac{1}{4}) - 4g(-2\sqrt{2})$ کدام است؟

(۱) $5/25$ (۲) $6/5$

(۳) $7/75$ (۴) $8/5$

۱۲۱- اگر رابطه‌ی $f = \{(a, \frac{1}{4}), (1, -2), (-1, 2b), (a, b+1), (2b, 4a)\}$ یک تابع باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات



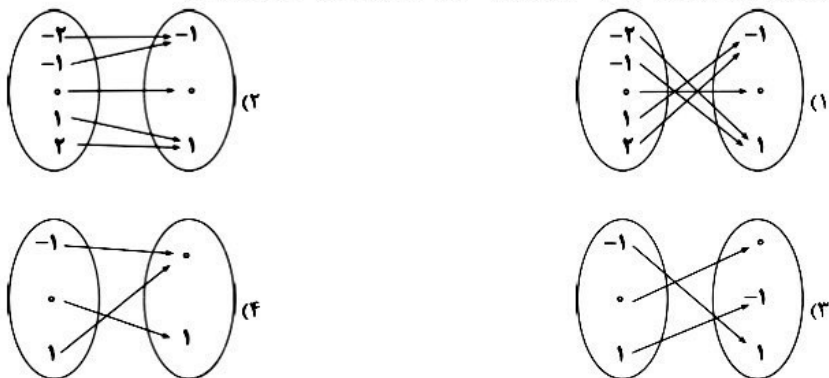
۱۲۲- تابع f به هر عدد حقیقی، ثلث دو برابر مجذور آن عدد، منهای ۳ را نسبت می‌دهد. $f(-6)$ کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

۱۲۳- اگر $f(x) = \sqrt{2x^2 - 12x + 23}$ ، حاصل $f(3 - \sqrt{2})$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۱۲۴- نمایش دیگر تابع $f = \{(x, y) | x^2 + y = 1, x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 2\}$ کدام است؟



۱۲۵- دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ کدام است؟

- \mathbb{R} (۴) $x > -\frac{1}{2}$ (۳) $x > \frac{1}{2}$ (۲) $x \geq -\frac{1}{2}$ (۱)

زوج درس ۲

ریاضی و آمار (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- اگر $-3 \leq x < -2/5$ باشد، آن‌گاه حاصل $|2x - 1|$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۳ (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) -۷ (۴)

۱۲۷- اگر f تابعی ثابت، g تابع همانی و $f(-\frac{1}{2}) = 4$ باشد، به‌ازای کدام مقدار k رابطه‌ی $k = \frac{f(-1)g(2)}{2kg(\frac{1}{2}) - f(\sqrt{2})}$ برقرار است؟

- ۲ (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) ۶ (۴)

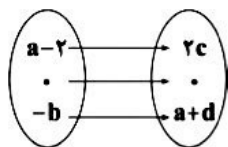
۱۲۸- اگر $f = \{(4, m-2), (-1, 2), (2, n^2 + 7 - 4n)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $m^2 + n^2$ کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۳ (۲) ۲۵ (۳) ۲۹ (۴)

۱۲۹- اگر $f(x) = \begin{cases} |2x-2| & x < 0 \\ -1 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{6\sqrt{x}}{x} & x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $\frac{f(-\frac{1}{2}) - \Delta f(0)}{f(\frac{9}{4})f(1-\sqrt{2})}$ کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{2}{\sqrt{2}}$ (۴)

۱۳۰- اگر برد تابع $f = \{(-1, 2a+1), (b, 4), (1, -2b)\}$ تک‌عضوی و تابع g مطابق شکل زیر یک تابع همانی باشد، حاصل $ab + cd$ کدام است؟

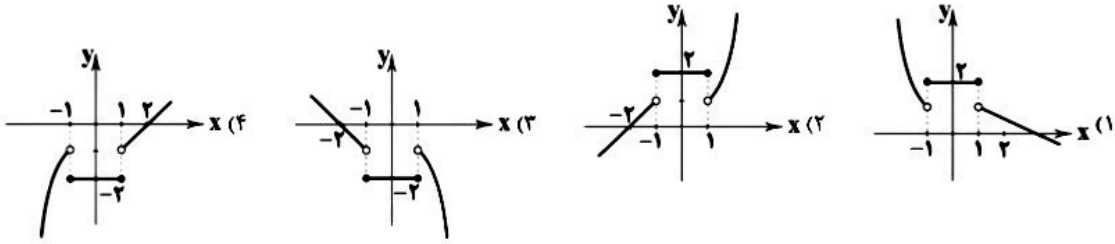


- $-\frac{5}{2}$ (۱) $\frac{2}{4}$ (۴) $-\frac{2}{2}$ (۲)

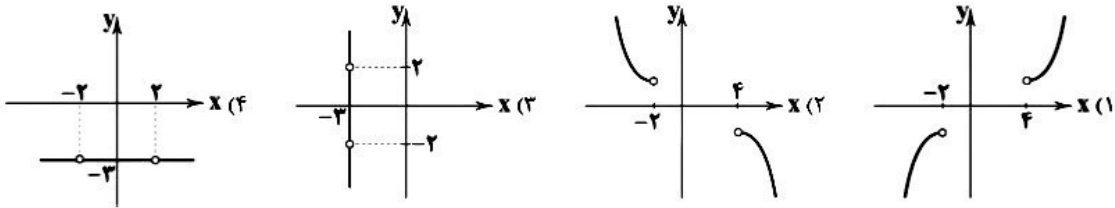
محل انجام محاسبات



۱۳۱- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ کدام است؟



۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 12}{4 - x^2}$ کدام است؟



۱۳۳- اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی باشند به طوری که $f(3) + g(6) = 13$ ، مقدار $g(3) + f(6)$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۳ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴)

۱۳۴- اگر $\text{sign}(|3x|) = 0$ باشد، x کدام عدد نمی‌تواند باشد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۰/۲ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) صفر (۴)

۱۳۵- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ ، آنگاه حاصل $f(x^2 + 1)$ کدام است؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $x^2 + 1$ (۴)

602B

سایت کنکور

Konkur.in

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۹۷/۰۸/۲۵



سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم انسانی

دوره‌ی دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۸۰	مدت پاسخگویی: ۲۶۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم انسانی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال		شماره سؤال	مدت پاسخگویی
		از	تا		
۱	فارسی	۱	۲۵	۲۵	۱۸ دقیقه
۲	زبان عربی (عمومی)	۲۶	۵۰	۵۰	۲۰ دقیقه
۳	دین و زندگی	۵۱	۷۵	۷۵	۱۷ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۷۶	۱۰۰	۱۰۰	۲۰ دقیقه
۵	ریاضیات	۱۰۱	۱۱۵	۱۱۵	۳۰ دقیقه
		۱۱۶	۱۲۵	۱۲۵	
		۱۲۶	۱۳۵	۱۳۵	
۶	اقتصاد	۱۰	۱۴۵	۱۴۵	۱۰ دقیقه
۷	علوم و فنون ادبی	۱۴۶	۱۶۰	۱۶۰	۲۵ دقیقه
		۱۶۱	۱۷۰	۱۷۰	
		۱۷۱	۱۸۰	۱۸۰	
۸	زبان عربی (اختصاصی)	۱۰	۱۹۰	۱۹۰	۱۰ دقیقه
۹	تاریخ	۱۹۱	۲۰۰	۲۰۰	۲۰ دقیقه
		۲۰۱	۲۱۰	۲۱۰	
		۲۱۱	۲۲۰	۲۲۰	
۱۰	جغرافیا	۲۲۱	۲۳۰	۲۳۰	۲۰ دقیقه
		۲۳۱	۲۴۰	۲۴۰	
		۲۴۱	۲۵۰	۲۵۰	
۱۱	جامعه‌شناسی	۲۵۱	۲۶۰	۲۶۰	۳۰ دقیقه
		۲۶۱	۲۷۰	۲۷۰	
		۲۷۱	۲۸۰	۲۸۰	
۱۲	فلسفه و منطق	۲۸۱	۲۹۰	۲۹۰	۳۰ دقیقه
		۲۹۱	۳۰۰	۳۰۰	
		۳۰۱	۳۱۰	۳۱۰	
۱۳	روان‌شناسی	۱۰	۳۲۰	۳۲۰	۱۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر پاسخ‌های آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.





۲ ۱۰۶

$$A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

۴ ۱۰۷

$$\binom{n}{4} = \frac{n!}{(n-4)!4!}$$

$$P(n-1, 3) = \frac{(n-1)!}{(n-1-3)!} = \frac{(n-1)!}{(n-4)!}$$

طرفین وسطین می‌کنیم:

$${}^2P\binom{n}{4} = P(n-1, 3) \Rightarrow \frac{{}^2n!}{(n-4)!4!} = \frac{(n-1)!}{(n-4)!}$$

$$\Rightarrow \frac{{}^2n(n-1)!}{4!} = \frac{(n-1)!}{1} \Rightarrow \frac{{}^2n}{4!} = 1 \Rightarrow {}^2n = 4!$$

$$\Rightarrow n = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$$

۲ ۱۰۸ با فرض این‌که A ، پیشامد متفاوت بودن فصل تولد ۳ دوست باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{4 \times 3 \times 2}{4^3} = \frac{3 \times 2}{4^2} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

۴ ۱۰۹ اگر مجموعه دارای n عضو باشد، داریم:

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی} = \binom{n}{2} = 66 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} = 66$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = 66$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 2 \times 66 \Rightarrow n(n-1) = 2 \times 6 \times 11 = 12 \times 11$$

$$\Rightarrow \underbrace{n(n-1)}_{12 \times 11} = 12 \times 11 \Rightarrow n = 12$$

حال تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه‌ی دوازده‌عضوی برابر است با:

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{(12-3)!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} = 220$$

۱ ۱۱۰ او باید ۲ سؤال از بین ۳ سؤال اول انتخاب کند (۳)، سپس

۳ سؤال دیگر از بین ۵ سؤال باقی مانده (از شماره‌ی ۴ تا ۸) انتخاب

$$\text{کند} \binom{5}{3} = 3, \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = 10$$

$$\text{طبق اصل ضرب} = 3 \times 10 = 30$$

۲ ۱۱۱ حداکثر یک کتاب ادبی انتخاب شود، به معنای آن است که

یک کتاب ادبی (و ۳ کتاب علمی) یا صفر کتاب ادبی (و ۴ کتاب علمی)

$$\text{انتخاب شود:} \binom{2}{1} \binom{5}{3} + \binom{2}{0} \binom{5}{4} = (2 \times 10) + (1 \times 5) = 20 + 5 = 25$$

$$\binom{2}{1} = 2$$

محاسبات:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\binom{2}{0} = \frac{2!}{(2-0)!0!} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\binom{5}{4} = \frac{5!}{(5-4)!4!} = \frac{5 \times 4!}{1!4!} = \frac{5}{1} = 5$$

ریاضیات

۲ ۱۰۱

$$S = \{(r, 1), (r, 2), \dots, (r, 6), (p, 1), (p, 2), \dots, (p, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 12$$

$$A = \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6), (r, 5)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 7$$

$$B = \{(r, 2), (p, 2), (r, 4), (p, 4), (r, 6), (p, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 6$$

$$A - B = \{(p, 1), (p, 3), (p, 5), (r, 5)\} \Rightarrow n(A - B) = 4$$

۱ ۱۰۲ فضای نمونه‌ای، انتخاب ۳ مهره از ۱۰ مهره (۴+۶=۱۰) است.

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$\text{انتخاب دو مهره قرمز از ۶ مهره قرمز} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!}$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} = 15$$

$$\text{انتخاب یک مهره آبی از ۴ مهره آبی} = \binom{4}{1} = \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4$$

با فرض این‌که A ، پیشامد مطلوب باشد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

$$n(S) = \text{کل جایگشت‌ها} = 5! = 120$$

۳ ۱۰۳

تعداد حالاتی را حساب می‌کنیم که ارقام فرد کنار هم باشند:

$$\overbrace{\binom{4}{3, 7}, 4, 6, 8}^{\text{شیء}}$$

$$\left. \begin{aligned} 4! &= \text{جابه‌جایی چهار شیء} \\ 2! &= \text{جابه‌جایی ارقام ۳ و ۷} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4! \times 2! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 48$$

$$120 - 48 = 72$$

۱ ۱۰۴ کلمه‌ی «گلستان» شش حرف متمایز دارد، پس تعداد کل

جایگشت‌های این شش حرف برابر ۶! است، یعنی تعداد اعضای فضای نمونه‌ای

برابر $n(S) = 6!$ است. این کلمه دارای دو حرف نقطه‌دار است:

۵ حرف باقی مانده،

به‌جز حرف به‌کاررفته

در ابتدای کلمه

$$\boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{2} = 240$$

حرف ۲

نقطه‌دار

$$\Rightarrow P(A) = \frac{240}{6!} = \frac{240}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{3}$$

۳ ۱۰۵ از ۱ تا ۹، نه عدد داریم که ۴ تایی آن‌ها (۸، ۶، ۴، ۲) اعداد

زوج و ۵ تایی آن‌ها فرد هستند:

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = \frac{4!}{(4-2)!2!} \times \frac{5!}{(5-1)!1!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} \times \frac{5 \times 4!}{4! \times 1}$$

$$= 6 \times 5 = 30$$



پاسخ دوازدهم انسانی

عرض از مبدأ

شیب خط

معادله‌ی خط را به صورت $y = mx + n$ استاندارد می‌کنیم: **۴ ۱۱۸**

$$3y - (4k-1)x + k = 1 \Rightarrow 3y = (4k-1)x + 1 - k$$

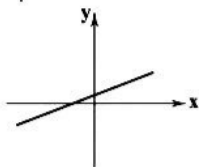
$$\xrightarrow{\div 3} y = \frac{4k-1}{3}x + \frac{1-k}{3}$$

$$\frac{4k-1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow 4k-1=1 \Rightarrow 4k=2 \Rightarrow k = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1-\frac{1}{2}}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$$

x	0	3
y	1/6	1/2



مشاهده می‌شود که خط از ناحیه‌ی چهارم عبور نمی‌کند.

چون نقطه‌ای به طول ۱- روی محور xها است، پس عرض آن **۱ ۱۱۹**

صفر است:

$$A(-1, 0)$$

$$f(2) = -6 \Rightarrow x=2, y=-6 \Rightarrow B(2, -6)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 0}{2 - (-1)} = \frac{-6}{3} = -2$$

حال با داشتن شیب خط $m = -2$ و مختصات یکی از نقاط به دلخواه (مثلاً $(-1, 0)$) معادله‌ی خط را می‌نویسیم:

$$y = mx + n \Rightarrow 0 = (-2)(-1) + n \Rightarrow 0 = 2 + n \Rightarrow n = -2$$

عرض از مبدأ خط یا همان عرض محل تلاقی خط با محور yها، -2 است.**۳ ۱۲۰**

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x}-1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{4}}-1}{2} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} - 1}{2} = \frac{\frac{1}{8} - 1}{2} = \frac{-\frac{7}{8}}{2} = -\frac{7}{16}$$

$$4f\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \times \left(-\frac{7}{16}\right) = -\frac{7}{4}$$

$$g(x) = |2 - x^2| \Rightarrow g(-2\sqrt{2}) = |2 - (-2\sqrt{2})^2| = |2 - (4 \times 2)| = |2 - 8| = |-6| = 6$$

$$g(-2\sqrt{2}) - 4f\left(\frac{1}{4}\right) = 6 - \left(-\frac{7}{4}\right) = 6 + \frac{7}{4} = \frac{24+7}{4} = \frac{31}{4} = 7\frac{3}{4}$$

در زوج‌مرتبه‌ها اگر مؤلفه‌های اول یکسان باشند، باید **۲ ۱۲۱**

مؤلفه‌های دوم نیز یکسان باشند تا آن رابطه معرف تابع گردد:

$$\left. \begin{matrix} (a, \frac{1}{4}) \\ (a, b+1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow b+1 = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{1}{4} - 1 = \frac{1-4}{4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow b = -\frac{3}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \Rightarrow \{(a, \frac{1}{4}), (1, -2), (-1, -1), (a, \frac{1}{4}), (-1, 4a)\}$$

$$\left. \begin{matrix} (-1, -1) \\ (-1, 4a) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 4a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

خواسته‌ی سؤال $a+b$ است:

$$a+b = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

۴ ۱۱۲

$$A = \{(1, 4), (2, 2), (4, 1)\}$$

$$B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$A - B = \{(1, 4), (4, 1)\} \Rightarrow n(A - B) = 2$$

$$P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

فضای نمونه‌ای پرتاب سکه و تاس به صورت زیر است: **۲ ۱۱۳**

$$S = \{(r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6), (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\} \Rightarrow n(S) = 12$$

$$A = \{(r, 1), (r, 2), (r, 2), (r, 4)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$B = \{(r, 1), (r, 4), (r, 4), (r, 1)\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{2}{12} = \frac{6+4-2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

شکل داده‌شده به معنای آن است که پیشامد A رخ دهد، ولی **۳ ۱۱۴**پیشامد B یا C رخ ندهد، یعنی A رخ دهد، ولی (BUC) رخ ندهد. به عبارت دیگر پیشامد $A - (BUC)$ می‌باشد.اگر نتیجه‌ی آزمایش منجر به وقوع یکی از برآمدهای (نتایج) **۱ ۱۱۵**

پیشامد مطلوب گردد، آن‌گاه می‌گوییم آن پیشامد رخ داده است.

نمودار گزینه‌ی (۳) معرف تابع نیست، زیرا اگر خطی موازی **۳ ۱۱۶**

محور yها رسم شود، تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در زوج‌مرتبه‌ها اگر مؤلفه‌های اول یکسان باشد، رابطه تابع است به شرط آن‌که مؤلفه‌های دوم آن‌ها هم یکسان باشد.

(۲) تابع است، زیرا به‌ازای هر x فقط یک y وجود دارد.

(۴) در نمودار بیکنی یک رابطه، هرگاه از هر عضو مجموعه‌ی اول دقیقاً یک بیکن خارج شود، آن رابطه تابع است.

۴ ۱۱۷

$$y = 2kx^2 - kx + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2k \\ b = -k \\ c = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-k)}{2(2k)} = \frac{k}{4k} = \frac{1}{4}$$

$$y = 2k\left(\frac{1}{4}\right)^2 - k\left(\frac{1}{4}\right) + 1$$

$$\Rightarrow y = 2k\left(\frac{1}{16}\right) - \frac{k}{4} + 1 = \frac{k}{8} - \frac{k}{4} + 1 = \frac{k-2k}{8} + 1 = -\frac{k}{8} + 1$$

$$\text{مختصات رأس} = \left(\frac{1}{4}, -\frac{k}{8} + 1\right)$$

چون رأس سهمی روی نیمساز ناحیه‌ی دوم (خط $y = -x$) قرار دارد، پس داریم:

$$y = -x \Rightarrow -\frac{k}{8} + 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{k}{8} = -\frac{1}{4} - 1$$

$$\Rightarrow -\frac{k}{8} = -\frac{5}{4} \Rightarrow k = \frac{-5 \times 8}{-4 \times 1} = 10$$



۱ ۱۲۲

ضابطه‌ی تابع به صورت $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \frac{2x^2}{3} - 2$ می‌باشد که باید $f(-6)$ را
حساب کنیم:

$$f(-6) = \frac{2(-6)^2}{3} - 2 = \frac{2 \times 36}{3} - 2 = 24 - 2 = 22$$

۳ ۱۲۳

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 12x + 23}$$

$$\Rightarrow f(3 - \sqrt{2}) = \sqrt{2(3 - \sqrt{2})^2 - 12(3 - \sqrt{2}) + 23}$$

$$= \sqrt{2(9 - 6\sqrt{2} + 2) - 36 + 12\sqrt{2} + 23}$$

$$= \sqrt{18 - 12\sqrt{2} + 4 - 36 + 12\sqrt{2} + 23} = \sqrt{9} = 3$$

۴ ۱۲۴

در تابع f می‌دانیم $-2 < x < 2$ و x عددی صحیح است،
یعنی x متعلق به مجموعه‌ی $A = \{-1, 0, 1\}$ به صورت $A = \{-1, 0, 1\}$ است:

$$x = -1 \Rightarrow (-1)^2 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow (0)^2 + y = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow (1)^2 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0$$



پس نمودار پیکانی آن به صورت
عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

۴ ۱۲۵

$$2x^2 + 1 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 \geq -1 \Rightarrow x^2 \geq -\frac{1}{2}$$

این نامساوی همواره برقرار است، بنابراین دامنه‌ی تابع \mathbb{R} است.

۴ ۱۲۶

$$-3 \leq x < -2/5 \Rightarrow -3 \leq x < -\frac{5}{10} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } 2} -6 \leq 2x < -1$$

$$-6 - 1 \leq 2x - 1 < -1 - 1 \Rightarrow -7 \leq 2x - 1 < -2$$

$$\xrightarrow{\text{طبق تعریف تابع جزء صحیح}} [2x - 1] = -7$$

۲ ۱۲۷

ضابطه‌ی تابع ثابت f به صورت $f(x) = c$ و ضابطه‌ی تابع
همانی g به صورت $g(x) = x$ می‌باشد. طبق تعریف تابع ثابت داریم:

$$f(-\frac{1}{2}) = 4 \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = f(-1) = f(\sqrt{2}) = 4$$

از طرفی طبق تعریف تابع همانی داریم:

$$g(2) = 2, g(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{f(-1)g(2)}{2kg(\frac{1}{2}) - f(\sqrt{2})} = -1 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} \frac{4 \times 2}{(2k \times \frac{1}{2}) - 4} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{8}{k - 4} = -1 \Rightarrow -k + 4 = 8 \Rightarrow k = -4$$

۴ ۱۲۸

چون f تابع ثابت است، مؤلفه‌های دوم همگی با هم برابرند.
پس داریم:

$$m - 2 = 3 \Rightarrow m = 3 + 2 \Rightarrow m = 5$$

$$n^2 - 4n + 7 = 3 \Rightarrow n^2 - 4n + 7 - 3 = 0 \Rightarrow n^2 - 4n + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 2)^2 = 0 \Rightarrow n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2$$

$$m^2 + n^2 = (5)^2 + (2)^2 = 25 + 4 = 29$$

۲ ۱۲۹

$$f(-\frac{1}{2}) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی بالا}} |2(-\frac{1}{2}) - 2| = |-1 - 2| = |-3| = 3$$

$$f(0) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی وسط}} 1$$

$$f(\frac{9}{4}) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی پایین}} \frac{6\sqrt{\frac{9}{4}}}{\frac{9}{4}} = \frac{6 \times \frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = \frac{9}{\frac{9}{4}} = \frac{4 \times 9}{9} = 4$$

$$f(1 - \sqrt{2}) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی بالا}} |2(1 - \sqrt{2}) - 2| = |2 - 2\sqrt{2} - 2|$$

$$= |-2\sqrt{2}| = 2\sqrt{2}$$

$$\text{حاصل نهایی عبارت} = \frac{3 - 5(-1)}{4 \times 2\sqrt{2}} = \frac{3 + 5}{8\sqrt{2}} = \frac{8}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۱ ۱۳۰

چون برد تابع f تک‌عضوی است، پس f تابعی ثابت بوده و
مؤلفه‌ی دوم تمام زوج‌مرتبه‌ها با هم برابرند. یعنی داریم:

$$3a + 1 = -2b = 4 \Rightarrow \begin{cases} 3a + 1 = 4 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \\ -2b = 4 \Rightarrow b = -\frac{4}{2} \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

از طرفی g تابع همانی و ضابطه‌ی آن $g(x) = x$ می‌باشد. یعنی دامنه و برد
آن در نمودار پیکانی با هم برابرند:

$$a - 2 = 2c \xrightarrow{a=1} 1 - 2 = 2c \Rightarrow -1 = 2c \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

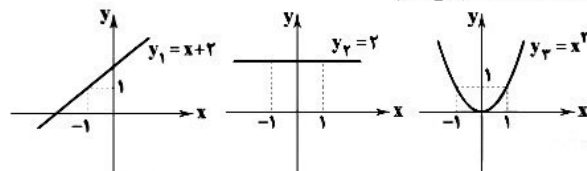
$$-b = a + d \xrightarrow{\substack{a=1 \\ b=-2}} -(-2) = 1 + d \Rightarrow 2 - 1 = d \Rightarrow d = 1$$

خواسته‌ی مسأله $ab + cd$ است. یعنی:

$$(1)(-2) + (-\frac{1}{2})(1) = -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

۲ ۱۳۱

ابتدا نمودار هر کدام از ضابطه‌ها را بدون در نظر گرفتن
محدوده‌ی x رسم می‌کنیم.



حال با توجه به دامنه‌ی هر کدام از ضابطه‌های $f(x)$ ، قسمت‌های
خواسته‌شده از y_1, y_2, y_3 را نگاه می‌داریم که مطابق شکل گزینه (۲) است.

۴ ۱۳۲

$$f(x) = \frac{2x^2 - 12}{4 - x^2} = \frac{2(x^2 - 6)}{-(x^2 - 4)} = \frac{2}{-1} = -2$$

بنابراین $f(x)$ به‌جز در نقاط به طول ۲ و -2 که ریشه‌های مخرج‌اند، تابع
ثابت $y = -2$ است.

۳ ۱۳۳

بنابر فرض مسأله $g(6) = 6$ است، زیرا تابع g همانی است،
پس داریم:

$$f(2) + g(6) = 13 \Rightarrow f(2) + 6 = 13 \Rightarrow f(2) = 13 - 6 = 7$$

$$g(2) + f(6) = 2 + 7 = 9$$

گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم: ثابت است. همانی است.

۲ ۱۳۴

می‌دانیم تابع علامت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$



بررسی گزینه‌ها:

۱) $x = 0/2 \Rightarrow \text{sign}([3 \times 0/2]) = \text{sign}([0/6]) = \text{sign}(0) = 0 \quad \checkmark$

۲) $x = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{sign}([3 \times \frac{1}{4}]) = \text{sign}([\frac{3}{4}]) = \text{sign}(1) = 1 \quad \times$

۳) $x = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{sign}([3 \times \frac{1}{4}]) = \text{sign}([\frac{3}{4}]) = \text{sign}(0) = 0 \quad \checkmark$

۴) $x = 0 \Rightarrow \text{sign}([3 \times 0]) = \text{sign}([0]) = \text{sign}(0) = 0 \quad \checkmark$

عبارت ۲ + ۱، عبارت همواره مثبت است، بنابراین از ضابطه‌ی

$$f(x^2 + 1) = 1$$
 بالایی استفاده می‌کنیم و داریم:

اقتصاد

۱۳۶) برای تمام شاخص‌های اقتصادی دو عدد تعریف می‌شود: یکی

اسمی و دیگری واقعی.

الف) میزان سود اسمی همان‌طور که در صورت سؤال می‌بینید برابر ۱۲/۵ میلیون تومان است، اما میزان سود واقعی بعد از محاسبه‌ی نرخ سود واقعی به دست می‌آید.

ب) در این مثال، برای سود سهام موردنظر یک سود اسمی وجود دارد که بدون در نظر گرفتن تورم، بیان می‌شود و کاذب (غیرواقعی) است.

نرخ اسمی سهام \times سرمایه‌ی شخص = سود اسمی سهام

$$50 \times x = 12/5$$

$$\Rightarrow x = \frac{12/5}{50} = 2.5\% \text{ (نرخ سود اسمی سهام)}$$

اما هم‌زمان بازار دچار تورم ۲۰٪ است که باید از رقم سود اسمی سهام کم شود، یعنی سود واقعی از این قرار است.

نرخ تورم - نرخ سود اسمی = نرخ سود واقعی سهام

$$20\% - 2.5\% = 17.5\%$$

$$\text{الف) میزان سود واقعی} = 50 \times 17.5\% = 8.75$$

۱۳۷) علامت اختصاری شاخص‌ها:

$$\text{GNP} = \text{تولید ناخالص ملی} \quad \text{GDP} = \text{تولید ناخالص داخلی}$$

$$\text{NDP} = \text{تولید خالص داخلی} \quad \text{NNP} = \text{تولید خالص ملی}$$

محصولات کشاورزی و مواد غذایی + کالای سرمایه‌ای و ماشین‌آلات = GDP

کالای واسطه‌ای صادراتی + خدمات نهایی + محصولات چرمی + ارزش افزوده‌ی خارجیان مقیم کشور +

$$\text{GDP} = 500 + 420 + 250 + 380 + 150 + 240 = 1940$$

الف)

$$\text{میلیون دلار } 1820 = 1940 - 120 = \text{NDP} = \text{GDP} - \text{هزینه‌ی استهلاک}$$

$$\text{GNP} = \text{GDP} - \text{ارزش افزوده‌ی خارجیان مقیم کشور}$$

ارزش افزوده‌ی افراد مقیم خارج +

$$\text{میلیون دلار } 1880 = 1940 - 240 + 180 = \text{GNP}$$

ب)

$$\text{میلیون دلار } 1760 = 1880 - 120 = \text{NNP} = \text{GNP} - \text{هزینه‌ی استهلاک}$$

$$\text{ج) سرانه } \text{NNP} = \frac{\text{NNP}}{\text{جمعیت}} = \frac{1760}{40} = 44$$

۱۳۸) الف)

دلیل اهمیت مقدار تولید کالا و خدمات بیان قدرت و توان اقتصادی جامعه، سطح رفاه و درآمد اعضای جامعه و میزان پس‌انداز و سرمایه‌گذاری و امکان پیشرفت آن جامعه در آینده است.

ب) ارزش کالاهای واسطه‌ای در محاسبه‌ی تولید کل جامعه با شاخص‌های تولید داخلی و تولید ملی منظور نمی‌شود.

ج) با توجه به اطلاعات، مسئله را حل می‌کنیم.

سال	سال اول	سال دوم
تولید کل		
قیمت جاری	۱۱۸	۱۵۳
قیمت واقعی	۱۱۸	۱۲۸

$$\text{میلیون دلار } 35 = 153 - 118 = \text{افزایش کل تولید در سال دوم}$$

(قیمت سال پایه) (قیمت جاری سال دوم)

$$\text{میلیون دلار } 25 = 153 - 128 = \text{افزایش قیمت تولید در سال دوم (تورم)}$$

(قیمت واقعی سال دوم) (قیمت جاری سال دوم)

$$\text{میلیون دلار } 10 = 128 - 118 = \text{افزایش میزان تولید در سال دوم (رشد)}$$

(قیمت واقعی سال دوم) (قیمت سال پایه)

بنابراین از ۳۵ میلیون دلار افزایش تولید کل در سال دوم ۱۰ میلیون دلار آن ناشی از افزایش میزان تولید (یعنی رشد) و ۲۵ میلیون آن ناشی از افزایش قیمت‌ها (یعنی تورم) است.

۱۳۹) ۲

ارزش خدمات + ارزش مواد غذایی، پوشاک، ماشین‌آلات = تولید خالص ملی مالزی

هزینه‌ی استهلاک - ارزش تولید افراد مقیم خارج +

$$180 = 150 + 20 + 15 - 5 = \text{تولید خالص ملی مالزی}$$

ارزش مواد غذایی، پوشاک، ماشین‌آلات = تولید خالص ملی جیبوتی

هزینه‌ی استهلاک - ارزش تولید افراد مقیم خارج + ارزش خدمات +

$$40 = 30 + 8 + 7 - 5 = \text{تولید خالص ملی جیبوتی}$$

الف) ۱۸۰ (تولید خالص ملی مالزی) - ۴۰ (تولید خالص ملی جیبوتی)

ب) برای بررسی وضعیت موفقیت کشورها در زمینه‌ی صادرات باید نسبت تولید ملی این کشورها را به میزان صادرات آن‌ها به دست آورد.

$$\text{مالزی} = \frac{\text{حجم صادرات}}{\text{حجم کل اقتصاد}} = \frac{720}{180} = 4 \quad \text{جیبوتی} = \frac{240}{40} = 6$$

(یعنی تولید ملی)

مالزی $4 > 6$ جیبوتی \rightarrow

یعنی جیبوتی در صادرات موفق‌تر از مالزی است.

$$\text{ج) } \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \text{نسبت صادرات مالزی به جیبوتی}$$

۱۴۰) ۳) برای حل مسئله، یک جدول رسم می‌کنیم (اطلاعات سال سوم اضافه است بنابراین کاربردی برای ما ندارد و حذف می‌شود).

سال	سال اول	سال دوم	سال سوم
قیمت			
قیمت‌های جاری	۱۵۰	۲۲۰	۳۰۰
قیمت‌های ثابت	۱۵۰	X	-

قیمت ثابت سال اول همان ۱۵۰ می‌شود چون سال پایه است. اکنون با استفاده از فرمول X یا همان قیمت ثابت سال دوم را حساب می‌کنیم:

قیمت‌های جاری سال دوم = افزایش قیمت سال دوم

قیمت‌های ثابت سال دوم -

$$\text{میلیون دلار قیمت ثابت سال دوم } 170 = X \rightarrow X = 220 - 50$$

یعنی جدول به شکل زیر تغییر می‌کند.

سال	سال اول	سال دوم
قیمت		
قیمت‌های جاری	۱۵۰	۲۲۰
قیمت‌های ثابت	۱۵۰	۱۷۰

اکنون می‌توانیم افزایش تولید را در سال دوم محاسبه کنیم:

قیمت سال پایه - قیمت ثابت سال دوم = افزایش تولید در سال دوم

$$\text{میلیون دلار } 20 = 170 - 150 = \text{افزایش تولید در سال دوم}$$